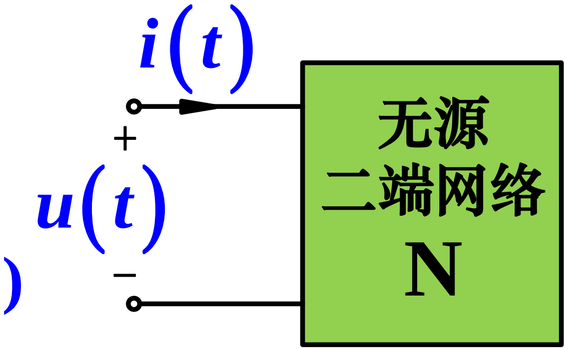
§ 9.2 正弦稳态电路的功率

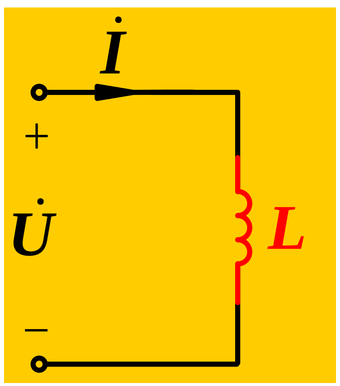


三、无功功率（Reactive Power）Q

无功功率的物理意义：

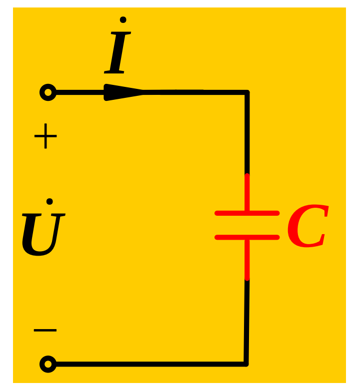
$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)$$



$Q_{\mathrm{L}}=UI$

$\varphi_{\mathrm{L}}=90°$



$Q_{\mathrm{C}}=-UI$

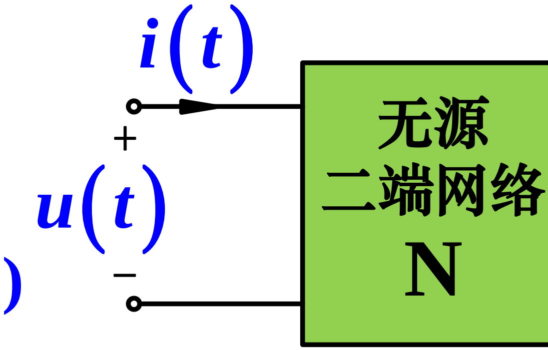
$\varphi_{\mathrm{C}}=-90°$

$$p_{\mathrm{L}}(t)=UI\sin(2\omega t+2\varphi_i)=Q_{\mathrm{L}}\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

$$p_{\mathrm{C}}(t)=-UI\sin(2\omega t+2\varphi_i)=Q_{\mathrm{C}}\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

$$p(t)=UI\cos(\varphi_u-\varphi_i)\left[1-\cos(2\omega t+2\varphi_i)\right]+UI\sin(\varphi_u-\varphi_i)\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

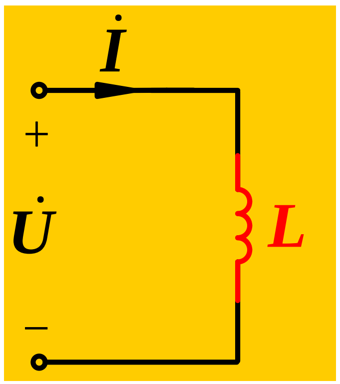


三、无功功率（Reactive Power）Q

无功功率的物理意义：

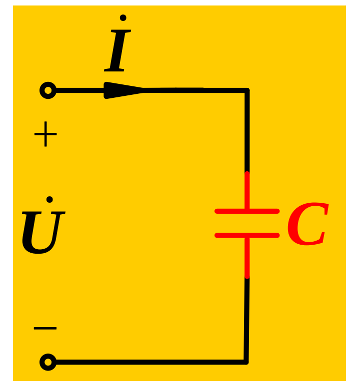
$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)$$



$Q_{\mathrm{L}}=UI$

$\varphi_{\mathrm{L}}=90°$



$Q_{\mathrm{C}}=-UI$

$\varphi_{\mathrm{C}}=-90°$

$$p_{\mathrm{L}}(t)=UI\sin(2\omega t+2\varphi_i)=Q_{\mathrm{L}}\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

$$p_{\mathrm{C}}(t)=-UI\sin(2\omega t+2\varphi_i)=Q_{\mathrm{C}}\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

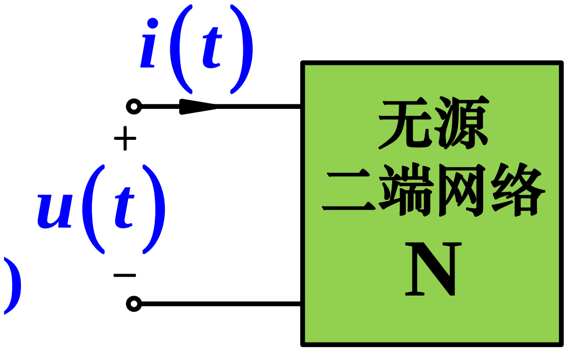
电感储能变化率的最大值

电容储能变化率的最大值

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t}$$

功率是能量的时间变化率

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

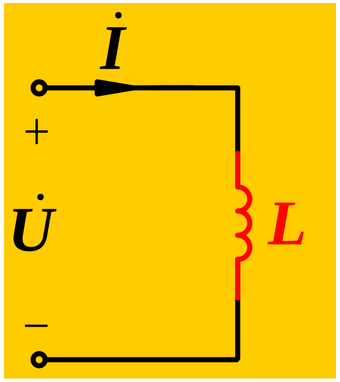


三、无功功率（Reactive Power）Q

无功功率的物理意义：

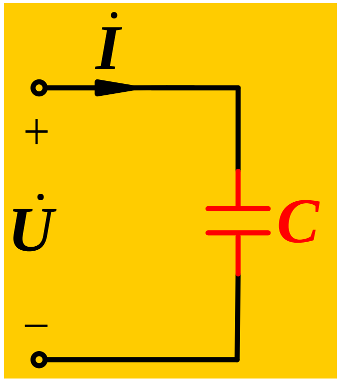
$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)$$



$$Q_{\mathrm{L}}=UI$$

$$\varphi_{\mathrm{L}}=90°$$



$$Q_{\mathrm{C}}=-UI$$

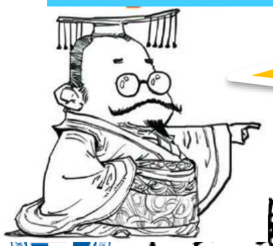
$$\varphi_{\mathrm{C}}=-90°$$

$$p_{\mathrm{L}}(t)=UI\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$
$$=Q_{\mathrm{L}}\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

电感储能变化率的最大值

$$p_{\mathrm{C}}(t)=-UI\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$
$$=Q_{\mathrm{C}}\sin(2\omega t+2\varphi_i)$$

