

电路理论

Principles of Electric Circuits

第一章 电路模型及其基本规律

§ 1.5 基尔霍夫定律



§ 1.5 基尔霍夫定律

基尔霍夫的成就

1. 电路设计

1845年，21岁时他发表了第一篇论文，提出了稳恒电路网络中电流、电压、电阻关系的两条电路定律，即著名的基尔霍夫定律。

2. 热辐射

1859年，基尔霍夫做了用灯焰烧灼食盐的实验，得出了关于热辐射的定律。

3. 化学

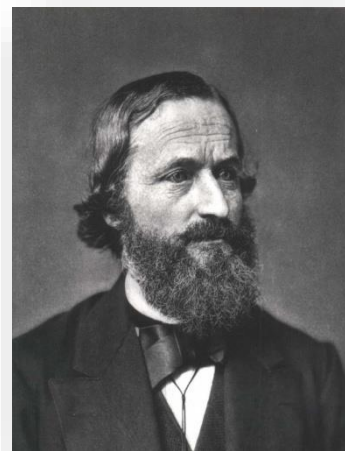
在海德堡大学期间制成光谱仪，与化学家本生合作创立了光谱化学分析法，从而发现了元素铯和铷。

4. 光学理论

给出了惠更斯-菲涅耳原理的更严格的数学形式，著有《数学物理学讲义》4卷。

5. 薄板直法线理论

1850年，在柏林大学执教的基尔霍夫发表了他关于板的重要论文《弹性圆板的平衡与运动》。

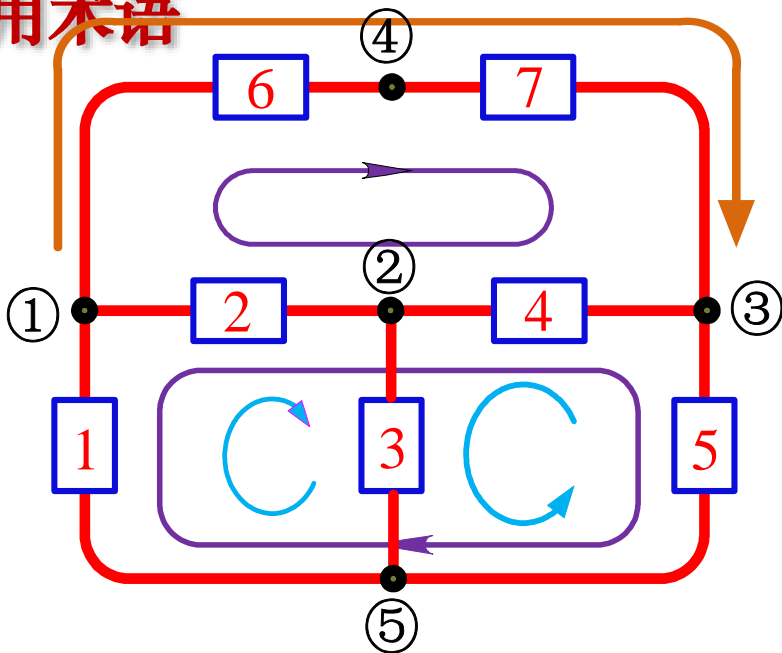


基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



§ 1.5 基尔霍夫定律

一、电路常用术语



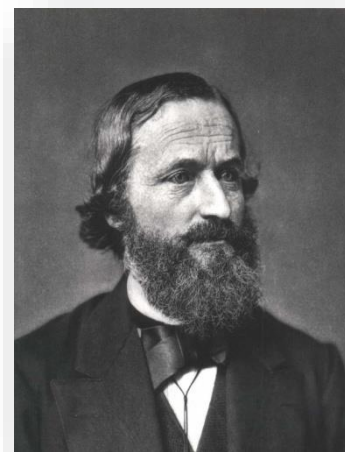
支路：每个二端元件或元件的串并联组合。

节点：支路与支路的连接点。

路径: 任意两个节点之间的电流通路。

回路：电路中的闭合路径。

网孔：内部不包含任何支路的回路。



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)

支路电流

支路电压

§ 1.5 基尔霍夫定律

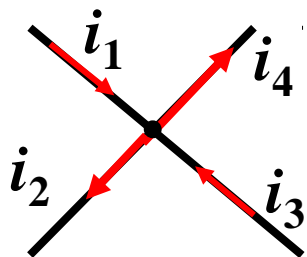
二、基尔霍夫电流定律

(Kirchhoff's Current Law, KCL)

在集中参数电路中，任一时刻流出(或流入)任一节点的所有支路电流代数和等于零。

$$\sum i_k(t) = 0$$

【例】

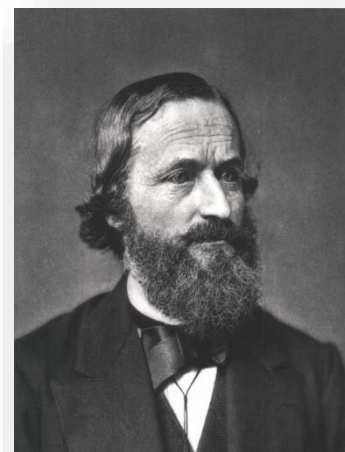


令电流流出为“+”

