

## สรุปความรู้จลนศาสตร์

เวกเตอร์เฉลี่ยของความเร็วและความเร่งของอนุภาค

$$\bullet \langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$\Delta \vec{r}$  คือเวกเตอร์การกระจัด

ความเร็วและความเร่งของอนุภาค

$$\bullet \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

ความเร่งของอนุภาคที่จุดๆหนึ่งในแนวสัมผัสและตั้งฉากกับเส้นวิถีการเคลื่อนที่

$$\bullet a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{R} \quad R \text{ คือรัศมีความโค้งของเส้นวิถีที่จุดนั้น}$$

ระยะทางที่อนุภาคเคลื่อนที่ได้

$$\bullet s = \int v dt \quad v \text{ คือขนาดของเวกเตอร์ความเร็วของอนุภาค}$$

ความเร็วเชิงมุมและความเร่งเชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง

$$\bullet \vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}, \quad \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเชิงเส้นและปริมาณเชิงมุมสำหรับวัตถุแข็งเกร็งที่กำลังหมุน

$$\bullet \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad a_n = \omega^2 R, \quad |a_\tau| = \alpha R$$

$\vec{r}$  คือเวกเตอร์ตำแหน่งของจุดที่กำลังพิจารณาเทียบกับจุดใดๆบนแกนหมุนและ

$R$  คือระยะห่างของจุดจากแกนหมุน

## สรุปความรู้เรื่องอุณหพลศาสตร์

### 2.1 สรุปความรู้เรื่องสมการสถานะของก๊าซ

- กฎของก๊าซอุดมคติ  $PV = \frac{m}{M}RT$  โดยที่  $M$  คือมวลโมลาร์
- สมการบาโรเมตริก  $P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$  เมื่อ  $P_0$  คือความดันที่ระดับ  $h = 0$
- สมการสถานะของก๊าซแวนเดอร์วาลส์  $(P_{van} + \frac{a^2}{V_M^2})(V_M - b) = nRT$  เมื่อ  $V_M$  คือปริมาตรของก๊าซ

1 mol ซึ่งขึ้นกับความดันและอุณหภูมิ

### 2.2 สรุปความรู้เรื่อง กฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ และค่าความจุความร้อน

- กฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์  $Q = \Delta U + W$  เมื่อ  $\Delta U$  เป็นพลังงานภายในที่เพิ่มขึ้นของระบบ
- งานที่ทำโดยระบบ  $W = \int p dV$
- พลังงานภายในของระบบ  $U = \frac{m}{M} C_V T = \frac{m}{M} \frac{RT}{\gamma - 1} = \frac{pV}{\gamma - 1}$   
ค่าความจุความร้อนต่อโมล ในกระบวนการโพลีโทรปิก ( $pV^n = \text{const}$ )  $C = \gamma - 1 - \frac{T}{n - 1} = \frac{(n - \gamma)R}{(n - 1)(\gamma - 1)}$
- พลังงานภายใน ของก๊าซแวนเดอร์วาลส์ 1 โมล  $U = C_V T - \frac{a}{V_M}$  โดยที่  $V_M$  เป็นปริมาตรของก๊าซ

1 โมล

### 2.3 สรุปความรู้เรื่องทฤษฎีจลน์ของก๊าซ, กฎของโบลซ์แมนและ Maxwell's distribution

- สมการสภาวะของก๊าซอุดมคติ (Equation of an ideal gas state)  $p = nkT$
- พลังงานเฉลี่ยของโมเลกุล  $\langle e \rangle = \frac{i}{2} kT$  โดยที่  $i$  เป็นผลรวม degree of freedom ของการเคลื่อนที่ การหมุน และการสั่น
- Maxwellian distribution  $dN(v_x) = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x$   $dN(v) = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$

- ความเร็วที่มีโอกาสพบอนุภาคมากที่สุด, ความเร็วเฉลี่ย, รากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}; \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}; v_{sq} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

- สูตรของ โบลซ์แมน  $n = n_0 e^{\frac{U-U_0}{kT}}$  โดยที่  $U$  เป็นพลังงานศักย์ของโมเลกุล

