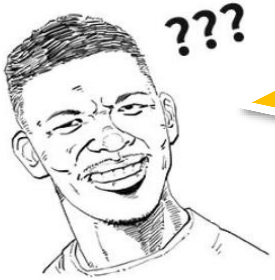
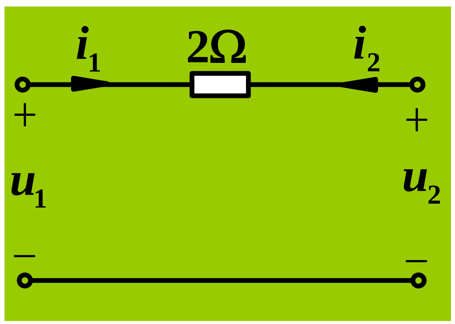
§5.2 双口网络的参数及其方程

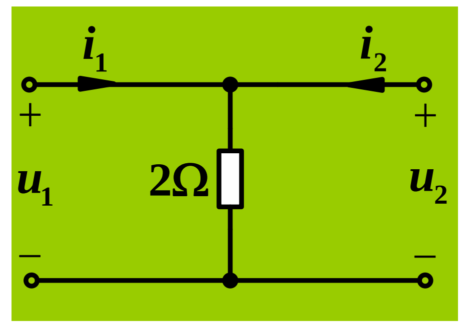


为啥要研究如此之多的双口网络参数？

★ 原因

（1）并不是所有双口网络的**6种参数**都存在；



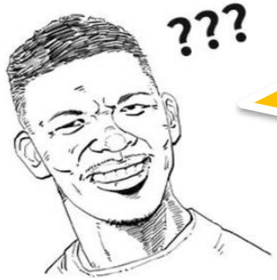


$$G=\begin{bmatrix}0.5 & -0.5\\ -0.5 & 0.5\end{bmatrix}\mathrm{S}$$

$$R=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}\Omega$$

*R*参数不存在　　　　*G*参数不存在

§5.2 双口网络的参数及其方程



为啥要研究如此之多的双口网络参数？

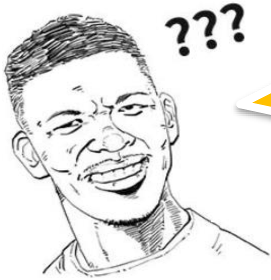
★ 原因

（1）并不是所有双口网络的**6种参数**都存在；

（2）利用定义式法求双口网络参数时，并不是所有端口都允许被开路或短路；

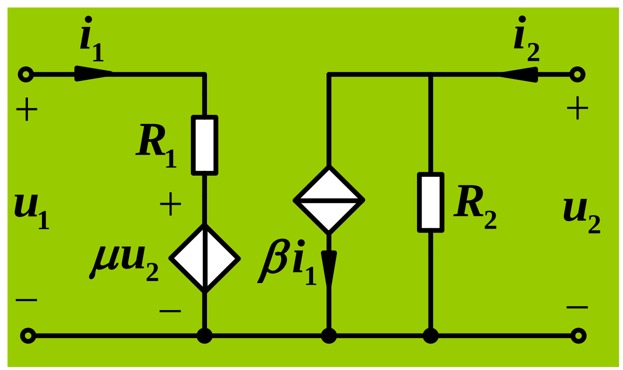
（3）对于同一个双口网络而言，某些参数形式是容易得到的；

§ 5.2 双口网络的参数及其方程



为啥要研究如此之多的双口网络参数？

（3）对于同一个双口网络而言，某些参数形式是容易得到的；



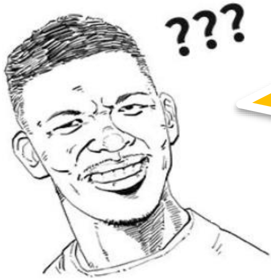
容易列出：

$$u_1 = R_1 i_1 + \mu u_2$$

$$i_2 = \beta i_1 + \frac{u_2}{R_2}$$

$$\longrightarrow \quad H = \begin{bmatrix} R_1 & \mu u_2 \\ \beta i_1 & \dfrac{u_2}{R_2} \end{bmatrix}$$

§ 5.2 双口网络的参数及其方程



为啥要研究如此之多的双口网络参数？

★ 原因

（1）并不是所有双口网络的**6种参数**都存在；

（2）利用定义式法求双口网络参数时，并不是所有端口都允许被开路或短路；

（3）对于同一个双口网络而言，某些参数形式是容易得到的，可以先求这个参数形式，然后再利用双口参数之间的**转换关系**（参见课本P108表5-1），求解其他参数形式。

电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络

（Two-port Network）

§5.3 双口网络的等效电路

§ 5.3 双口网络的等效电路

研究双口网络等效电路的**目的？**

预期的电气特性需求 —等效电路→ **设计合理的实现方案**

考虑结构、成本、可靠性等

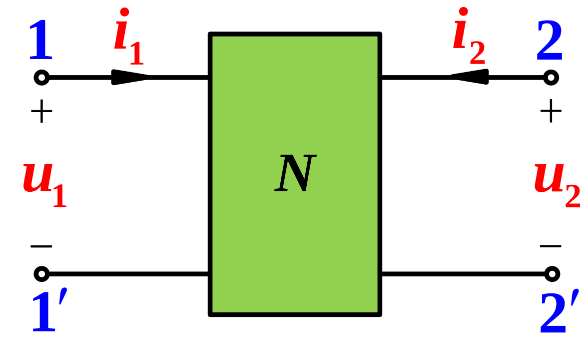
等效条件： 等效电路的端口伏安关系方程与原双口网络的端口伏安关系方程**相同**。

求等效电路： 根据给定的双口网络参数方程确定电路的**结构**和**参数**。

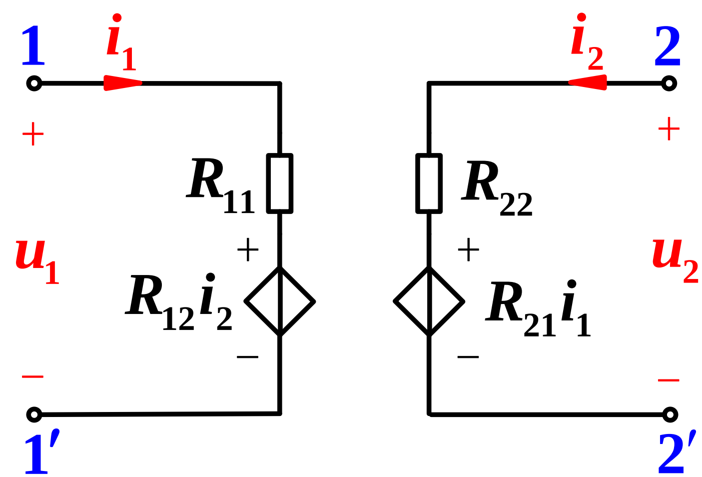
§ 5.3 双口网络的等效电路

一、由R参数画等效电路

$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases}$$



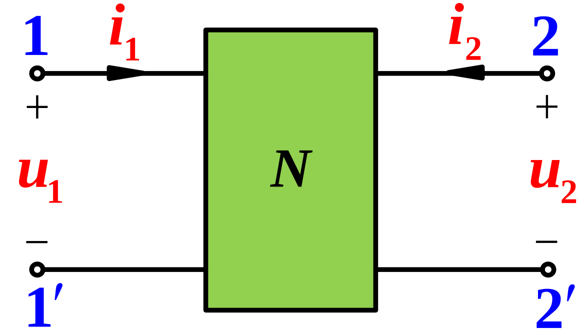
由R参数直接得到其等效电路



等效电路形式（一）

§ 5.3 双口网络的等效电路

一、由R参数画等效电路



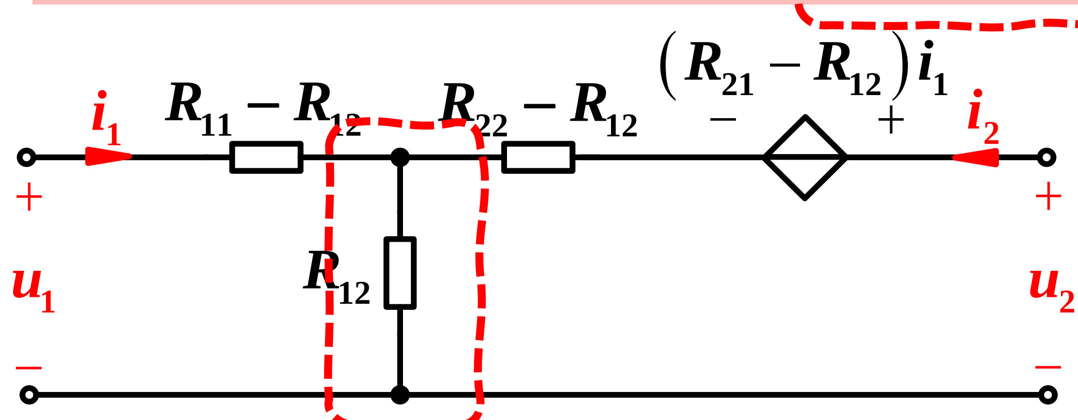
$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases}$$

采用等效变换的方式

$$u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{12}i_1 - R_{12}i_1 = (R_{11}-R_{12})i_1 + R_{12}(i_1+i_2)$$

$$u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{12}i_1 - R_{12}i_1 + R_{12}i_2 - R_{12}i_2$$

$$= (R_{21}-R_{12})i_1 + (R_{22}-R_{12})i_2 + R_{12}(i_1+i_2)$$



等效电路并不唯一

等效电路形式（二）

§ 5.3 双口网络的等效电路

一、由R参数画等效电路

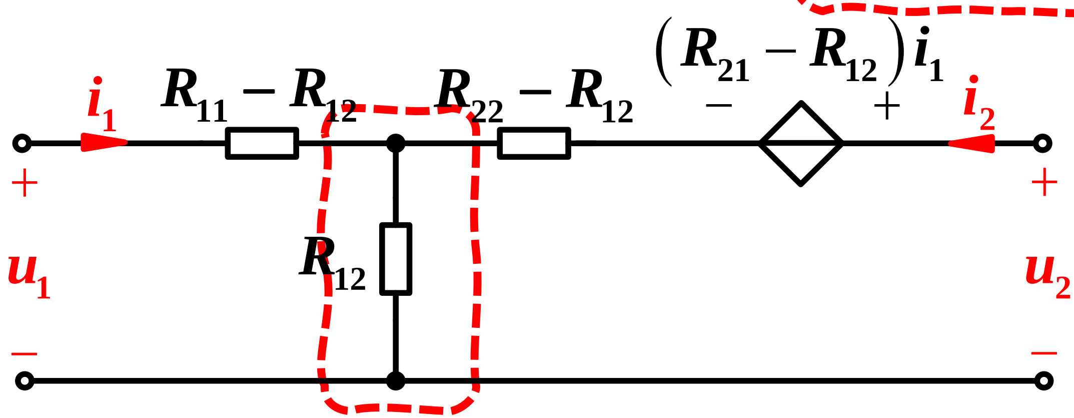
$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases}$$

采用等效变换的方式

$$u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{12}i_1 - R_{12}i_1 = \left(R_{11} - R_{12}\right)i_1 + R_{12}\left(i_1 + i_2\right)$$

$$u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{12}i_1 - R_{12}i_1 + \cancel{R_{12}i_2 - R_{12}i_2}$$

$$= \left(R_{21} - R_{12}\right)i_1 + \left(R_{22} - R_{12}\right)i_2 + R_{12}\left(i_1 + i_2\right)$$