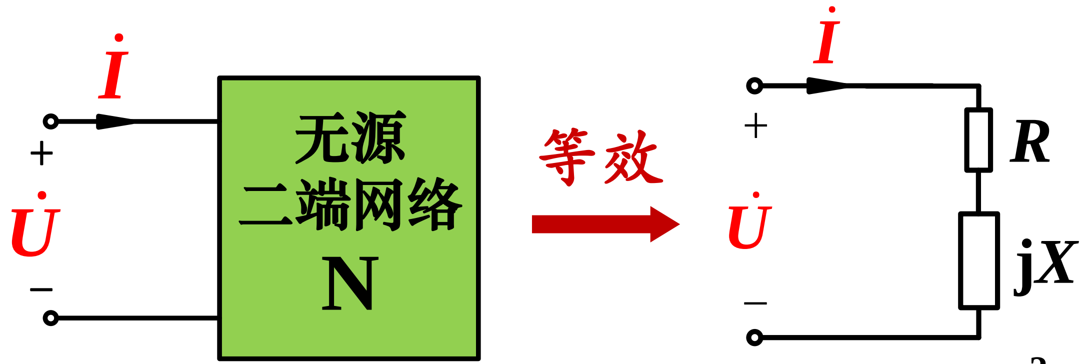
电容储能变化率的最大值



储能元件的无功功率反映其能量变化的最大速率。

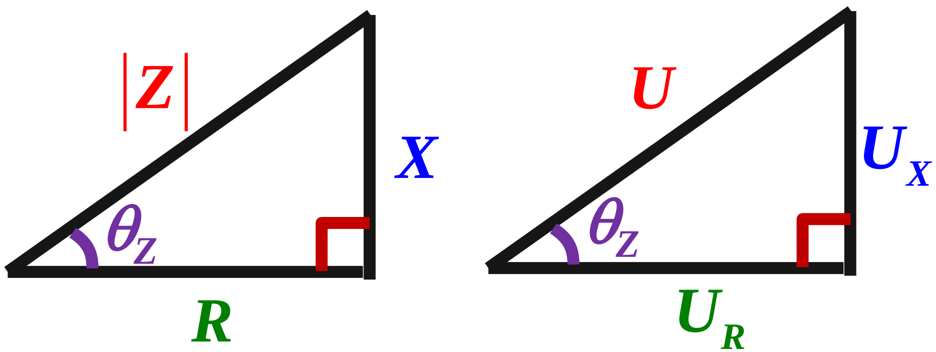
二端网络的无功功率反映其与外电路能量交换的最大速率。

三、无功功率（Reactive Power）Q



$$Q = UI\sin\theta_Z = |Z|\,I\,I\sin\theta_Z = I^2 X = \frac{U_X^2}{X}$$

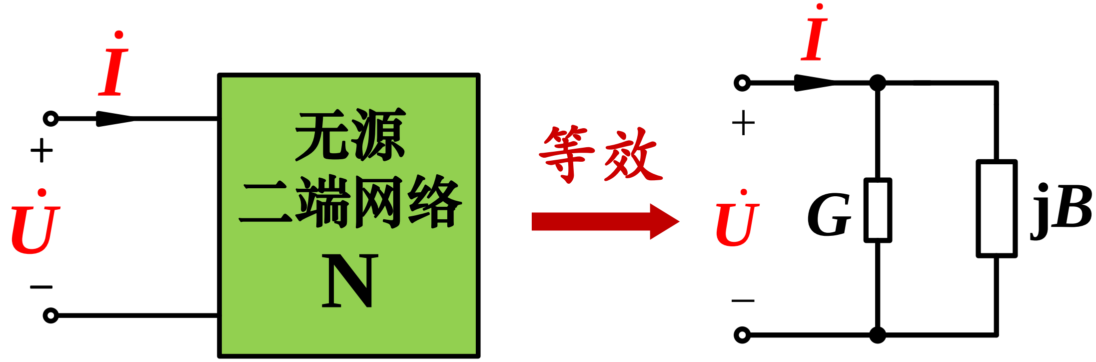
$$= U\sin\theta_Z\, I = \pm U_X I \quad \begin{cases} \sin\theta_Z>0,\ \text{表达式取“+”} \\ \sin\theta_Z<0,\ \text{表达式取“−”} \end{cases}$$

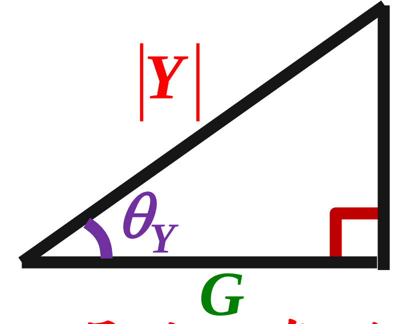


阻抗三角形　　电压三角形

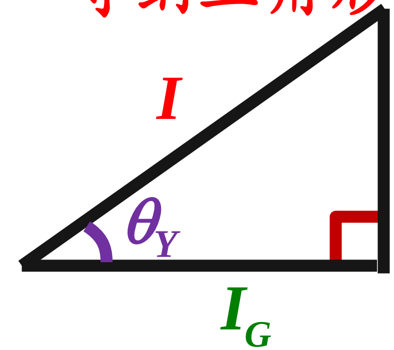
§ 9.2 正弦稳态电路的功率

三、无功功率（Reactive Power）Q





导纳三角形



电流三角形

$$Q = UI\sin\theta_Z = |Z| I I\sin\theta_Z = I^2 X = \frac{U_X^2}{X}$$

$$= U\sin\theta_Z I = \pm U_X I \quad \begin{cases} \sin\theta_Z>0, & \text{表达式取“+”} \\ \sin\theta_Z<0, & \text{表达式取“−”} \end{cases}$$

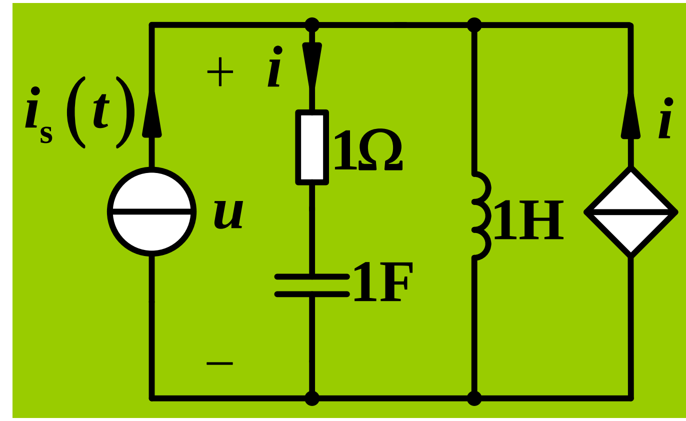
$$= -|Y| U U\sin\theta_Y = -U^2 B = -\frac{I_B^2}{B}$$

$\theta_Z = -\theta_Y$

$$= -I\sin\theta_Y U = \mp U I_B \quad \begin{cases} \sin\theta_Y>0, & \text{表达式取“−”} \\ \sin\theta_Y<0, & \text{表达式取“+”} \end{cases}$$

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

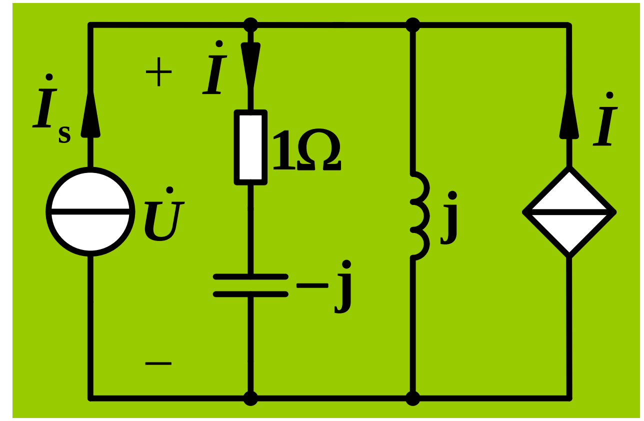
三、无功功率（Reactive Power）Q



【例】图示电路中 $i_s(t)=6\sqrt{2}\sin t\ \mathrm{A}$ 求各元件的无功功率。

解：画相量模型

§ 9.2 正弦稳态电路的功率



三、无功功率（Reactive Power）Q

【例】图示电路中 $i_s(t)=6\sqrt{2}\sin t$ A 求各元件的无功功率。

解： 画相量模型

KCL: $\dfrac{\dot{U}}{\mathrm{j}}+\dfrac{\dot{U}}{1-\mathrm{j}}-\dot{I}=6\angle 0^\circ$

$\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{1-\mathrm{j}}$

$\dot{U}=6\angle 90^\circ$ V $\dot{I}=3\sqrt{2}\angle 135^\circ$ A

各元件吸收的无功功率：

电源：$Q_s=-UI_s\sin\theta=-6\times 6\sin 90^\circ=-36\ \text{var}$

电感：$Q_L=U^2/X_L=\dfrac{6^2}{1}=36\ \text{var}$

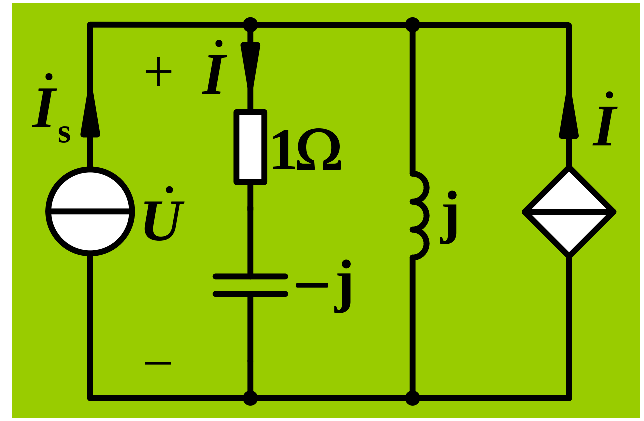
受控源：$Q=-UI\sin\theta=-6\times 3\sqrt{2}\sin\left(-45^\circ\right)=18\ \text{var}$

电阻：$Q_R=0\ \text{var}$

电容：$Q_C=X_C I^2=-\left(3\sqrt{2}\right)^2=-18\ \text{var}$

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

三、无功功率（Reactive Power）Q



【例】图示电路中 $i_s(t)=6\sqrt{2}\sin t$ A 求各元件的无功功率。

解： 画相量模型

各元件吸收的无功功率：

电源：$Q_s=-UI_s\sin\theta=-6\times 6\sin 90^\circ \boxed{=-36\ \text{var}}$

电感：$Q_L=U^2/X_L=\dfrac{6^2}{1}\boxed{=36\ \text{var}}$

受控源：$Q=-UI\sin\theta=-6\times 3\sqrt{2}\sin\left(-45^\circ\right)\boxed{=18\ \text{var}}$

