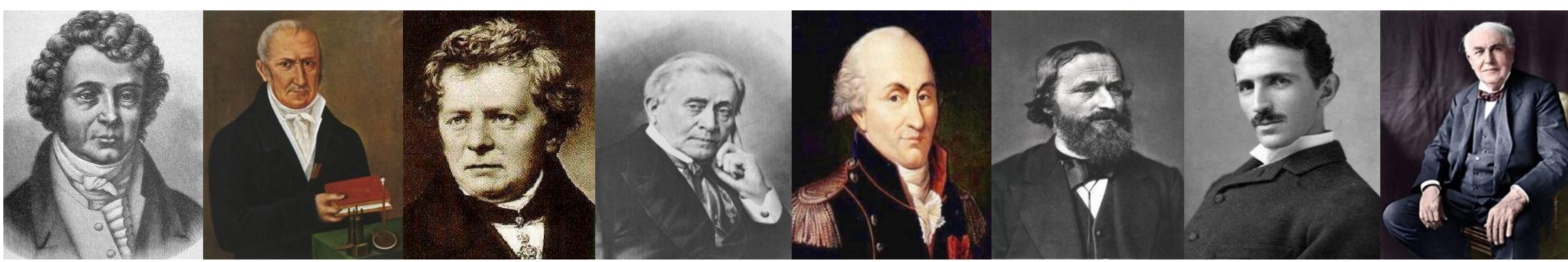
电路理论

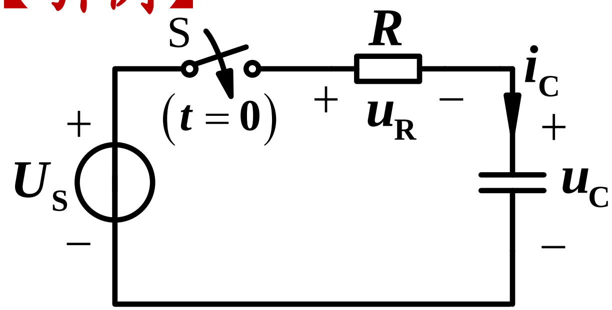
Principles of Electric Circuits

第七章 线性动态电路的时域分析

§7.5 线性特性和时不变特性



【引例】



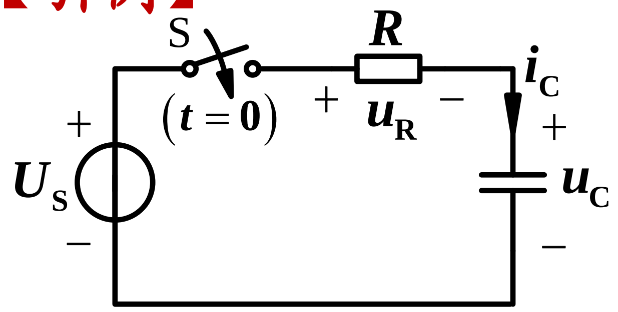
已知 $u_C(0_-)=U_0$，求开关闭合后的$u_C(t)$。

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(0_+)=U_0 \qquad u_C(\infty)=U_S \qquad \tau=RC$$

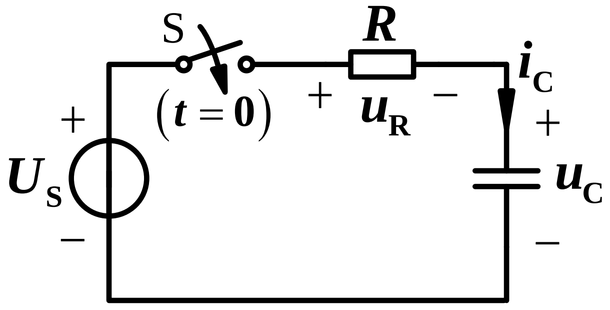
§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

【引例】



已知 $u_C(0_-)=U_0$，求开关闭合后的$u_C(t)$。

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$



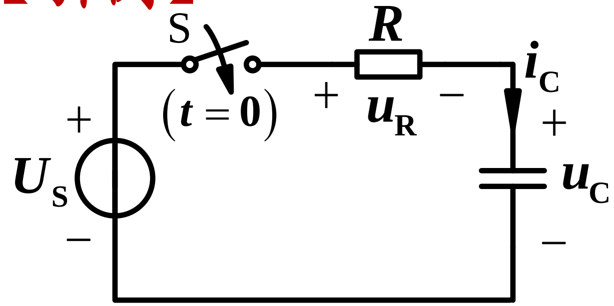
已知 $u_C(0_-)=0\text{V}$

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$u_C(0_+)=0$ $\quad$ $u_C(\infty)=U_S$ $\quad$ $\tau=RC$

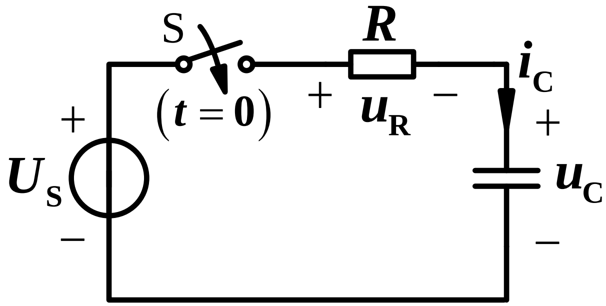
§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

【引例】



已知 $u_C(0_-)=U_0$，求开关闭合后的$u_C(t)$。

$$u_C(t)=U_S+\left(U_0-U_S\right)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$



已知 $u_C(0_-)=0\mathrm{V}$

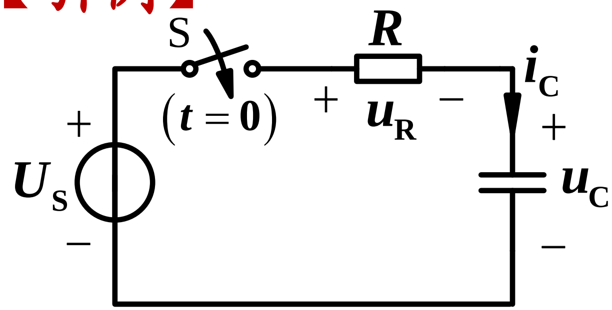
零状态响应

（储能元件无初始储能）

$$u_C(t)=U_S+\left(0-U_S\right)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$

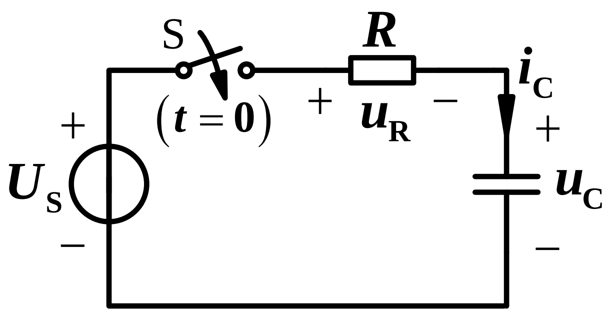
§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

【引例】



已知 $u_C(0_-)=U_0$，求开关闭合后的$u_C(t)$。

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$

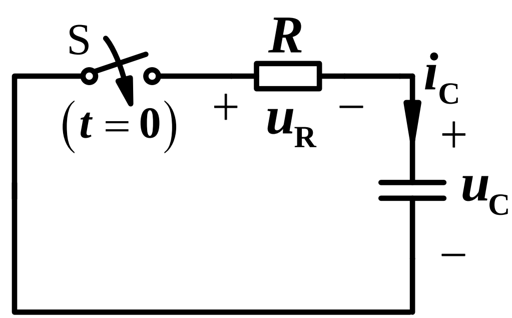


已知 $u_C(0_-)=0\text{V}$

零状态响应

（储能元件无初始储能）

$$u_C(t)=U_S+(0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$



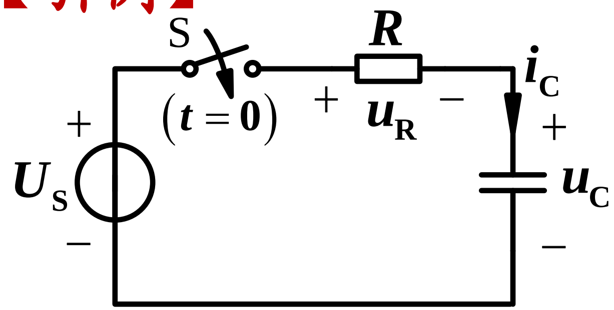
已知 $u_C(0_-)=U_0$

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(0_+)=U_0\qquad u_C(\infty)=0\qquad \tau=RC$$