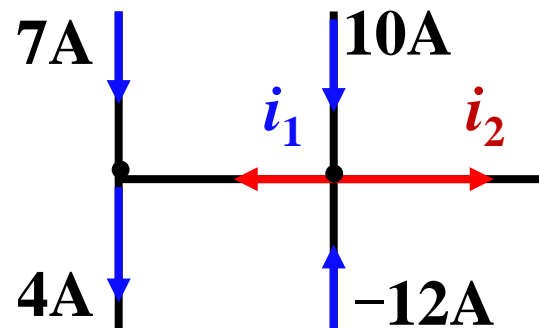
$$-i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0$$

$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4$$

$$\sum i_{\text{入}}(t) = \sum i_{\text{出}}(t)$$



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



物理本质： 电荷守恒

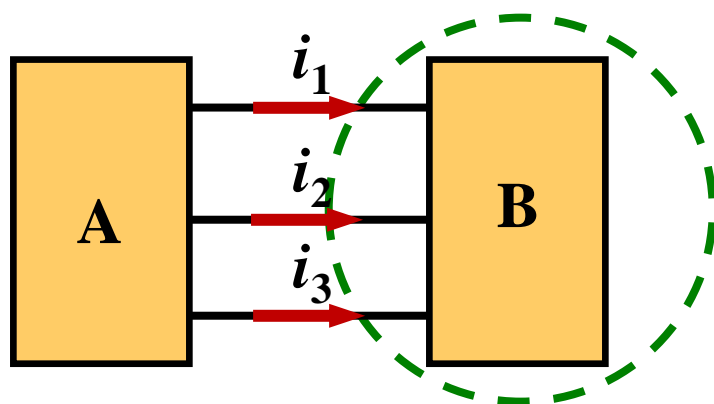


§ 1.5 基尔霍夫定律

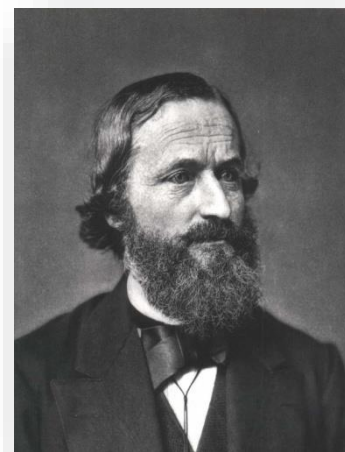
二、基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL)

【KCL推广】

集中参数电路中任一**闭合面**相交的所有支路电流的代数和等于零。



$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$



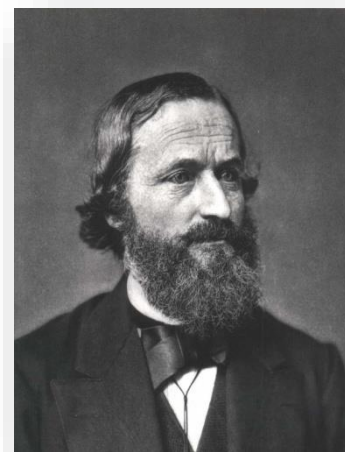
基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)

§ 1.5 基尔霍夫定律

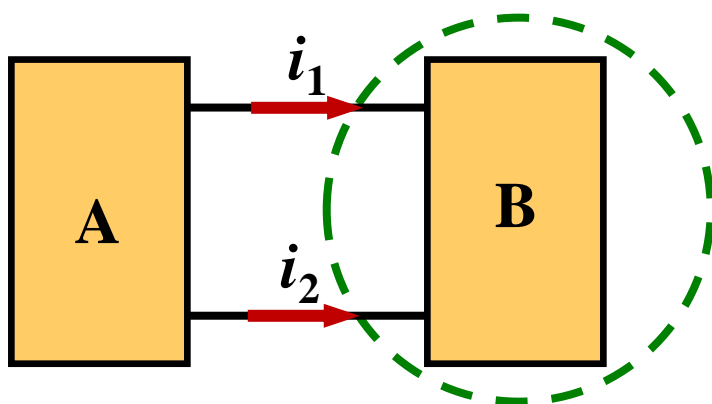
二、基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL)

