

电路理论

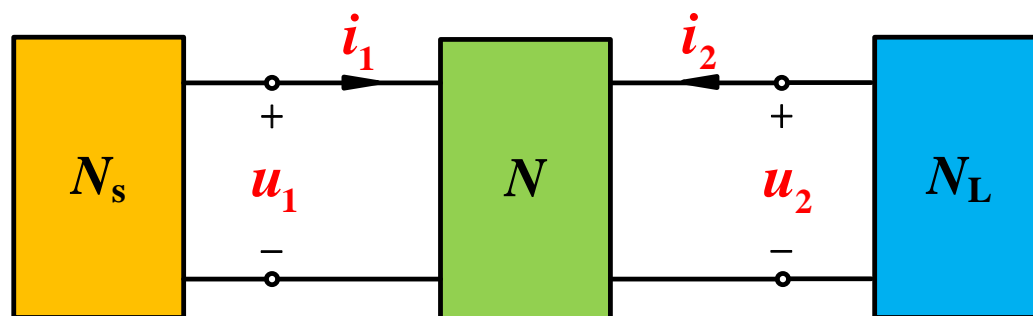
Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络 (Two-port Network)

§ 5.5 端口分析法



§ 5.5 端口分析法



双口网络应用的典型电路

解题思路

借助等效电路分析

借助电路方程分析

单口网络 N_s 的端口方程 1个

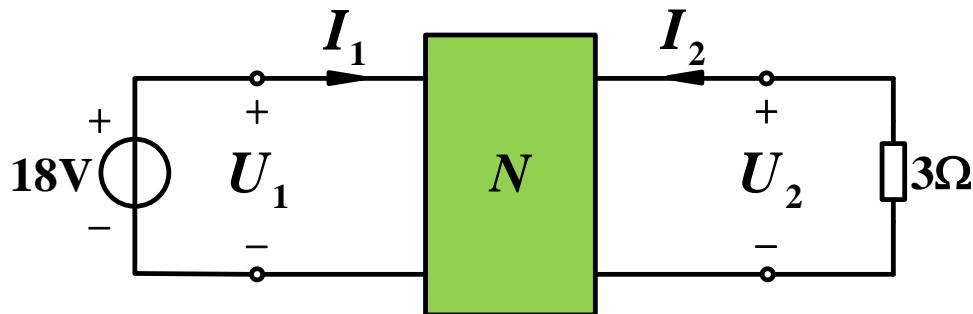
双口网络 N 的端口方程 2个

单口网络 N_L 的端口方程 1个

端口分析法

§ 5.5 端口分析法

【例1】 已知双口网络 N 的开路电阻参数为 $R = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \Omega$
试求电流 I_1 和 I_2 。

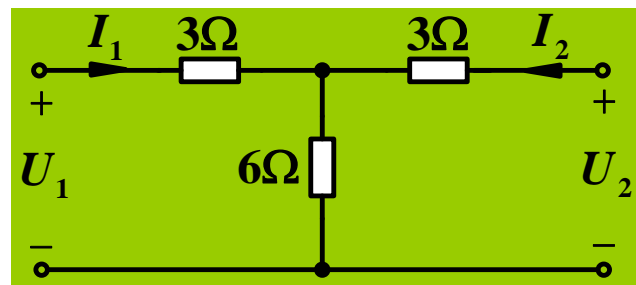


解:

法一：利用等效电路求解

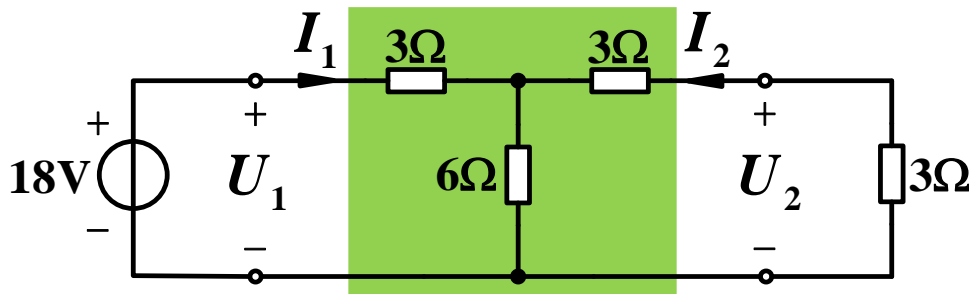
$$R = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \Omega$$

构造



§ 5.5 端口分析法

【例1】 已知双口网络 N 的开路电阻参数为 $R = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \Omega$
试求电流 I_1 和 I_2 。



解:

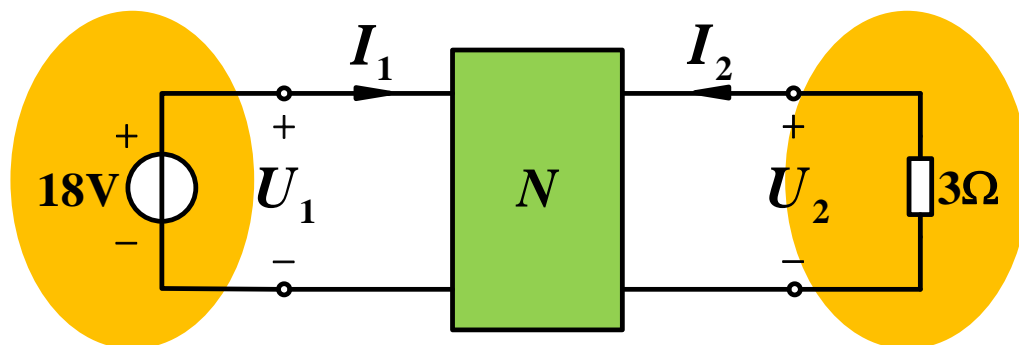
法一：利用等效电路求解

$$I_1 = \frac{18}{3 + 6 // (3 + 3)} = 3\text{A}$$

$$I_2 = -\frac{1}{2}I_1 = -\frac{1}{2} \times 3 = -1.5\text{A}$$

§ 5.5 端口分析法

【例1】已知双口网络 N 的开路电阻参数为 $R = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \Omega$
试求电流 I_1 和 I_2 。



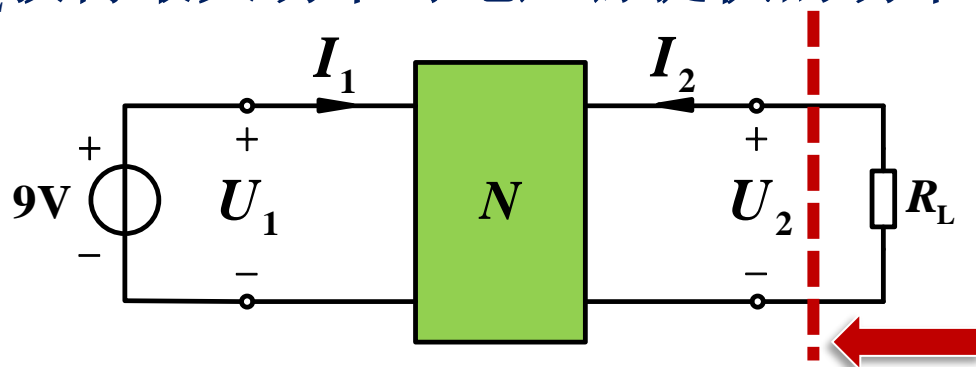
解：

法二：利用端口分析法求解

$$\begin{array}{l} \text{由 } R \text{ 参数} \end{array} \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} U_1 = 9I_1 + 6I_2 \\ U_2 = 6I_1 + 9I_2 \\ U_1 = 18 \\ U_2 = -3I_2 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{联立}} \left\{ \begin{array}{l} U_1 = 18\text{V} \\ U_2 = 4.5\text{V} \\ I_1 = 3\text{A} \\ I_2 = -1.5\text{A} \end{array} \right.$$