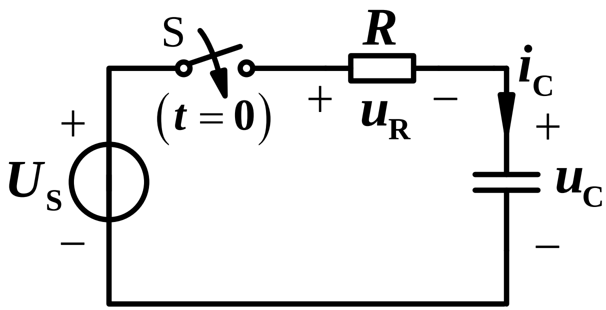
§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

【引例】



已知 $u_C(0_-)=U_0$，求开关闭合后的$u_C(t)$。

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$

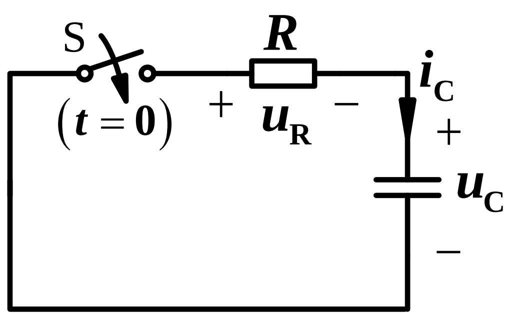


已知 $u_C(0_-)=0\text{V}$

零状态响应

（储能元件无初始储能）

$$u_C(t)=U_S+(0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$



已知 $u_C(0_-)=U_0$

零输入响应

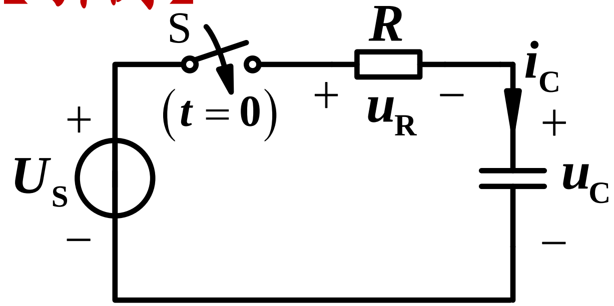
（无外加电源）

$$u_C(t)=U_0e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$

§ 7.5 线性特性和时不变特性

发现了什么？
弹幕

【引例】

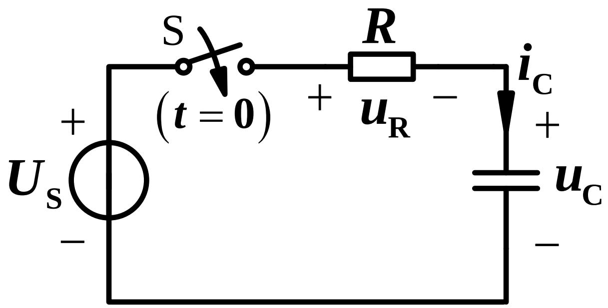


已知 $u_C(0_-)=U_0$，求开关闭合后的$u_C(t)$。

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\ge 0)$$

全响应

=



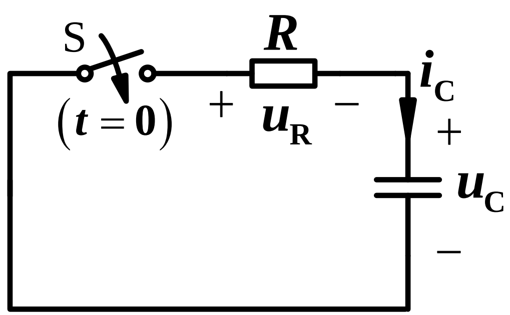
已知 $u_C(0_-)=0\text{V}$

零状态响应

（储能元件无初始储能）

$$u_C(t)=U_S+(0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\ge 0)$$

+



已知 $u_C(0_-)=U_0$

零输入响应

（无外加电源）

$$u_C(t)=U_0e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\ge 0)$$

★ 叠加

§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

零输入响应： 无外加激励，仅由L、C初始储能引起的响应。

(zero-input response) (ZIR)

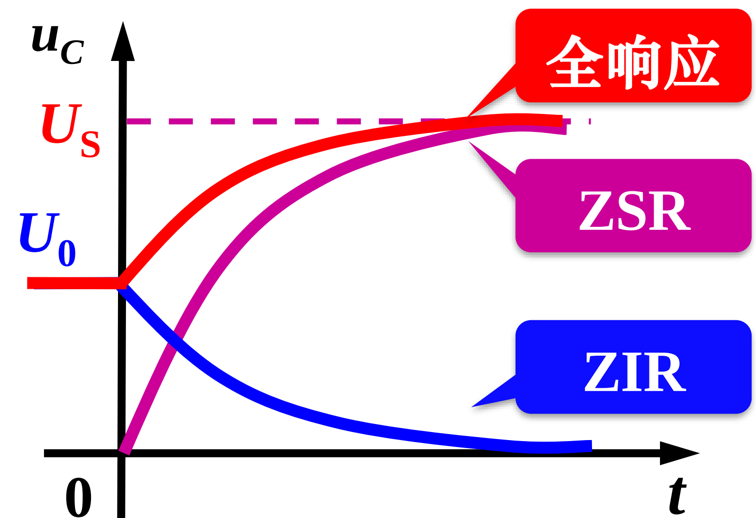
零状态响应： L、C无初始储能，仅由外加激励引起的响应。

(zero-state response) (ZSR)

全响应

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$

$$=\underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{零输入响应}}+\underbrace{U_S\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)}_{\text{零状态响应}}\quad(t\geq 0)$$



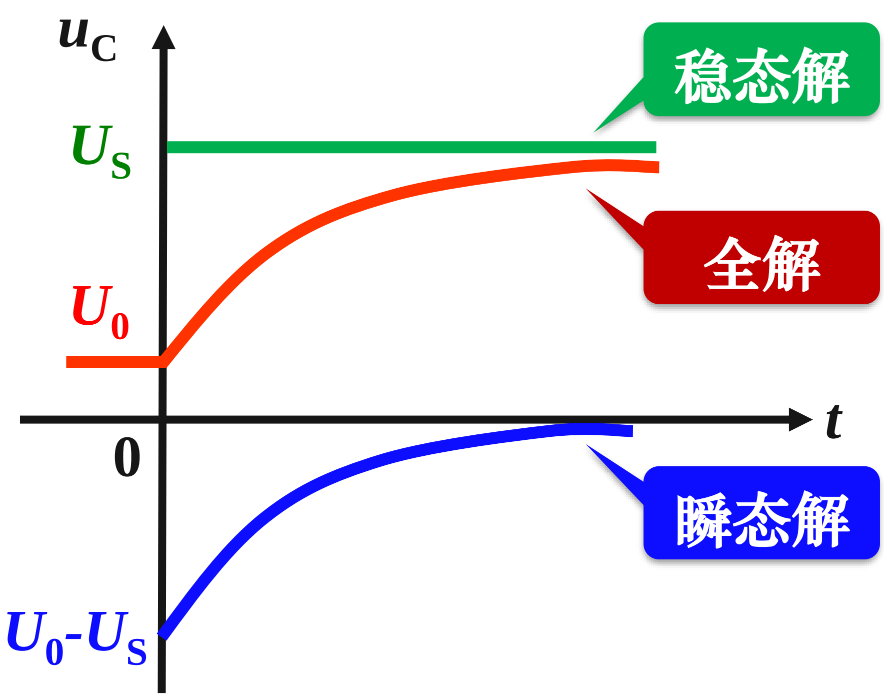
§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

$$u_C(t) = \underbrace{U_S}_{} + \underbrace{(U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}}}_{} \quad (t \geq 0)$$

全响应= 强制响应 + 自由响应

= 稳态响应 + 暂态响应 (有损耗电路)

数学视角
方程视角



§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

$$u_C(t)=\underbrace{U_S}+\underbrace{(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}}\quad(t\geq 0)$$

全响应= 强制响应 + 自由响应

= 稳态响应 + 暂态响应 (有损耗电路)

数学视角
方程视角

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{RC}}\quad(t\geq 0)$$

$$=\underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}}+\underbrace{U_S\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)}\quad(t\geq 0)$$