【KCL推广】

集中参数电路中任一**闭合面**相交的所有支路电流的代数和等于零。



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



$$i_1 + i_2 = 0$$

两条支路电流大小相等，
一个流入，一个流出。

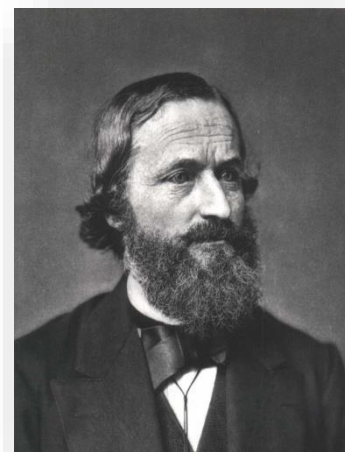


§ 1.5 基尔霍夫定律

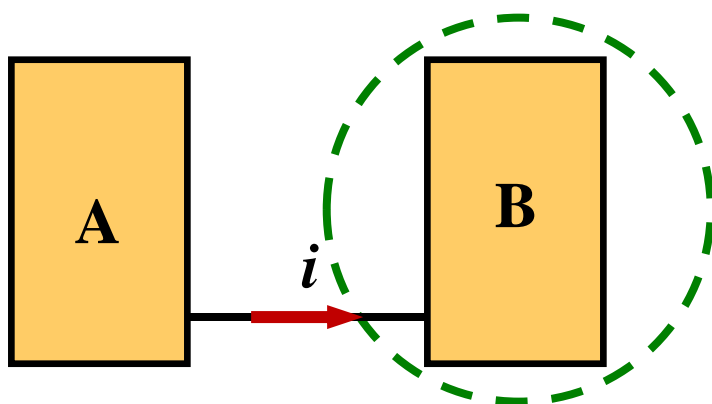
二、基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL)

【KCL推广】

集中参数电路中任一**闭合面**相交的所有支路电流的代数和等于零。



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



$$i = 0$$

只有一条支路相连，则 $i=0$ 。

§ 1.5 基尔霍夫定律

二、基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL)

【例】列写KCL方程

1) 基本表述方式——对节点

$$\text{节点①: } i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\text{节点②: } -i_2 - i_5 + i_6 = 0$$

$$\text{节点③: } -i_4 - i_6 + i_7 = 0$$

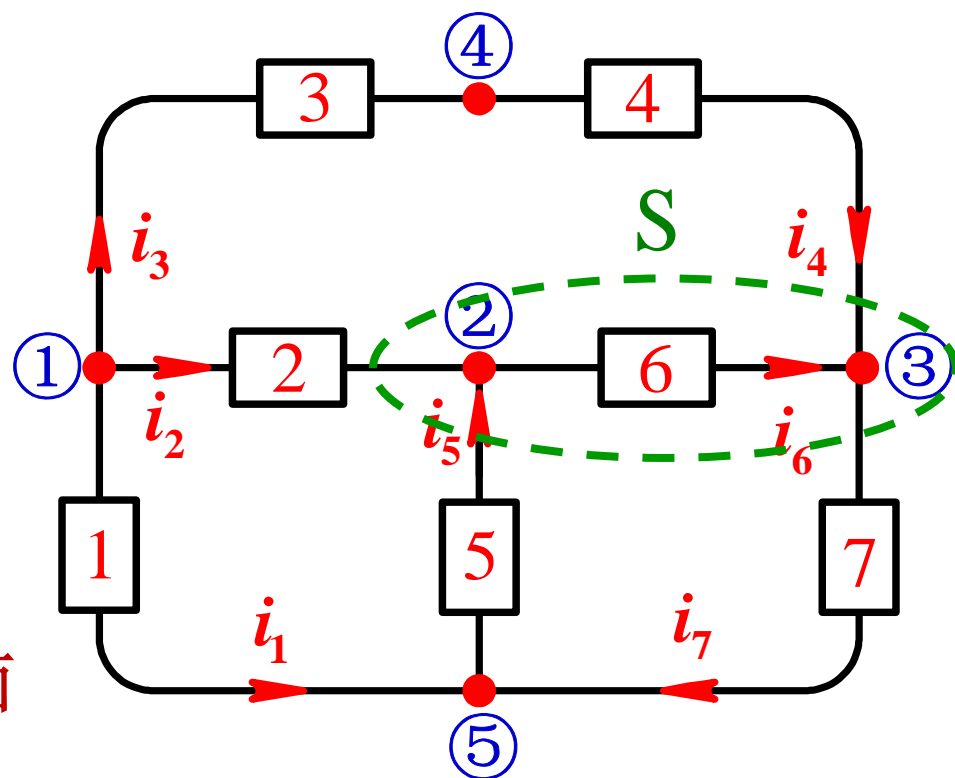
$$\text{节点④: } -i_3 + i_4 = 0$$

2) 扩展表述方式——对闭合面

$$-i_2 - i_4 - i_5 + i_7 = 0$$

3) 流入电流之和=流出电流之和

$$i_2 + i_4 + i_5 = i_7$$



§ 1.5 基尔霍夫定律

二、基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL)

