电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

第三章 复杂电阻电路的分析

§3.2 节点分析法

§ 3.2 节点分析法

支路分析法

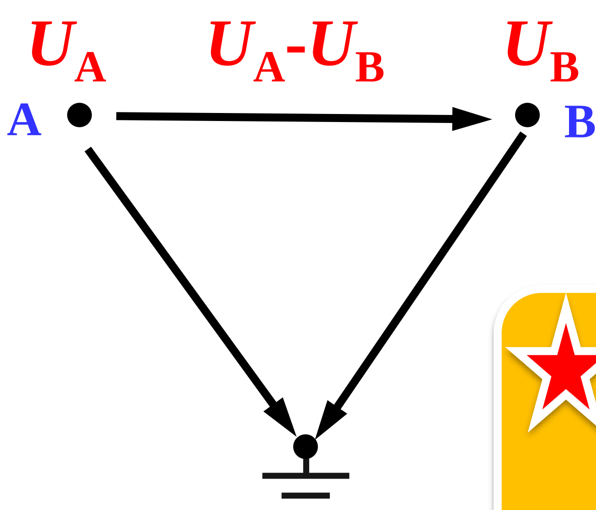
（支路电流法 or 支路电压法）

方程个数需求 → **b个**

- **n-1 个KCL方程**
- **b-n+1个KVL方程**

如果能找到一组变量，使之自动满足KVL方程，那不就可以减少方程个数了。

分析电路还是如此之麻烦 ~~~~



参考节点：规定**电位为0**的节点，在电路中用“⏚”或“⊥”表示；

节点电压：其他节点与参考点之间的电压。

★ **优点**：1. KVL自动满足，无需列写；

2.支路电压可由节点电压表示。

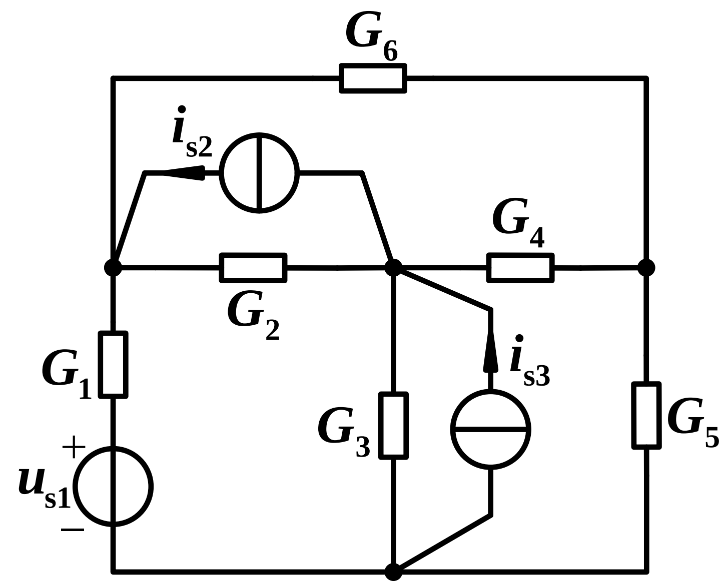
§ 3.2 节点分析法

节点分析法： 以**节点电压为变量**列写电路方程求解电路的方法。

(Node Voltage Method)