全响应=零输入响应 +零状态响应

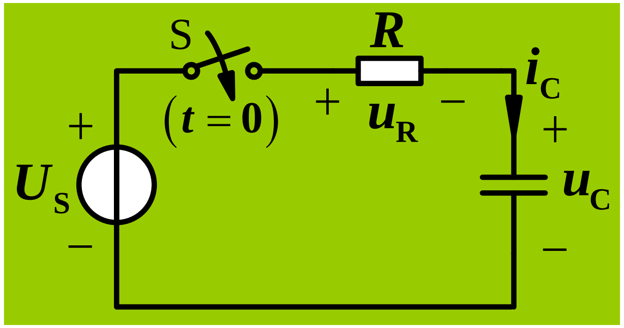
电路视角
能量视角

为何要如此划分，意义何在？？ 弹幕

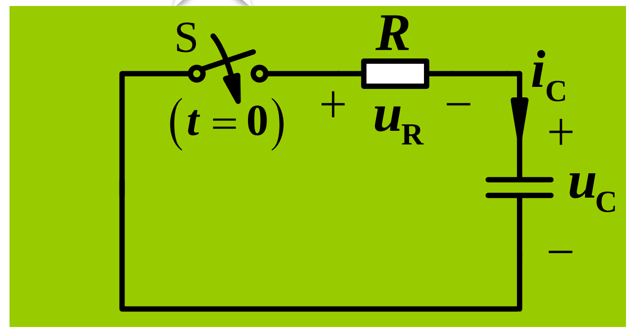
§ 7.5 线性特性和时不变特性——线性特性

全响应= 零输入响应 +零状态响应

★ 着眼：电路中的因果关系



$u_C(0_-)=0$



$u_C(0_-)=U_0$

零状态响应：$u_C=U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\ t\geq 0$

零输入响应：$u_C=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}\ t\geq 0$

激励	响应
U_S	$u_C=U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\ t\geq 0$
$2U_S$	$u_C=2U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\ t\geq 0$
$U_{S1}+U_{S2}$	$u_C=(U_{S1}+U_{S2})(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\ t\geq 0$

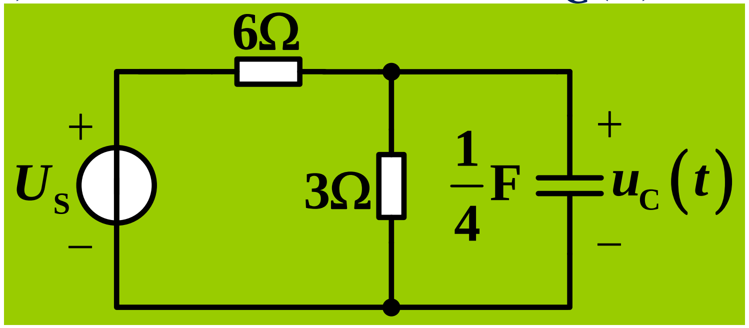
初始储能	响应
U_0	$u_C=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}\ t\geq 0$
$2U_0$	$u_C=2U_0e^{-\frac{t}{\tau}}\ t\geq 0$
$U_{01}+U_{02}$	$u_C=\left(U_{01}+U_{02}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}\ t\geq 0$

零状态线性关系

零输入线性关系

★ 该结论可以推广至动态电路中任一变量的零输入响应和零输入响应。

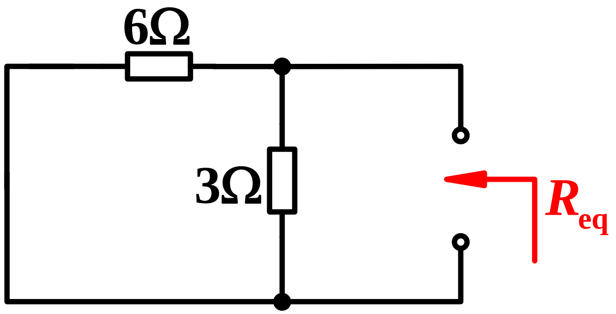
【例】1）U_S=18V，$u_C(0_-)$=−6V时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应； 2）U_S=36V，$u_C(0_-)$=−3V时，求全响应$u_C(t)$。



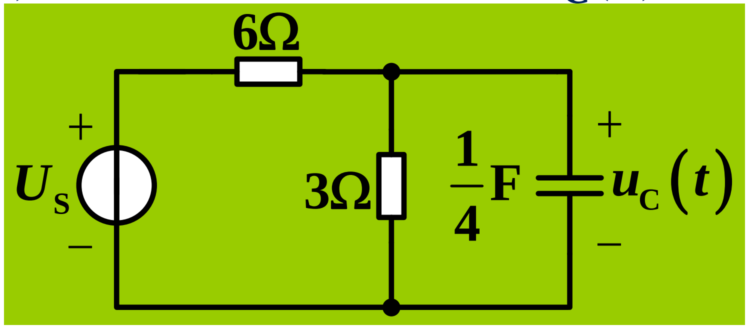
解： 1）求时间常数

$$R_{eq}=6//3=2\Omega$$

$$\tau=R_{eq}C=\frac{1}{2}\text{s}$$



【例】1）U_S=18V，$u_C(0_-)$=−6V时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应；2）U_S=36V，$u_C(0_-)$=−3V时，求全响应$u_C(t)$。



解： 1）求时间常数

$$R_{eq}=6//3=2\Omega$$

$$\tau=R_{eq}C=\frac{1}{2}\mathrm{s}$$

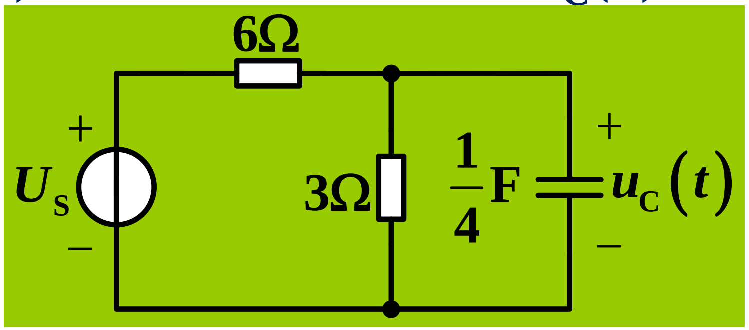
2）求零输入响应

$$u_C(t)=U_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}=-6e^{-2t}\quad t\geq 0$$

3）求零状态响应

$$u_C(t)=U_C(\infty)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

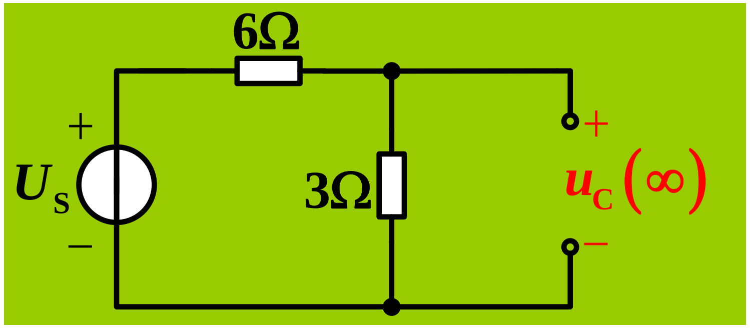
【例】1）U_S=18V，$u_C(0_-)$=−6V时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应；2）U_S=36V，$u_C(0_-)$=−3V时，求全响应$u_C(t)$。



解： 1）求时间常数

$$R_{eq}=6//3=2\Omega$$

$$\tau=R_{eq}C=\frac{1}{2}\text{s}$$



2）求零输入响应

$$u_C(t)=U_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}=-6e^{-2t}\quad t\geq 0$$

3）求零状态响应

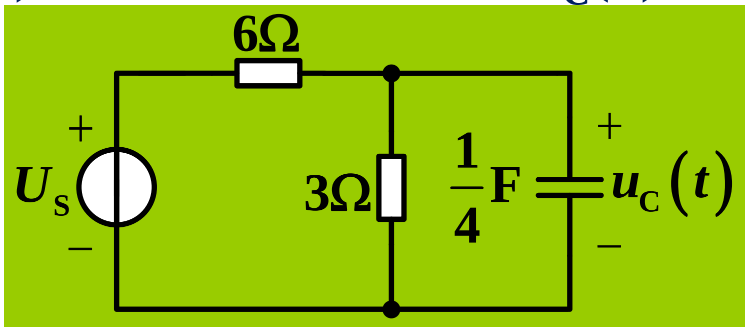
$$u_C(t)=U_C(\infty)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=6\left(1-e^{-2t}\right)=6-6e^{-2t}\quad t\geq 0$$

4）求全响应

全响应=零输入响应 +零状态响应

$$u_C(t)=6-12e^{-\frac{t}{\tau}}\quad t\geq 0$$

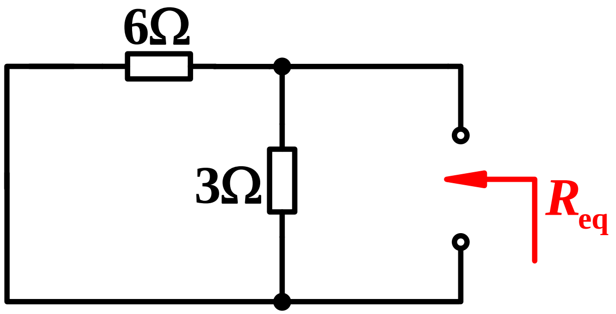
【例】1）U_S=18V，$u_C(0_-)$=−6V时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应；2）U_S=36V，$u_C(0_-)$=−3V时，求全响应$u_C(t)$。