【例】列写KCL方程求 i_5 。

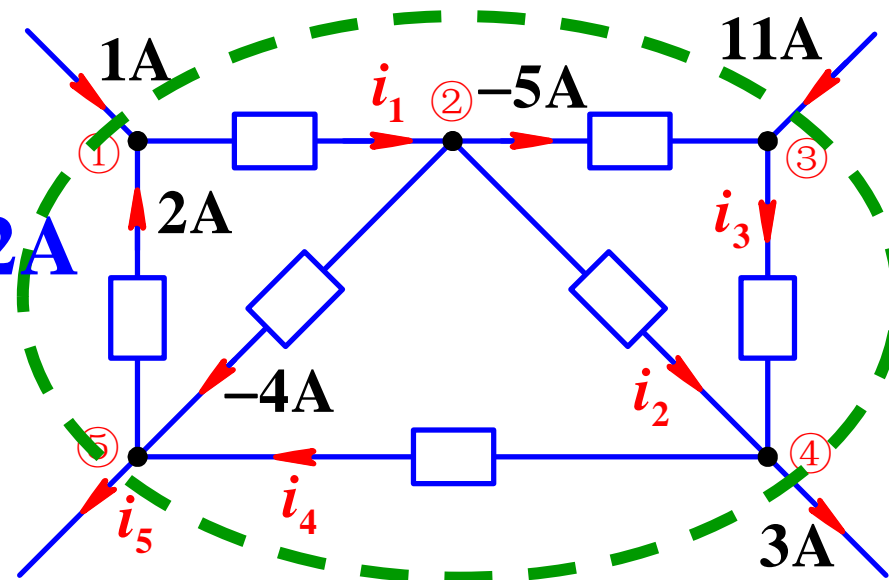
① $i_1 = 1 + 2 = 3\text{A}$

② $i_2 = i_1 - (-5) - (-4) = 12\text{A}$

③ $i_3 = 11 + (-5) = 6\text{A}$

④ $i_4 = i_2 + 6 - 3 = 15\text{A}$

⑤ $i_5 = i_4 + (-4) - 2 = 9\text{A}$



若对闭合面 S 列写 KCL 方程

$$i_5 = 1 + 11 - 3 = 9\text{A}$$

§ 1.5 基尔霍夫定律

三、基尔霍夫电压定律

(Kirchhoff's Voltage Law, KVL)

在集中参数电路中，任一时刻沿任一回路各支路电压的代数和等于零。

$$\sum u_k(t) = 0$$

取顺时针电位降为正

$$-U_1 - U_{S1} + U_2 + U_3 + U_4 + U_{S4} = 0$$

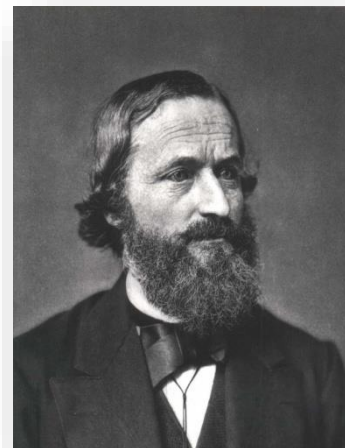
$$\underbrace{-U_1 + U_2 + U_3 + U_4}_{\text{电阻压降}} = \underbrace{U_{S1} - U_{S4}}_{\text{电源压升}}$$

电阻压降

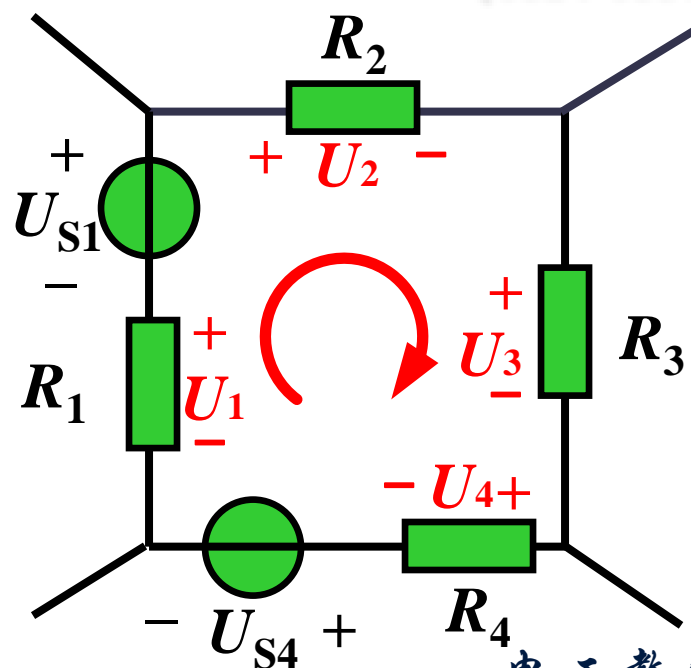
电源压升

$$\sum u_{\text{降}}(t) = \sum u_{\text{升}}(t)$$

★ 物理本质： 能量守恒



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



§ 1.5 基尔霍夫定律

三、基尔霍夫电压定律

(Kirchhoff's Voltage Law, KVL)

【KVL推广】

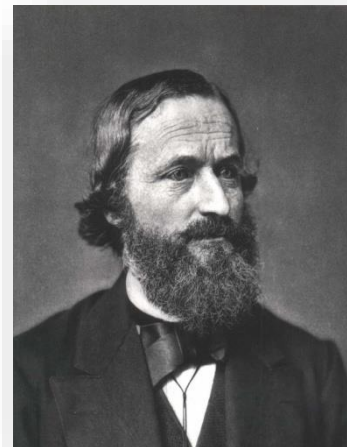
电路中任意两节点间的电压等于两节点间任意一条路径经过的各元件电压的代数和。

(取沿绕行方向电位降为正)