§ 5.5 端口分析法

【例2】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求 R_L 获得最大功率时电压源提供的功率。



解:

(1) 求 R_L (即求: 戴维南等效电阻 R_{eq})

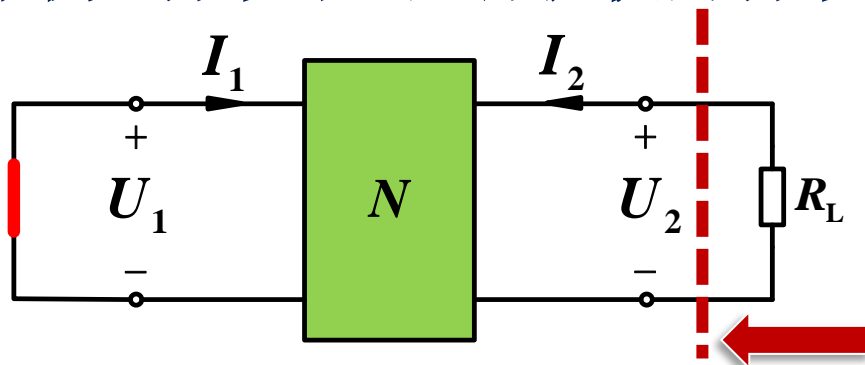
由 T 参数 $\rightarrow \begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 6I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \end{cases}$

电压源置零: $U_1 = 0V$

戴维南等效

§ 5.5 端口分析法

【例2】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求 R_L 获得最大功率时电压源提供的功率。



解：

(1) 求 R_L (即求：戴维南等效电阻 R_{eq})

由 T 参数 $\rightarrow \begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 6I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \end{cases}$

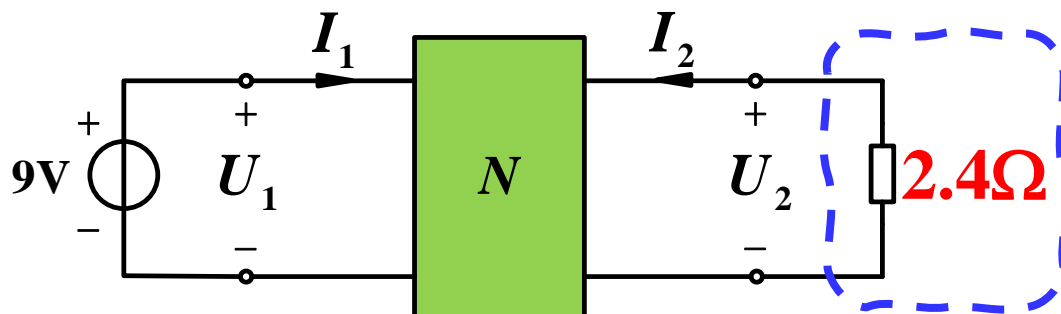
电压源置零： $U_1 = 0V$

$2.5U_2 - 6I_2 = 0$

$R_L = R_{eq} = \frac{U_2}{I_2} = 2.4\Omega$

§ 5.5 端口分析法

【例2】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求 R_L 获得最大功率时电压源提供的功率。



解:

(2) 求电压源提供的功率

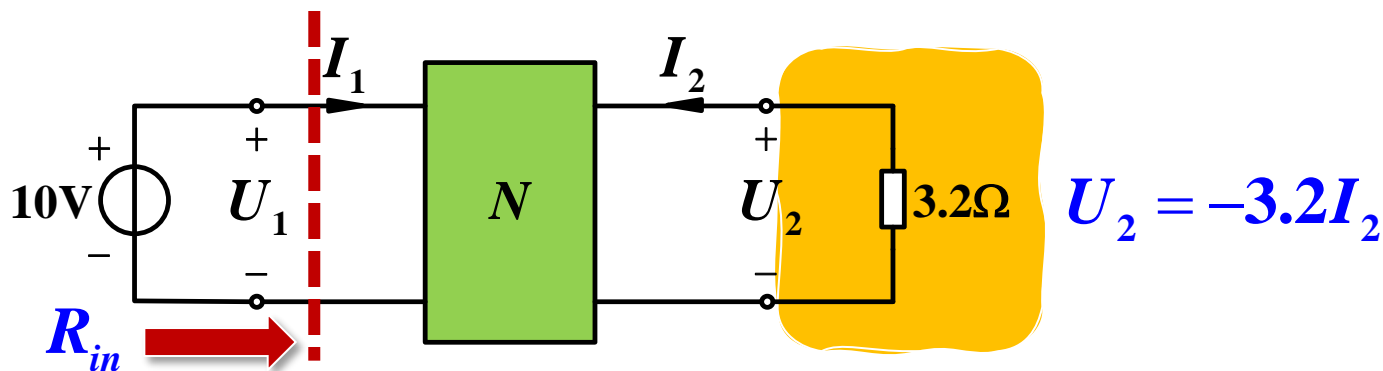
端口方程:
$$\begin{cases} U_1 = 9 \\ U_1 = 2.5U_2 - 6I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \\ U_2 = -2.4I_2 \end{cases} \Rightarrow I_1 = 2.1\text{A}$$

电压源提供功率:

$$P_s = 9I_1 = 18.9\text{W}$$

§ 5.5 端口分析法

【例3】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 8 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求电压源提供的功率。



解:

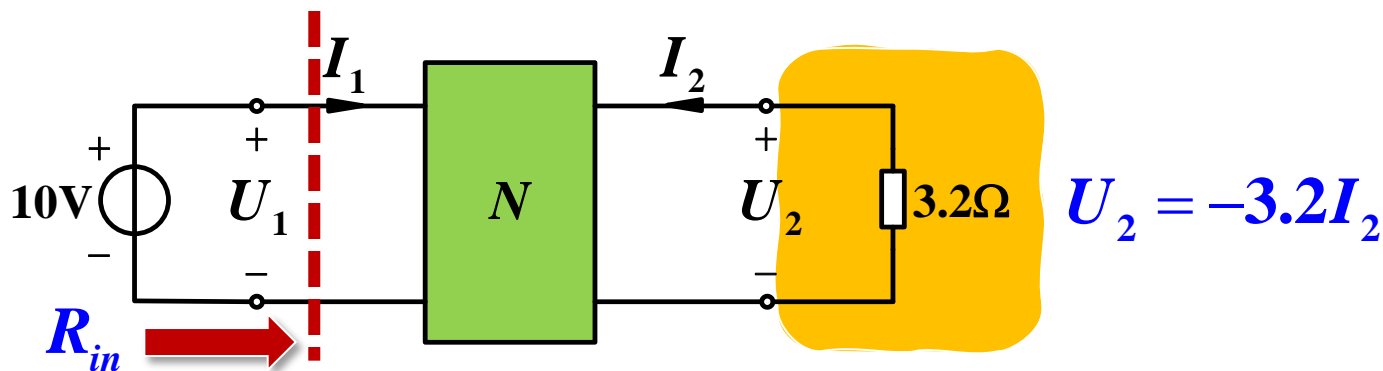
(1) 求1端口输入电阻

由 T 参数 $\rightarrow \begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 8I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \end{cases}$