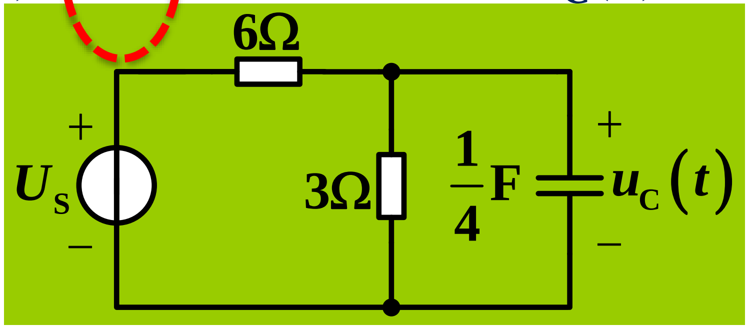
解：　第二问

1）求时间常数

$$\tau = R_{eq}C = \frac{1}{2}\text{s}$$



【例】1）U_S=18V，$u_C(0\_)$=−6V时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应； 2）U_S=36V，$u_C(0\_)$=−3V时，求全响应$u_C(t)$。



解： **第二问**

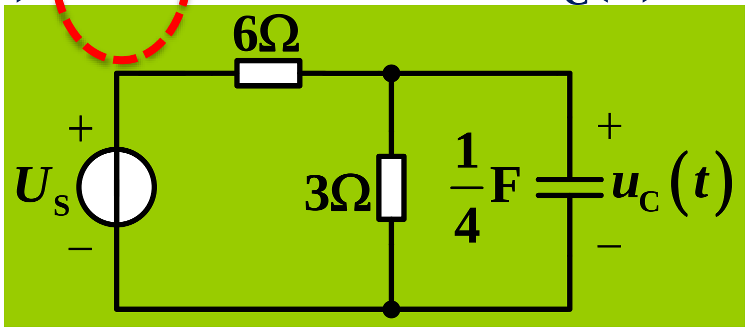
1）求时间常数

$$\tau = R_{eq}C = \frac{1}{2}\text{s}$$

2）求零输入响应

$$u_C(t) = U_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = -6e^{-2t} \quad t \ge 0$$

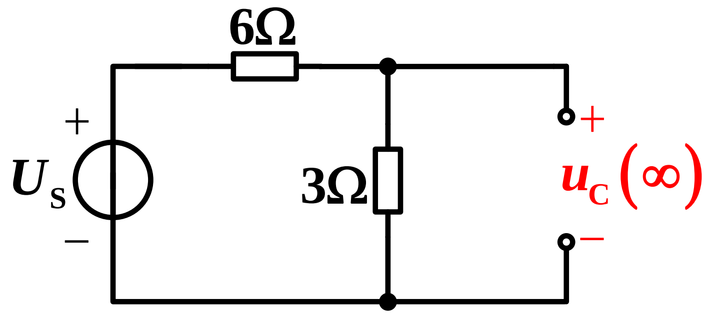
【例】1）$U_S=18V$，$u_C(0_-)=-6V$时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应； 2）$U_S=36V$，$u_C(0_-)=-3V$时，求全响应$u_C(t)$。



解： 第二问

1）求时间常数

$$\tau = R_{eq}C = \frac{1}{2}\text{s}$$



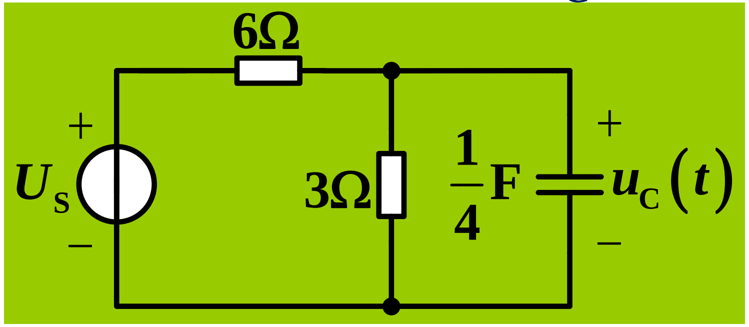
2）求零输入响应

$$u_C(t) = U_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = -3e^{-2t} \quad t \ge 0$$

3）求零状态响应

$$u_C(t) = U_C(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 6\left(1 - e^{-2t}\right) = 6 - 6e^{-2t} \quad t \ge 0$$

【例】1）U_S=18V，$u_C(0_-)$=−6V时，求电容电压的零输入响应、零状态响应和全响应；2）U_S=36V，$u_C(0_-)$=−3V时，求全响应$u_C(t)$。



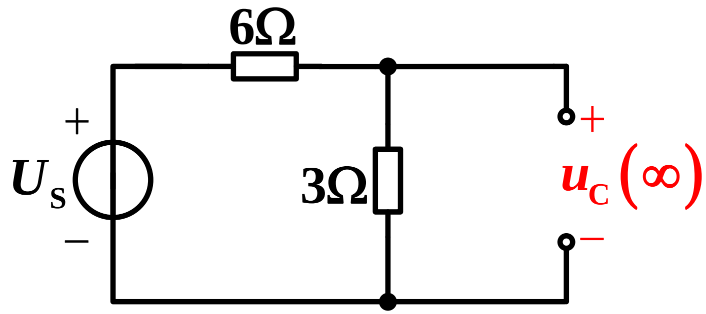
解：第二问

1）求时间常数

$$\tau = R_{eq}C = \frac{1}{2}\text{s}$$

2）求零输入响应

$$u_C(t) = U_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = -3e^{-2t} \quad t \geq 0$$



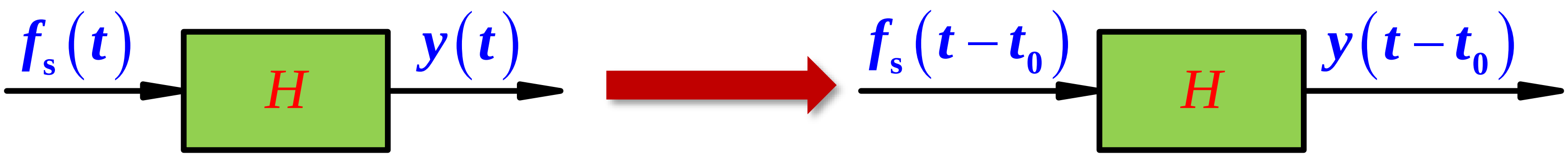
3）求零状态响应

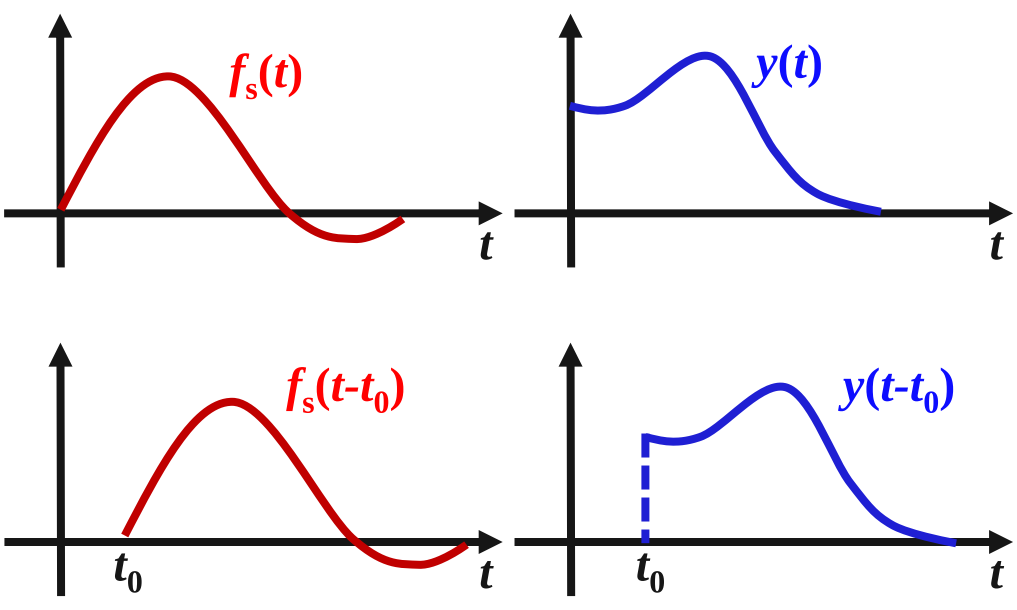
$$u_C(t) = U_C(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 6\left(1 - e^{-2t}\right) = 12 - 12e^{-2t} \quad t \geq 0$$