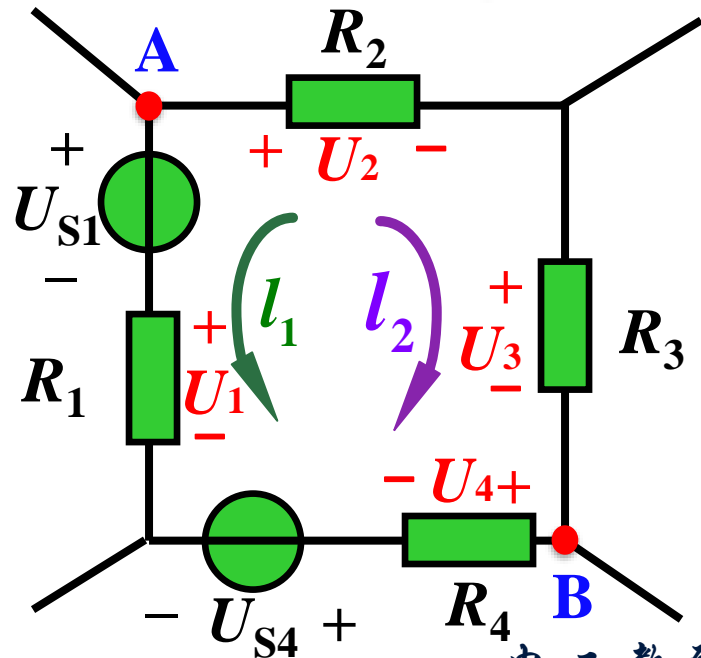
$$l_1: U_{AB} = U_{S1} + U_1 - U_{S4} - U_4$$

$$l_2: U_{AB} = U_2 + U_3$$

$$U_{AB} \text{ (沿 } l_1 \text{)} = U_{AB} \text{ (沿 } l_2 \text{)}$$



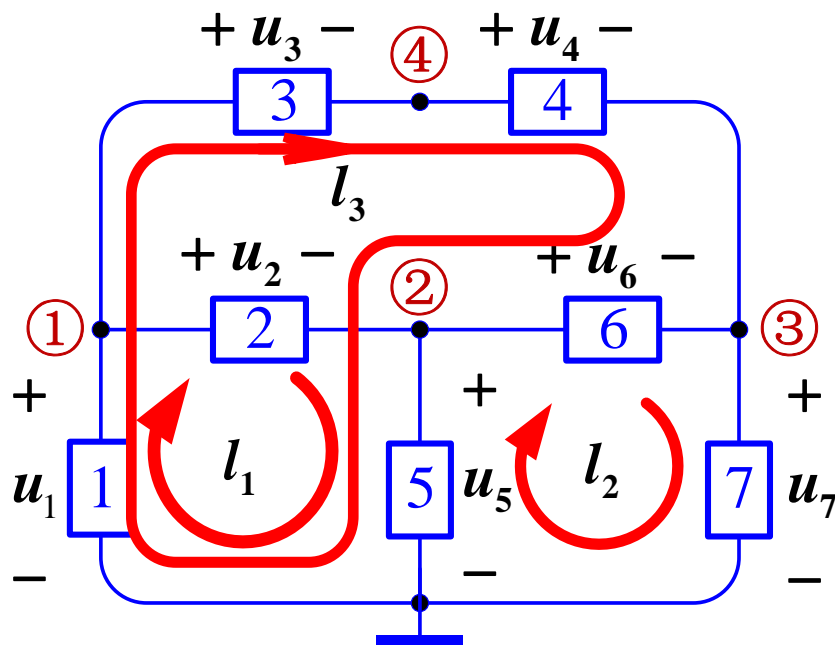
基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



§ 1.5 基尔霍夫定律

三、基尔霍夫电压定律

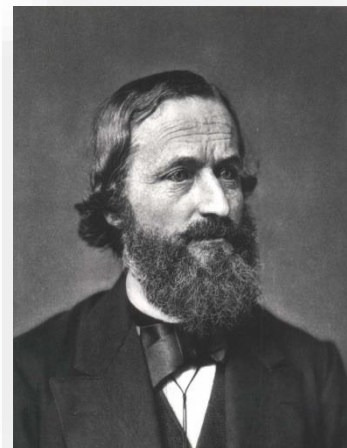
(Kirchhoff's Voltage Law, KVL)



$$l_1: -u_1 + u_2 + u_5 = 0$$

$$l_2: -u_5 + u_6 + u_7 = 0$$

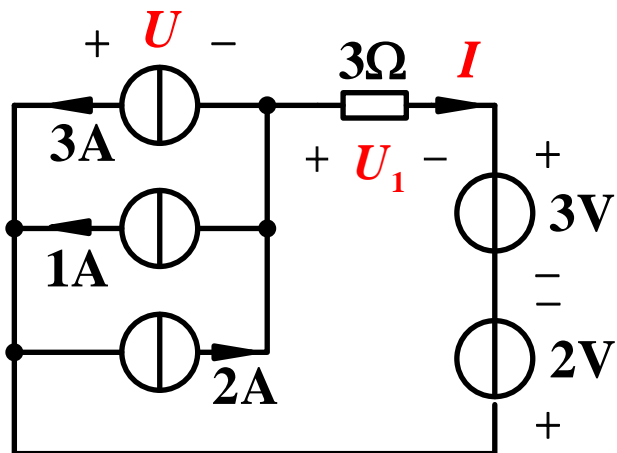
$$l_3: -u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0$$