电阻：$Q_R\boxed{=0\ \text{var}}$

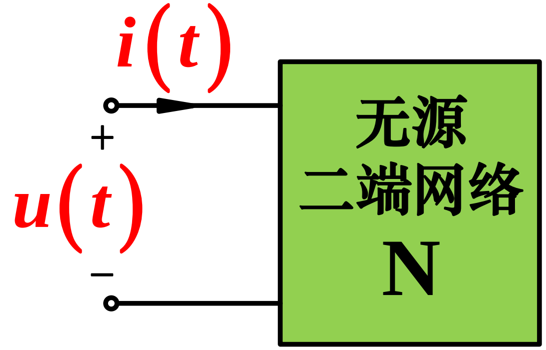
电阻：$Q_C=X_C I^2=-\left(3\sqrt{2}\right)^2\boxed{=-18\ \text{var}}$

$$Q_S+Q_R+Q_L+Q_C+Q=0$$

无功功率守恒

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

四、视在功率（ Apparent Power ）*S*



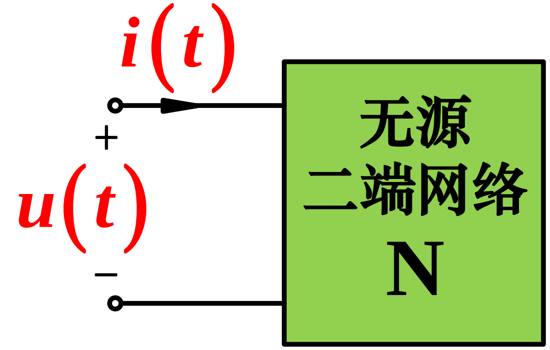
$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)$$

定义： $S=UI$ 　单位：VA(伏安)　用于表征电气设备的容量

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

四、视在功率（ Apparent Power ）S



$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)$$

定义： $S=UI$　单位：VA(伏安)　用于表征电气设备的容量

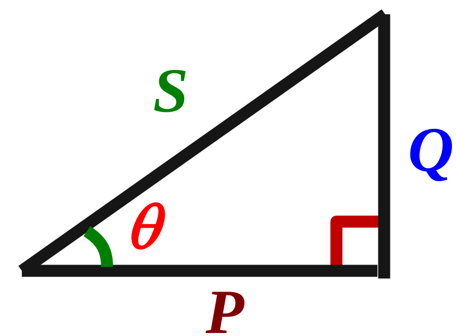
无源二端网络： $S=UI=|Z|I^2=U^2/|Z|$ 或 $S=UI=|Y|U^2=I^2/|Y|$

有功功率 (P) 、无功功率(Q)与视在功率(S)的关系：

有功功率： $P=UI\cos\theta$　单位：W

无功功率： $Q=UI\sin\theta$　单位：var

视在功率： $S=UI$　单位：VA



功率三角形

$$\begin{cases} S=\sqrt{P^2+Q^2} \\ \theta=\arctan\dfrac{Q}{P} \end{cases}$$

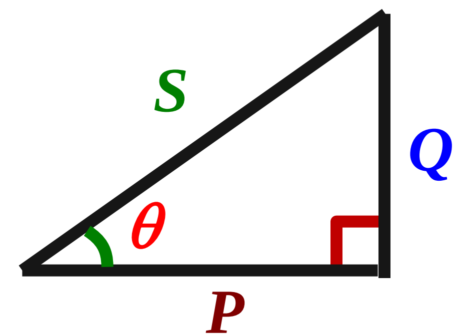
$$\begin{cases} P=S\cos\theta \\ Q=S\sin\theta \end{cases}$$

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

四、视在功率（ Apparent Power ）S

定义：$S = UI$　　单位：VA(伏安)

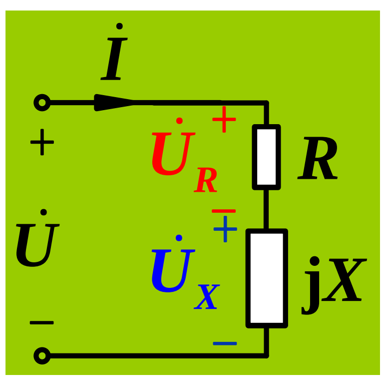
$$\begin{cases} P = S\cos\theta \\ Q = S\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \theta = \arctan\dfrac{Q}{P} \end{cases}$$



功率三角形

视在功率满足守恒定理吗？

举例：



$\because U \neq U_R + U_X$

$\therefore S \neq S_R + S_X$

一般情况下：

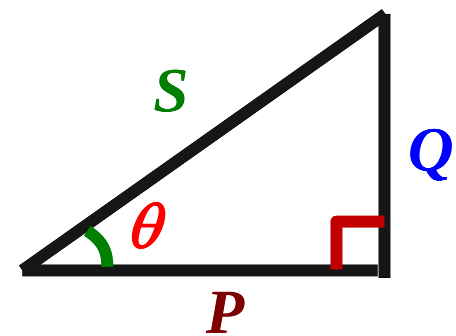
★ 视在功率不守恒

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

四、视在功率（Apparent Power）S

定义：$\boxed{S = UI}$　　单位：VA(伏安)

$$\begin{cases} P = S\cos\theta \\ Q = S\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \theta = \arctan\dfrac{Q}{P} \end{cases}$$



功率三角形

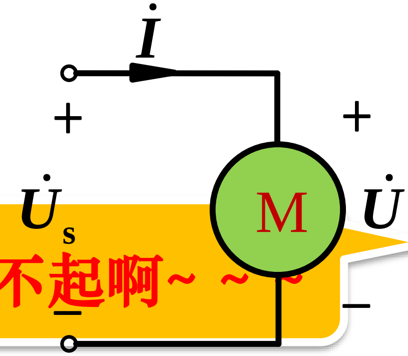
功率因数：$\boxed{\lambda = \cos\theta}$　　其中 θ 为功率因数角

取值范围：　$0 \le \lambda \le 1$

$\theta>0$，$X>0$ 电路呈**感性**，**滞后**的功率因数　　如：$\lambda = 0.6$(滞后)

$\theta<0$，$X<0$ 电路呈**容性**，**超前**的功率因数　　如：$\lambda = 0.6$(超前)

§ 9.2 正弦稳态电路的功率



四、视在功率（Apparent Power）S

需要提高功率因数！

功率因数低，伤不起啊~ ~ ~

假设：电源电压有效值 U_s＝10V，

负荷吸收的有功功率 P＝10W(恒定)。

- $\cos\theta=1$　　I=1A
- $\cos\theta=0.5$　　I=2A
- $\cos\theta=0.1$　　I=10A

$$P = UI\cos\theta$$

异步电机：空载 $\cos\theta = 0.2\sim0.3$

满载 $\cos\theta = 0.7\sim0.85$

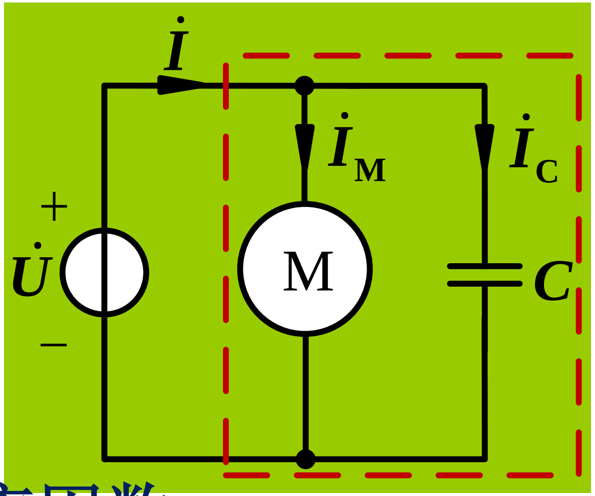
日 光 灯：$\cos\theta = 0.45\sim0.6$

★ 功率因数低带来的问题

(1) 功率因数低使得电流更容易到达限值，使设备容量利用不充分；

(2) 负载吸收相同有功功率时，功率因数低使得输电线上的电压损失和功率损耗增大。

规定＋处罚



四、视在功率（ Apparent Power ）S

【例】已知 $U = 220\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$

电动机 P_M=1000W，$\cos\theta_M = 0.8$(滞后)

C =30μF。求虚线框中负载电路的功率因数。

解：令 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ\ \text{V}$

$$I_M = \frac{P_M}{U\cos\theta_M} = \frac{1000}{220\times 0.8} = 5.68\ \text{A}$$

$$\cos\theta_M = 0.8(\text{滞后}) \longrightarrow \theta_M = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_M = 5.68\angle -36.9^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = \text{j}\omega C\dot{U} = \text{j}\omega C\, 220\angle 0^\circ = \text{j}2.08\ \text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_M + \dot{I}_C = 4.54 - \text{j}1.33 = 4.73\angle -16.3^\circ\ \text{A}$$