一、节点电压方程的一般形式

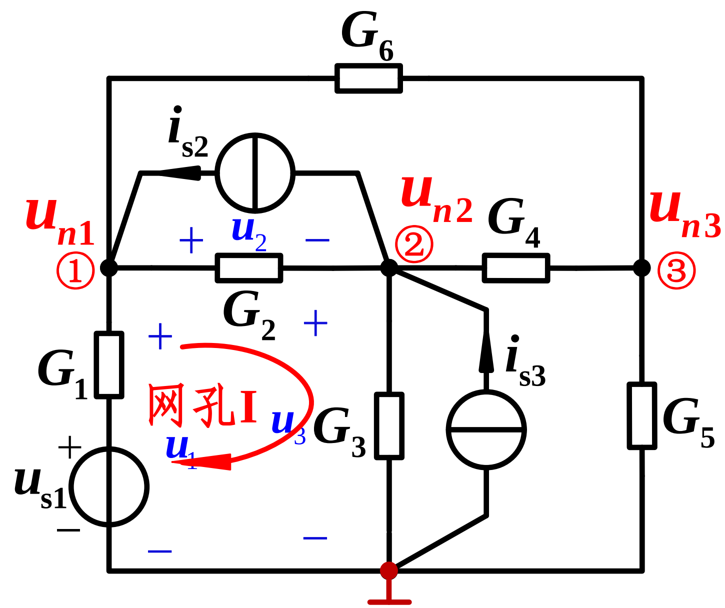
（1）选定参考方向，标明n-1个独立节点的节点电压。



§ 3.2 节点分析法

节点分析法：以节点电压为变量列写电路方程求解电路的方法。

(Node Voltage Method)



一、节点电压方程的一般形式

（1）选定参考方向，标明n-1个独立节点的节点电压。

（2）支路电压与节点电压的关系：

$$\begin{cases} u_1 = u_{n1} \\ u_2 = u_{n1} - u_{n2} \\ u_3 = u_{n2} \end{cases}$$

（3）KVL的体现

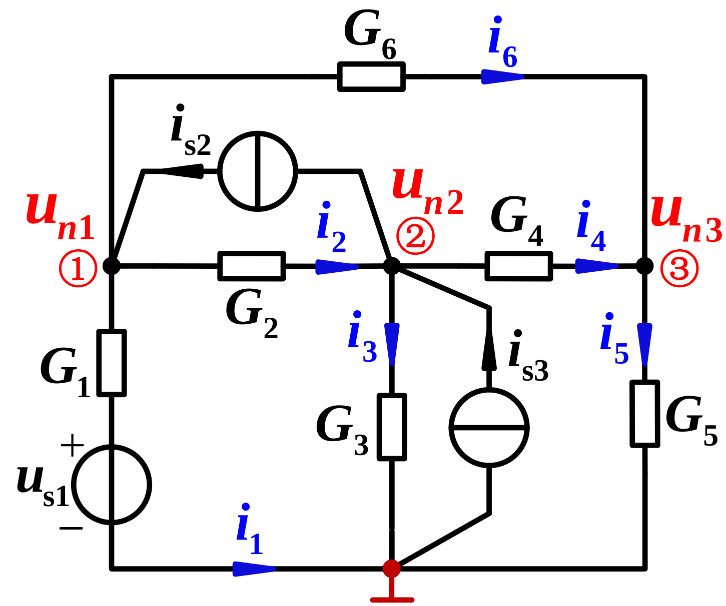
以网孔I为例，KVL： $-u_1 + u_2 + u_3 = -u_{n1} + u_{n1} - u_{n2} + u_{n2} = 0$

★ KVL方程无需列写，只需列写n-1个KCL方程。

§ 3.2 节点分析法

（4）节点电压方程的一般形式

KVL：无需列写



KCL：$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_6 = i_{s2} \\ -i_2 + i_3 + i_4 = i_{s3} - i_{s2} \\ -i_4 + i_5 - i_6 = 0 \end{cases}$

代入

各支路的VAR：（☆ 压控型VAR）

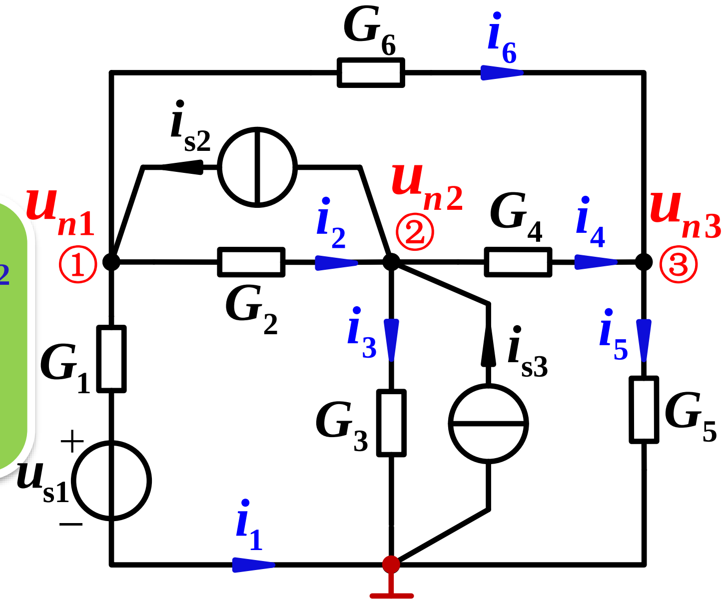
$$\begin{cases} i_1 = G_1(u_{n1} - u_{s1}) \\ i_2 = G_2(u_{n1} - u_{n2}), \\ i_3 = G_3 u_{n2} \end{cases} \quad \begin{cases} i_4 = G_4(u_{n2} - u_{n3}) \\ i_5 = G_5 u_{n3} \\ i_6 = G_6(u_{n1} - u_{n3}) \end{cases}$$