2.4 สรุปความรู้เรื่องกฎข้อที่ 2 ของเทอร์โมไดนามิกส์ และเอนโทรปี

- ประสิทธิภาพของวัฏจักรความร้อน  $\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$  โดยที่  $Q_1$  เป็นความร้อนที่วัฏจักรได้รับจากแหล่งที่มีอุณหภูมิสูงและ  $Q_2$  เป็นความร้อนที่วัฏจักรปล่อยไปให้แหล่งที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า

- ประสิทธิภาพของวัฏจักรคาร์โนต์  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$  โดยที่  $T_1$  เป็นอุณหภูมิของแหล่งที่มีอุณหภูมิสูงและ  $T_2$  เป็นอุณหภูมิของแหล่งที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า

- บทบัญญัติของคลอซุส  $0 > \int \frac{\delta Q}{T}$

- เอนโทรปีที่เพิ่มขึ้นในระบบ  $\Delta S > \int \frac{\delta Q}{T}$

- ความสัมพันธ์พื้นฐานของเทอร์โมไดนามิกส์  $TdS > dU + pdV$

- ความสัมพันธ์ระหว่าง เอนโทรปี กับ statistical weight (the thermodynamics)  $S = k \ln \Omega$

## สรุปความรู้เรื่องพลศาสตร์ไฟฟ้า

### 3.1 สรุปความรู้เรื่องสนามไฟฟ้าในสุญญากาศที่ไม่แปรตามเวลา

- ความเข้มและศักย์ของสนามไฟฟ้าจากประจุจุด  $q$ :  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} (3.1a)$

- ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า:  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi (3.1b)$

- ทฤษฎีบทของเกาส์ และการหมุนวนของเวกเตอร์  $\vec{E}$ :  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 (3.1c)$

- ศักย์ไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้าของประจุจุดซึ่งมีโมเมนต์ไฟฟ้า  $\vec{p}$ :  
 $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta} (3.1d)$  โดยที่  $\theta$  คือมุมระหว่างเวกเตอร์  $\vec{r}$  กับ  $\vec{p}$

- พลังงาน  $W$  ของขั้วคู่ไฟฟ้า  $\vec{p}$  ในสนามไฟฟ้าภายนอก และทอร์ก  $\vec{T}$  กระทำต่อขั้วคู่ไฟฟ้า:  
 $W = -\vec{p} \cdot \vec{E} \vec{T} = \vec{p} \times \vec{E} (3.1e)$

- แรง  $\vec{F}$  ที่กระทำต่อขั้วคู่ไฟฟ้า และเงาฉายของมัน  $F_x$ :  $\vec{F} = p \frac{\partial \vec{E}}{\partial l} F_x = \vec{p} \cdot \vec{\nabla} E_x (3.1f)$

โดยที่  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial l}$  เป็นอนุพันธ์ของเวกเตอร์  $\vec{E}$  เทียบกับทิศทางของขั้วคู่ไฟฟ้า  $\vec{\nabla} E_x$  คือเกรเดียนต์ของฟังก์ชัน  $E_x$

### 3.2 ตัวนำไฟฟ้าและไดอิเล็กทริกในสนามไฟฟ้า

- สนามไฟฟ้าใกล้ผิวของตัวนำในสุญญากาศ:  $E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (3.2a)$

- ฟลักซ์ของเวกเตอร์การโพลาไรซ์  $\vec{P}$  ผ่านผิวปิด:  $\oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -q' (3.2b)$  โดยที่  $q'$  คือผลบวกเชิงพีชคณิตของประจุไม่อิสระที่ถูกล้อมโดยผิวนี้นี้

- เวกเตอร์  $\vec{D}$  และกฎของเกาส์สำหรับมัน:  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q (3.2c)$  โดย  $q$  คือผลบวกเชิงพีชคณิตของประจุอิสระภายในผิวปิดนี้

- ความสัมพันธ์ระหว่างไดอิเล็กทริกสองชนิดที่ผิวขอบ:  $P_{2n} - P_{1n} = -\sigma', D_{2n} - D_{1n} = \sigma, E_{2\tau} = E_{1\tau}$  (3.2d) โดย  $\sigma$  และ  $\sigma'$  เป็นความหนาแน่นประจุเชิงพื้นที่ของประจุอิสระและไม่อิสระตามลำดับ และเวกเตอร์หน่วย  $\hat{n}$  ชี้ตั้งฉากจากตัวกลาง 1 ไปตัวกลาง 2