$$\cos\theta = \cos[0^\circ - (-16.3^\circ)] = 0.96\text{（滞后）}$$

并入电容前后，虚线框部分的工作状态有何变化?（弹幕）

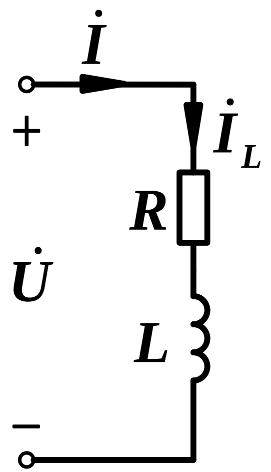
§ 9.2 正弦稳态电路的功率

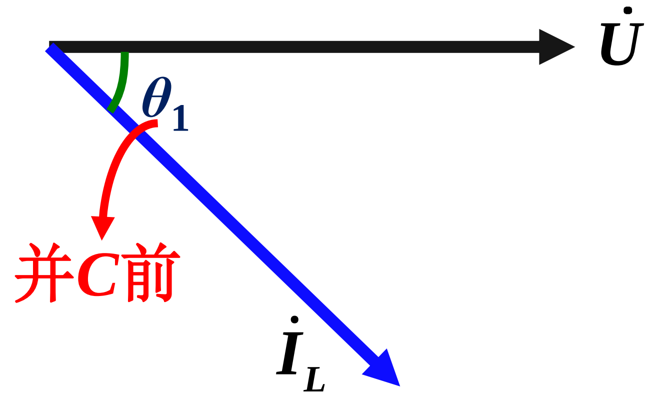
四、视在功率（ Apparent Power ）S

功率因数提高的措施： 在用户端并联电容器

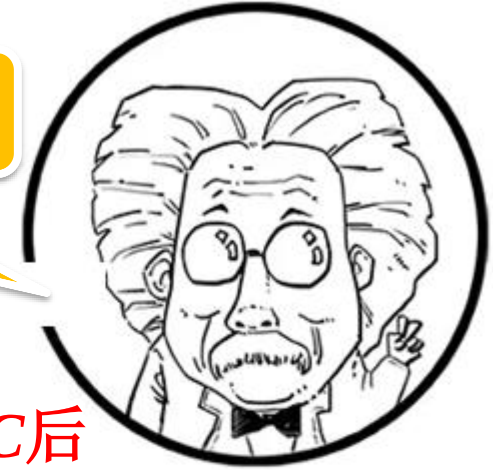
原理分析

（并电容）





§ 9.2

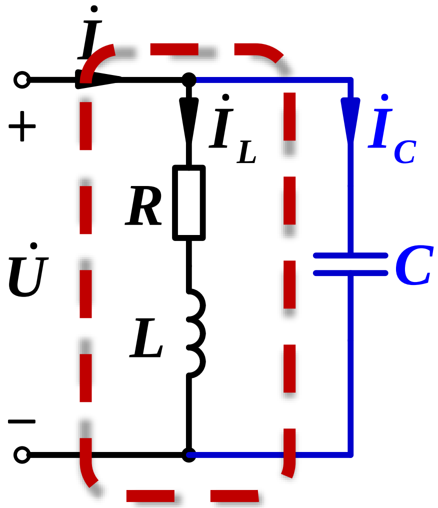


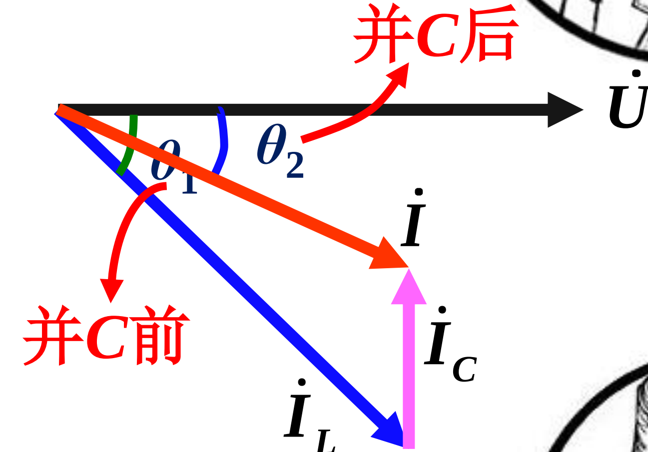
四、视在功率（Apparent Power）S

功率因数提高的措施：在用户端并联电容器

原理分析

（并电容）





功率因数提高了！

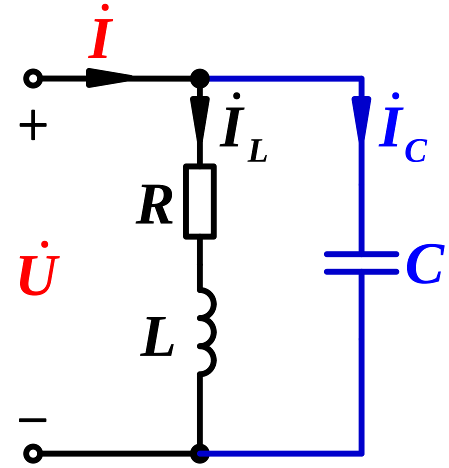
★**特点**

（1）并联电容器后，原负载的工作状态**无变化**；

（2）电源提供的有功功率没有变化，仅提供的无功功率发生了变化。

功率因数提高又称为“**无功补偿**”

四、视在功率（Apparent Power）S



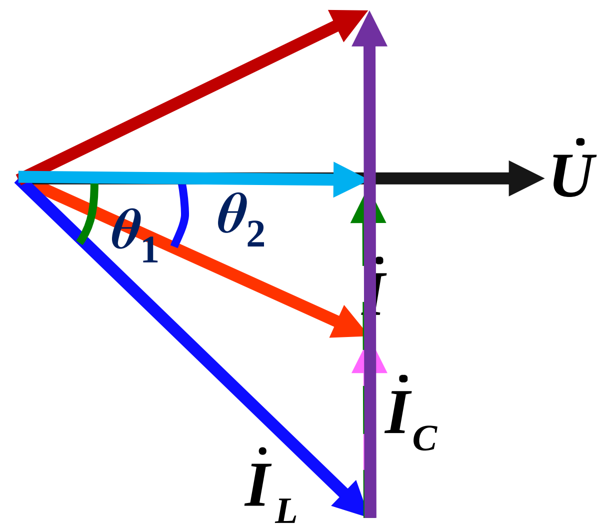
并联电容的确定：

$$I_C = I_L \sin\theta_1 - I\sin\theta_2$$

其中：$I_L = \dfrac{P}{U\cos\theta_1}$ ，$I = \dfrac{P}{U\cos\theta_2}$

$$I_C = \frac{P}{U}(\mathrm{tg}\theta_1 - \mathrm{tg}\theta_2)$$

$$\therefore \quad C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\theta_1 - \mathrm{tg}\theta_2)$$