将VAR代入KCL

$$\begin{cases} G_1(u_{n1} - u_{s1}) + G_2(u_{n1} - u_{n2}) + G_6(u_{n1} - u_{n3}) = i_{s2} \\ -G_2(u_{n1} - u_{n2}) + G_3 u_{n2} + G_4(u_{n2} - u_{n3}) = i_{s3} - i_{s2} \\ -G_4(u_{n2} - u_{n3}) - G_5 u_{n3} + G_6(u_{n1} - u_{n3}) = 0 \end{cases}$$

§ 3.2 节点分析法

（4）节点电压方程的一般形式



$$\begin{cases} G_1(u_{n1}-u_{s1})+G_2(u_{n1}-u_{n2})+G_6(u_{n1}-u_{n3})=i_{s2} \\ -G_2(u_{n1}-u_{n2})+G_3u_{n2}+G_4(u_{n2}-u_{n3})=i_{s3}-i_{s2} \\ -G_4(u_{n2}-u_{n3})-G_5u_{n3}+G_6(u_{n1}-u_{n3})=0 \end{cases}$$

整理

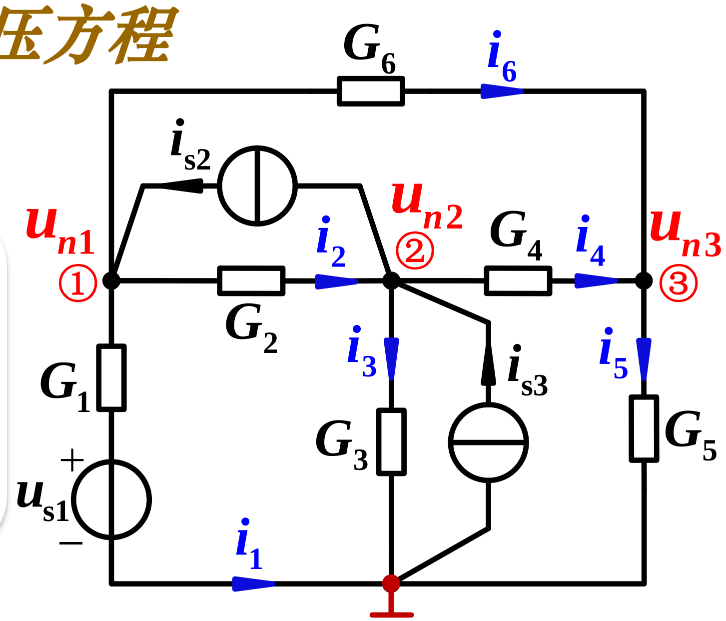
$$\begin{cases} (G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2} \\ -G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2} \\ -G_6u_{n1}-G_4u_{n2}-(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0 \end{cases}$$

能直接写出这个标准形式吗？？

节点电压方程的标准形式

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{s11} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{s22} \\ G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{s33} \end{cases}$$

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程



二、观察法列写节点电压方程

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}\\ -G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2}\\ -G_6u_{n1}-G_4u_{n2}+(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0\end{cases}$$