- ในไดอิเล็กทริกไอโซทรอปิก:  $\vec{P} = \chi\epsilon_0\vec{E}, \vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}, \epsilon = 1 + \chi$  (3.2e)

- ในกรณีไดอิเล็กทริกไอโซทรอปิกที่สม่ำเสมอถูกเติมเต็มเข้าในช่องว่างระหว่างผิวสมศักย์  
:  $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_0}$

### 3.3 ความจุไฟฟ้า และพลังงานของสนามไฟฟ้า

- ความจุของตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน :  $C = \epsilon\epsilon_0 \frac{A}{d}$  (3.3a)

- พลังงานที่กระทำระหว่างกันของประจุจุด :  $W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i$  (3.3b)

- พลังงานไฟฟ้าทั้งหมดของระบบซึ่งประจุกระจายอย่างต่อเนื่อง :  $W = \frac{1}{2} \int \varphi \rho dV$  (3.3c)

- พลังงานไฟฟ้ารวมของวัตถุที่มีประจุสองตัว 1 และ 2 :  $W = W_1 + W_2 + W_{12}$  (3.3d) เมื่อ  $W_1$  และ  $W_2$  คือพลังงานในตัวเองของวัตถุ และ  $W_{12}$  คือพลังงานระหว่างกันของวัตถุ 2 ก้อนนั้น

- พลังงานของตัวเก็บประจุที่มีประจุอยู่ :  $W = \frac{qV}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2}$  (3.3e)

- ความหนาแน่นเชิงปริมาตรของพลังงานสนามไฟฟ้า :  $\omega = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}$  (3.3f)

### 3.4 กระแสไฟฟ้า

- กฎของโอห์มสำหรับส่วนของวงจรแบบไม่เอกพันธ์ :  $I = \frac{V_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \epsilon_{12}}{R}$  (3.4a) โดยที่  $V_{12}$  คือความต่างศักย์ตกคร่อมส่วนย่อยนั้น

- รูปแบบดิฟเฟอเรนเชียลของกฎของโอห์ม :  $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}^*)$  (3.4b) โดยที่  $\vec{E}^*$  คือความเข้มสนามจากแรงภายนอก
  - กฎของ Kirchhoff (สำหรับวงจรไฟฟ้า) :  $\sum I_k = 0, \sum I_k R_k = \sum \varepsilon_k$  (3.4c)
  - กำลัง  $P$  ของกระแส และกำลังไฟฟ้าที่เปลี่ยนเป็นความร้อน  $Q$  :  $P = VI = (\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12})I, Q = RI^2$  (3.4d)
  - กำลังไฟฟ้าจำเพาะ(specific power)  $P_{sp}$  และ  $Q_{sp}$  ของกระแสไฟฟ้า :  $P_{sp} = \vec{j} \cdot (\vec{E} + \vec{E}^*), Q_{sp} = \rho j^2$  (3.4e)
  - ความหนาแน่นกระแสในโลหะ :  $\vec{j} = en\vec{u}$  (3.4f) โดยที่  $\vec{u}$  คือความเร็วเฉลี่ยของอนุภาคที่นำพากระแส
- 3.5 สรุปความรู้เรื่องสนามแม่เหล็กที่ไม่แปรตามเวลา และแม่เหล็ก
- สนามแม่เหล็กจากประจุจุดที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วไม่สัมพัทธภาพ  $\vec{v}$  :  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$  (3.5a)
  - กฎของบีโอด-ซาวาร์ต :  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^3} dV, d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$  (3.5b)
  - การหุมนวนของ  $\vec{B}$  และกฎของเกาส์สำหรับสนามแม่เหล็ก :  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I, \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$  (3.5c)
  - แรงลอเรนตซ์ :  $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$  (3.5d)
  - แรงแอมแปร์ :  $d\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} dV, d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$  (3.5e)
  - แรงและโมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อขั้วแม่เหล็ก  $\vec{p}_m = IA\hat{n}$  :  $\vec{F} = p_m \frac{\partial \vec{B}}{\partial n}, \vec{T} = \vec{p}_m \times \vec{B}$  (3.5f) โดย  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial n}$  คืออนุพันธ์ของ  $\vec{B}$  เทียบกับทิศทางของขั้วแม่เหล็ก
  - การหุมนวนของเวกเตอร์การทำให้เป็นแม่เหล็ก(Magnetization vector)  $\vec{J}$  :  $\oint \vec{J} \cdot d\vec{r} = I'$  (3.5g) โดย  $I'$  คือกระแสรวมระดับจุลภาค
  - เวกเตอร์  $\vec{H}$  และการหุมนวนของมัน :  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = I$  (3.5h) ดดยที่  $I$