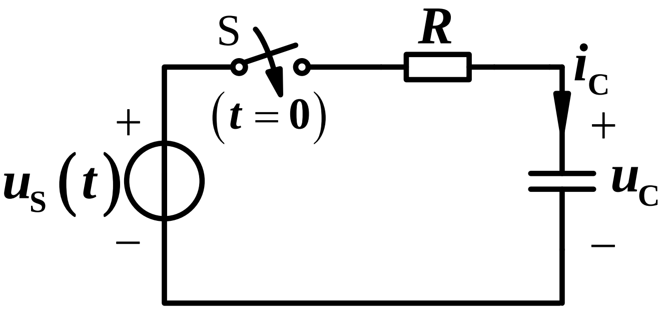
4）求全响应

$$u_C(t) = 12 - 15e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

时不变特性： 对于任意一个时不变电路，若在输入$f_s(t)$作用下的**零状态响应**为$y(t)$，则在时间上延迟了t_0的输入$f_s(t-t_0)$作用下的**零状态响应**为$y(t-t_0)$。







激励	响应
$u_S(t)$	$u_S(t)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$
$u_S(t-t_0)$	$u_S(t-t_0)(1-e^{-\frac{t-t_0}{\tau}})$

电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

第七章 线性动态电路的时域分析

§7.6 单位阶跃响应和冲激响应

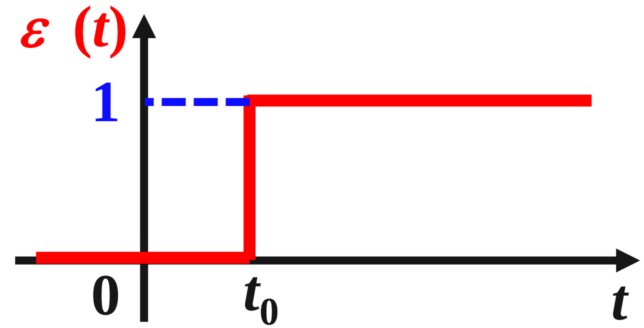
§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

一、单位阶跃函数

定义： $\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & (t\geq 0_+)\\ 0 & (t\leq 0_-)\end{cases}$

延时单位阶跃函数

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}1 & (t\geq t_{0+})\\ 0 & (t\leq t_{0-})\end{cases}$$



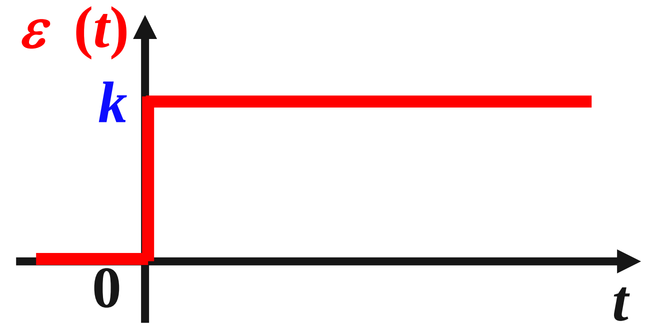
$\varepsilon(-t)$、$\varepsilon(-t+t_0)$、$\varepsilon(-t-t_0)$的曲线为何?

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

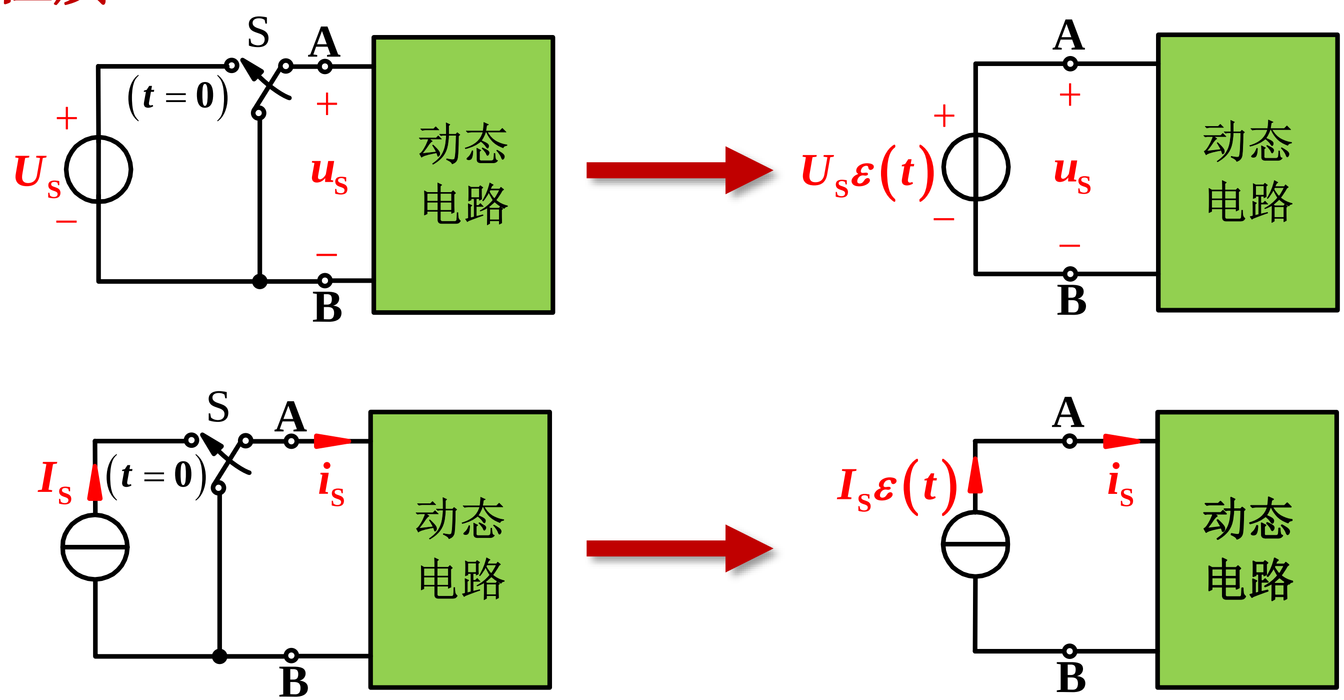
单位阶跃函数的性质

线性性质:

$$k\varepsilon(t)=\begin{cases}k & (t\geq 0_+)\\ 0 & (t\leq 0_-)\end{cases}$$



开关性质:

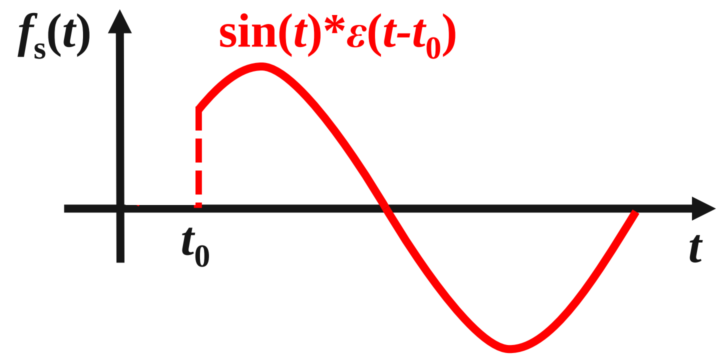


§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

单位阶跃函数的性质

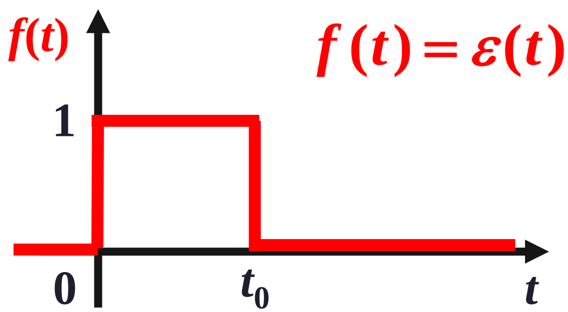
起始一个函数:

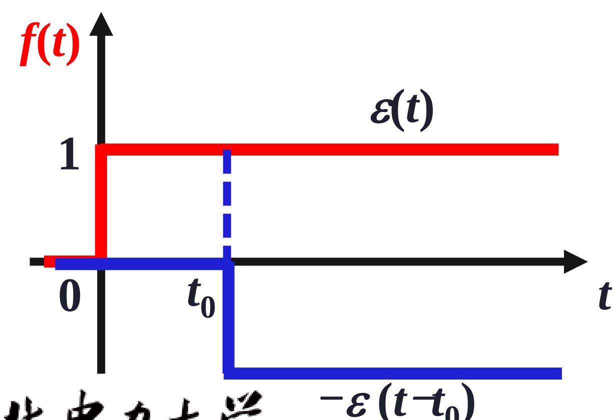
$$f(t)\varepsilon(t)=\begin{cases} f(t) & (t\ge 0_+) \\ 0 & (t\le 0_-) \end{cases}$$