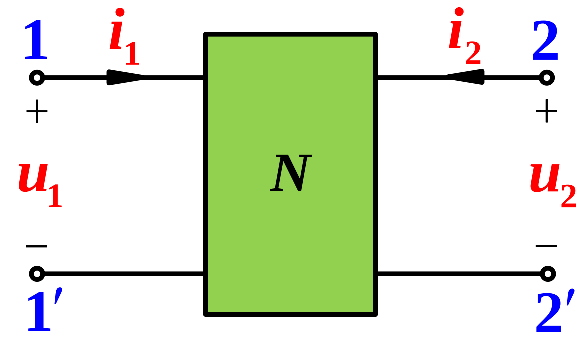
等效电路形式二

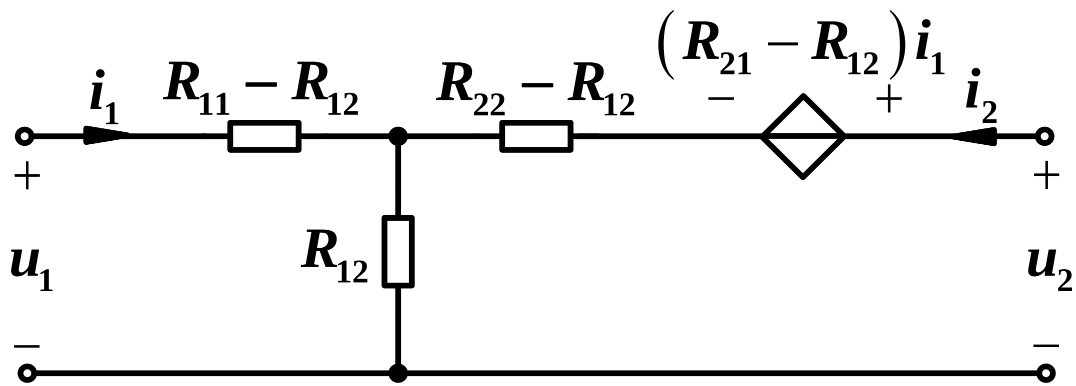
等效电路并不唯一

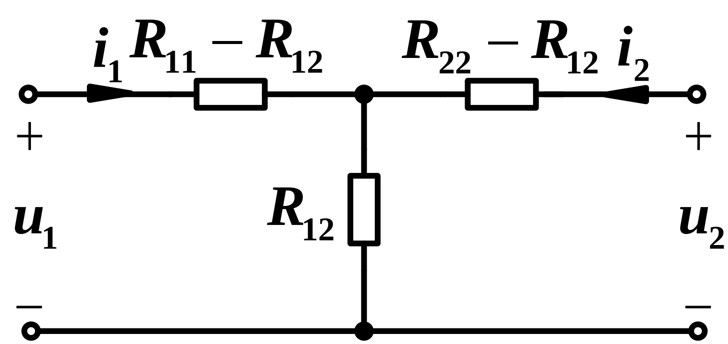
§ 5.3 双口网络的等效电路

一、由R参数画等效电路

$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases}$$





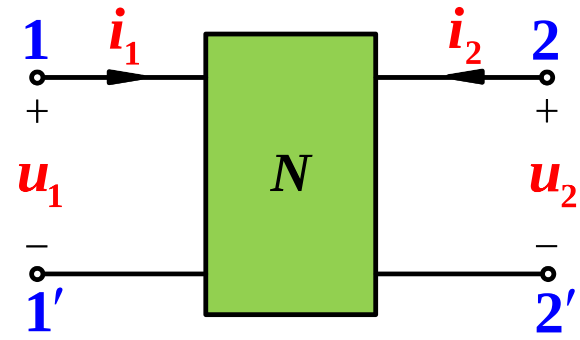


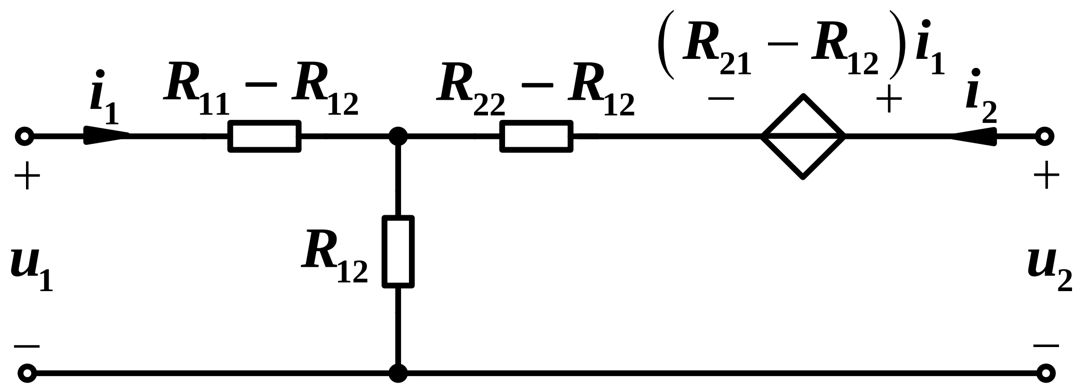
互易双口 $R_{12} = R_{21}$

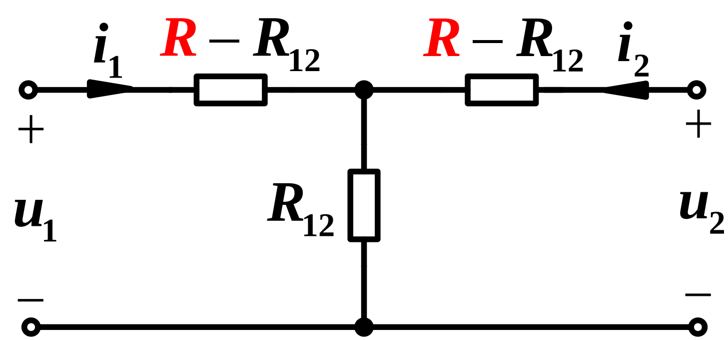
§ 5.3 双口网络的等效电路

一、由R参数画等效电路

$$\begin{cases} u_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2 \\ u_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2 \end{cases}$$







对称双口

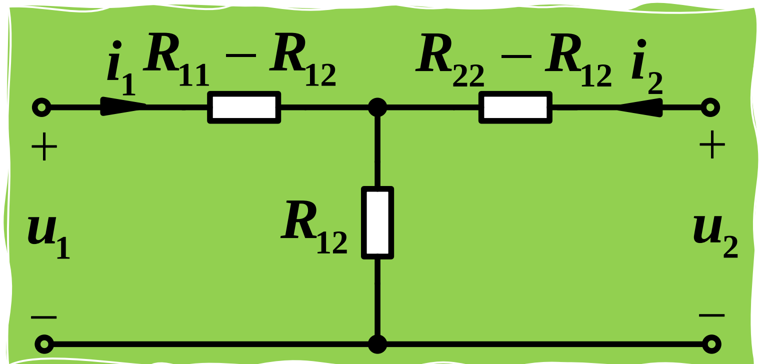
$$R_{12} = R_{21}$$

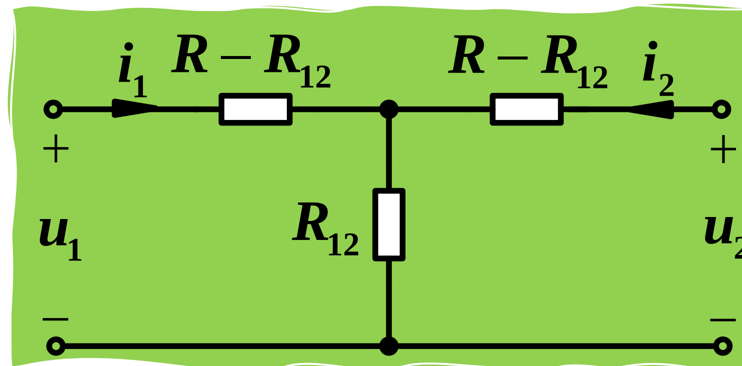
$$R_{11} = R_{22} = R$$

§ 5.3 双口网络的等效电路

互易双口 $R_{12} = R_{21}$

对称双口 $R_{12} = R_{21}$，$R_{11} = R_{22} = R$

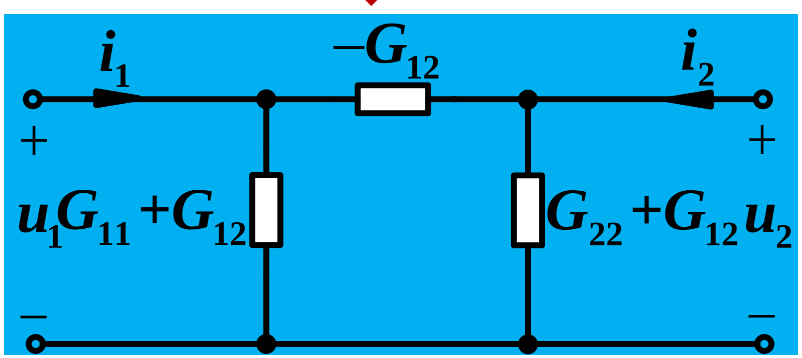


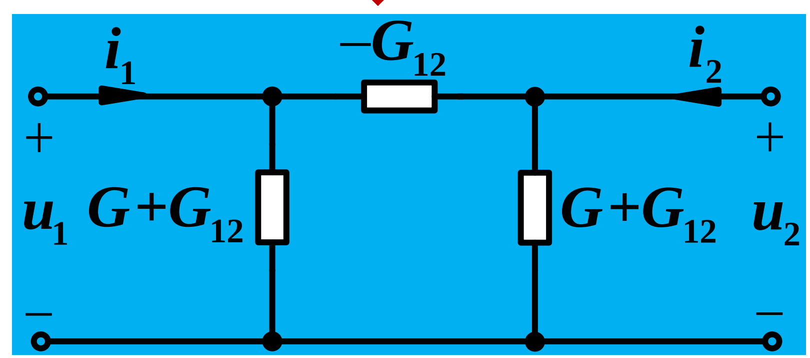


星三角变换

T型等效电路

星三角变换





$G_{12} = G_{21}$

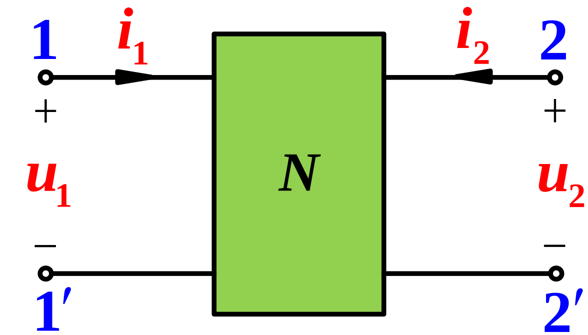
Π型等效电路

$G_{12} = G_{21}$

$G_{11} = G_{22} = G$

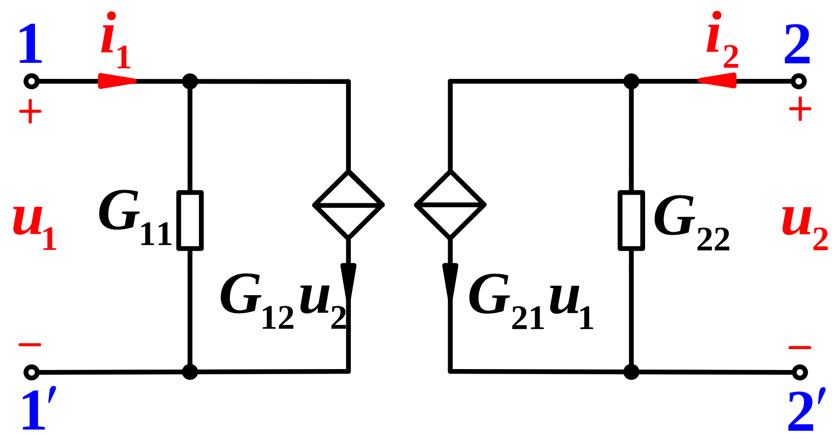
§ 5.3 双口网络的等效电路

二、由G参数画等效电路



$$\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases}$$

由G参数直接得到其等效电路

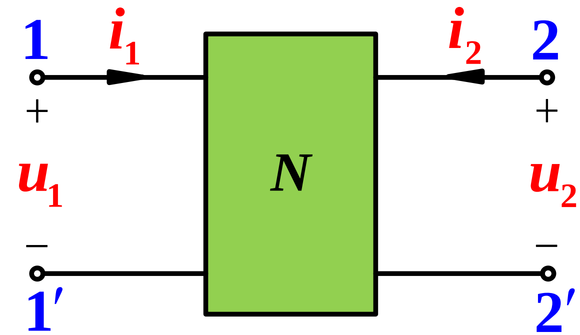


含一个受控源的等效电路，什么时候可得到？

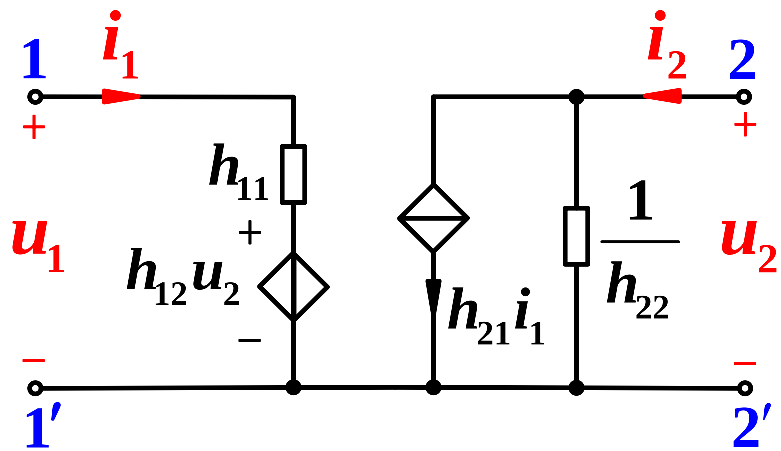
§ 5.3 双口网络的等效电路

三、由*H*参数画等效电路

$$\begin{cases} u_1 = h_{11} i_1 + h_{12} u_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} u_2 \end{cases}$$



由*H*参数直接得到其等效电路



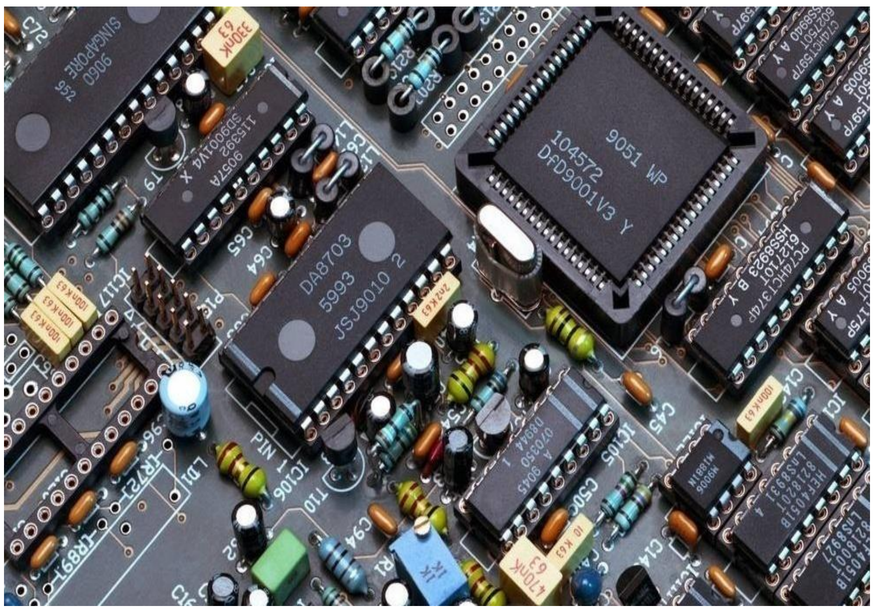
电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络
（Two-port Network）