补偿容量不同 $\begin{cases} \text{欠补偿} \\ \text{全补偿} \\ \text{过补偿} \end{cases}$

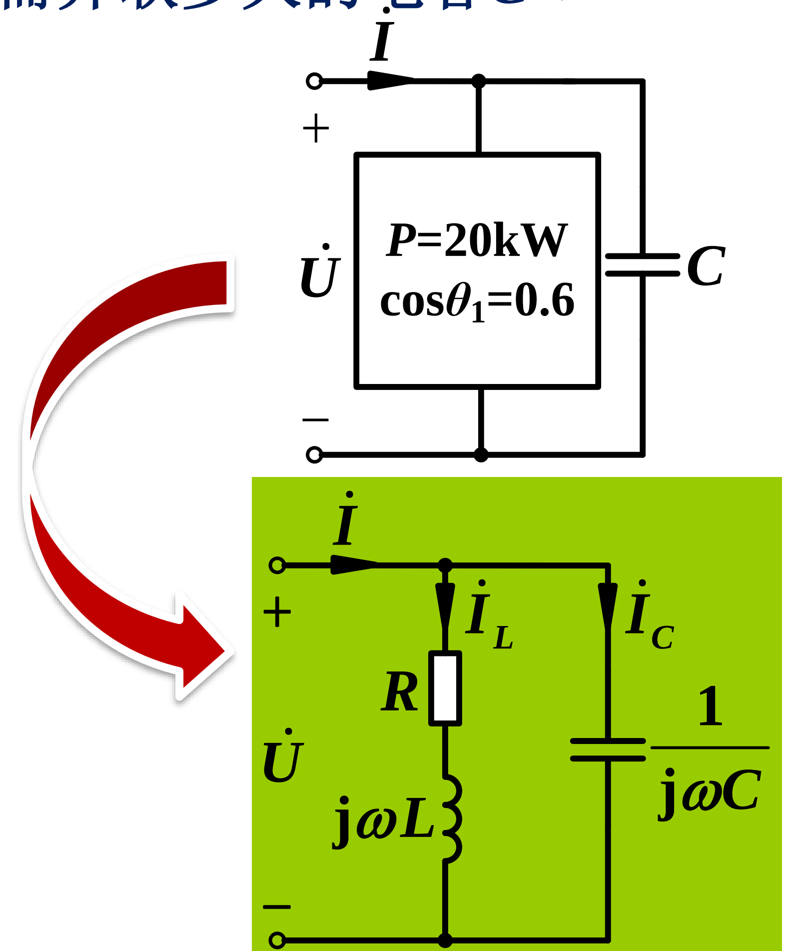
★ 考虑到**成本**和**性能**，工程上一般补偿到 λ=0.95（滞后）

四、视在功率（ Apparent Power ）S

【例】已知 f=50Hz，U=380V，P=20kW，$\cos\theta_1$=0.6(滞后)。

问：若使功率因数提高到0.9，需并联多大的电容C？

解：

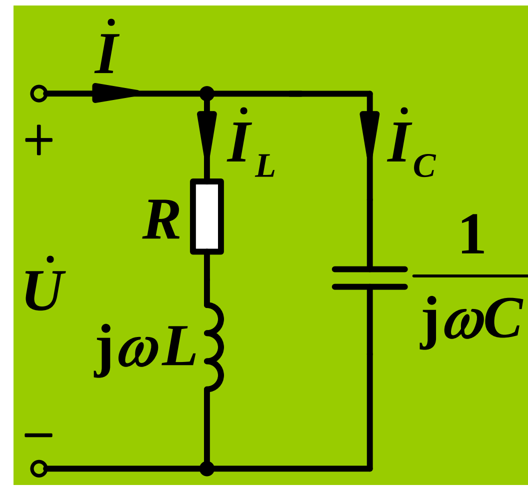


§ 9.2 正弦稳态电路的功率

四、视在功率（Apparent Power）S

【例】已知 f=50Hz，U=380V，P=20kW，$\cos\theta_1$=0.6(滞后)。

问：若使功率因数提高到0.9，需并联多大的电容C？



解：由 $\cos\theta_1 = 0.6$(滞后) $\longrightarrow$ $\theta_1 = 53.13^{\circ}$

若 $\cos\theta_2 = 0.9$ $\longrightarrow$ $\theta_2 = 25.84^{\circ}$

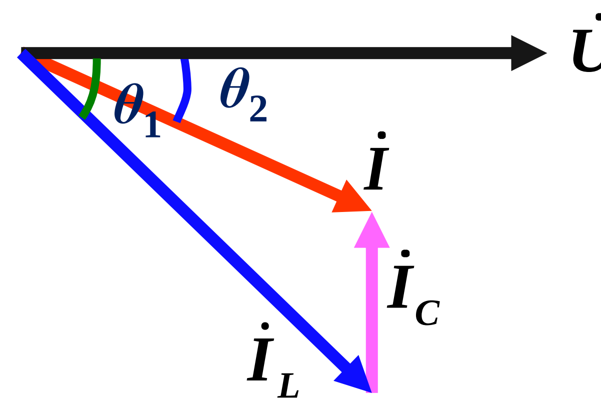
$$Q_C = \Delta Q = P(\mathrm{tg}\theta_1 - \mathrm{tg}\theta_2) \qquad Q_C = UI_C$$

$$I_C = \frac{P}{U}(\mathrm{tg}\theta_1 - \mathrm{tg}\theta_2) \qquad I_C = \omega CU$$

$$\longrightarrow \boxed{C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\theta_1 - \mathrm{tg}\theta_2)}$$

$$= \frac{20\times 10^3}{314\times 380^2}(\mathrm{tg}53.13^{\circ} - \mathrm{tg}25.84^{\circ})$$

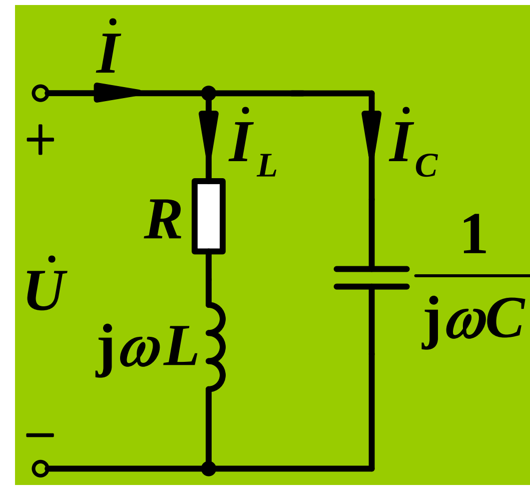
$$= 375\ \mu\mathrm{F}$$



四、视在功率（ Apparent Power ）S

【例】已知 f=50Hz，U=380V，P=20kW，$\cos\theta_1$=0.6(滞后)。

问：若使功率因数提高到0.9，需并联多大的电容C？



解：

$$C=\frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\theta_1-\mathrm{tg}\theta_2)$$

$$=\frac{20\times10^3}{314\times380^2}(\mathrm{tg}53.13^\circ-\mathrm{tg}25.84^\circ)$$

$$=375\ \mu\mathrm{F}$$

并联电容前： $I=I_L=\dfrac{P}{U\cos\varphi_1}=\dfrac{20\times10^3}{380\times0.6}=87.72\ \mathrm{A}$

并联电容后： $I=\dfrac{P}{U\cos\varphi_2}=\dfrac{20\times10^3}{380\times0.9}=58.48\ \mathrm{A}$

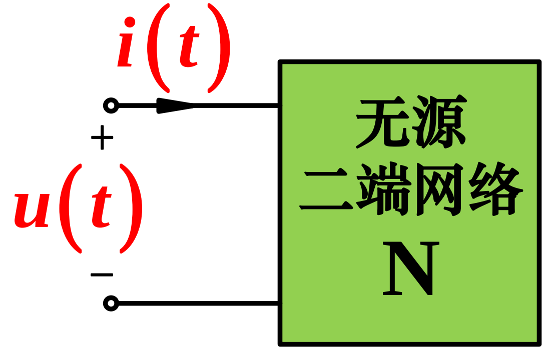
端口电流减小

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

五、复功率（ Complex Power ）$\tilde{S}$

$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)$$



复功率： $\boxed{\tilde{S}=\dot{U}\dot{I}^*}$

单位：VA (伏安)

$$\dot{U}=U\angle\varphi_u,\ \dot{I}=I\angle\varphi_i$$

$$P=UI\cos(\varphi_u-\varphi_i)$$

$$=UI\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_u-\varphi_i)}]$$

$$=\mathrm{Re}[\underbrace{U\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}}_{\dot{U}}\ \underbrace{I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_i}}_{\dot{I}^*}]$$

$$\tilde{S}=\dot{U}\dot{I}^*=UI\angle(\varphi_u-\varphi_i)$$

$$=UI\angle\theta$$

$$=S\angle\theta$$

$$=UI\cos\theta+\mathrm{j}UI\sin\theta$$

$$=P+\mathrm{j}Q$$

★复功率守恒： $\boxed{\sum_{k=1}^{b}\tilde{S}_k=\sum_{k=1}^{b}\dot{U}_k\dot{I}_k^*=0}$

五、复功率（Complex Power）$\tilde{S}$

复功率： $\boxed{\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^*}$

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = Z\dot{I}\cdot\dot{I}^* = ZI^2 = (R + \mathrm{j}X)I^2$$

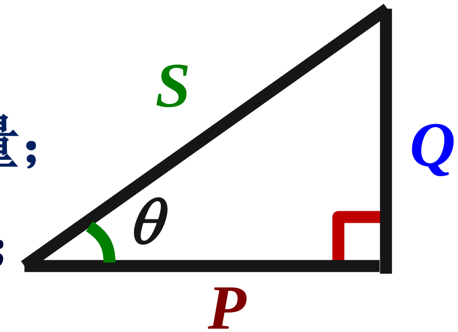
$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = \dot{U}\left(Y\dot{U}\right)^* = Y^*U^2 = (G - \mathrm{j}B)U^2$$

★ **结论：**

（1）$\tilde{S}$是复数，但不是相量，不对应任何正弦量；

（2）$\tilde{S}$把 P、Q、S 联系在一起（功率三角形）；

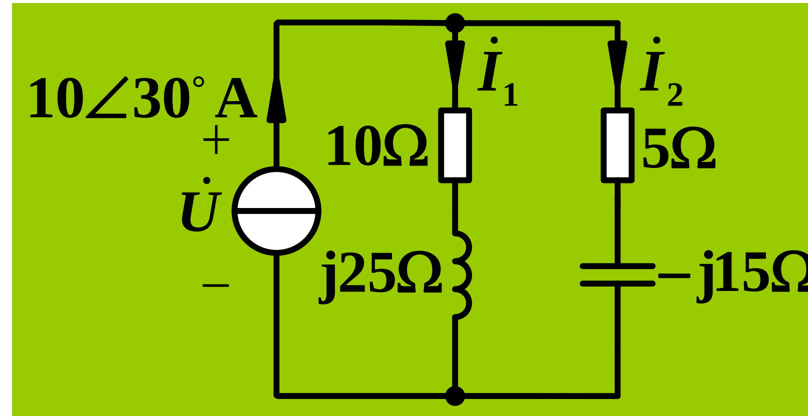
（3）$\tilde{S}$ 满足守恒定理。



功率三角形

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{b} P_k = 0 \\ \sum_{k=1}^{b} Q_k = 0 \end{cases} \longrightarrow \sum_{k=1}^{b}(P_k + \mathrm{j}Q_k) = \sum_{k=1}^{b}\tilde{S}_k = 0$$

五、复功率（ Complex Power ）$\tilde{S}$



【例】求如图所示电路中各支路的复功率。

$$\tilde{S} = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2$$

★ 复功率守恒

解：

$$\dot{I}_1 = 10\angle 30^\circ \times \frac{5 - \mathrm{j}15}{10 + \mathrm{j}25 + 5 - \mathrm{j}15}$$

$$= 8.77\angle(-75.3^\circ)\ \ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_2 = 10\angle 30^\circ\ \mathrm{A} - \dot{I}_1 = 14.94\angle 64.5^\circ\ \ \mathrm{A}$$

$$\dot{U} = 10\angle 30^\circ \times [(10 + \mathrm{j}25)\,/\,/(5 - \mathrm{j}15)] = 236\angle(-7.1^\circ)\ \ \mathrm{V}$$

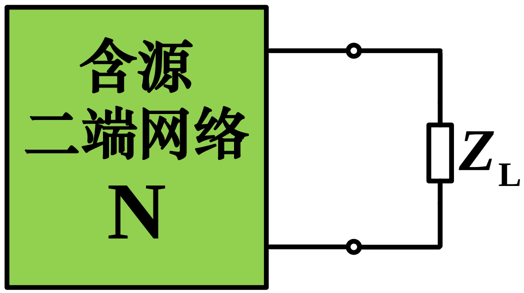
电流源（发出）： $\tilde{S} = 236\angle(-7.1^\circ) \times 10\angle(-30^\circ) = 1882 - \mathrm{j}1424\ \ \mathrm{VA}$