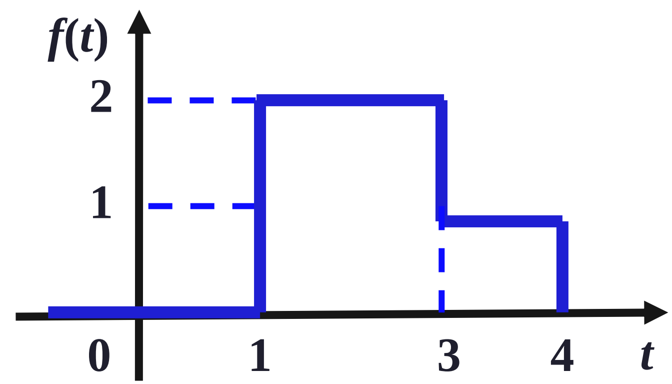


表示矩形脉冲:

$$f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-t_0)$$







$$f(t)=2\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)$$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

二、单位冲激函数

定义:
$$\begin{cases} \delta(t)=0 & \begin{cases} t\ge 0_+ \\ t\le 0_- \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 \end{cases}$$

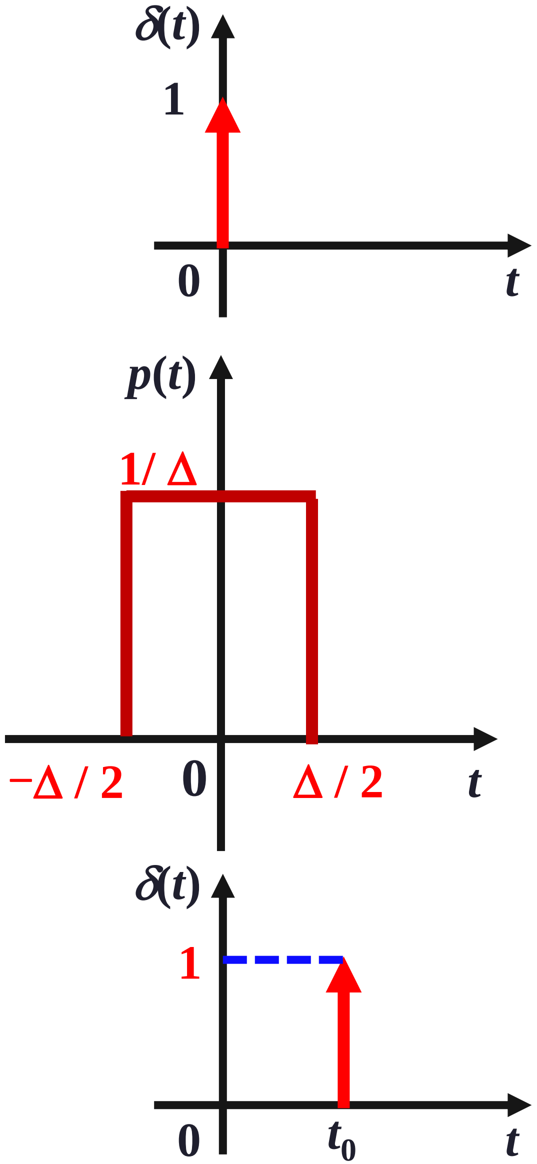
$$p(t)=\frac{1}{\Delta}[\varepsilon(t+\frac{\Delta}{2})-\varepsilon(t-\frac{\Delta}{2})]$$

$$\Delta\to 0 \qquad \frac{1}{\Delta}\to\infty$$

$$\lim_{\Delta\to 0}p(t)=\delta(t)$$

延时单位冲激函数

$$\begin{cases} \delta(t-t_0)=0 & \begin{cases} t\ge t_{0+} \\ t\le t_{0-} \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1 \end{cases}$$



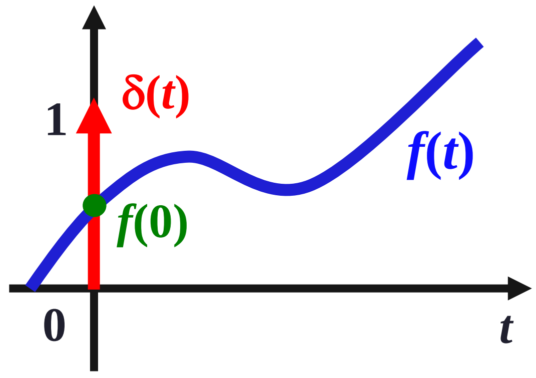
§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

单位冲激函数的性质

筛分性质:

假设$f(t)$ 在 $t=0$处连续

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)\int_{0_-}^{0_+}\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)$$



同理： $$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0)$$

$\delta(t)$ 与$\varepsilon(t)$的关系：

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(t)\mathrm{d}t = \begin{cases} 0 & t \le 0_- \\ 1 & t \ge 0_+ \end{cases} = \varepsilon(t) \longrightarrow \frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} = \delta(t)$$

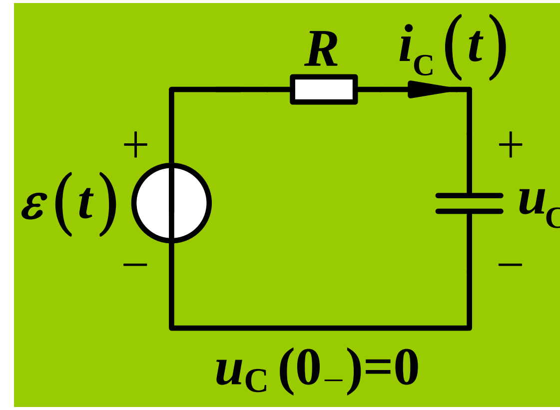
★ **阶跃函数**可以看作冲激函数随时间的**积分**

冲激函数可以看作阶跃函数对时间的**微分**

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

三、单位阶跃响应 $s(t)$

单位阶跃响应： 激励为单位阶跃函数时，电路中产生的**零状态响应**。

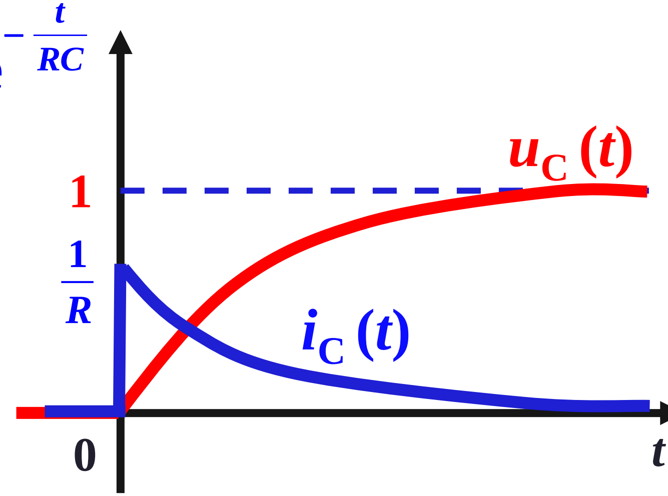


$$s(t)=u_C(t)=u_C(\infty)+\left(u_C(0_+)-u_C(\infty)\right)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$=1+(0-1)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$=(1-e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)$$

$$s(t)=i_C(t)=\frac{\varepsilon(t)-u_C(t)}{R}=\frac{1}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

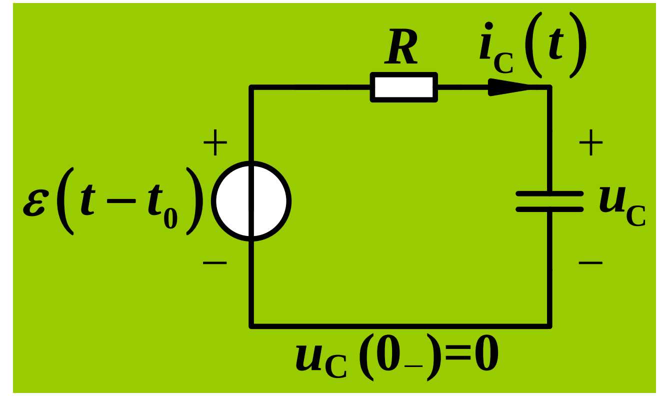


$i_C(t)=e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$ 和 $i_C(t)=e^{-\frac{t}{RC}}\ (t\geq 0_+)$ 有何区别?