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)

§ 1.5 基尔霍夫定律

【例1】电路如下图所示，求 U 和 I 。



解：

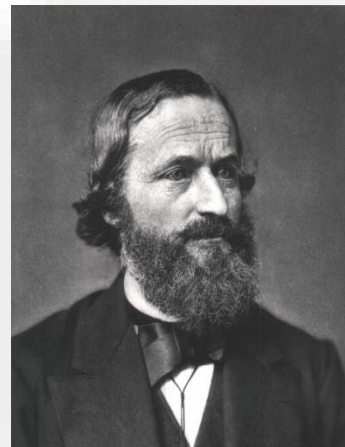
$$3+1-2+I=0$$

$$I = -2(\text{A})$$

$$U_1 = 3I = -6(\text{V})$$

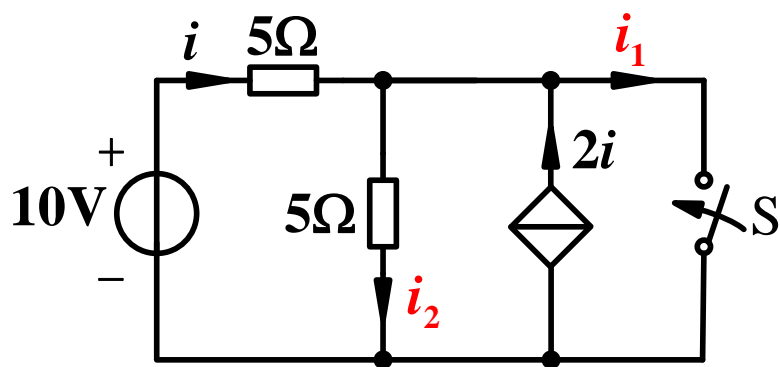
$$U + U_1 + 3 - 2 = 0$$

$$U = 5(\text{V})$$



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)

【例2】求下图所示电路中，开关S打开和闭合时的电流 i_1 和 i_2 。



解：

S打开: $i_1 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} i_2 = i + 2i \\ 5i + 5i_2 = 10 \end{array} \right. \rightarrow i_2 = 1.5(\text{A})$$

S闭合: $i_2 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} i_1 = i + 2i \\ i = 10/5 = 2 \end{array} \right. \rightarrow i_1 = 6(\text{A})$$

§ 1.5 基尔霍夫定律

(Kirchhoff's Voltage & Current Law)



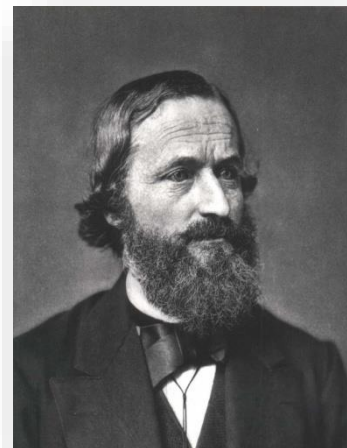
小结:

- (1) **KCL**是对节点所关联支路电流的**线性约束**,
KVL是对回路中支路电压的**线性约束**。

$$\sum i_k(t) = 0$$

$$\sum u_k(t) = 0$$

- (2) **KCL**、**KVL**只取决于电路的连接方式, 而与组成支路的元件性质及参数**无关**。
- (3) **KCL**本质体现: **电荷守恒**
KVL本质体现: **能量守恒**
- (4) **KCL**、**KVL**只适用于集中参数电路。



基尔霍夫
(Kirchhoff)
德国物理学家
(1824-1887)



电路理论

Principles of Electric Circuits

第一章 电路模型及其基本规律

§ 1.6 直接用两类约束分析电路



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

对于一个具有 **n** 个节点，**b** 条支路的电路

分析电路的依据

元件约束：
(元件VAR)

b个元件VAR方程

拓扑约束：
(KCL、KVL)