节点电压方程的一般形式：

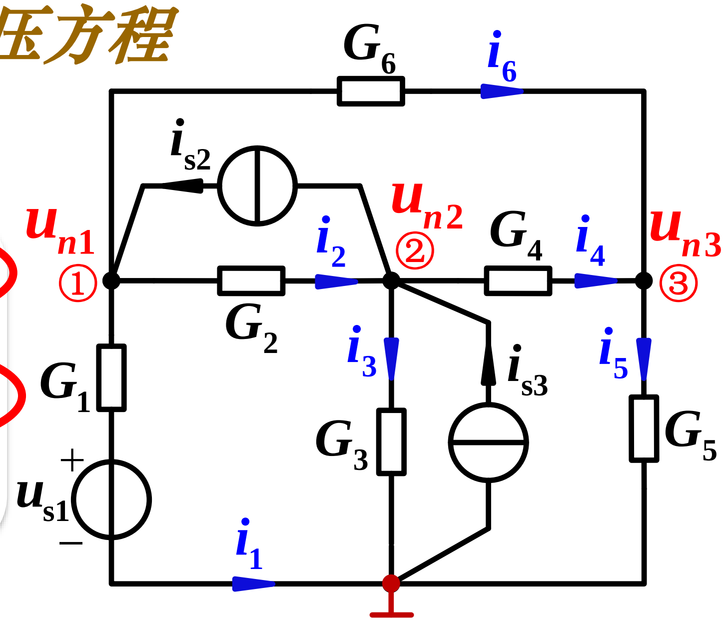
$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{s11}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{s22}\\ G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{s33}\end{cases}$$

矩阵形式

$$\begin{bmatrix}G_{11} & G_{12} & G_{13}\\ G_{21} & G_{22} & G_{23}\\ G_{31} & G_{32} & G_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{n1}\\ u_{n2}\\ u_{n3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i_{s11}\\ i_{s22}\\ i_{s33}\end{bmatrix}$$

G_{ii} 节点i的**自电导**，等于接在节点i上所有支路的电导之和。 **恒为正**

G_{ij} $(i\neq j)$节点i、j间的**互电导**，等于节点i、j间所有支路的电导之和。 **恒为负**



二、观察法列写节点电压方程

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}\\ -G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2}\\ -G_6u_{n1}-G_4u_{n2}+(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0\end{cases}$$

节点电压方程的一般形式：

$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{s11}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{s22}\\ G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{s33}\end{cases}$$

矩阵形式

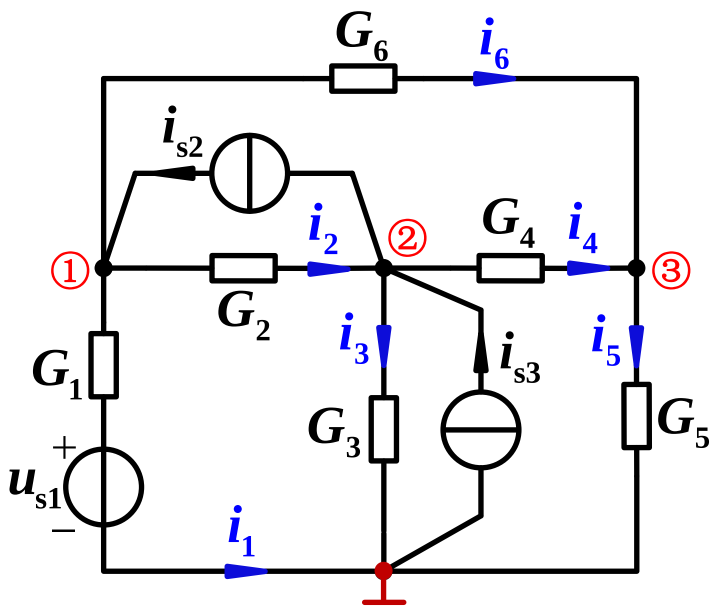
$$\begin{bmatrix}G_{11} & G_{12} & G_{13}\\ G_{21} & G_{22} & G_{23}\\ G_{31} & G_{32} & G_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{n1}\\ u_{n2}\\ u_{n3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i_{s11}\\ i_{s22}\\ i_{s33}\end{bmatrix}$$