§5.4 双口网络的复合连接

§ 5.4 双口网络的复合连接

为何要“复合连接”？ 用意何在？



参数求解

分解

若干

简单的电路模块

模块化设计

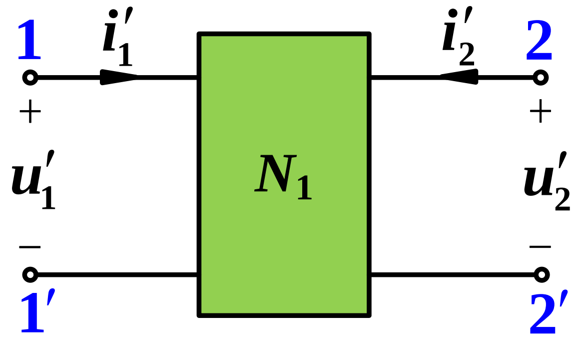
合成

大规模集成电路

“复合连接”

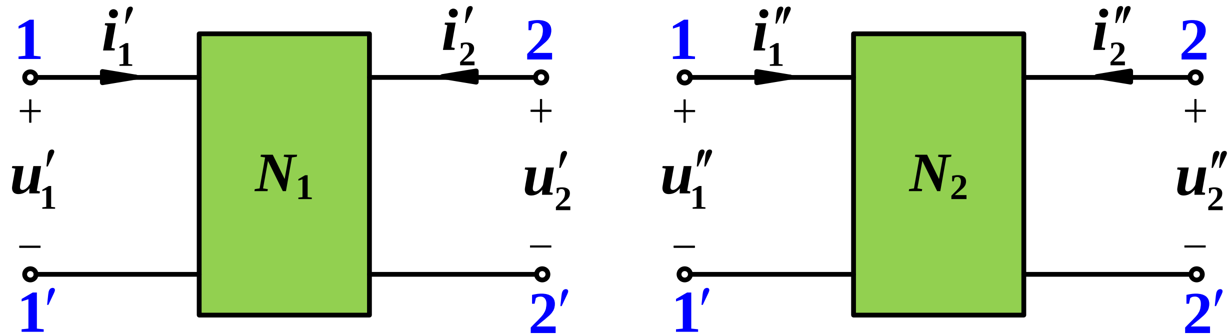
§ 5.4 双口网络的复合连接

一、双口网络的级联



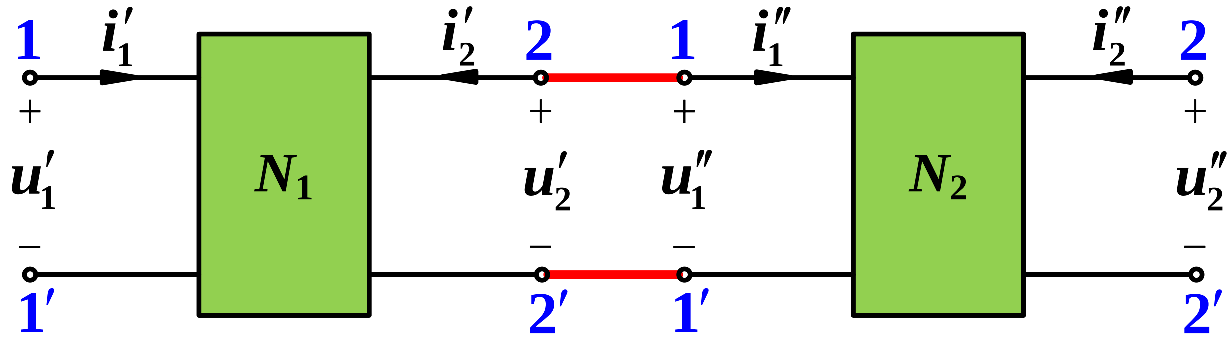
§ 5.4 双口网络的复合连接

一、双口网络的级联



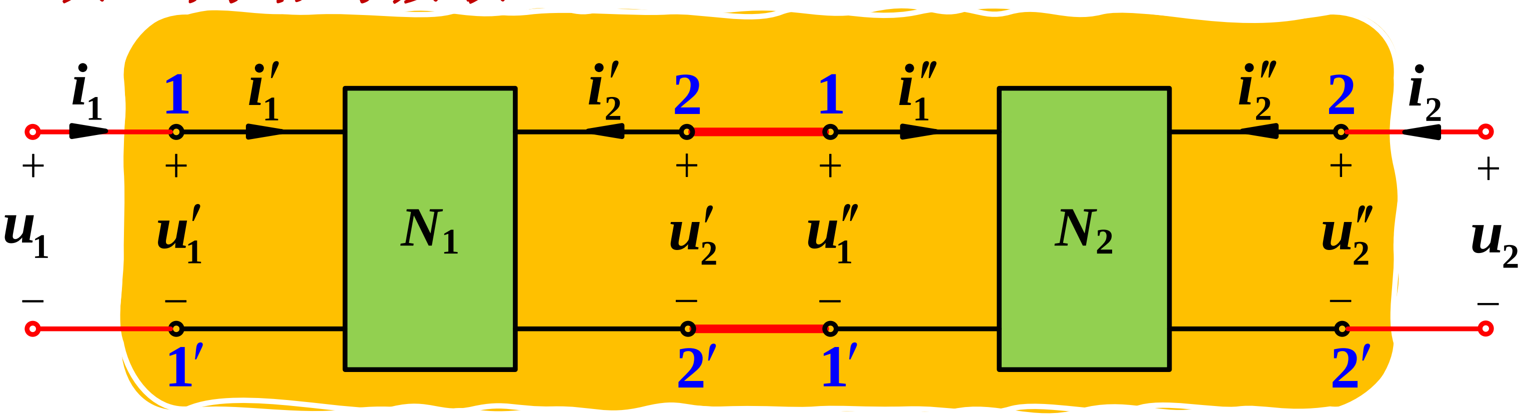
§ 5.4 双口网络的复合连接

一、双口网络的级联



§ 5.4 双口网络的复合连接

一、双口网络的级联



双口网络N

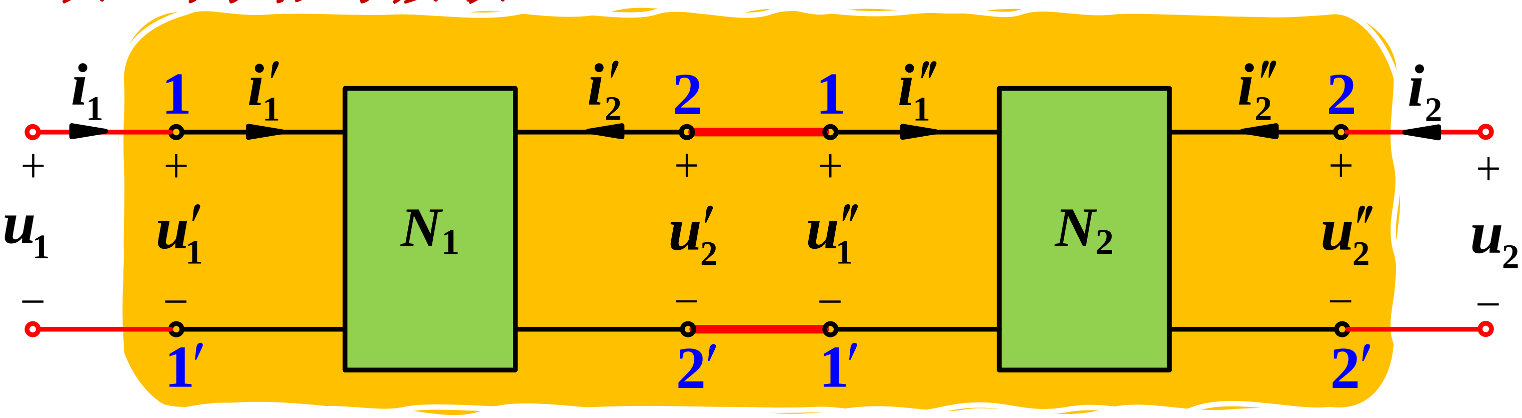
$$\begin{bmatrix} u_1' \\ i_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2' \\ -i_2' \end{bmatrix} = T_1 \begin{bmatrix} u_2' \\ -i_2' \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_1'' \\ i_1'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2'' \\ -i_2'' \end{bmatrix} = T_2 \begin{bmatrix} u_2'' \\ -i_2'' \end{bmatrix}$$

级联后 $$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T_1 T_2 \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

$$T = T_1 T_2$$

§ 5.4 双口网络的复合连接

一、双口网络的级联



双口网络N

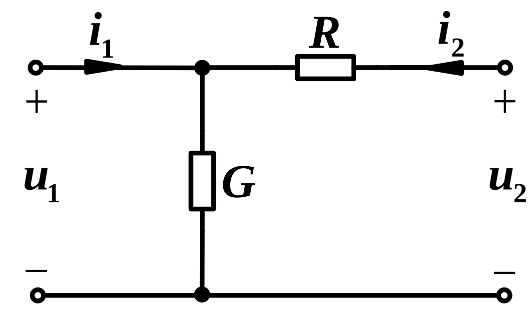
$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_1 \boldsymbol{T}_2$$

推广至n个双口级联 $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_1 \boldsymbol{T}_2 \cdots \boldsymbol{T}_n$

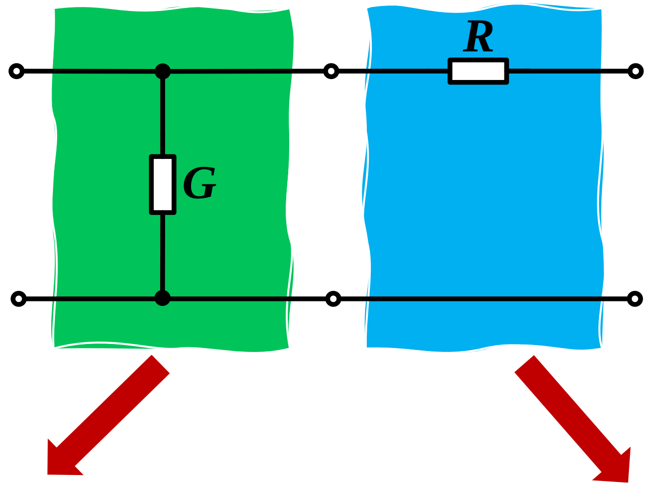
★ 级联需注意连接的先后顺序，不能颠倒。

§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】求图示双口网络的传输参数。



解：

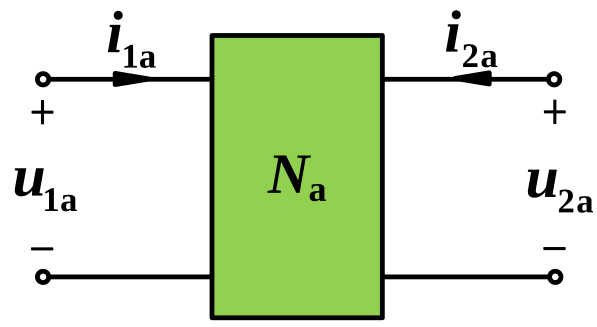


$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ G & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T_1 \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T_2 \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

则 $T = T_1 T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ G & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ G & RG+1 \end{bmatrix}$