n-1个独立的KCL方程

$$\textcircled{1} \quad i_1 + i_2 + i_5 = 0$$

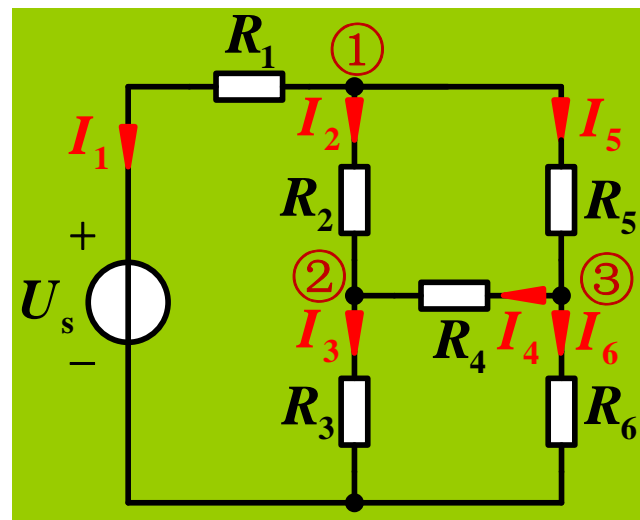
$$\textcircled{2} \quad -i_2 + i_3 - i_4 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad i_4 - i_5 + i_6 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad \cancel{i_1} - \cancel{i_3} + \cancel{i_6} = 0$$

3个
独立的KCL方程

$$\textcircled{4} = -(\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3})$$



④



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

对于一个具有 **n** 个节点，**b** 条支路的电路

分析电路的依据

元件约束：
(元件VAR)

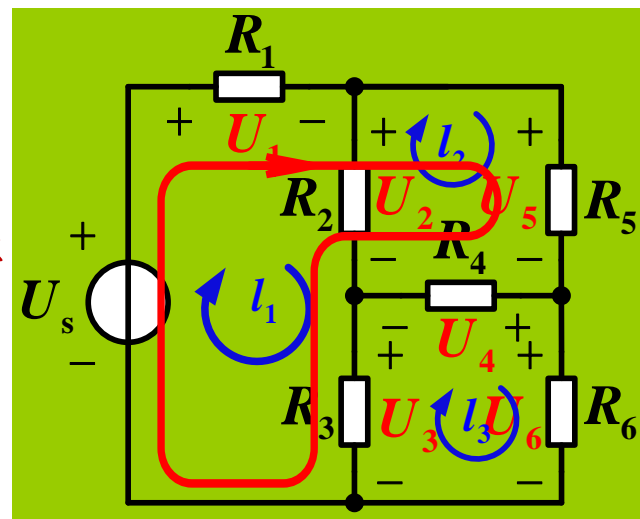
b个元件VAR方程

拓扑约束：
(KCL、KVL)

n-1个独立的KCL方程

$$\left. \begin{aligned} l_1: & -U_s + U_1 + U_2 + U_3 = 0 \\ l_2: & -U_2 + U_4 + U_5 = 0 \\ l_3: & -U_3 - U_4 + U_6 = 0 \\ l_4: & -U_s + U_1 + U_5 + U_4 + U_3 = 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{3个} \\ \text{独立的KVL方程} \end{array}$$

$$l_4 = l_1 + l_2$$



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

2b分析法

分析电路的依据

元件约束：
(元件VAR)

b 个元件VAR方程

拓扑约束：
(KCL、KVL)

$n-1$ 个独立的KCL方程

$b-n+1$ 个独立的KVL方程

江湖人称：
“2b法”

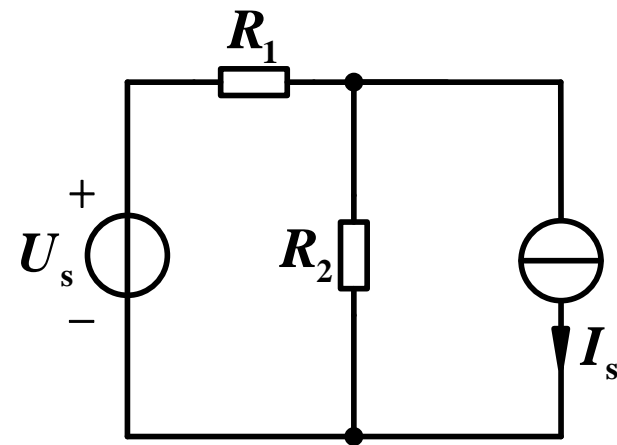
为什么是 $(b-n+1)$ 尼？
详细说明见本书3.5节



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

2b分析法

【例】列写电路的基本方程。



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

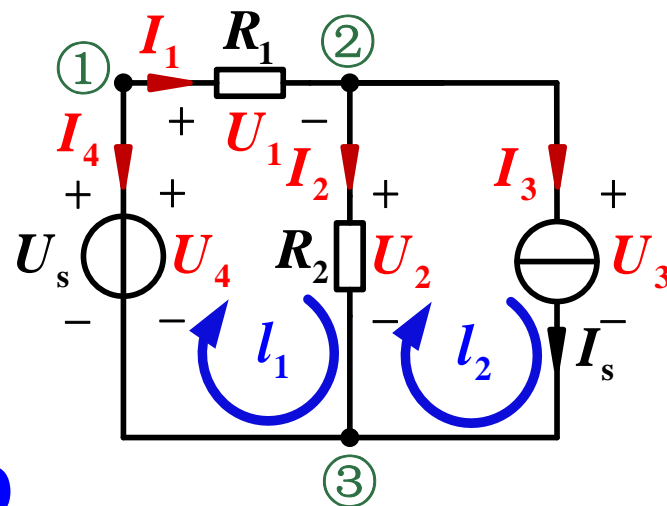
2b分析法

【例】列写电路的基本方程。

独立的KCL:
$$\begin{cases} I_1 + I_4 = 0 \\ -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{cases}$$