คือผลรวมเชิงพีชคณิตของกระแสระดับมหภาค

- ความสัมพันธ์ที่ขอบระหว่างแม่เหล็ก 2 ตัว :  $B_{1n} = B_{2n}, H_{1\tau} = H_{2\tau} (3.5i)$
- กรณีของแม่เหล็กที่มี  $\vec{J} = \chi_m \vec{H} : \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \mu = 1 + \chi_m (3.5j)$

### 3.6 การเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้า และสมการของแมกซ์เวลล์

- กฎการเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้าของฟาราเดย์ :  $\Phi_m = N \Phi_{1m} (3.6b)$  โดย  $N$  คือจำนวนขด  $\Phi_{1m}$  คือฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านแต่ละขด

- ค่าความเหนี่ยวนำของโซลินอยด์ :  $L = \mu \mu_0 N^2 \frac{A}{l} (3.6c)$

- พลังงานภายในตัวเหนี่ยวนำ และพลังงานระหว่างกันของตัวเหนี่ยวนำ 2 ตัว :  $W = \frac{LI^2}{2}, W_{12} = L_{12} I_1 I_2 (3.6d)$

- ความหนาแน่นเชิงปริมาตรของพลังงานสนามแม่เหล็ก :  $\omega_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} (3.6e)$

- ความหนาแน่นของกระแสกระจัด (Displacement current density) :  $\vec{j}_{dis} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} (3.6f)$

- สมการของแมกซ์เวลล์ในรูปแบบดิฟเฟอเรนเชียล :  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho (3.6g)$  โดยที่  $\vec{\nabla} \times$  คือเคิร์ล และ  $\vec{\nabla} \cdot$  คือไดเวอร์เจนซ์

- สูตรการแปลงสนามจากกรอบอ้างอิง  $\Sigma$  ไปเป็นกรอบอ้างอิง  $\Sigma'$  ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\vec{v}_0$  เมื่อเทียบกับอับแรก : ในกรณีที่  $v_0 \ll c$   $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v}_0 \times \vec{B}, \vec{B}' = \vec{B} - \frac{\vec{v}_0 \times \vec{E}}{c^2} (3.6h)$

$$\text{ในกรณีทั่วไป } \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}, \vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}, \vec{E}'_{\perp} = \frac{\vec{E}_{\perp} + \vec{v}_0 \times \vec{B}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}, \vec{B}'_{\perp} = \frac{\vec{B}_{\perp} - \frac{\vec{v}_0 \times \vec{E}}{c^2}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} (3.6i)$$

โดยที่เครื่องหมาย  $\parallel$  และ  $\perp$  แสดงถึงองค์ประกอบของสนามที่ขนานและตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของกรอบ คือเวกเตอร์  $\vec{v}_0$  ตามลำดับ

### 3.7 การเคลื่อนที่ของอนุภาคมีประจุในสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า

• แรงลอเรนตซ์ :  $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$  (3.7a)

• การเคลื่อนที่เชิงสัมพัทธภาพของอนุภาค :  $\frac{d}{dt} \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \vec{F}$  (3.7b)

• คาบของการวนครบรอบของประจุในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ :  $T = \frac{2\pi m}{qB}$  (3.7c) โดยที่

$m$  คือมวลสัมพัทธภาพของอนุภาค,  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$

• เงื่อนไขเบตาตรอน คือเงื่อนไขสำหรับอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมภายในเครื่องเร่งเบตาตรอน

:  $B_0 = \frac{1}{2} \langle B \rangle$  (3.7d) โดยที่  $B_0$  คือสนามแม่เหล็กที่จุดของวงโคจร และ  $\langle B \rangle$  คือค่าเฉลี่ยของสนามแม่เหล็กภายใน