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

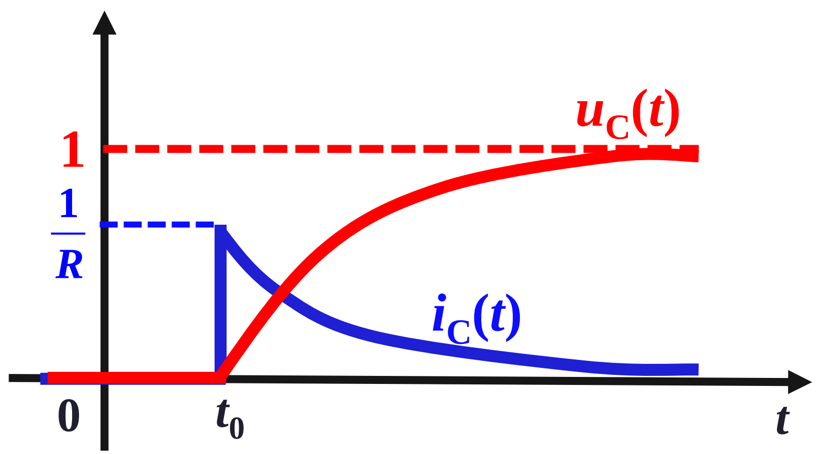
三、单位阶跃响应 $s(t)$

激励在$t=t_0$时加入，则响应从$t=t_0$开始。



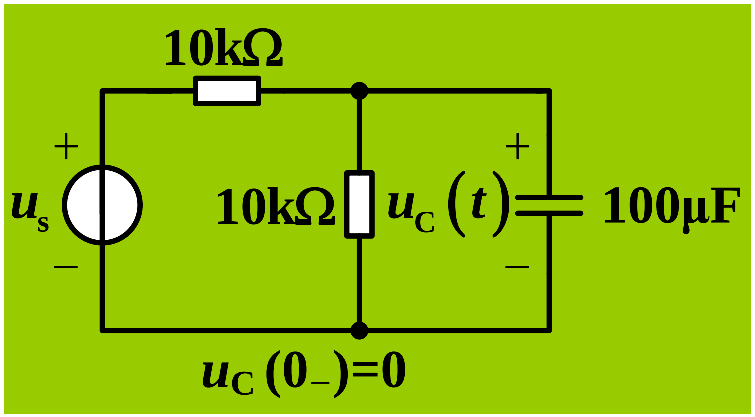
$$u_C(t)=(1-e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t) \longrightarrow u_C(t)=(1-e^{-\frac{t-t_0}{RC}})\varepsilon(t-t_0)$$

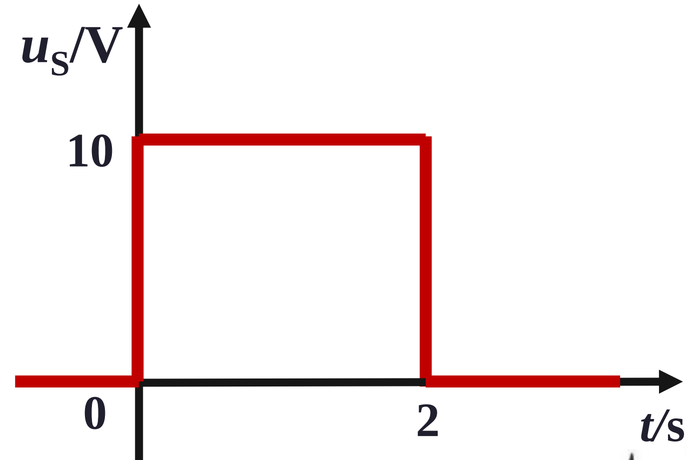
$$i_C(t)=\frac{1}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t) \longrightarrow i_C(t)=\frac{1}{R}e^{-\frac{t-t_0}{RC}}\varepsilon(t-t_0)$$



§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

【例】电路中电压源为一个矩形脉冲，求电路的零状态响应电压$u_C(t)$。





解：

单位阶跃响应

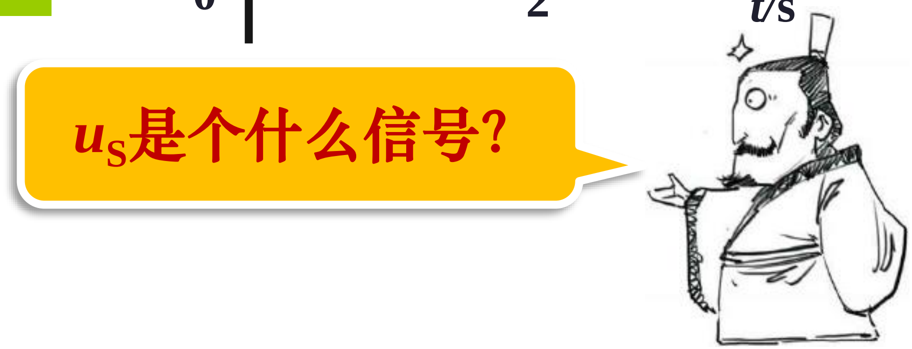
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$$

$$u_C(\infty)=0.5\text{V}$$

$$\tau=R_{eq}C=5\text{k}\cdot 100\times 10^{-6}=0.5\text{s}$$

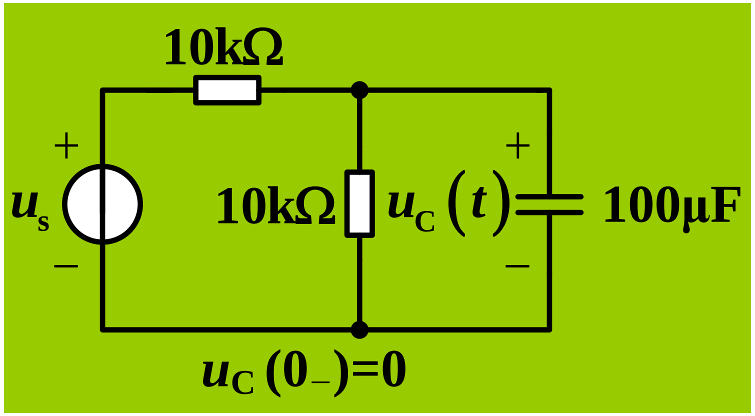
$$s(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

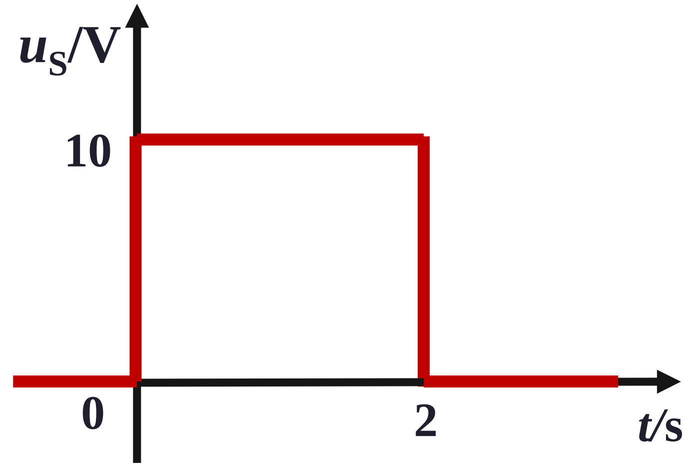
$$=\frac{1}{2}(1-\text{e}^{-2t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$



$$u_S(t)=[10\varepsilon(t)-10\varepsilon(t-2)]\text{V}$$

【例】电路中电压源为一个矩形脉冲，求电路的零状态响应电压$u_C(t)$。





$$u_S(t)=[10\varepsilon(t)-10\varepsilon(t-2)]\text{V}$$

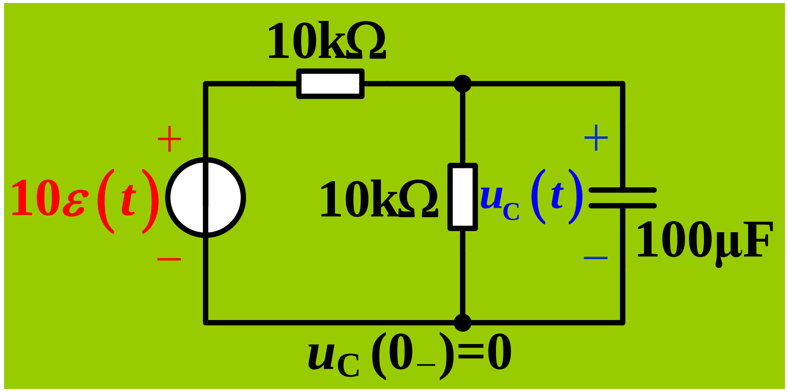
解：

单位阶跃响应

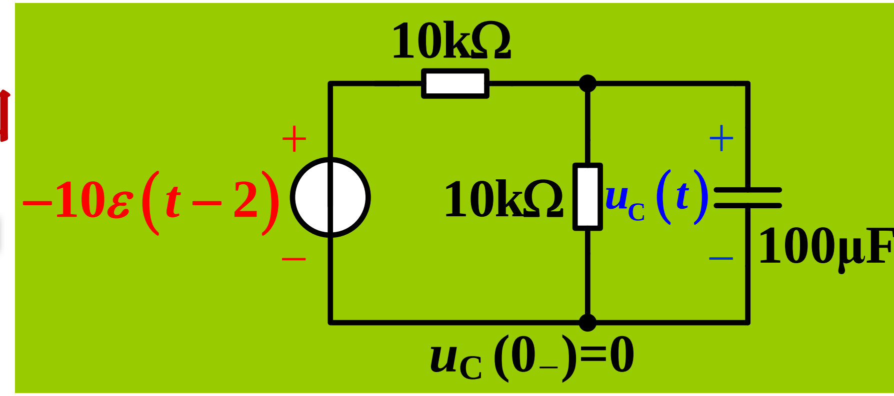
$$s(t)=u_C(t)=\frac{1}{2}(1-e^{-2t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