输入电阻 $R_{in} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2.5U_2 - 8I_2}{0.5U_2 - 1.6I_2} = \frac{2.5\frac{U_2}{-I_2} + 8}{0.5\frac{U_2}{-I_2} + 1.6} = 5\Omega$

§ 5.5 端口分析法

【例3】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 8 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求电压源提供的功率。



解:

(1) 求1端口输入电阻

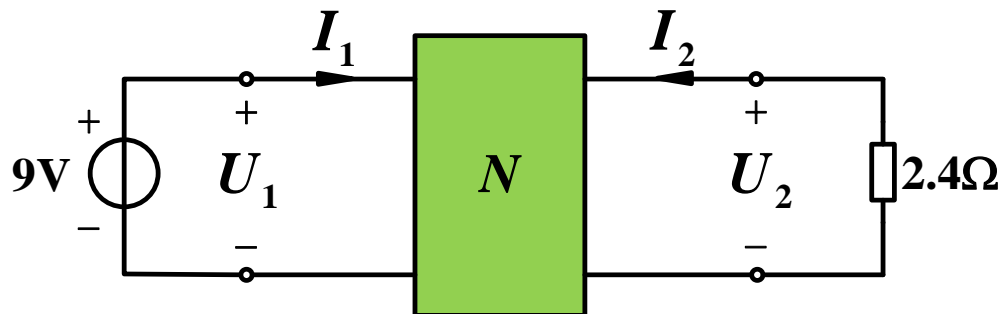
$$\text{输入电阻 } R_{in} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2.5U_2 - 8I_2}{0.5U_2 - 1.6I_2} = \frac{2.5 \frac{U_2}{-I_2} + 8}{0.5 \frac{U_2}{-I_2} + 1.6} = 5\Omega$$

(2) 求电压源提供的功率

$$P_s = \frac{10^2}{5} = 20\text{W}$$

§ 5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求电压源提供的功率。



解：思路：构造电路，变黑匣子为具体电路

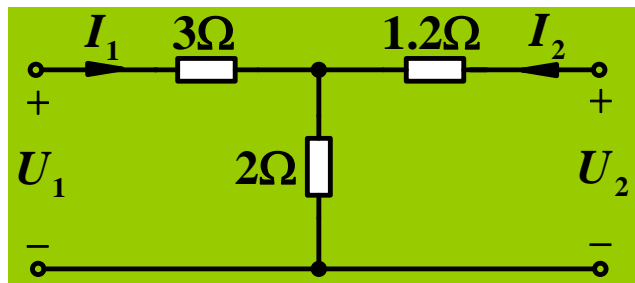
(方法1) 求开路电阻参数

由 T 参数 $\rightarrow \begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 6I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \end{cases}$

变形

开路电阻参数方程

$$\begin{cases} U_1 = 5I_1 + 2I_2 \\ U_2 = 2I_1 + 3.2I_2 \end{cases}$$

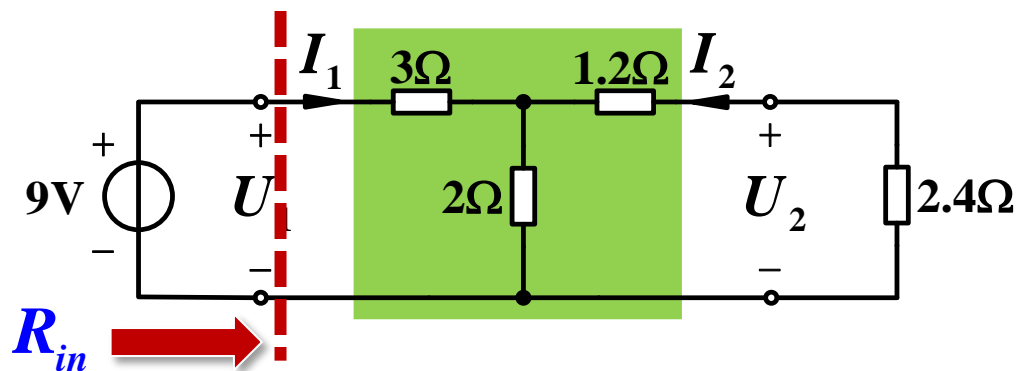


构造



§ 5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求电压源提供的功率。



解：思路：构造电路，变黑匣子为具体电路

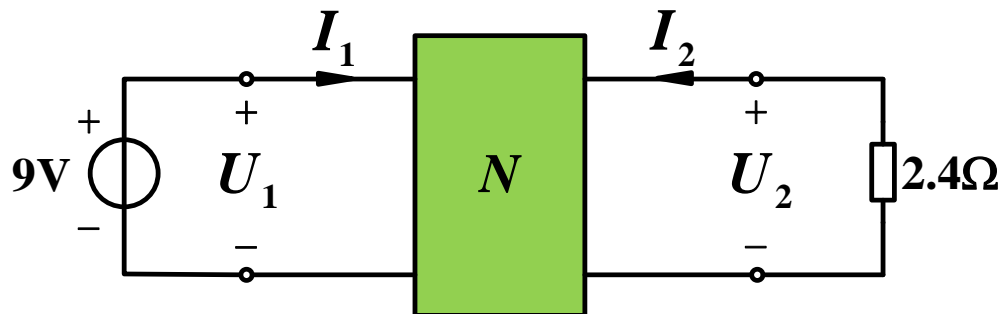
（方法1）求开路电阻参数

$$\text{输入电阻 } R_{in} = 3 + 2 // (1.2 + 2.4) = \frac{30}{7} \Omega$$

$$\text{电压源提供功率: } P_s = \frac{9^2}{30/7} = 18.9 \text{ W}$$

§ 5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求电压源提供的功率。



解：思路：构造电路，变黑匣子为具体电路

（方法2）求短路电导参数

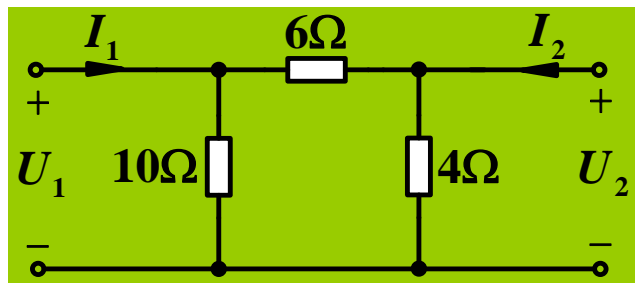
由 T 参数 $\rightarrow \begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 6I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \end{cases}$

变形

短路电导参数方程

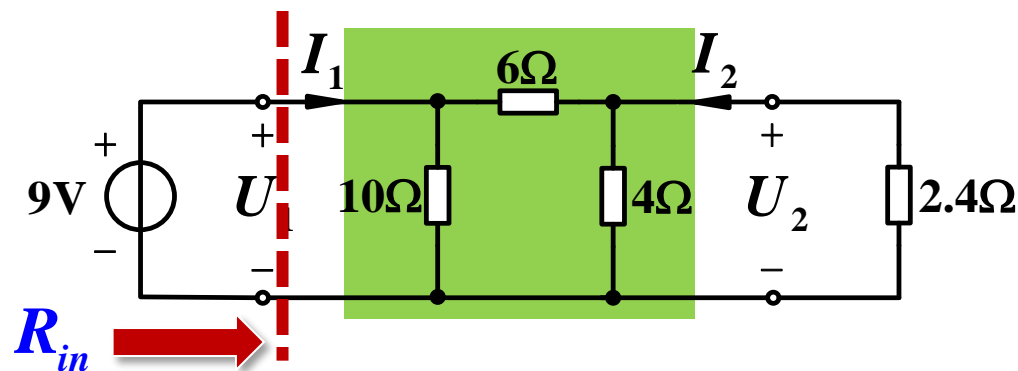
$$\begin{cases} I_1 = \frac{4}{15}U_1 - \frac{1}{6}U_2 \\ I_2 = -\frac{1}{6}U_1 + \frac{5}{12}U_2 \end{cases}$$