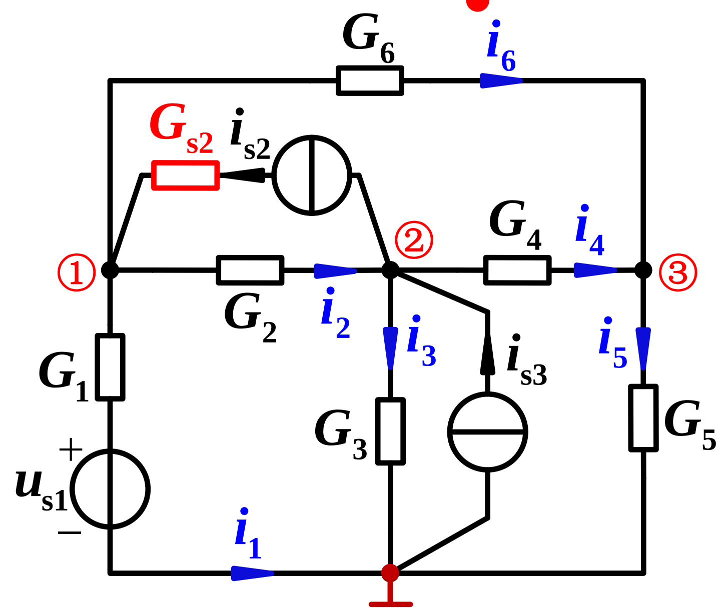
i_{sii}　连接于节点i的**电流源**和**等效电流源**注入该节点的电流的代数和。

（电流源流入节点为**正**，流出节点为**负**；

电压源参考正极与节点相连，该项为**正**，反之为**负**）

二、观察法列写节点电压方程——一个小思考？





列写添加电导G_{s2}后的节点电压方程

$$(G_{s2}+G_1+G_2+G_6)u_{n1}-(G_{s2}+G_2)u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}$$

？

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}\\ -G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2}\\ -G_6u_{n1}-G_4u_{n2}+(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0\end{cases}$$

本质：节点的KCL方程

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程

★ 总结

节点电压方程的一般形式：

$$\left.\begin{aligned} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\cdots+G_{1n}u_{nn}&=i_{s11}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\cdots+G_{2n}u_{nn}&=i_{s22}\\ &\cdots\cdots\\ G_{n1}u_{n1}+G_{n2}u_{n2}+\cdots+G_{nn}u_{nn}&=i_{snn} \end{aligned}\right\}$$

（1）自电导(G_{ii})：与节点i相连的所有电导之和；

自电导恒为正

（2）互电导(G_{ij})($i\neq j$)：节点i和节点j间所有支路电导之和；

互电导恒为负

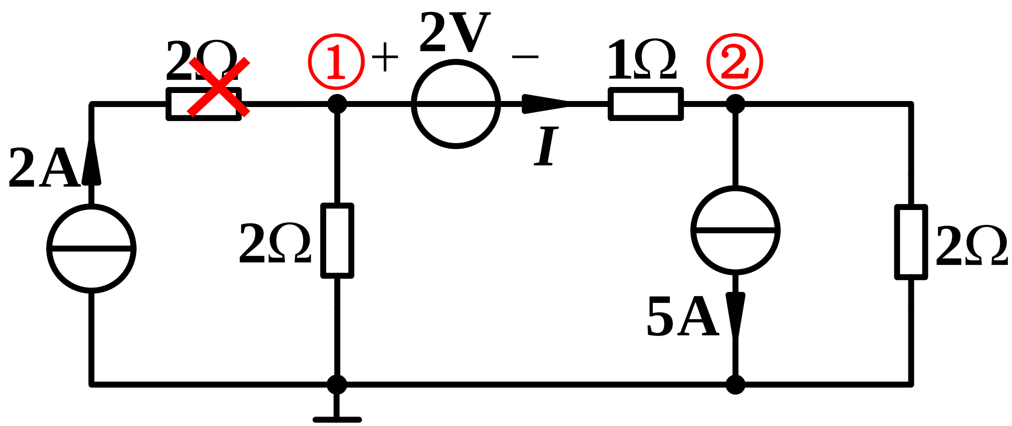
G_{ii}和G_{ij}均不包含与电流源串联的电导。

（3）右端激励项 (i_{sii})：电流源或电压源串电阻经等效变换后所得等效电流源注入第i个节点的电流。

（电流源流入节点为正，流出节点为负；
电压源参考正极与节点相连，该项为正，反之为负）

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程

【例】用节点分析法求图示电路中的电流I。



解：

节点电压方程 $$\begin{cases}(0.5+1)U_{n1}-U_{n2}=2+2\\ -U_{n1}+(1+0.5)U_{n2}=-5-2\end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}1.5 & -1\\ -1 & 1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{n1}\\ U_{n2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\ -7\end{bmatrix}$$