支路1（吸收）： $\tilde{S}_1 = 236\angle(-7.1^\circ) \times 8.77\angle(75.3^\circ) = 769 + \mathrm{j}1923\ \ \mathrm{VA}$

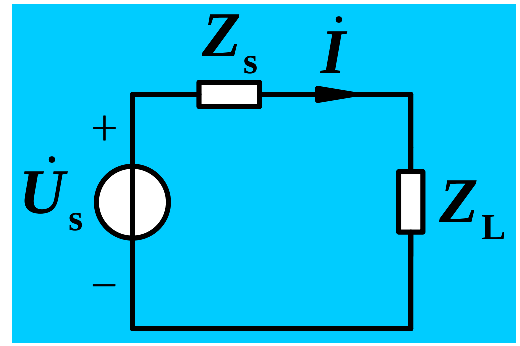
支路2（吸收）： $\tilde{S}_2 = 236\angle(-7.1^\circ) \times 14.94\angle(-64.5^\circ) = 1116 - \mathrm{j}3348\ \ \mathrm{VA}$

§ 9.2 正弦稳态电路的功率

六、最大功率传递定理（ Maximum Power Transfer ）



等效电路



$$Z_s = R_s + jX_s \qquad Z_L = R_L + jX_L$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z_s + Z_L} = \frac{\dot{U}_s}{\sqrt{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}}$$

负载吸收的有功功率：

$$P = R_L I^2 = \boxed{\frac{R_L U_s^2}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}}$$

P 取最大值的条件？

六、最大功率传递定理（ Maximum Power Transfer ）

负载吸收的有功功率： $$P=\frac{R_L U_s^2}{(R_s+R_L)^2+(X_s+X_L)^2}$$

讨论 $Z_L=R_L+jX_L$的实部和虚部可任意改变的情况

（a）先设R_L不变，X_L改变

当$X_s+X_L=0$，即$X_L=-X_s$时，P获得最大值 $P=\frac{R_L U_s^2}{(R_s+R_L)^2}$

（b） 再讨论R_L改变

当 $R_L=R_s$ 时，P获得最大值 $$P_{max}=\frac{U_s^2}{4R_s}$$

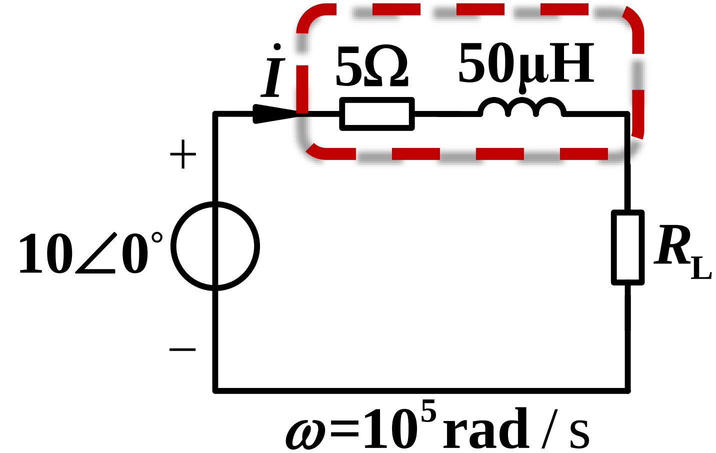
综上可知，负载上获得最大功率的条件：

$$\begin{cases} R_L=R_s \\ X_L=-X_s \end{cases} \longrightarrow Z_L=Z_s^*$$

共轭匹配

六、最大功率传递定理（ Maximum Power Transfer ）

【例】电路如图所示，求(1) R_L=5Ω消耗的功率；(2) 在R_L两端并联一个电容，问R_L和C为多大时能实现共轭匹配，并求最大功率值。



解：

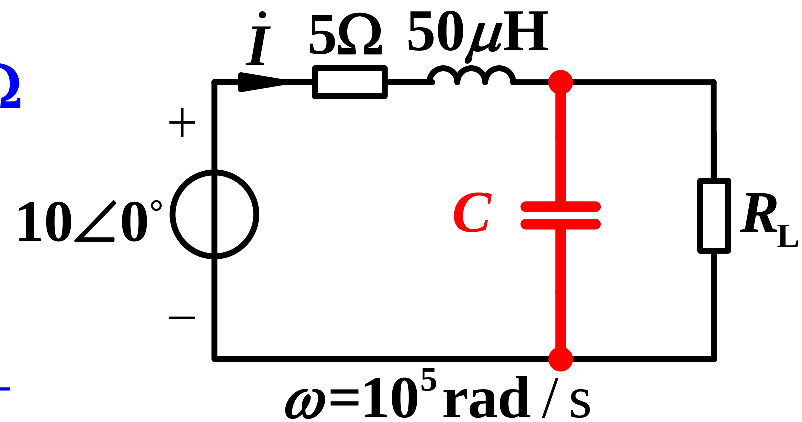
$$Z_s = 5 + j10^5 \times 50 \times 10^{-6} = 5 + j5\ \Omega$$

$$(1)\quad \dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z_s + R_L} = \frac{10\angle 0^\circ}{5 + j5 + 5} = 0.89\angle(-26.6^\circ)\ \text{A}$$

$$P_L = I^2 R_L = 0.89^2 \times 5 = 4\ \text{W}$$

六、最大功率传递定理（ Maximum Power Transfer ）

【例】电路如图所示，求(1) R_L=5Ω消耗的功率；(2) 在R_L两端并联一个电容，问R_L和C为多大时能实现共轭匹配，并求最大功率值。



解：

$$Z_s=5+\mathrm{j}10^5\times 50\times 10^{-6}=5+\mathrm{j}5\ \Omega$$

$$(2)\ Z_L=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\cdot R_L\Big/\left(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+R_L\right)$$

$$=\frac{R_L}{1+(\omega C R_L)^2}-\mathrm{j}\frac{\omega C R_L^2}{1+(\omega C R_L)^2}$$

$$\begin{cases}\dfrac{R_L}{1+(\omega C R_L)^2}=5\\[2ex]\dfrac{\omega C R_L^2}{1+(\omega C R_L)^2}=5\end{cases}$$

$$\begin{cases}R_L=10\ \Omega\\ C=1\ \mu\mathrm{F}\end{cases}$$

获得最大功率的条件

最大功率：$P_{max}=\dfrac{U_s^2}{4R_s}=\dfrac{10^2}{4\times 5}=5\ \mathrm{W}$

电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

第九章　正弦稳态电路的相量分析

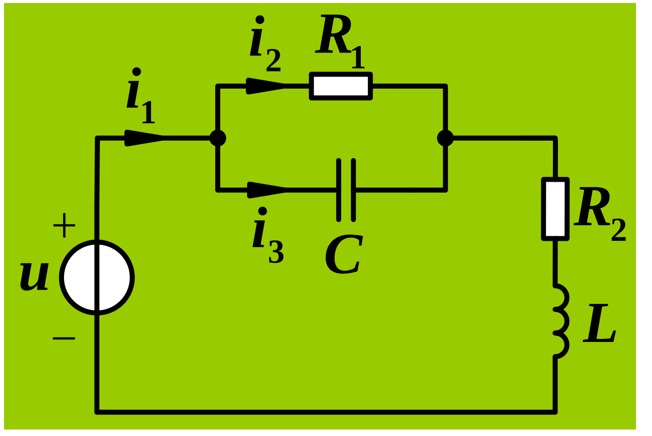
§9.3 正弦稳态电路的相量分析

§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】已知 $R_1 = 1000\ \Omega$ ，$R_2 = 10\ \Omega$ ，$L = 500\ \text{mH}$ ，$C = 10\ \mu\text{F}$

$U = 100\ \text{V}$ ，$\omega = 314\text{rad/s}$， 求各支路电流。

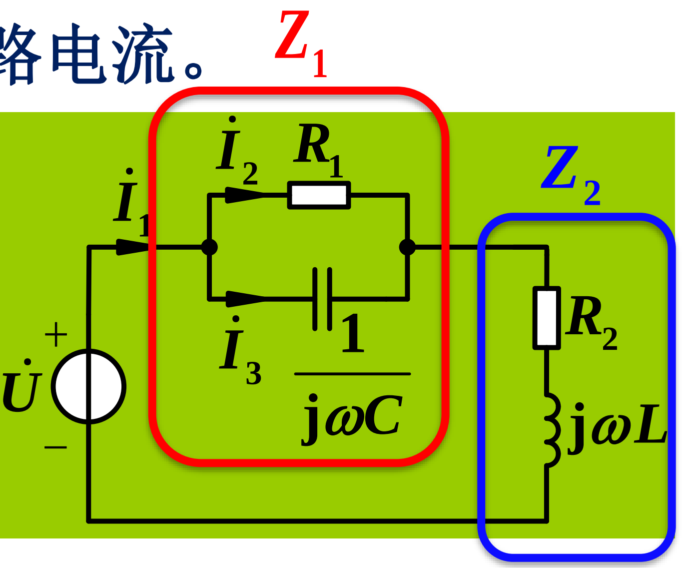
解： 画出电路的相量模型



§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】已知 $R_1 = 1000\ \Omega$ ，$R_2 = 10\ \Omega$ ，$L = 500\ \text{mH}$ ，$C = 10\ \mu\text{F}$