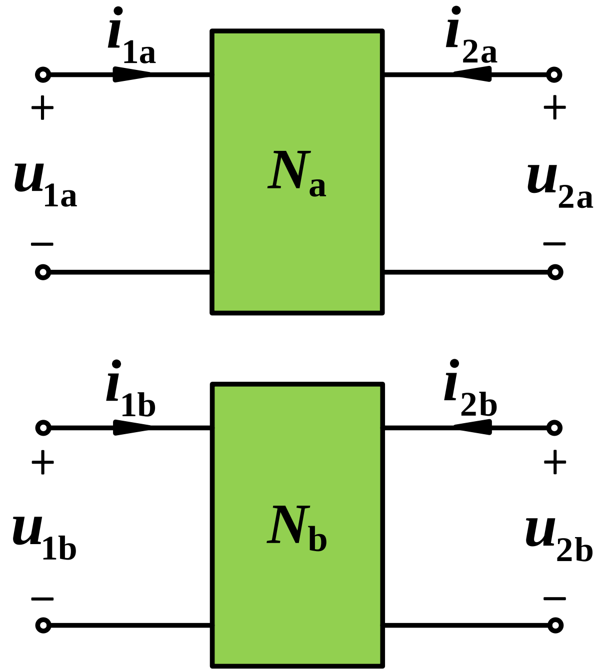
§ 5.4 双口网络的复合连接

二、双口网络的并联



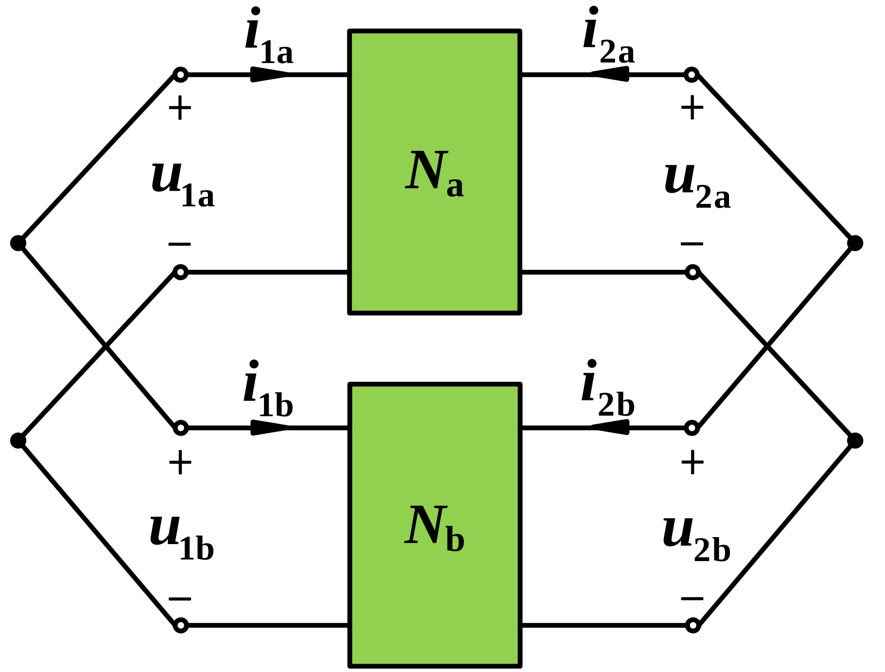
§ 5.4 双口网络的复合连接

二、双口网络的并联

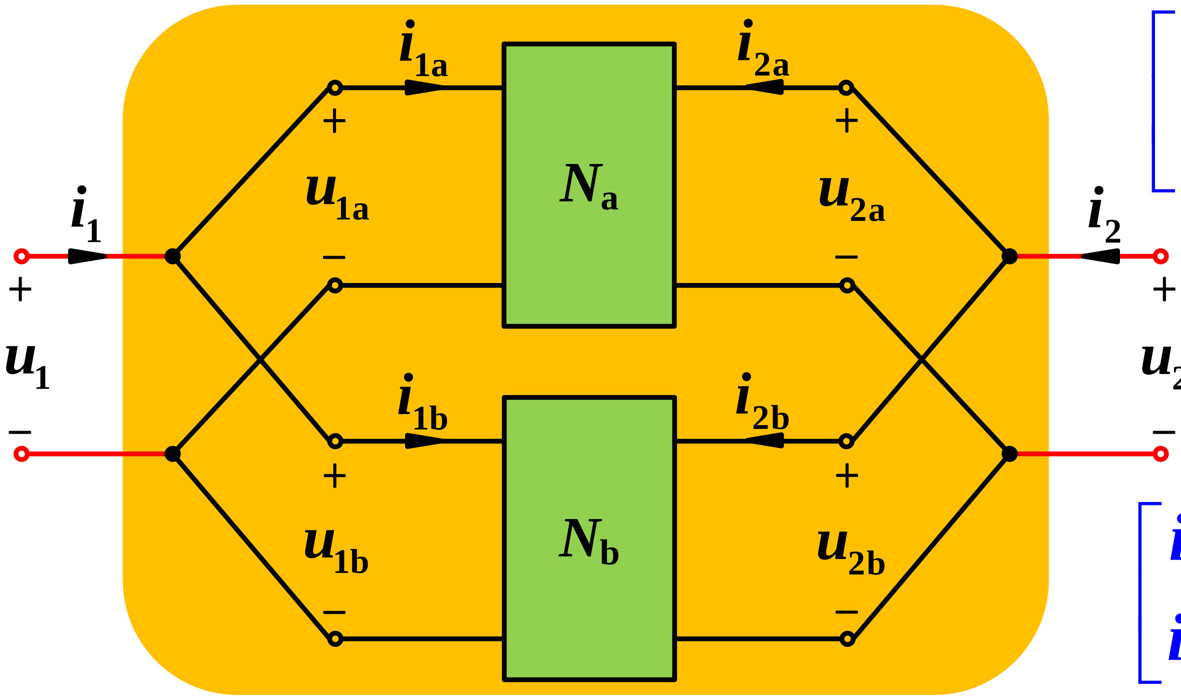


§5.4 双口网络的复合连接

二、双口网络的并联



二、双口网络的并联



$$\begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{2a} \end{bmatrix} = G_a \begin{bmatrix} u_{1a} \\ u_{2a} \end{bmatrix}$$

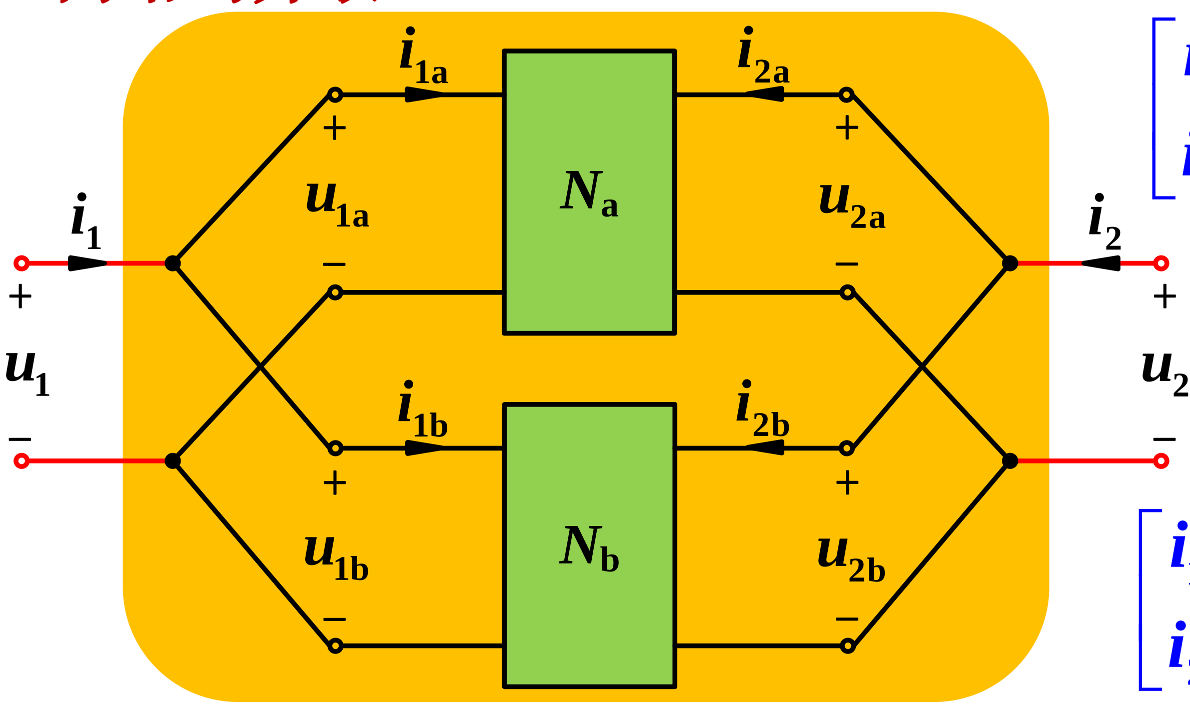
$$\begin{bmatrix} i_{1b} \\ i_{2b} \end{bmatrix} = G_b \begin{bmatrix} u_{1b} \\ u_{2b} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{1b} \\ i_{2b} \end{bmatrix} = G_a \begin{bmatrix} u_{1a} \\ u_{2a} \end{bmatrix} + G_b \begin{bmatrix} u_{1b} \\ u_{2b} \end{bmatrix} = (G_a + G_b) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{G = G_a + G_b}$$

§ 5.4 双口网络的复合连接

二、双口网络的并联



$$\begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{2a} \end{bmatrix} = G_a \begin{bmatrix} u_{1a} \\ u_{2a} \end{bmatrix}$$

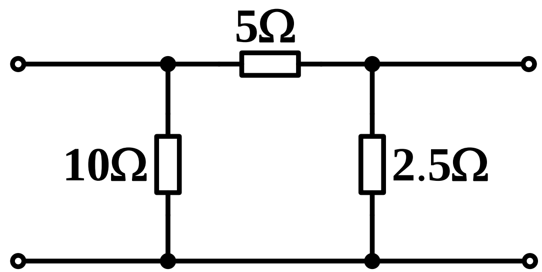
$$\begin{bmatrix} i_{1b} \\ i_{2b} \end{bmatrix} = G_b \begin{bmatrix} u_{1b} \\ u_{2b} \end{bmatrix}$$

$$G = G_a + G_b$$

请注意： 双口网络并联前后，各自的端口条件不能被破坏！！！

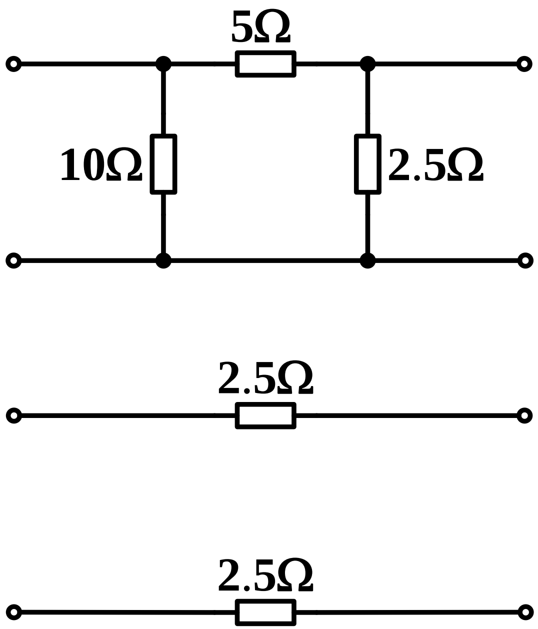
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



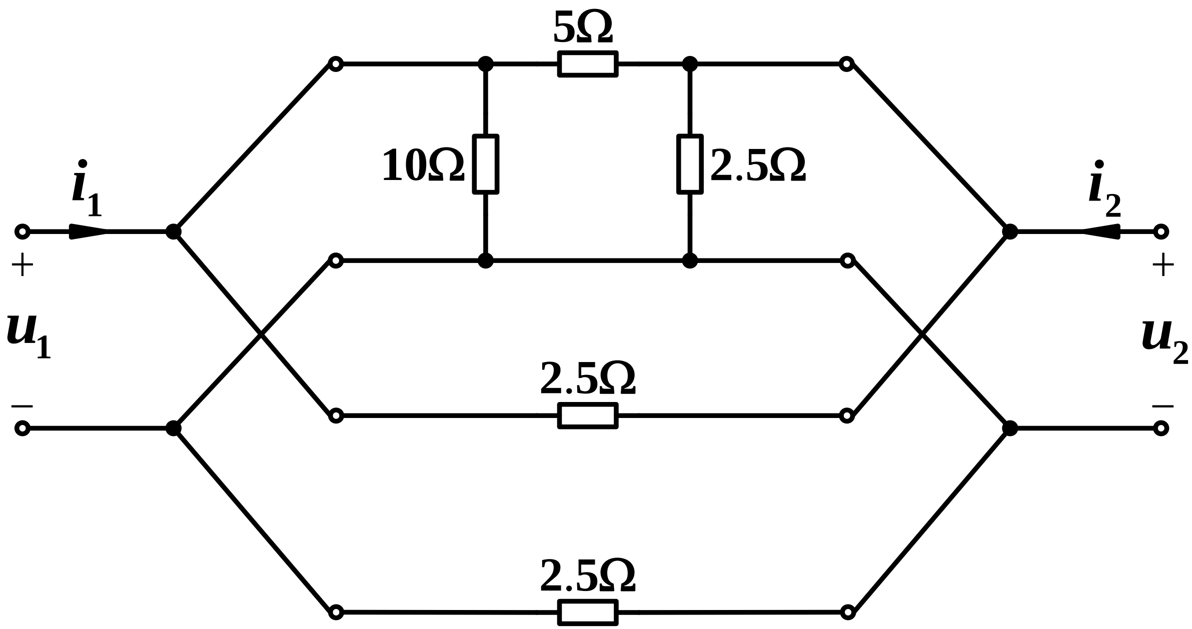
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



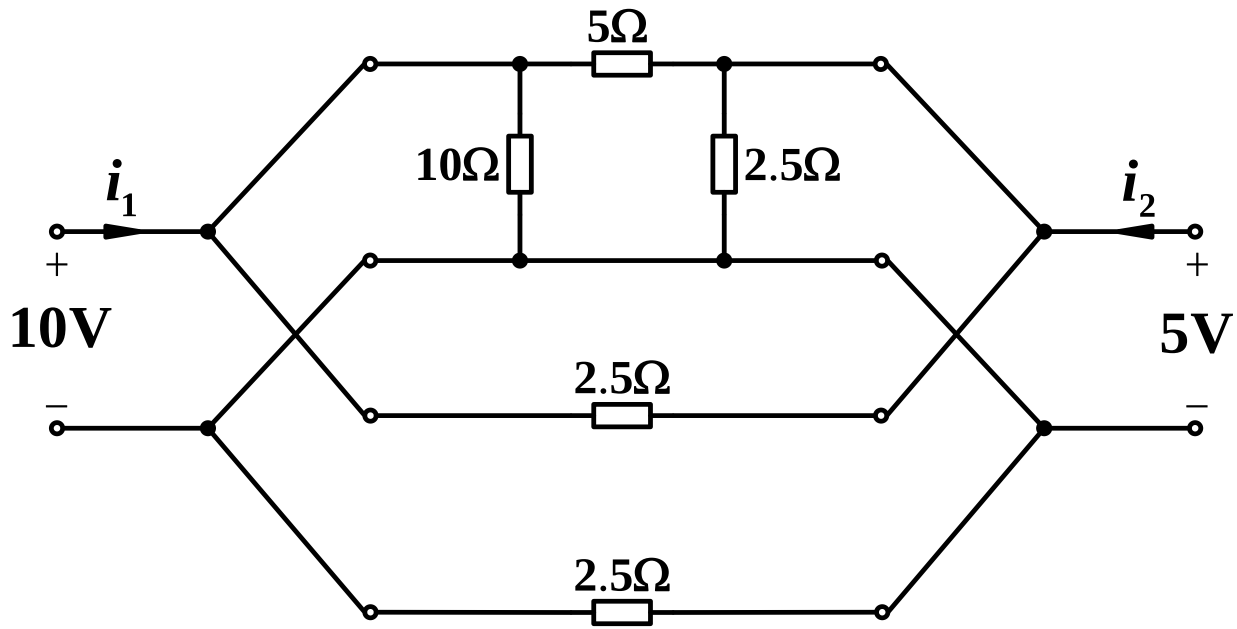
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