构造



§ 5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络 N 的传输参数矩阵为 $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$
求电压源提供的功率。



解：思路：构造电路，变黑匣子为具体电路

(方法2) 求短路电导参数

$$\text{输入电阻 } R_{in} = 10 // (6 + 4 // 2.4) = \frac{30}{7} \Omega$$

$$\text{电压源提供功率: } P_s = \frac{9^2}{30/7} = 18.9 \text{ W}$$

电路理论

Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络 (Two-port Network)

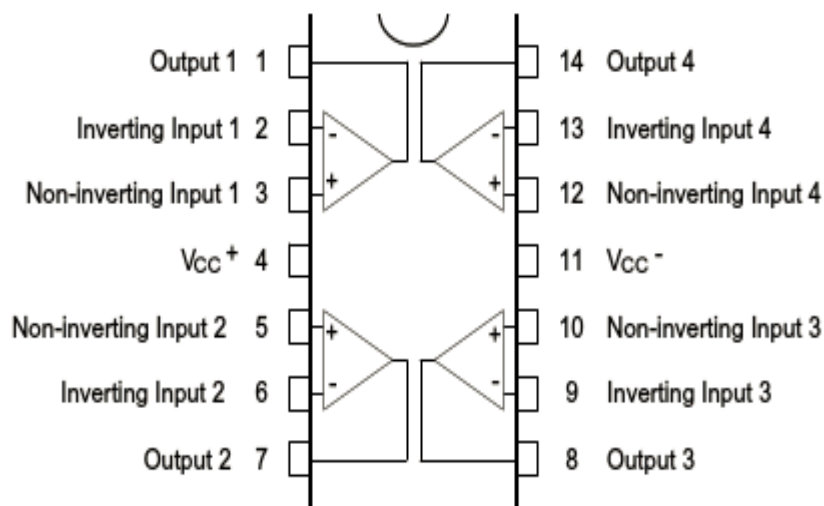
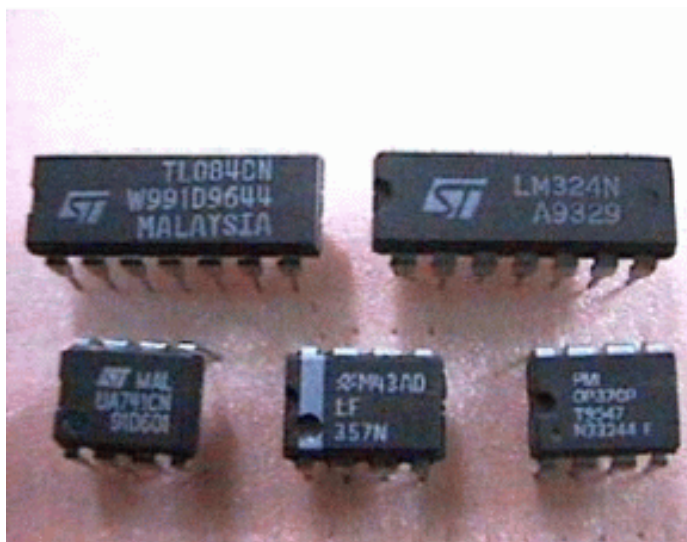
§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析



§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器（Operational Amplifier, Op Amp）

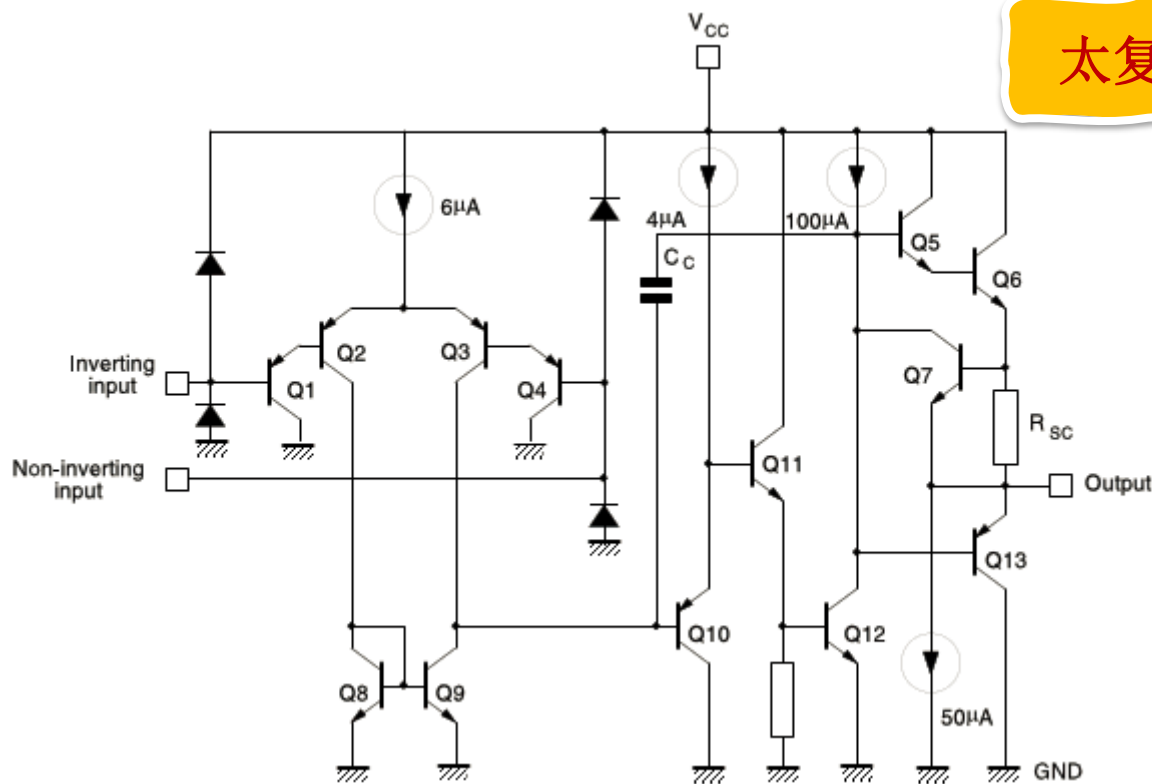
运算放大器是能够实现压控电压源特性的多端实际器件，其能够完成加法、微分、积分等数学运算。



除了供电端，只有四个端子与外部电路相连。

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器（Operational Amplifier, Op Amp）