联立求得： $U_{n1}=-0.8\ \text{V}$ $U_{n2}=-5.2\ \text{V}$

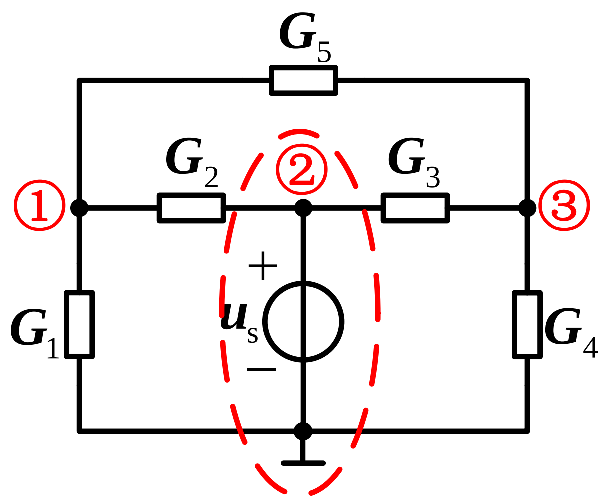
$$I=\frac{U_{n1}-U_{n2}-2}{1}=\frac{-0.8-(-5.2)-2}{1}=2.4\ \text{A}$$

节点电压方程的系数矩阵一定是对称阵（$G_{ij}=G_{ji}$）?

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

思考：无伴电压源为何特殊？无伴电压源没有压控型VAR

（a）无伴电压源处在独立节点和参考节点之间



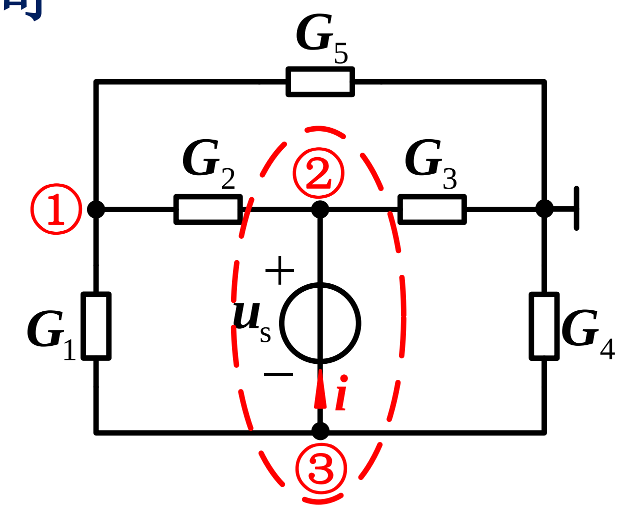
无伴电压源处在两个独立节点之间时，该如何处理？

节点电压方程

$$
\begin{cases}
(G_1+G_2+G_5)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_5u_{n3}=0\\
u_{n2}=u_s\\
-G_5u_{n1}-G_3u_{n2}+(G_3+G_4+G_5)u_{n3}=0
\end{cases}
$$

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

（b）无伴电压源处在两个独立节点之间



引入附加变量 i

节点电压方程：

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_5)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_1u_{n3}=0\\ -G_2u_{n1}+(G_2+G_3)u_{n2}=i\\ -G_1u_{n1}+(G_1+G_4)u_{n3}=-i\end{cases}$$

代入

增立方程： $u_{n2}-u_{n3}=u_s$ 增加节点电压与电压源电压的关系方程

消去非节点电压，整理得

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_5)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_1u_{n3}=0\\ -(G_1+G_2)u_{n1}+(G_2+G_3)u_{n2}+(G_1+G_4)u_{n3}=0\\ u_{n2}-u_{n3}=u_s\end{cases}$$

每增加一个变量(电流)，就要增立一个方程(KVL方程)。