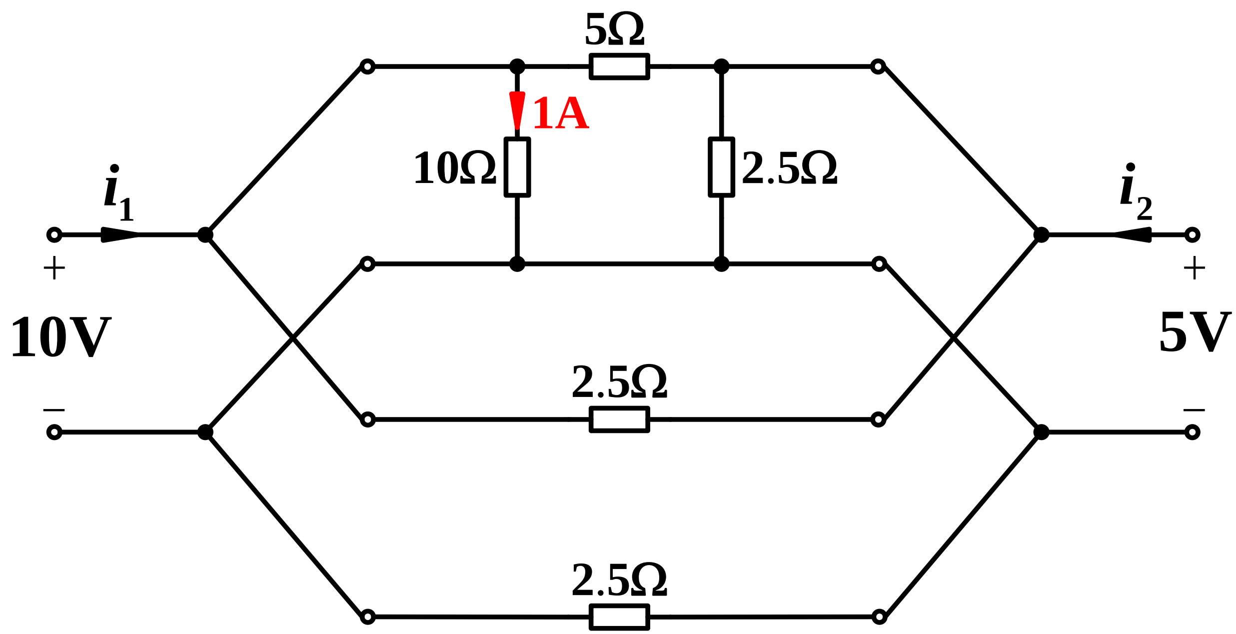
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



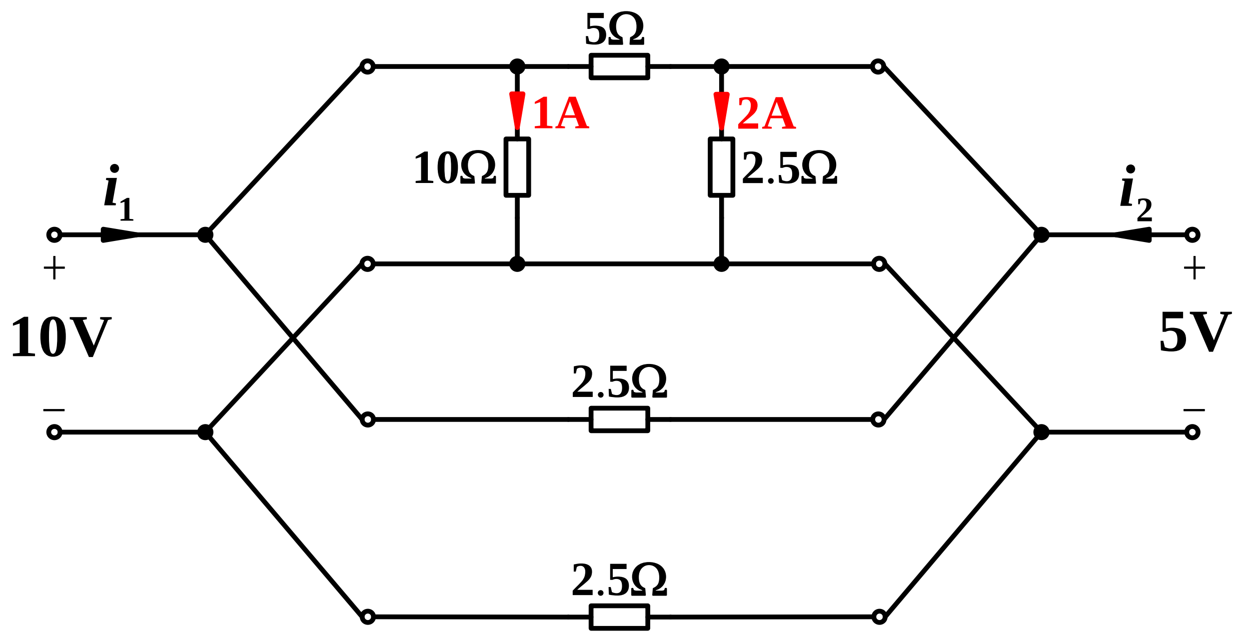
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



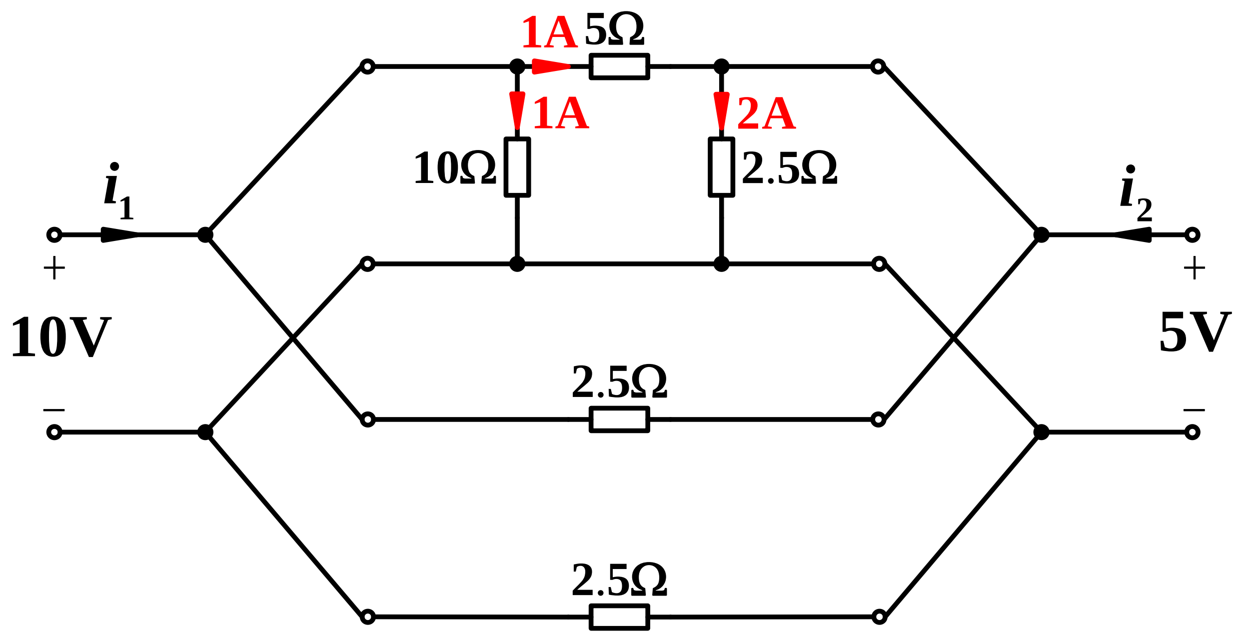
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



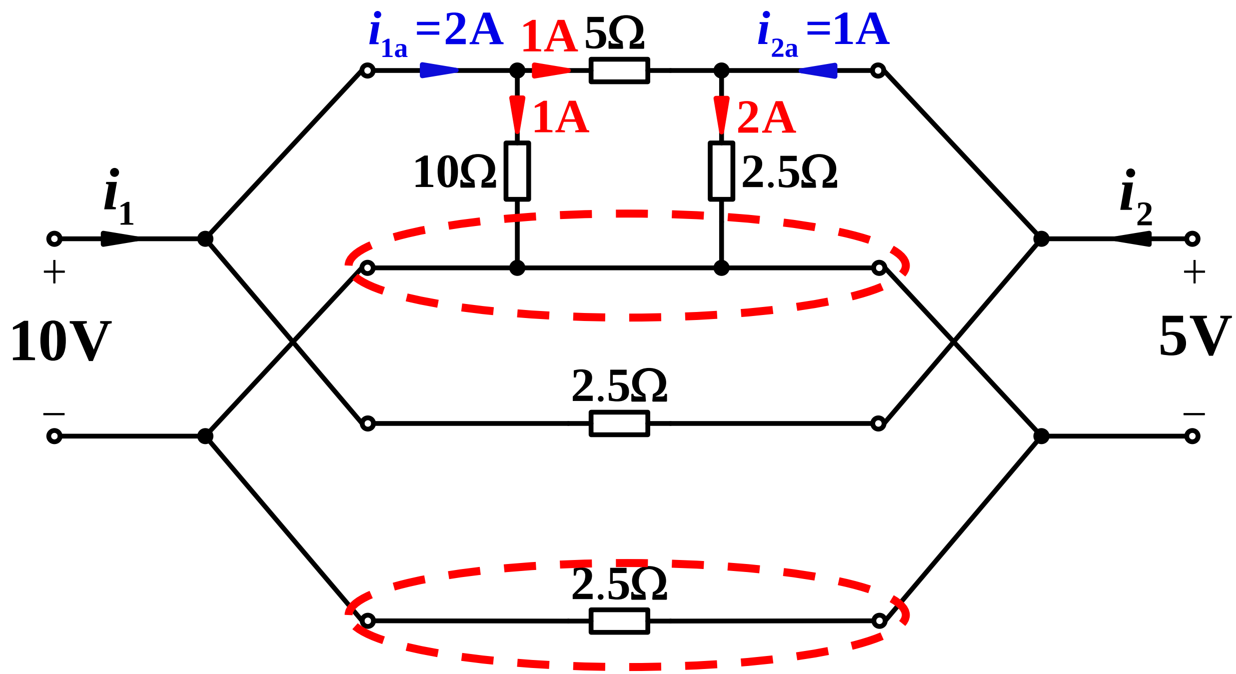
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



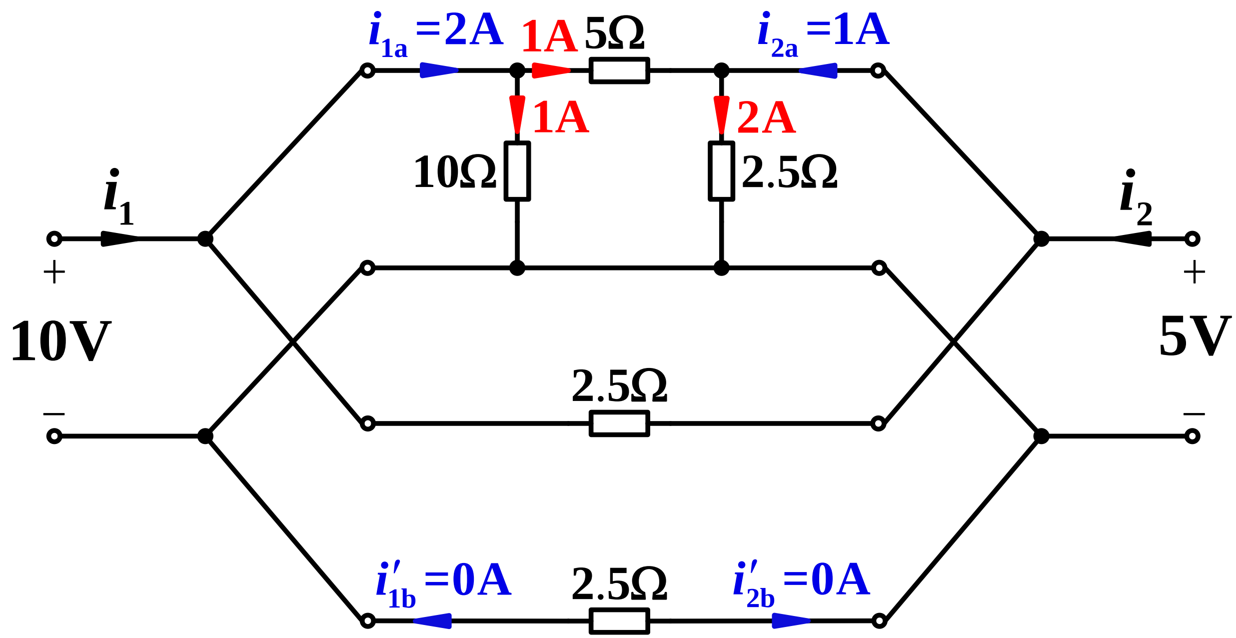
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