太复杂了吧！



运放元件的内部电路构成

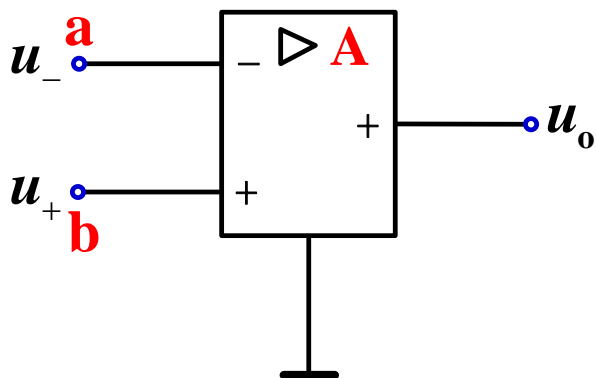
后续课程《模拟电子技术基础》中会详细讨论。

本课程只讨论其端口特性。



§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器 (Operational Amplifier, Op Amp)



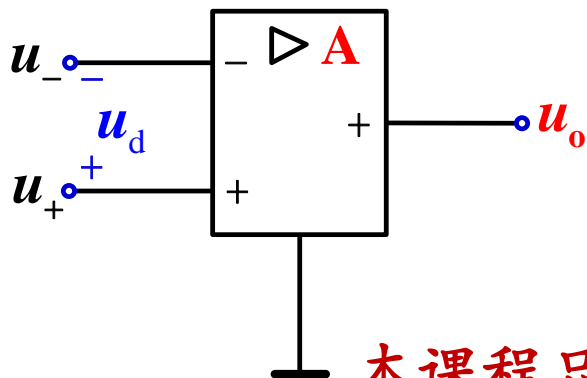
a: 反相输入端

b: 同相输入端

A: 开环电压增益

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器 (Operational Amplifier, Op Amp)



a: 反相输入端

b: 同相输入端

A: 开环电压增益

本课程只讨论Op Amp运行于线性区的情况

传输特性分为三个区域:

(1) 线性工作区

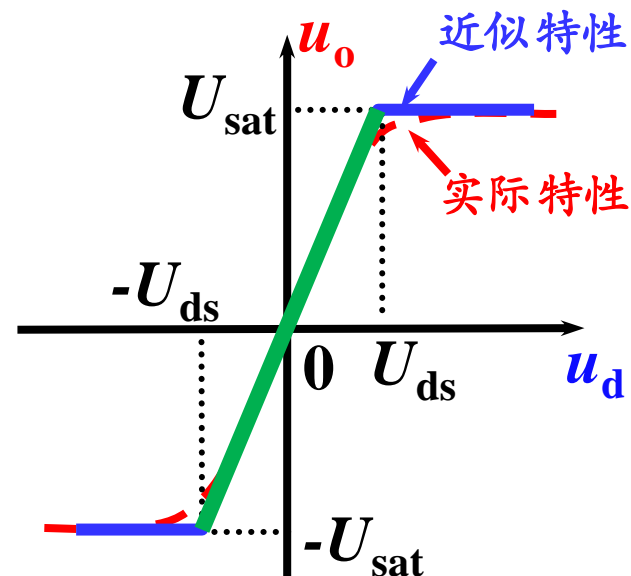
$$|u_d| < U_{ds}, \text{ 则 } u_o = Au_d$$

(2) 正向饱和区

$$u_d > U_{ds}, \text{ 则 } u_o = U_{sat}$$

(3) 反向饱和区

$$u_d < -U_{ds}, \text{ 则 } u_o = -U_{sat}$$



运算放大器的传输特性曲线

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器（Operational Amplifier, Op Amp）



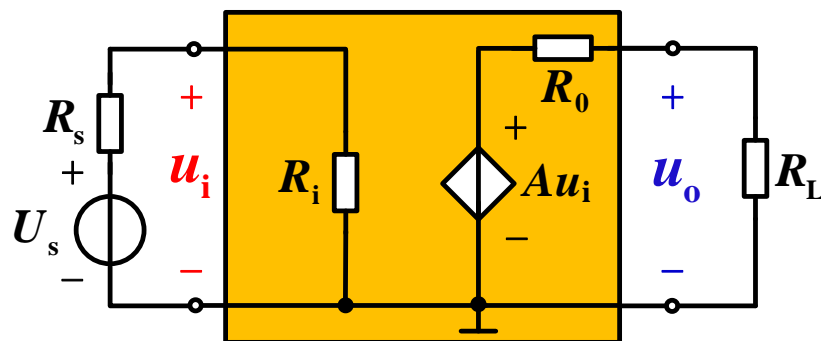
开环电压增益 (A_u) : $A_u = \frac{u_o}{u_i}$

输入电阻 (R_i) : 从 u_i 端口向输出端方向看进去，
一端口网络（含电阻和受控源）的等效电阻。

输出电阻 (R_o) : 从 u_o 端口向输入端方向看进去（ u_s 短路），
一端口网络（含电阻和受控源）的等效电阻。

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器 (Operational Amplifier, Op Amp)



放大电路的电路模型



开环电压增益 (A_u) : $A_u = \frac{u_o}{u_i}$

R_i 和 R_o 数值的大小
应如何设计?

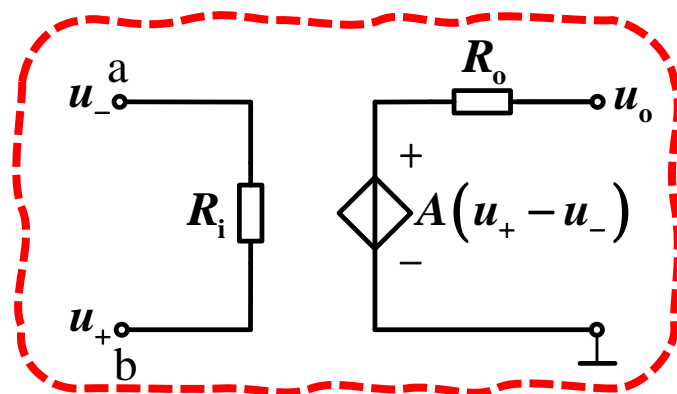
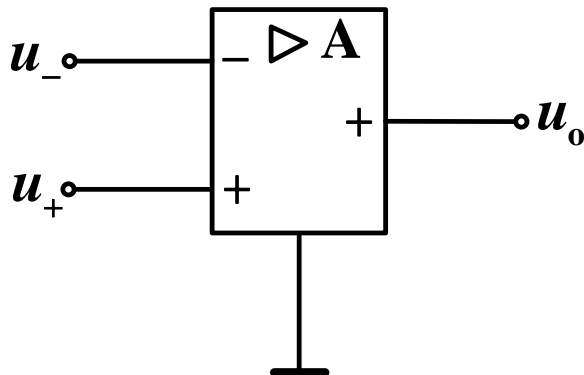
输入电阻 (R_i) : 从 u_i 端口向输出端方向看进去,
一端口网络 (含电阻和受控源) 的等效电阻。

输出电阻 (R_o) : 从 u_o 端口向输入端方向看进去 (u_s 短路),
一端口网络 (含电阻和受控源) 的等效电阻。

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器 (Operational Amplifier, Op Amp)

实际运放的电路模型



低频电路模型

R_i : 输入电阻 ($M \Omega$ 量级)

R_o : 输出电阻 (Ω 量级)

