

# Standard Error Derivation

อิธิพัฒน์ ธนบดีกาญจน์

11 เมษายน พ.ศ. 2566

## บทคัดย่อ

Standard Error (SE) หรือ Standard Error of Sample Mean (SEM) หมายถึง ค่าที่แสดงว่าโดยเฉลี่ยแล้วค่าเฉลี่ยของตัวอย่างแต่ละตัวแตกต่างจากค่าเฉลี่ยของประชากรมากน้อยเพียงใด หรือเขียนในรูปแบบสมการคณิตศาสตร์ได้ว่า  $\text{Standard Error} = \sqrt{\text{Var}(\mu)}$  โดย  $\mu$  = mean of sample mean และสามารถคำนวณได้จาก  $s/\sqrt{n}$  ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยใช้สมบัติของ variance

## 1 พิสูจน์

กำหนด sample mean หรือค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ย เป็น  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_k$   
จากนิยาม

$$\text{Standard Error} = \sqrt{\text{Var}(\mu)} = \sqrt{\text{Var}\left(\frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_k}{k}\right)} \quad (1)$$

ใช้สมบัติของ variance เมื่อ แต่ละ sample ไม่ขึ้นต่อกัน (independent) และ  $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$  จึงได้ว่า

$$\text{Var}\left(\frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_k}{k}\right) = \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k \text{Var}(\bar{x}_k) = \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k s^2$$

เนื่องจาก  $s^2$  ไม่ขึ้นกับ  $k$  ดังนั้น

$$\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k s^2 = \frac{1}{k^2} (ks^2) = \frac{s^2}{k}$$

$$\text{Standard Error} = \sqrt{\frac{s^2}{k}} = \frac{s}{\sqrt{k}} \quad \square \quad (2)$$