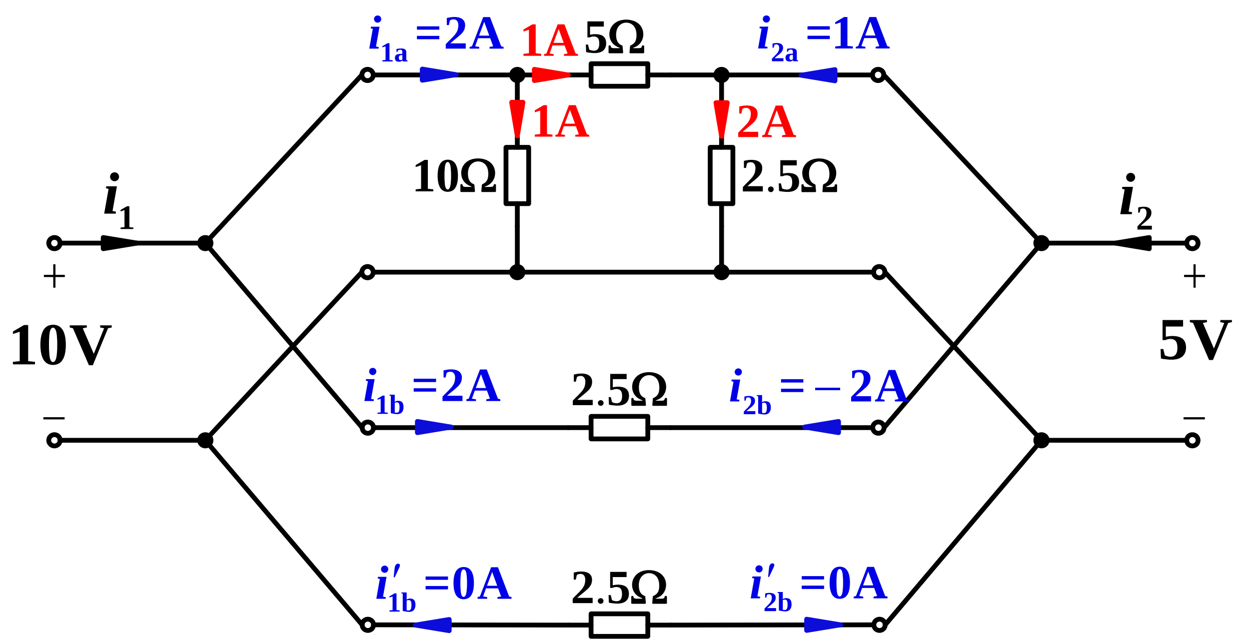
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



§ 5.4 双口网络的复合连接

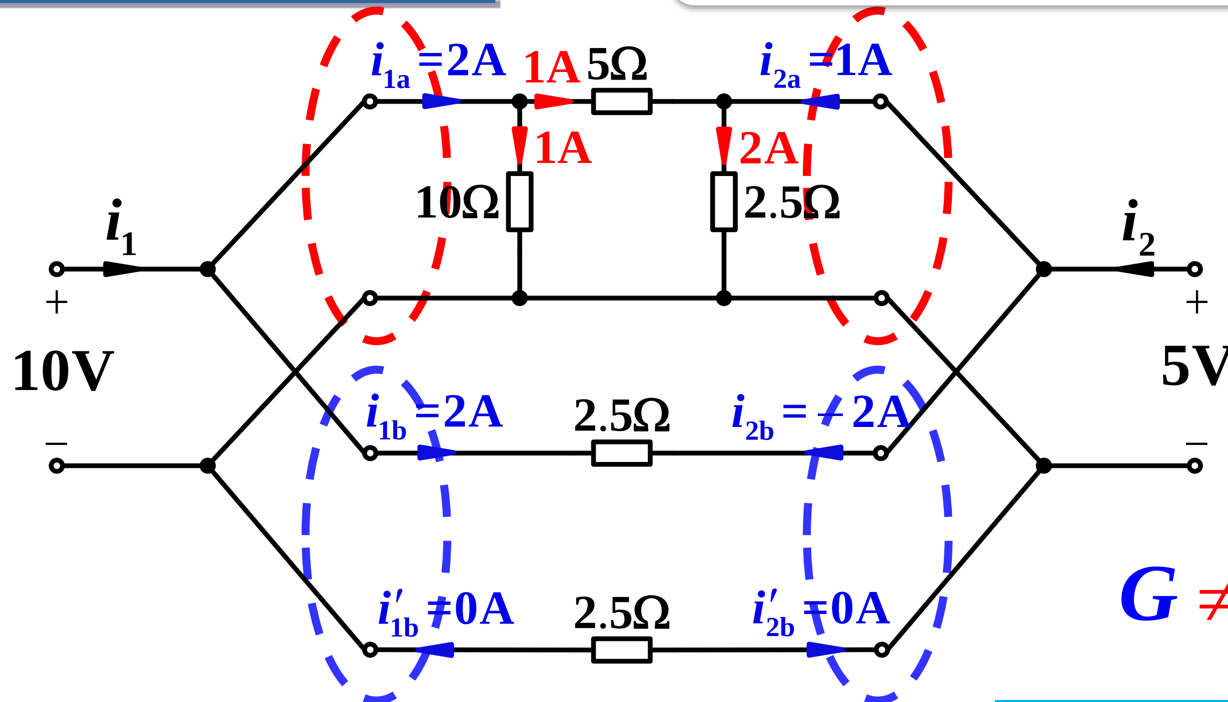
【例】



§ 5.4 双口网络的复合连接

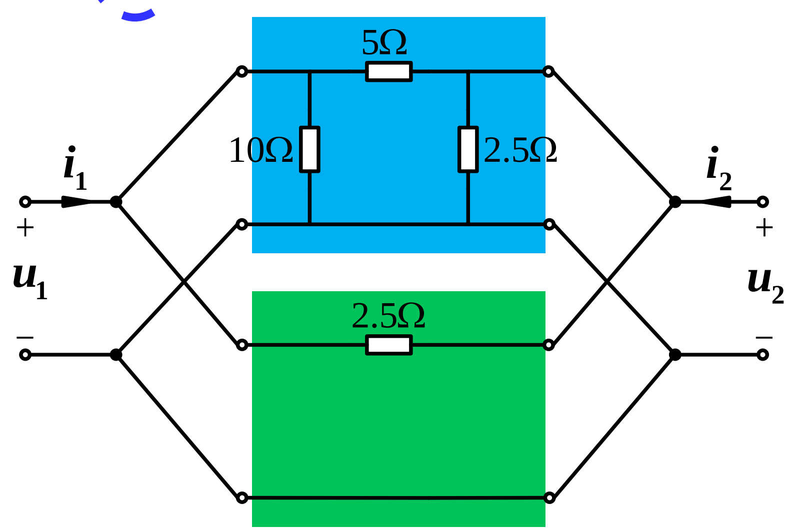
并联后端口条件被破坏！

【例】

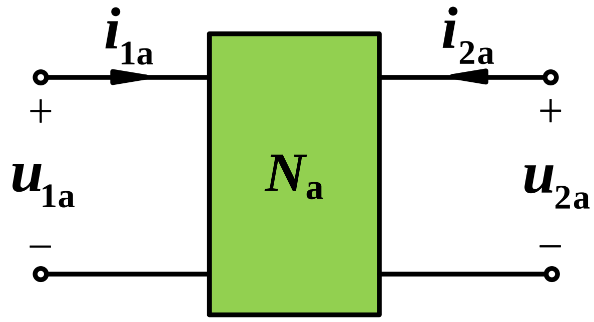


$$G \neq G_a + G_b$$

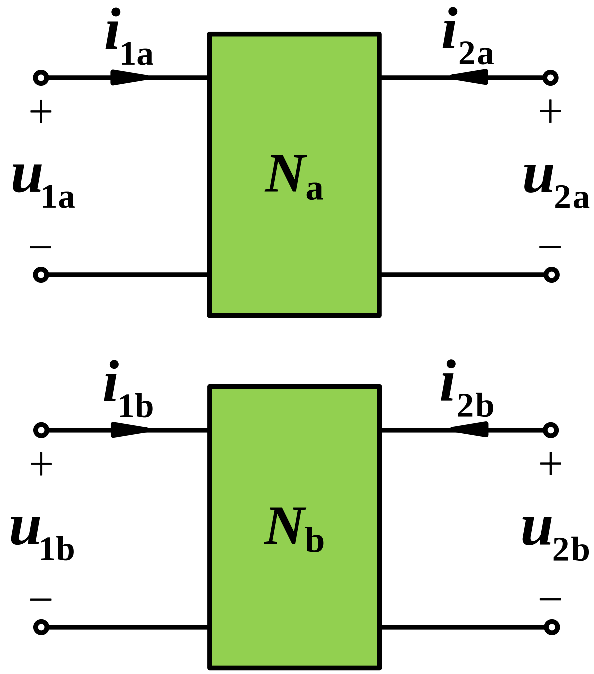
具有公共端的双口网络（三端网络形成的双口网络），将公共端并在一起将不会破坏端口条件。



三、双口网络的串联

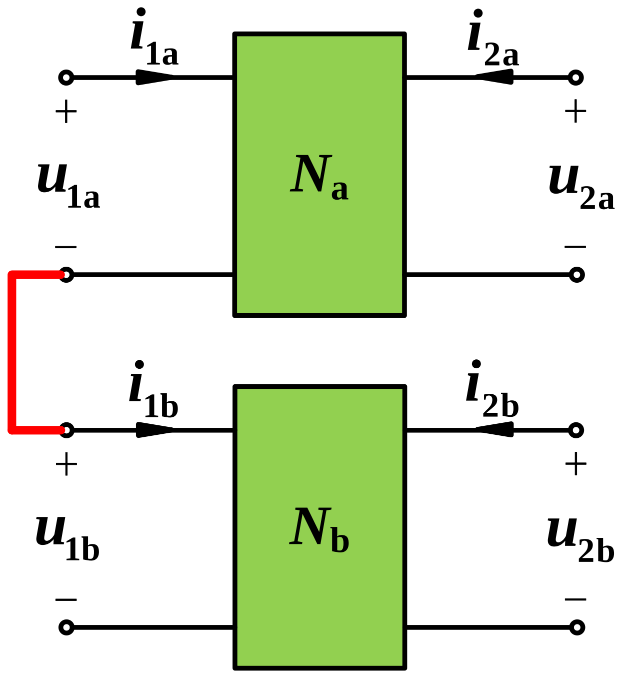


三、双口网络的串联



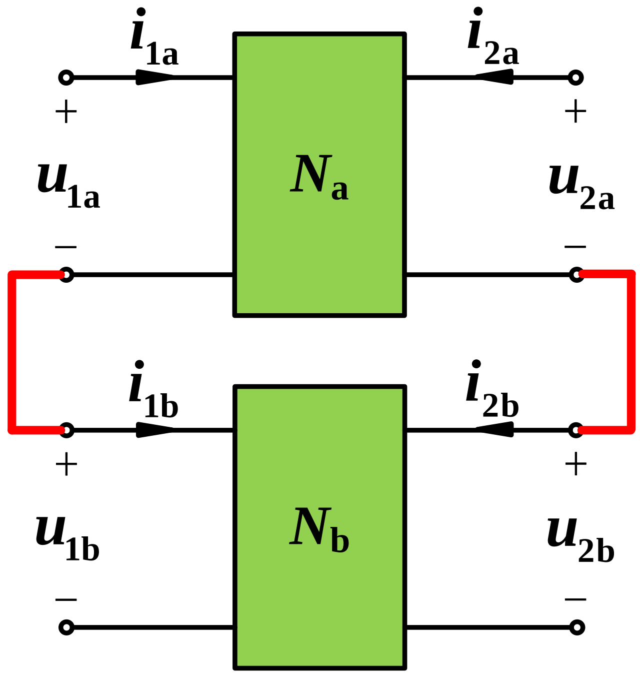
§ 5.4 双口网络的复合连接

三、双口网络的串联

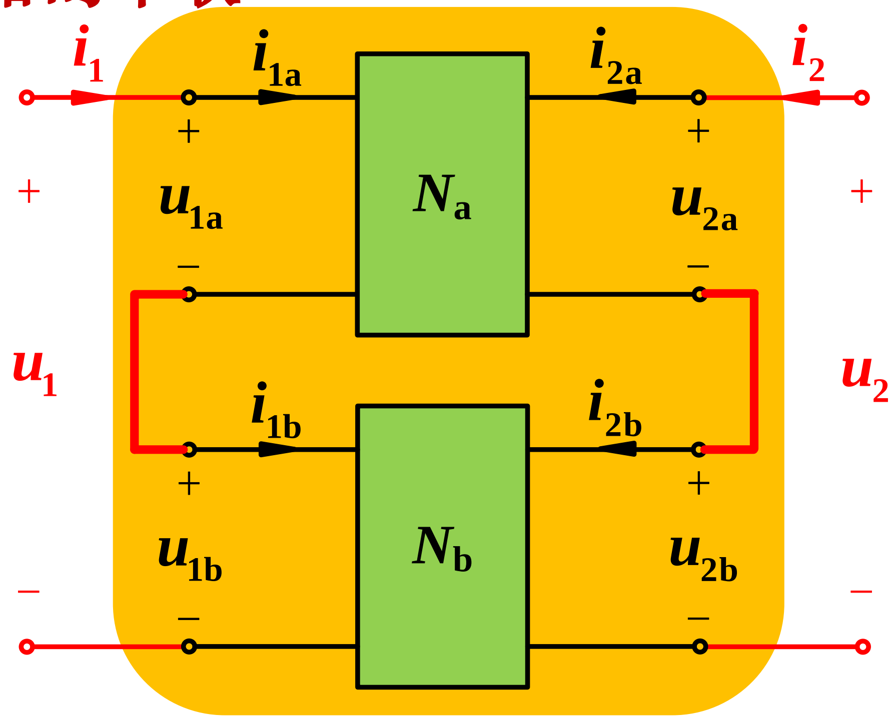


§ 5.4 双口网络的复合连接

三、双口网络的串联



三、双口网络的串联



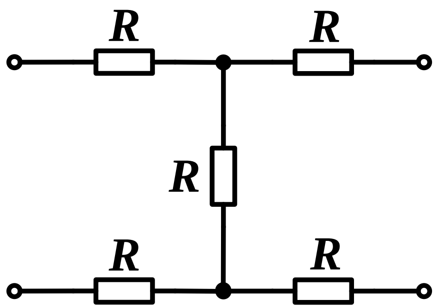
$$\begin{bmatrix} u_{1a} \\ u_{2a} \end{bmatrix} = R_a \begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{2a} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{1b} \\ u_{2b} \end{bmatrix} = R_b \begin{bmatrix} i_{1b} \\ i_{2b} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1a} \\ u_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1b} \\ u_{1b} \end{bmatrix} = R_a \begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{2a} \end{bmatrix} + R_b \begin{bmatrix} i_{1b} \\ i_{2b} \end{bmatrix} = (R_a + R_b) \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