$U = 100\ \text{V}$，$\omega = 314\text{rad/s}$，求各支路电流。



解：画出电路的相量模型

$$Z_1 = \frac{R_1(-\text{j}\,{}^{1}\!/_{\omega C})}{R_1 - \text{j}\,{}^{1}\!/_{\omega C}} = (92.20 - \text{j}289.3)\ \Omega$$

$$Z_2 = R_2 + \text{j}\omega L = (10 + \text{j}157)\ \Omega$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = (102.2 - \text{j}132.3)\ \Omega$$

设 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ\ \text{V}$

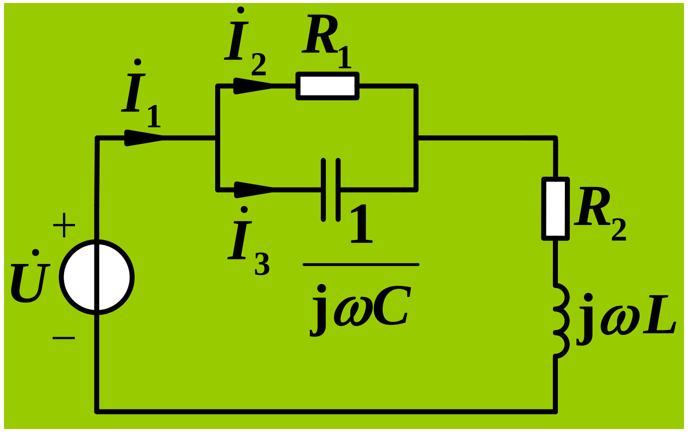
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = 0.598\angle 52.3^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-\text{j}\,{}^{1}\!/_{\omega C}}{R_1 - \text{j}\dfrac{1}{\omega C}}\dot{I}_1 = 0.182\angle -20^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{R_1}{R_1 - \text{j}\dfrac{1}{\omega C}}\dot{I}_1 = 0.570\angle 70^\circ\ \text{A}$$

§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】已知 $R_1 = 1000\ \Omega$，$R_2 = 10\ \Omega$，$L = 500\ \text{mH}$，$C = 10\ \mu\text{F}$，$U = 100\ \text{V}$，$\omega = 314\text{rad/s}$，求各支路电流。



解：画出电路的相量模型

$$\dot{I}_1 = 0.598\angle 52.3^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = 0.182\angle -20^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_3 = 0.570\angle 70^\circ\ \text{A}$$

各支路电流的时域表达式：

$$i_1 = 0.598\sqrt{2}\sin(314t + 52.3^\circ)\ \text{A}$$

$$i_2 = 0.182\sqrt{2}\sin(314t - 20^\circ)\ \text{A}$$

$$i_3 = 0.57\sqrt{2}\sin(314t + 70^\circ)\ \text{A}$$

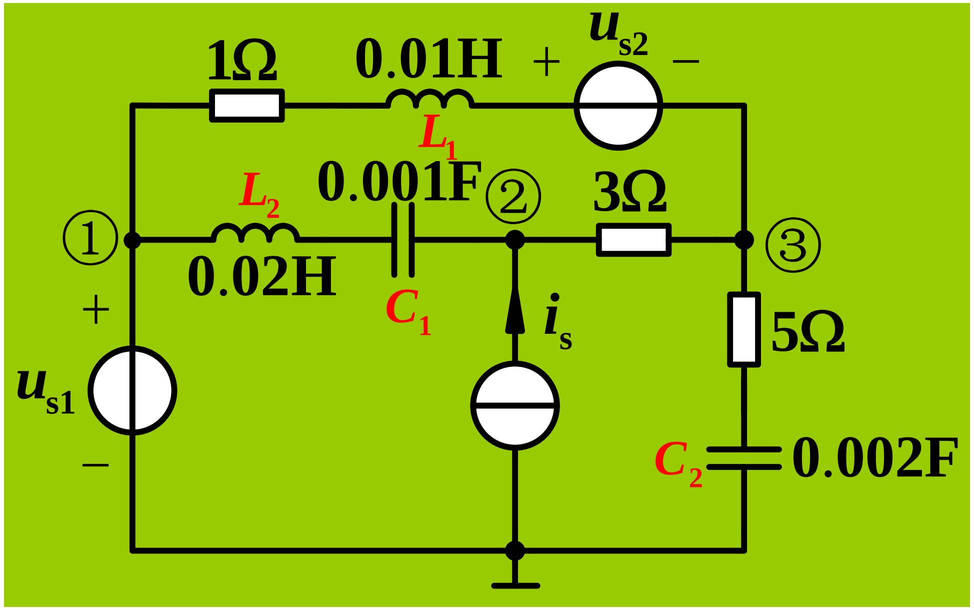
§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】列写如图所示电路的节点电压方程。

$$i_s(t)=3\sqrt{2}\sin(100t-60^\circ)\ \mathrm{A}$$

$$u_{s1}(t)=5\sqrt{2}\sin(100t+30^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$u_{s2}(t)=10\sqrt{2}\sin(100t+60^\circ)\ \mathrm{V}$$



解：

（1）画相量模型

$$\omega L_1 = 100\times 0.01 = 1\,\Omega$$

$$\omega L_2 = 100\times 0.02 = 3\,\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C_1}=\frac{1}{100\times 0.001}=10\,\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C_2}=\frac{1}{100\times 0.002}=5\,\Omega$$

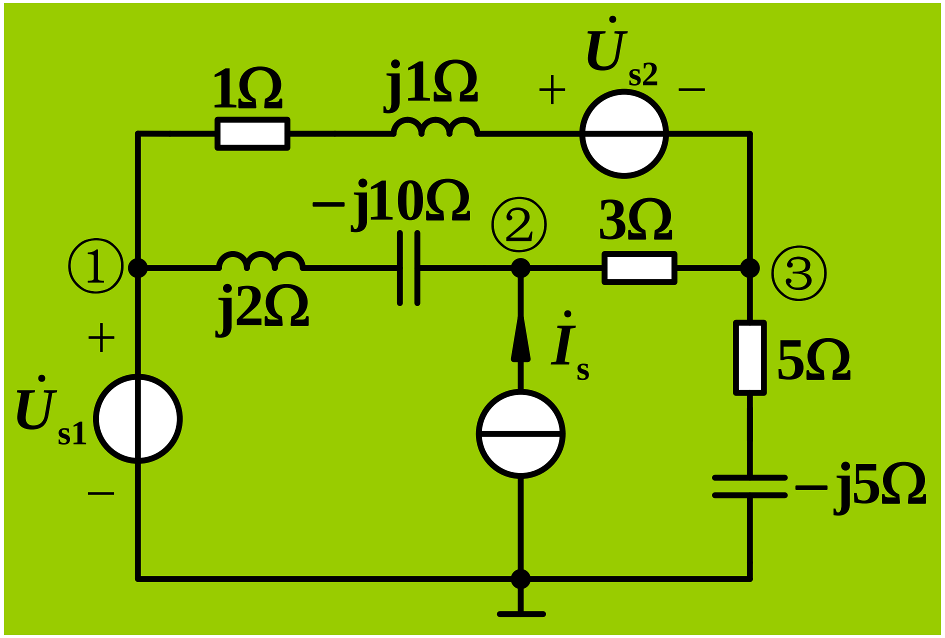
$$\dot{U}_{s1}=5\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{s2}=10\angle 60^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_s=3\angle 30^\circ\ \mathrm{A}$$

【例】列写如图所示电路的节点电压方程。

$$i_s(t)=3\sqrt{2}\sin(100t-60^\circ)\ \mathrm{A}$$
$$u_{s1}(t)=5\sqrt{2}\sin(100t+30^\circ)\ \mathrm{V}$$
$$u_{s2}(t)=10\sqrt{2}\sin(100t+60^\circ)\ \mathrm{V}$$



解：

（1）画相量模型

$$\omega L_1 = 100\times 0.01 = 1\,\Omega$$

$$\omega L_2 = 100\times 0.02 = 3\,\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\times 0.001} = 10\,\Omega$$

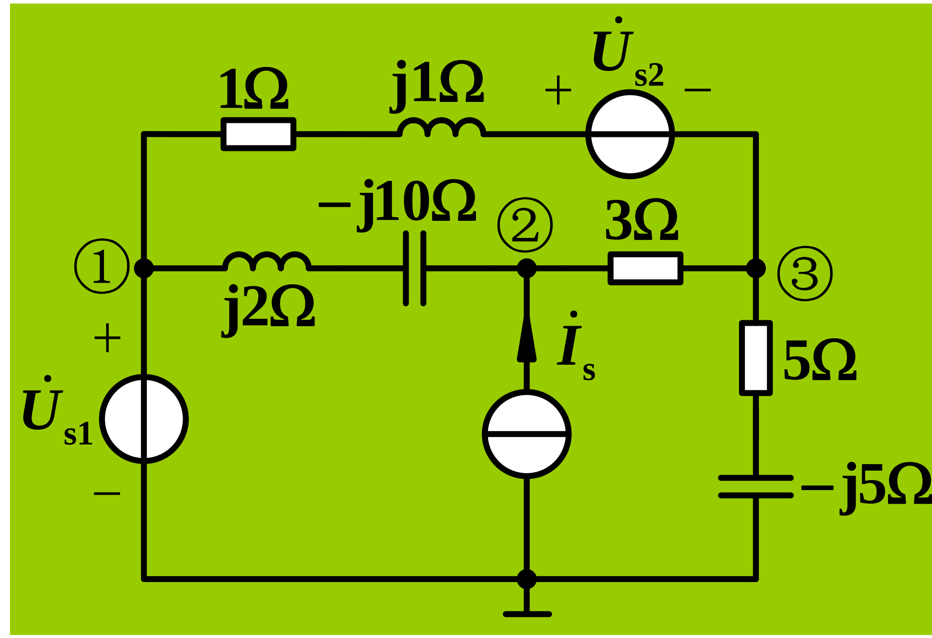
$$\frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\times 0.002} = 5\,\Omega$$

$$\dot{U}_{s1} = 5\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{s2} = 10\angle 60^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_s = 3\angle 30^\circ\ \mathrm{A}$$