【例】电路中电压源为一个矩形脉冲，求电路的零状态响应电压$u_C(t)$。



叠加 +



解：

$$u_S(t)=[10\varepsilon(t)-10\varepsilon(t-2)]\text{V}$$

单位阶跃响应

$$s(t)=u_C(t)=\frac{1}{2}(1-e^{-2t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

$$u_{C1}(t)=10s(t)=5(1-e^{-2t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

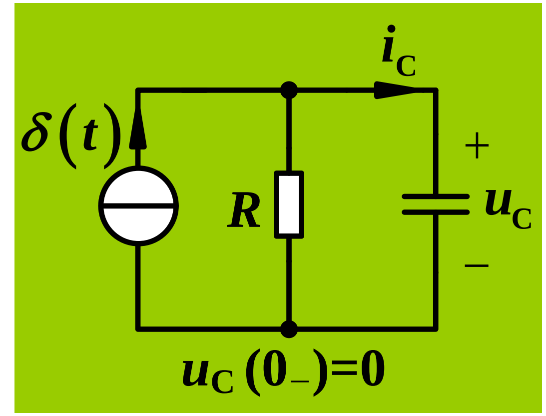
$$u_{C2}(t)=-10s(t-2)=-5\left[1-e^{-2(t-2)}\right]\varepsilon(t-2)\ \text{V}$$

$$u_C(t)=u_{C1}(t)+u_{C2}(t)$$

$$=5\left[1-e^{-2t}\right]\varepsilon(t)-5\left[1-e^{-2(t-2)}\right]\varepsilon(t-2)\ \text{V}$$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

四、冲激响应 $h(t)$



冲激响应： 激励为单位冲击函数时，电路中产生的**零状态响应**。

方法1　由单位阶跃响应求单位冲激响应

单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ → 单位阶跃响应 $s(t)$

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}$$

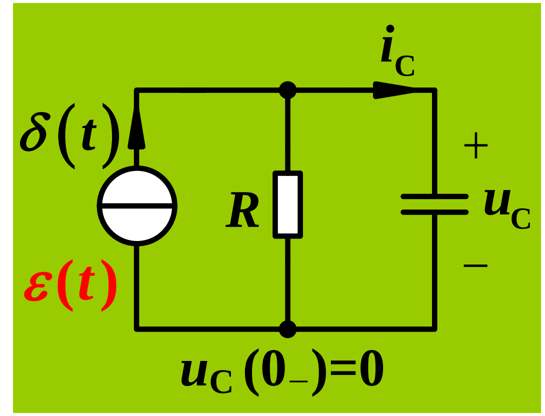
$$h(t)=\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$$

单位冲激函数 $\delta(t)$ → 冲激响应 $h(t)$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

方法1　由单位阶跃响应求冲激响应

【例】求电路冲激响应 $u_C(t)$ 和 $i_C(t)$。



解：先求单位阶跃响应　令 $i_S(t)=\varepsilon(t)$

$u_C(0_+)=0$　　$u_C(\infty)=R$　　$\tau=RC$　　$i_C(0_+)=1$　　$i_C(\infty)=0$

$$u_C(t)=R(1-e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t) \qquad i_C(t)=e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

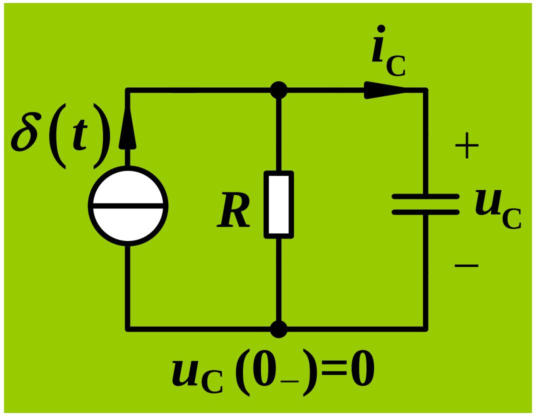
再求冲激响应　令 $i_S(t)=\delta(t)$

$$u_C(t)=\frac{d}{dt}\left[R(1-e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)\right]=\underbrace{R(1-e^{-\frac{t}{RC}})\delta(t)}_{t=0}+\frac{1}{C}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

$$=\frac{1}{C}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应



方法1　由单位阶跃响应求冲激响应

【例】 求电路冲激响应$u_C(t)$和$i_C(t)$。

解：先求单位阶跃响应　令$i_S(t)=\varepsilon(t)$

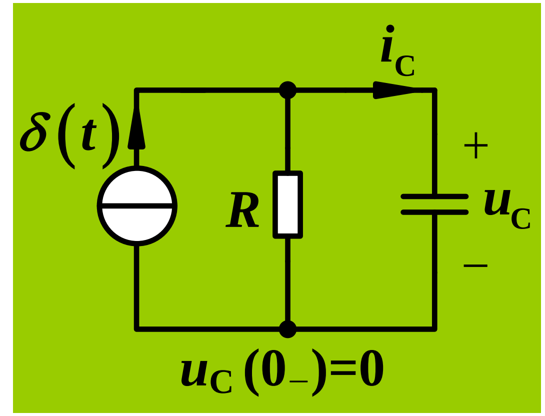
$u_C(0_+)=0$　　$u_C(\infty)=R$　　$\tau=RC$　　$i_C(0_+)=1$　　$i_C(\infty)=0$

$$u_C(t)=R(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)\qquad i_C(t)=\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

再求冲激响应　令$i_S(t)=\delta(t)$

$$u_C(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)\right]=\frac{1}{C}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应



方法1 由单位阶跃响应求冲激响应

【例】 求电路冲激响应$u_C(t)$和$i_C(t)$。

解：先求单位阶跃响应 令$i_S(t)=\varepsilon(t)$

$u_C(0_+)=0$ $u_C(\infty)=R$ $\tau=RC$ $i_C(0_+)=1$ $i_C(\infty)=0$

$$u_C(t)=R(1-e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t) \qquad i_C(t)=e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

再求冲激响应 令$i_S(t)=\delta(t)$

$$u_C(t)=\frac{d}{dt}\left[R(1-e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)\right]=\frac{1}{C}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

$$i_C(t)=\frac{d}{dt}[e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)]=\underbrace{e^{-\frac{t}{RC}}\delta(t)}_{t=0}-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

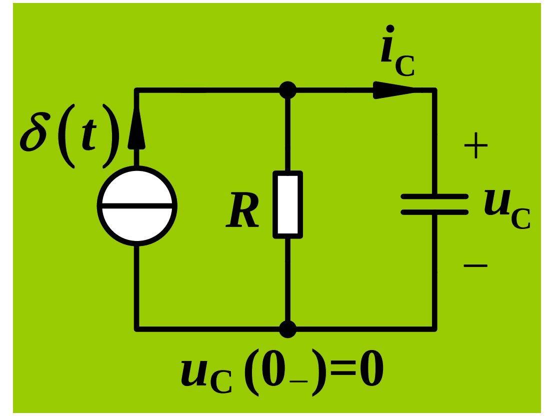
$$=\delta(t)-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

§ 7.6 单位阶跃响应和冲激响应

方法1　由单位阶跃响应求冲激响应

【例】 求电路冲激响应$u_C(t)$和$i_C(t)$。



解：先求单位阶跃响应　令$i_S(t)=\varepsilon(t)$

$$u_C(0_+)=0 \qquad u_C(\infty)=R \qquad \tau=RC \qquad i_C(0_+)=1 \qquad i_C(\infty)=0$$

$$u_C(t)=R(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t) \qquad i_C(t)=\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

再求冲激响应　令$i_S(t)=\delta(t)$

$$u_C(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)\right]=\frac{1}{C}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

$$i_C(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)]=\delta(t)-\frac{1}{RC}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

必须对表示为全时间轴（-∞ ,∞）形式的单位阶跃响应求导。