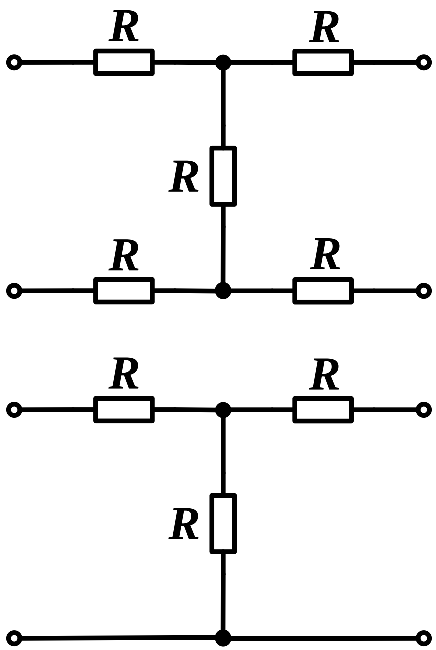
$$\boxed{R = R_a + R_b}$$

【例】



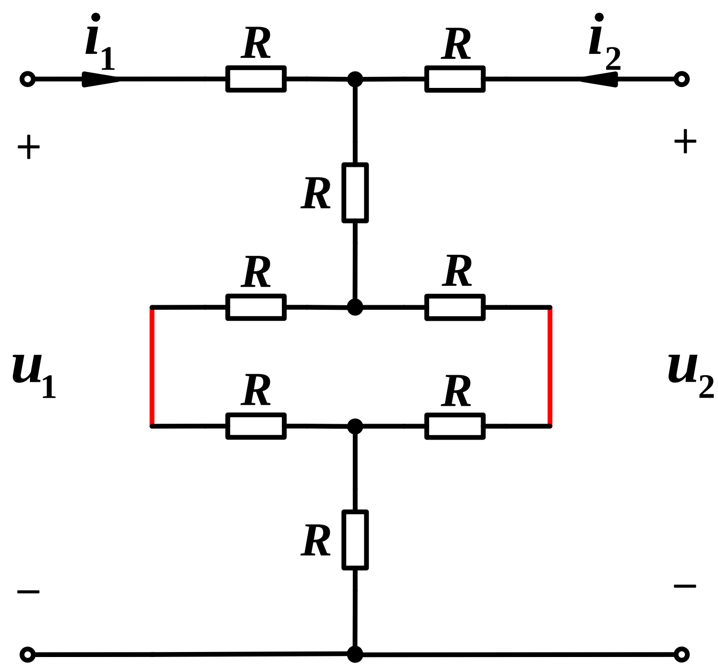
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



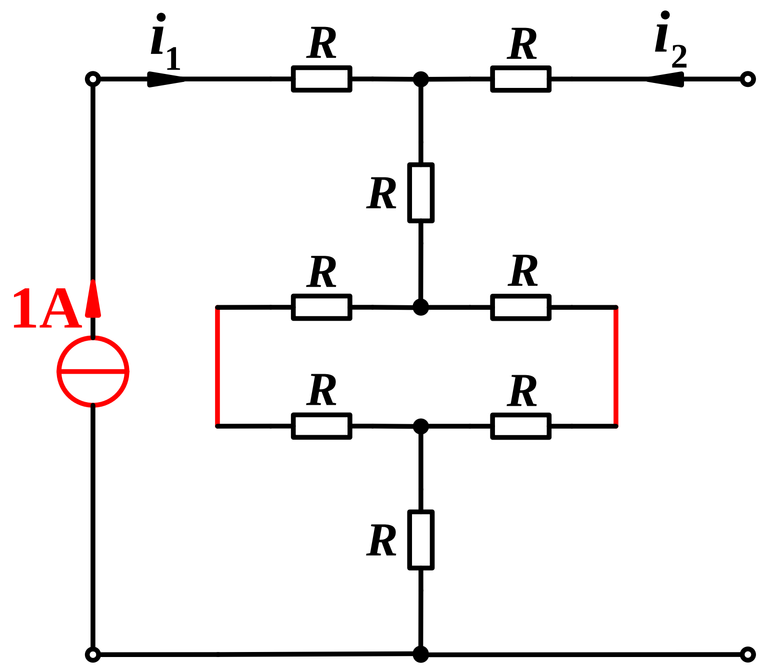
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



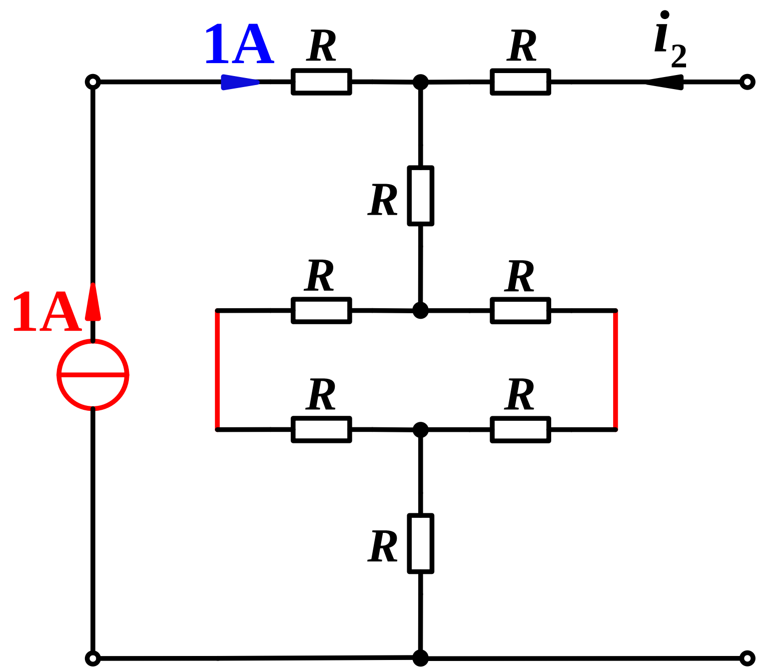
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】

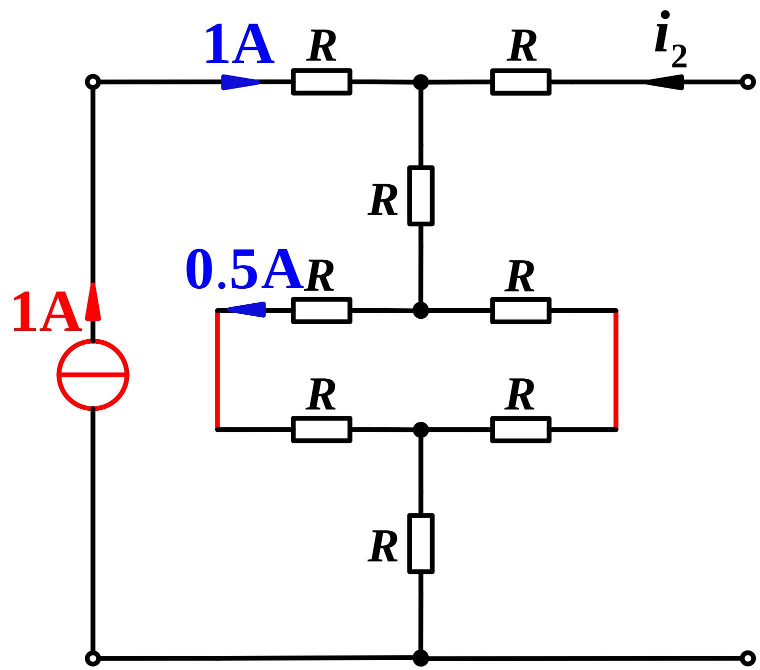


§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】

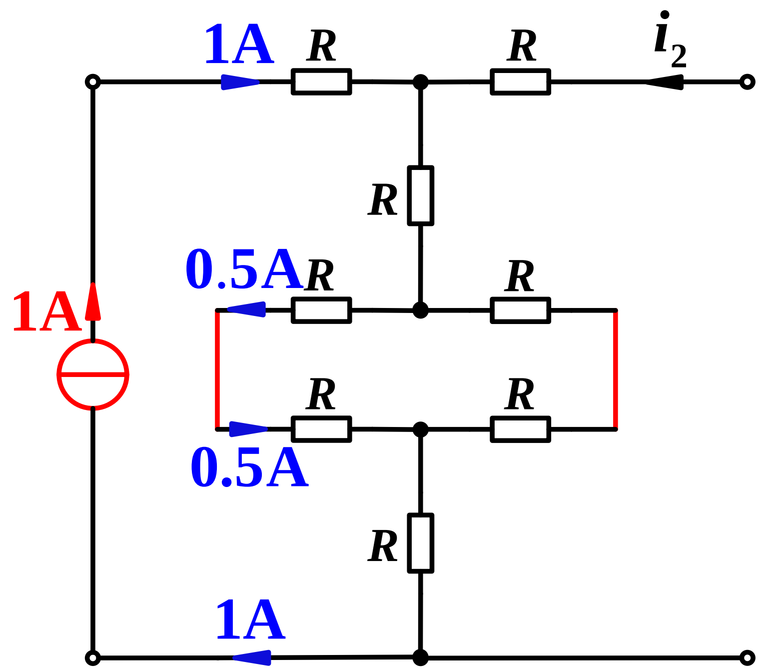


【例】



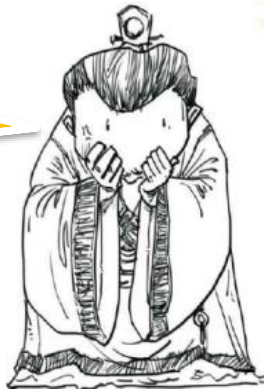
§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】