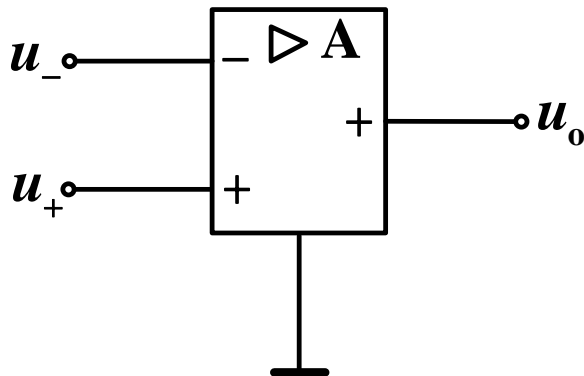
A : 开环电压增益 $10^5 \sim 10^8$

当: $u_+ = 0$, 则 $u_o = -Au_-$

当: $u_- = 0$, 则 $u_o = Au_+$

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器 (Operational Amplifier, Op Amp)

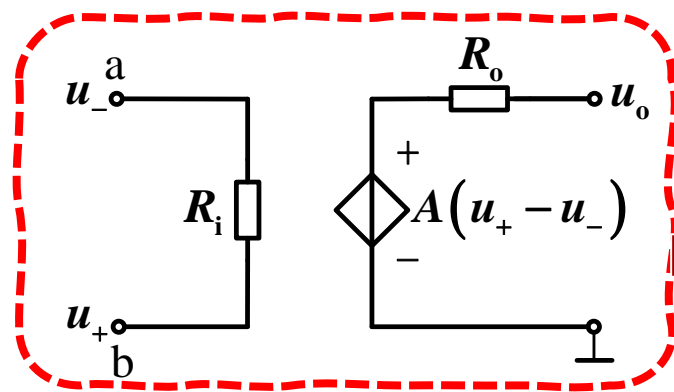


★ 理想化:

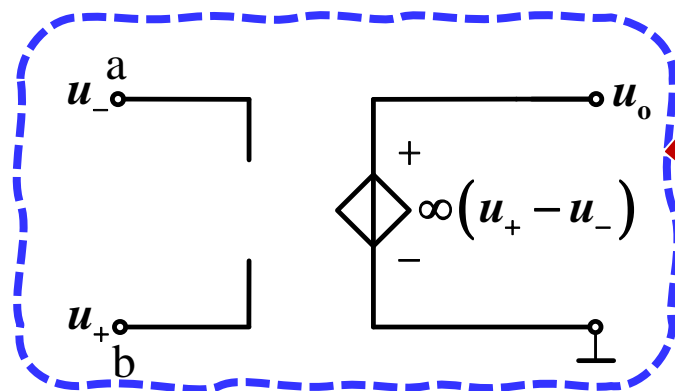
R_i : 输入电阻 ($R_i \rightarrow \infty$)

R_o : 输出电阻 ($R_o = 0$)

A : 开环放大倍数 ($A \rightarrow \infty$)



低频电路模型

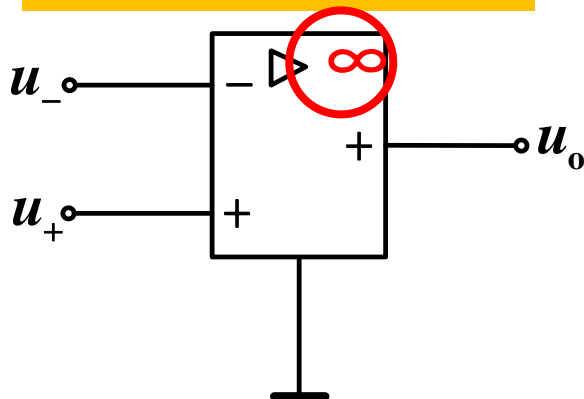


理想运放模型

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

一、运算放大器 (Operational Amplifier, Op Amp)

理想运算放大器

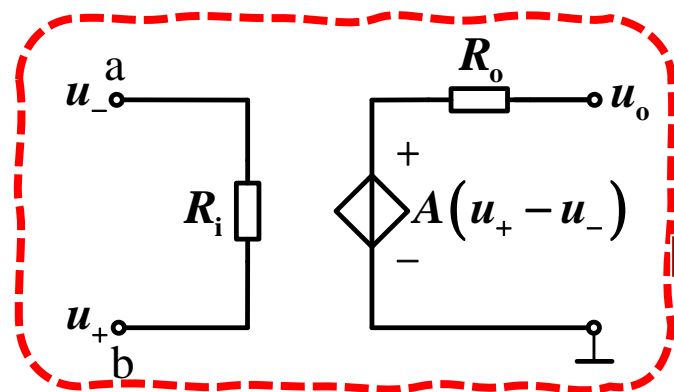


★ 理想化:

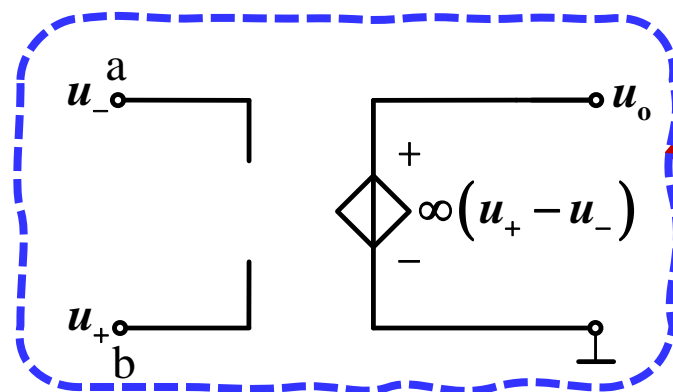
R_i : 输入电阻 ($R_i \rightarrow \infty$)

R_o : 输出电阻 ($R_o = 0$)

A : 开环放大倍数 ($A \rightarrow \infty$)



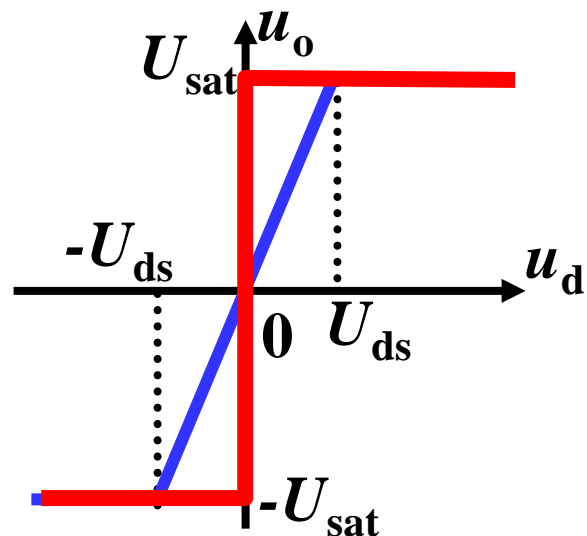
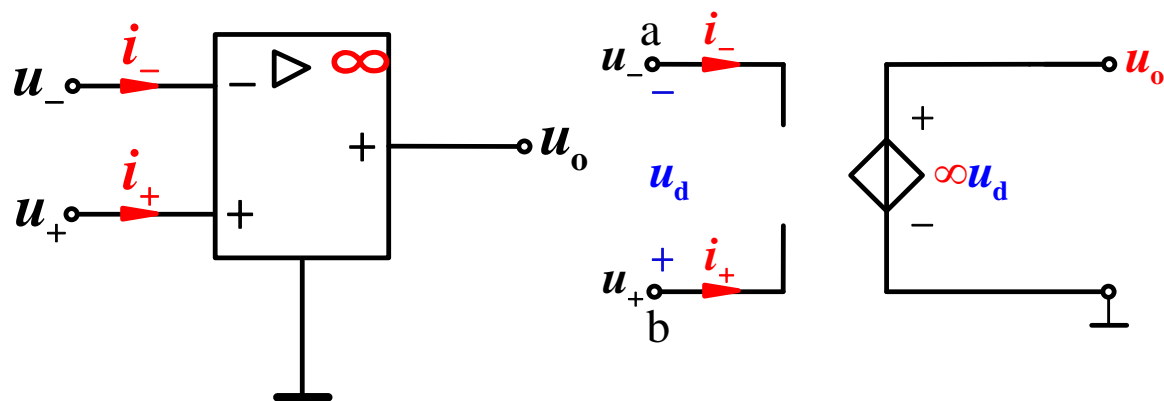
低频电路模型