【例】列写如图所示电路的节点电压方程。



解： $\dot U_{s1}=5\angle30^\circ\ \text{V}$

$\dot U_{s2}=10\angle60^\circ\ \text{V}$

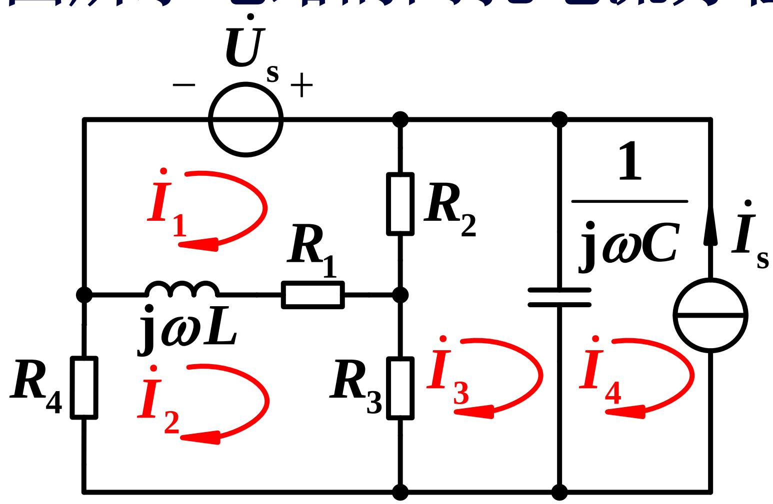
$\dot I_{s}=3\angle30^\circ\ \text{A}$

（2）列节点电压方程

$$\begin{cases}\dot U_{n1}=\dot U_{s1}=5\angle30^\circ\\ -\left(\dfrac{1}{j2-j10}\right)\dot U_{n1}+\left(\dfrac{1}{j2-j10}+\dfrac{1}{3}\right)\dot U_{n2}-\dfrac{1}{3}\dot U_{n3}=3\angle30^\circ\\ -\left(\dfrac{1}{1+j}\right)\dot U_{n1}-\dfrac{1}{3}\dot U_{n2}+\left(\dfrac{1}{5-j5}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{1+j}\right)\dot U_{n3}=-\dfrac{10\angle60^\circ}{1+j}=-5\sqrt{2}\angle15^\circ\end{cases}$$

§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】列写如图所示电路的网孔电流方程。

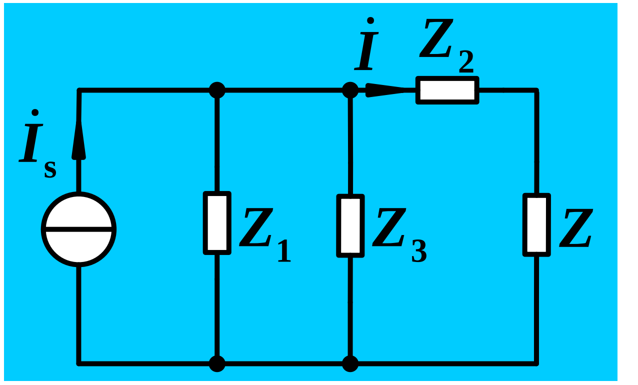


解：

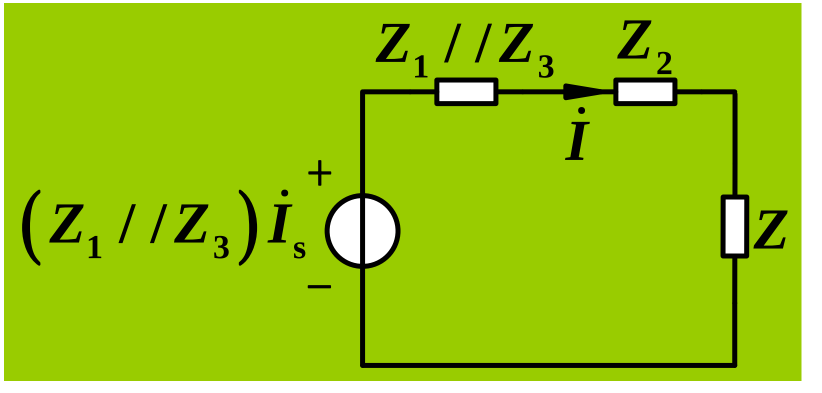
$$
\begin{cases}
(R_1+R_2+j\omega L)\dot{I}_1-(R_1+j\omega L)\dot{I}_2-R_2\dot{I}_3=\dot{U}_s \\
-(R_1+j\omega L)\dot{I}_1+(R_1+R_3+R_4+j\omega L)\dot{I}_2-R_3\dot{I}_3=0 \\
-R_2\dot{I}_1-R_3\dot{I}_2+(R_2+R_3+\dfrac{1}{j\omega C})\dot{I}_3-\dfrac{1}{j\omega C}\dot{I}_4=0 \\
\dot{I}_4=-\dot{I}_s
\end{cases}
$$

§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】已知 $\dot{I}_s = 4\angle 90^\circ$ A，$Z_1 = Z_2 = -j30\,\Omega$，$Z_3 = 30\,\Omega$，$Z = 45\,\Omega$，求 $\dot{I}$。



等效



解：方法1：电源等效

$$Z_1//Z_3 = \frac{30(-j30)}{30-j30} = 15 - j15\,\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_s(Z_1//Z_3)}{Z_1//Z_3 + Z_2 + Z}$$

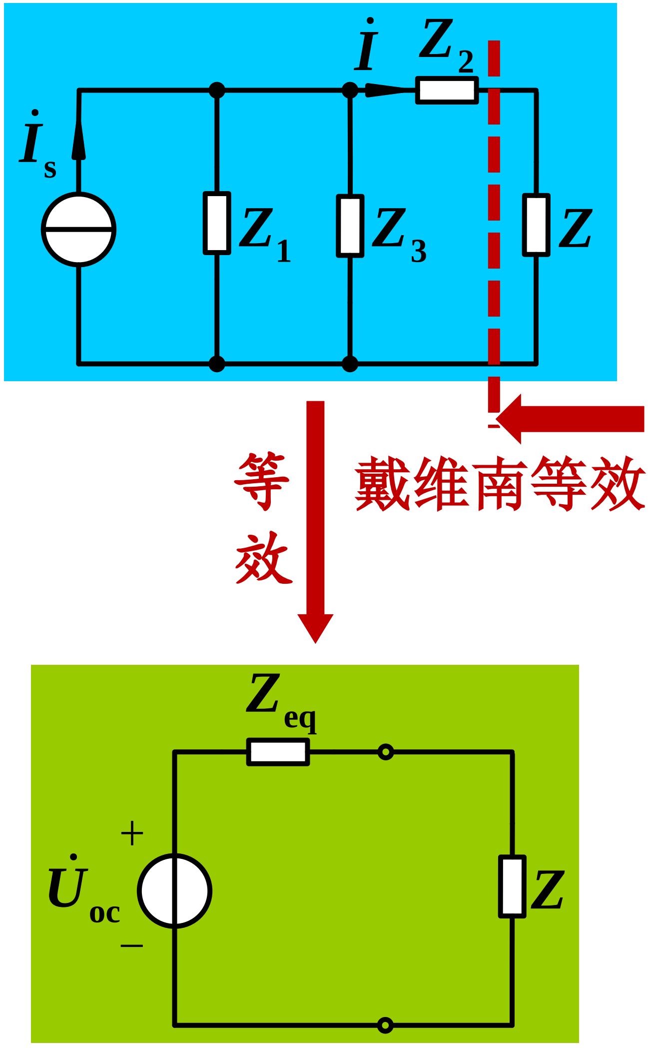
$$= \frac{j4(15-j15)}{15-j15-j30+45}$$

$$= \frac{5.657\angle 45^\circ}{5\angle -36.9^\circ}$$

$$= 1.13\angle 81.9^\circ\,\text{A}$$

§ 9.3 正弦稳态电路的相量分析

【例】已知 $\dot{I}_s = 4\angle 90^\circ$ A，$Z_1 = Z_2 = -\mathrm{j}30\ \Omega$，$Z_3 = 30\ \Omega$，$Z = 45\ \Omega$，求 $\dot{I}$。



解：方法2：戴维南等效变换

（1）求开路电压

$$\dot{U}_{oc} = \dot{I}_s(Z_1 // Z_3) = 84.86\angle 45^\circ\ \mathrm{V}$$

（2）求等效阻抗

$$Z_{eq} = Z_1 // Z_3 + Z_2$$
$$= 15 - \mathrm{j}45\ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_{eq} + Z} = \frac{84.86\angle 45^\circ}{15 - \mathrm{j}45 + 45}$$
$$= 1.13\angle 81.9^\circ\ \mathrm{A}$$