独立的KVL:
$$\begin{cases} U_1 + U_2 - U_4 = 0 \\ U_2 - U_3 = 0 \end{cases}$$

元件的VAR:
$$\begin{cases} U_1 = R_1 I_1 \\ U_2 = R_2 I_2 \\ I_3 = I_s \\ U_4 = U_s \end{cases}$$



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

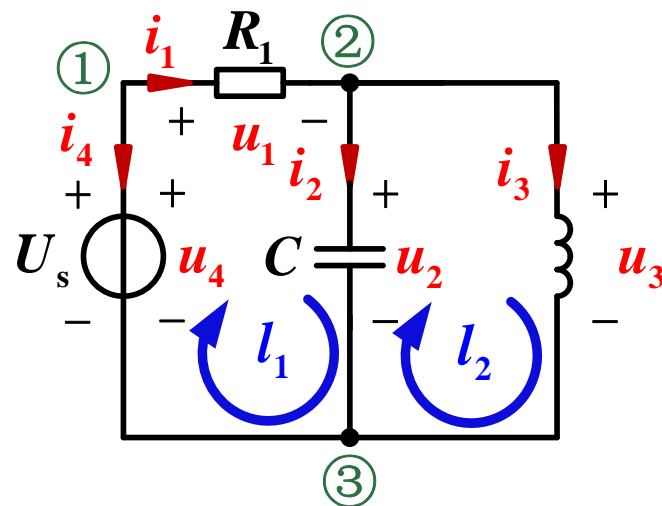
2b分析法

【例】列写电路的基本方程。

独立的KCL:
$$\begin{cases} i_1 + i_4 = 0 \\ -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \end{cases}$$

独立的KVL:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 - u_4 = 0 \\ u_2 - u_3 = 0 \end{cases}$$

元件的VAR:
$$\begin{cases} u_1 - R_1 i_1 = 0 \\ i_2 = C \frac{du_2}{dt} \\ u_3 = L \frac{di_3}{dt} \\ U_4 = U_s \end{cases}$$



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

2b分析法



总结：

想办法减少方程数量才是正道啊！



1. 当电路含有不同类型的元件时，方程中将出现微分或积分运算；
2. 2b法的电路变量个数较多，导致所建立的电路方程的数目较多，给手工求解带来不便。



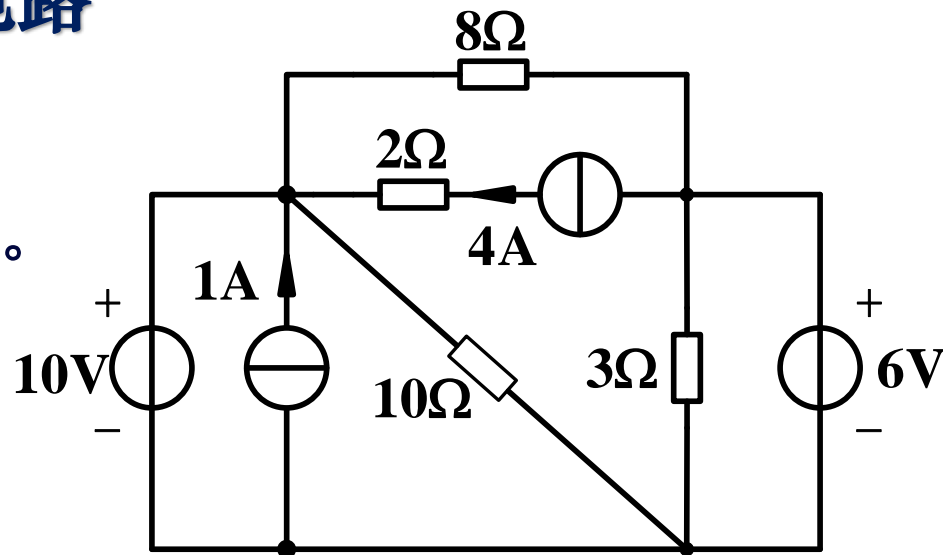
应用2b法分析一个电路，需要求解这么多方程，太麻烦了吧~~~~



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

2b分析法

【例】求10V电压源提供的功率。



§ 1.6 直接用两类约束分析电路

2b分析法

【例】求10V电压源提供的功率。

解：

由KVL: $I_2 = \frac{10-6}{8} = 0.5 \text{ A}$

$$I_3 = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

由KCL:

$$I_1 = I_2 + I_3 - 1 - 4 = 0.5 + 1 - 1 - 4 = -3.5 \text{ A}$$

10V电压源提供功率：

$$P_{\text{发}} = 10I_1 = 10 \times (-3.5) = -35 \text{ W}$$