理想运放模型

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

理想运放 (Ideal Op Amp) 及其外特性



$$u_o = Au_d \longrightarrow u_o = \infty u_d \longrightarrow u_d = (u_+ - u_-) \rightarrow 0$$

虚短：即 $u_+ = u_-$ ，两个输入端之间相当于短路。

但是实际上并未短路

虚断： $i_+ = 0, i_- = 0$ 。即从输入端看进去，相当于断路。

但是实际上并未断路



虚短、虚断是电压、电流同时为零，
与通常的**短路和开路**有所不同。

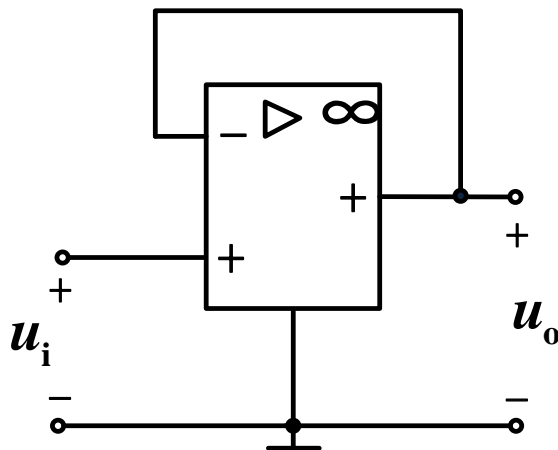
§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

二、含理想运放电阻电路的分析

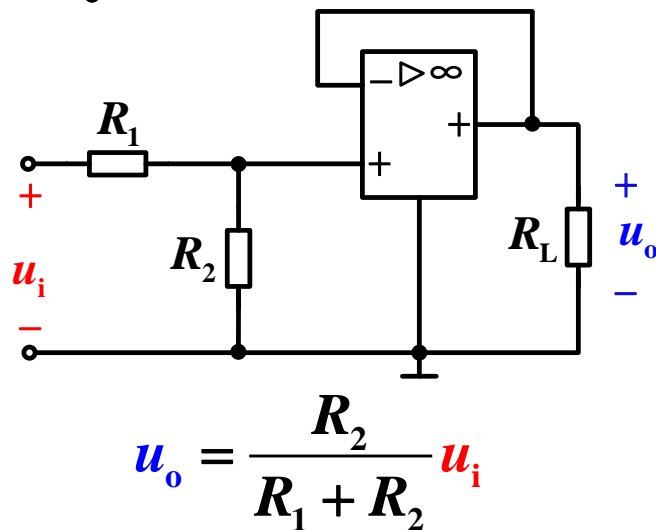
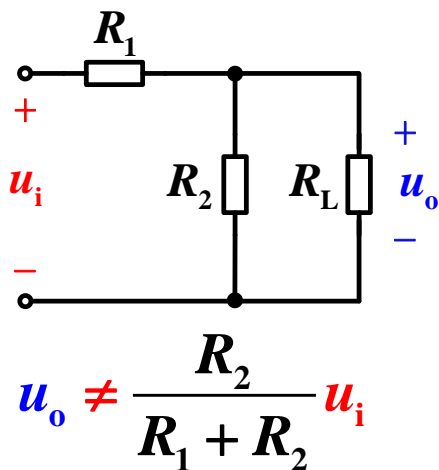
这有啥用啊？！



电压跟随器



$$u_o = u_i$$

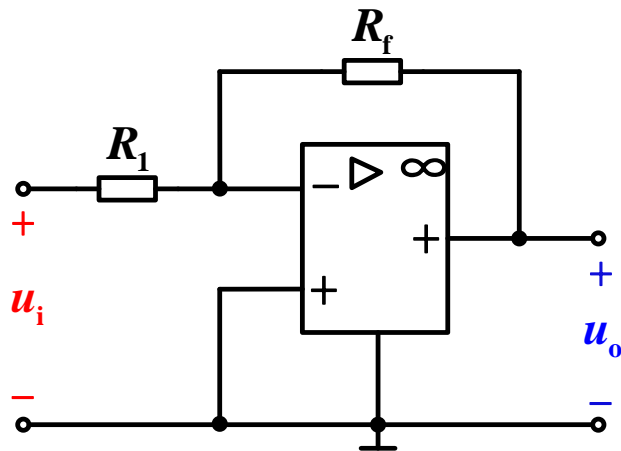


电压跟随器的作用：在电路中起隔离前、后两级电路的作用。



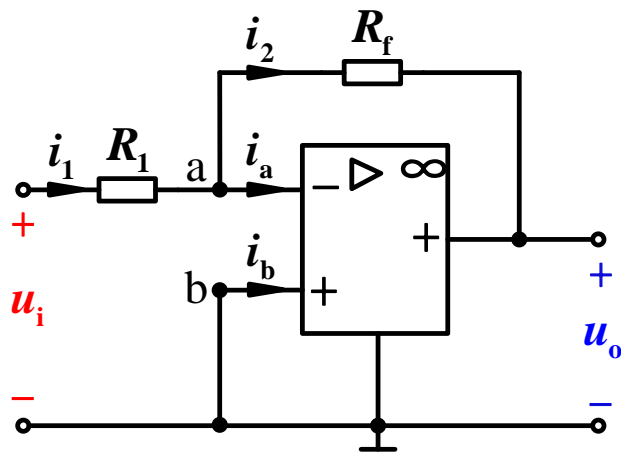
§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

二、含理想运放电阻电路的分析



§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

二、含理想运放电阻电路的分析



反比例放大器

由“虚短” $u_a = u_b = 0$

由“虚断” $i_a = 0, i_b = 0, i_2 = i_1$

$$i_1 = u_i / R_1$$

$$i_2 = -u_o / R_f$$

$$\frac{u_i}{R_1} = -\frac{u_o}{R_f}$$

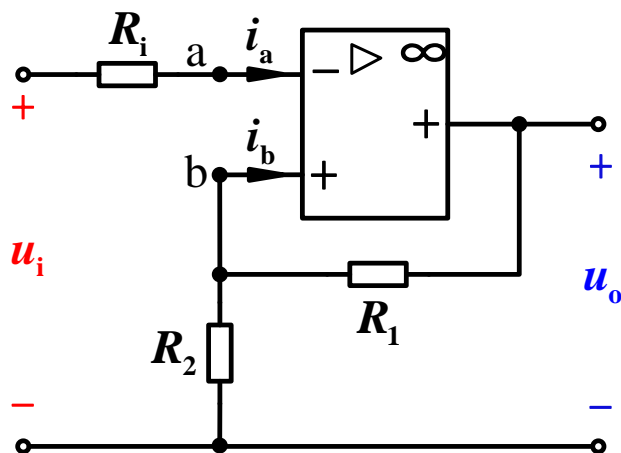
$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_i$$



- (1) R_f 接在输出端和反相输入端，称为**负反馈**。
- (2) 反馈电路中，信号接入反相输入端，则**输出输入反相**。
- (3) 当 R_1 和 R_f 确定后，为使 u_o 不超过饱和电压(即保证工作在线性区)，应对 u_i 有一定限制。

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

二、含理想运放电阻电路的分析



同相比例放大器

由“虚断” $i_a=0, i_b=0$

由“虚短” $u_a = u_b$

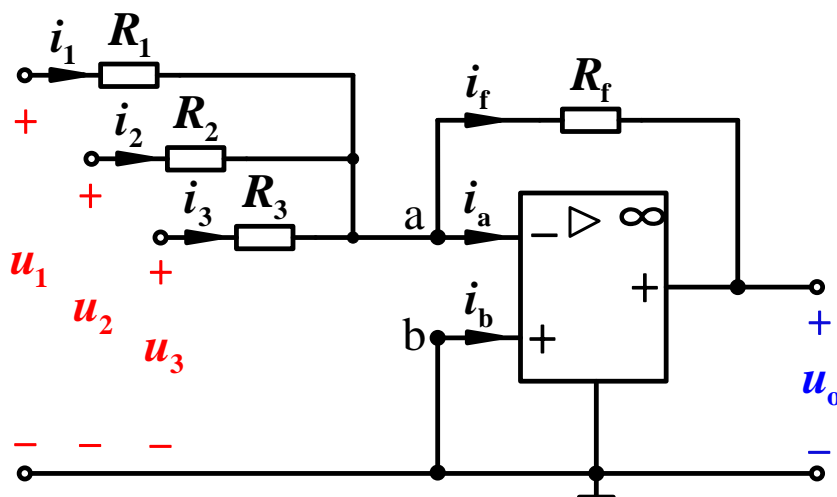
$$u_i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_o$$

$$u_o = \frac{R_1 + R_2}{R_2} u_i = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_i$$

$$u_o = 1 + \frac{R_1}{R_2} u_i$$

§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

二、含理想运放电阻电路的分析



反相加法器

由“虚断” $i_a=0$, $i_b=0$

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_f$$

由“虚短” $u_a = u_b = 0$

$$\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} = -\frac{u_o}{R_f}$$

$$u_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}u_1 + \frac{R_f}{R_2}u_2 + \frac{R_f}{R_3}u_3\right)$$

请课下自行设计一个减法器。

[1] B.Carter. 运算放大器权威指南:第4版. 北京: 人民邮电出版社, 2014.

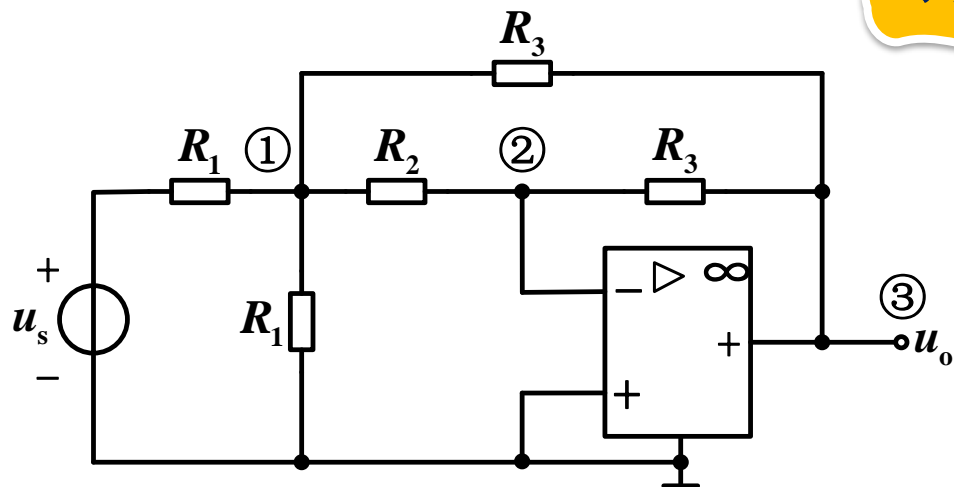
[2] S.Franco. 基于运算放大器和模拟集成电路的电路设计. 西安: 西安交通大学出版社, 2004.



§ 5.6 含运算放大器的电阻电路分析

二、含理想运放电阻电路的分析

直接利用虚短虚断可以求解 u_o 吗？



由“虚短” $u_+ = u_- = 0$

$$u_{n2} = 0$$

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_3} u_{n3} = \frac{u_s}{R_1} \\ -\frac{1}{R_2} u_{n1} - \frac{1}{R_3} u_{n3} = 0 \end{cases}$$

列写节点①、②的节点电压方程

$$\left(\frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_2} u_{n2} - \frac{1}{R_3} u_{n3} = \frac{u_s}{R_1}$$

$$-\frac{1}{R_2} u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_{n2} - \frac{1}{R_3} u_{n3} = 0$$

$$u_o = -\frac{R}{R_1} u_s$$

$$\text{其中: } R = \frac{2R_2}{R_1 R_3} + \frac{2}{R_3} + \frac{R_2}{R_3^2}$$

电路理论

Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络 (Two-port Network)

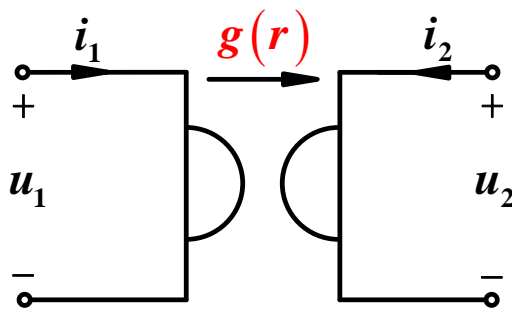
§ 5.7 回转器



§ 5.7 回转器

一、回转器

回转器是一种**双口电阻**元件，可以用晶体电路或运算放大器来实现。



r : 回转电阻

g : 回转电导

$$r = \frac{1}{g}$$

回转器的电路符号

端口电压电流关系: $\left. \begin{matrix} u_1 = -ri_2 \\ u_2 = ri_1 \end{matrix} \right\}$ 或 $\left. \begin{matrix} i_1 = gu_2 \\ i_2 = -gu_1 \end{matrix} \right\}$

矩阵形式: $\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$ 或 $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$

§ 5.7 回转器

二、回转器的特性

1. 回转器为**线性非互易**的双口元件。

$$R_{12} \neq R_{21}$$

2. 回转器为**无源元件**。

(既不发出功率，也不消耗功率)

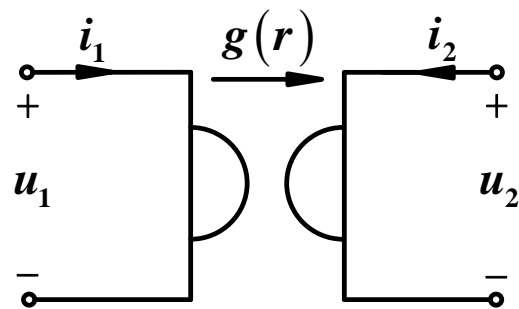
$$u_1 i_1 + u_2 i_2 = -r i_1 i_2 + r i_1 i_2 = 0$$

3. 回转器具有**容感倒逆特性**。

$$i_2 = -C \frac{du_2}{dt}$$

$$u_1 = -r i_2 = rC \frac{du_2}{dt} = r^2 C \frac{di_1}{dt}$$

$$L = r^2 C$$



回转器

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