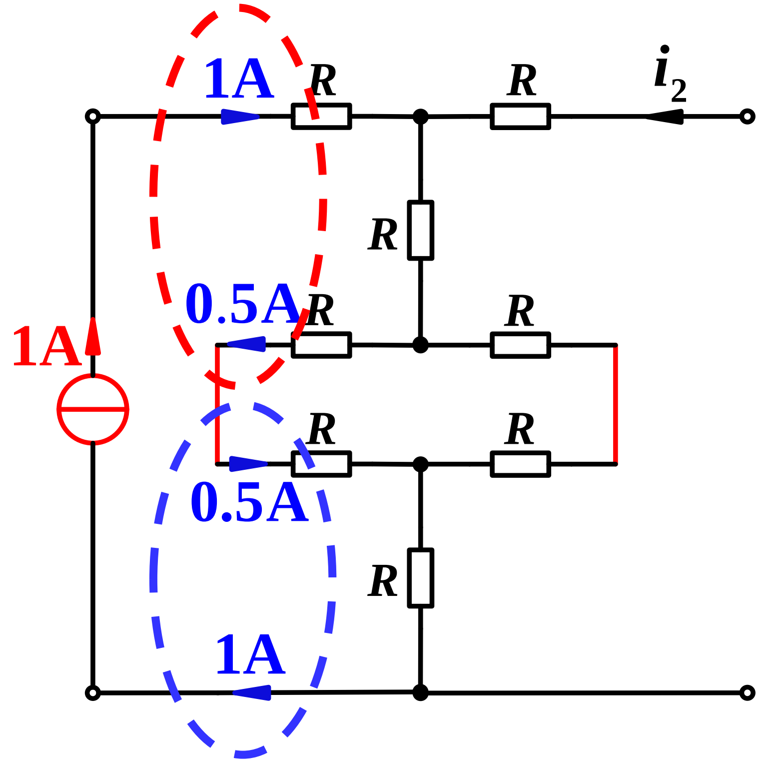


§ 5.4 双口网络的复合连接

【例】



串联后端口条件被破坏！

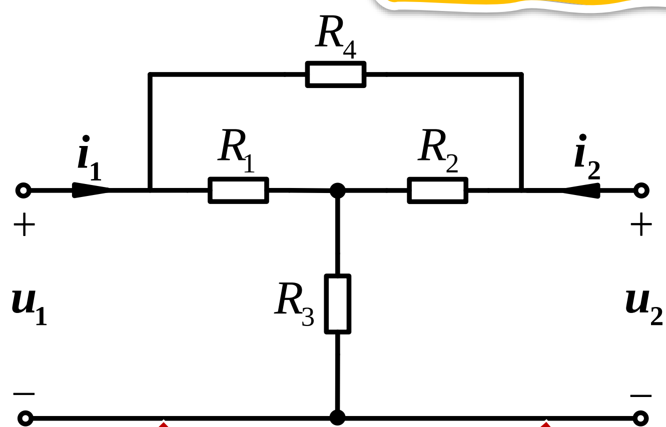


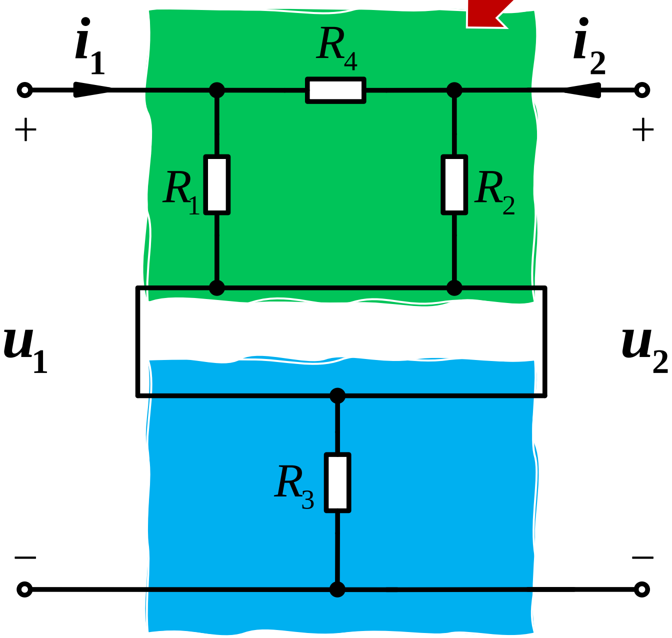
$$R \neq R_a + R_b$$

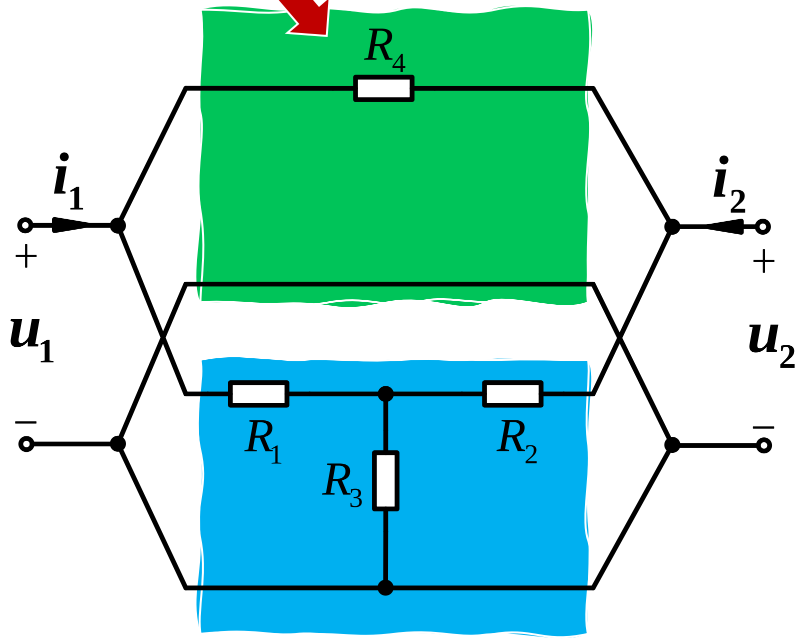
§ 5.4 双口网络的复合连接

如何分解成简单双口网络的复合连接？

【应用】







电 路 理 论

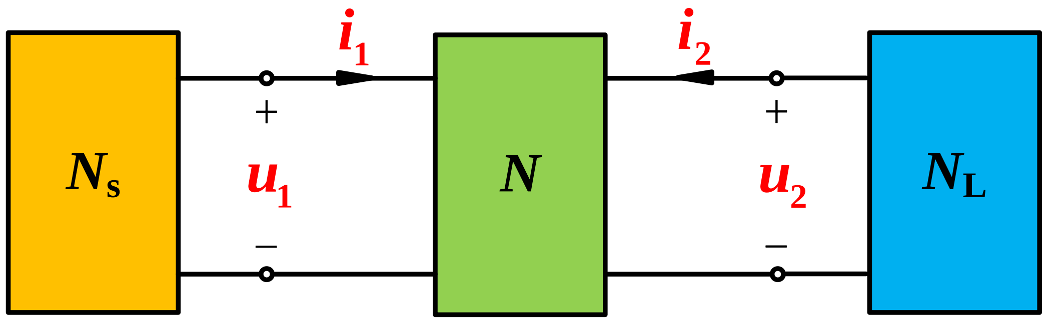
Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络

（Two-port Network）

§5.5 端口分析法

§ 5.5 端口分析法



双口网络应用的典型电路

解题思路

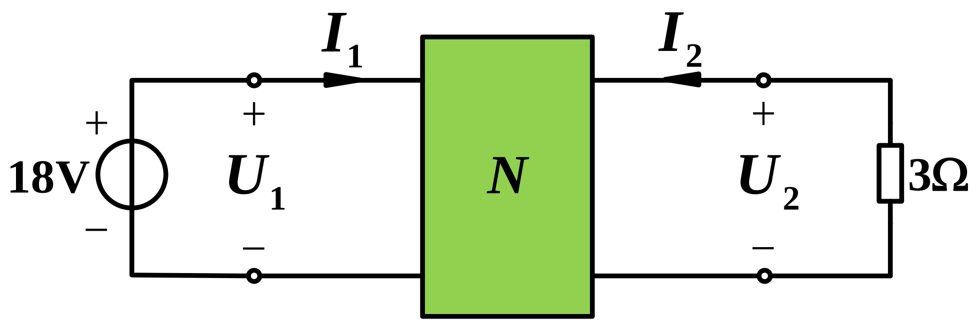
- 借助等效电路分析
- 借助电路方程分析
  - 单口网络N_s的端口方程 1个
  - 双口网络N的端口方程 2个
  - 单口网络N_L的端口方程 1个

端口分析法

§ 5.5 端口分析法

【例1】已知双口网络N的开路电阻参数为 $R=\begin{bmatrix}9 & 6\\ 6 & 9\end{bmatrix}\Omega$

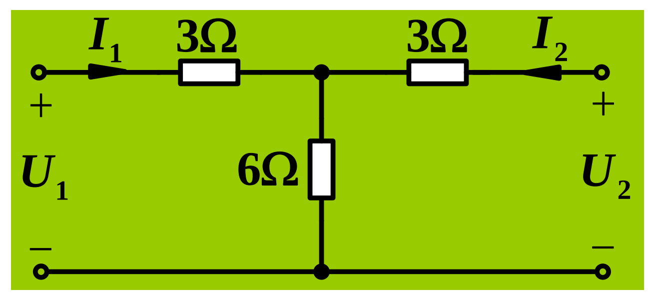
试求电流I_1和I_2。



解：

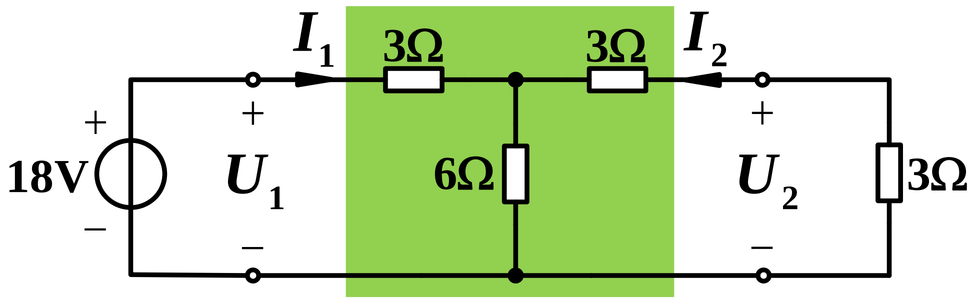
法一：利用等效电路求解

$$R=\begin{bmatrix}9 & 6\\ 6 & 9\end{bmatrix}\Omega \xrightarrow{\text{构造}}$$



§ 5.5 端口分析法

【例1】已知双口网络N的开路电阻参数为 $R=\begin{bmatrix}9 & 6\\ 6 & 9\end{bmatrix}\Omega$ 试求电流I_1和I_2。



解：

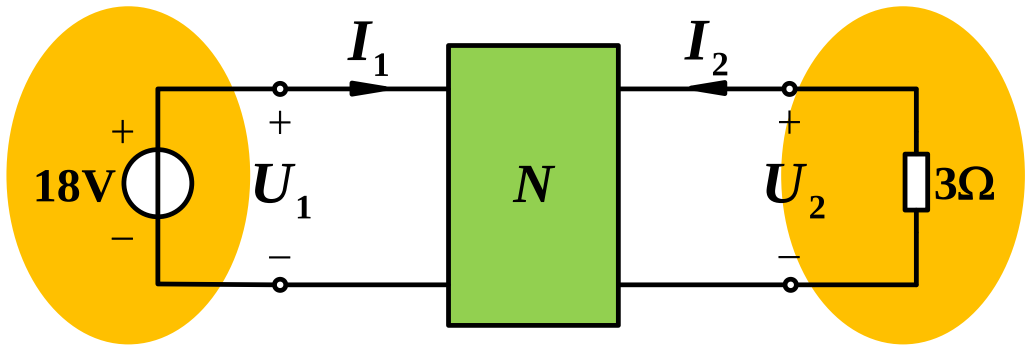
法一：利用等效电路求解

$$I_1=\frac{18}{3+6//(3+3)}=3\text{A}$$

$$I_2=-\frac{1}{2}I_1=-\frac{1}{2}\times 3=-1.5\text{A}$$

【例1】已知双口网络N的开路电阻参数为 $R=\begin{bmatrix}9 & 6\\ 6 & 9\end{bmatrix}\Omega$

试求电流I_1和I_2。



解：

法二：利用端口分析法求解

由R参数 $\Rightarrow$ $\begin{cases}U_1=9I_1+6I_2\\ U_2=6I_1+9I_2\end{cases}$

$U_1=18$

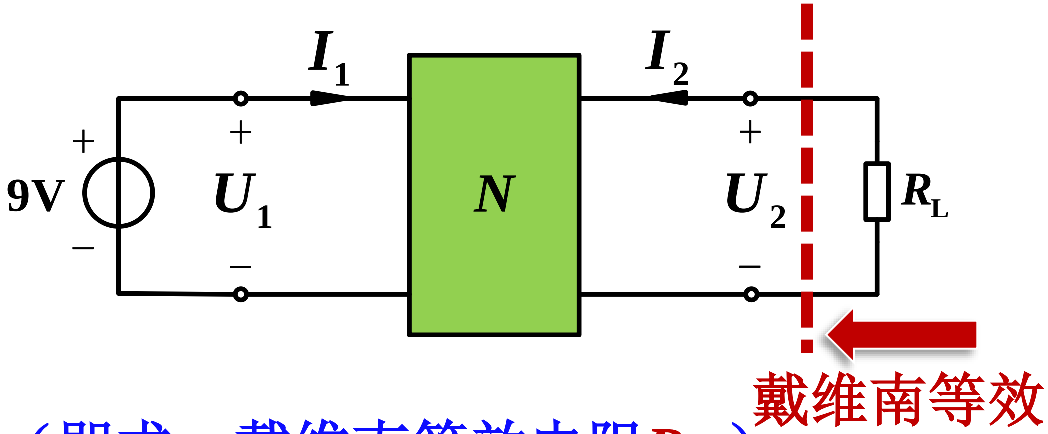
$U_2=-3I_2$

联立 $\Rightarrow$ $\begin{cases}U_1=18\text{V}\\ U_2=4.5\text{V}\\ I_1=3\text{A}\\ I_2=-1.5\text{A}\end{cases}$

§ 5.5 端口分析法

【例2】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$

求R_L获得最大功率时电压源提供的功率。



解：

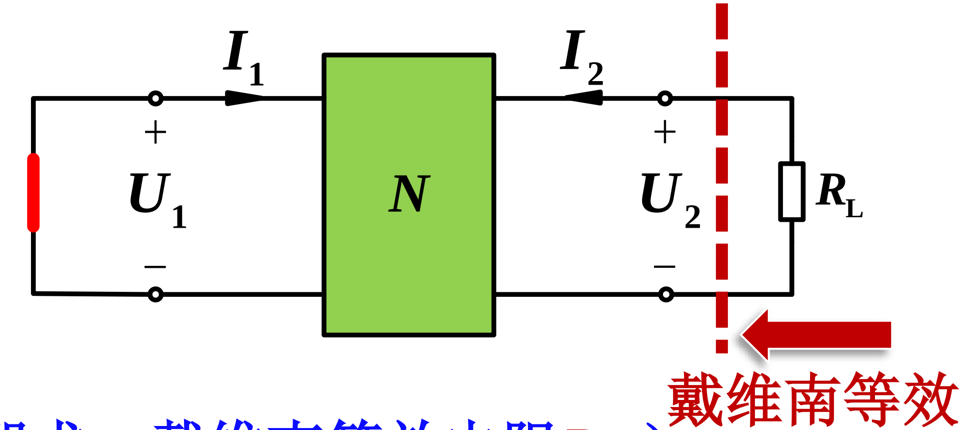
（1）求R_L（即求：戴维南等效电阻R_{eq}）

由T参数 ⟹ $\begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 6I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 \end{cases}$

电压源置零： $\boxed{U_1 = 0\text{V}}$

【例2】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix}2.5 & 6\\ 0.5 & 1.6\end{bmatrix}$

求R_L获得最大功率时电压源提供的功率。



解:

(1) 求R_L（即求：戴维南等效电阻R_{eq}）

由T参数 $\begin{cases}U_1=2.5U_2-6I_2\\ I_1=0.5U_2-1.6I_2\end{cases}$

电压源置零: $U_1=0\text{V}$

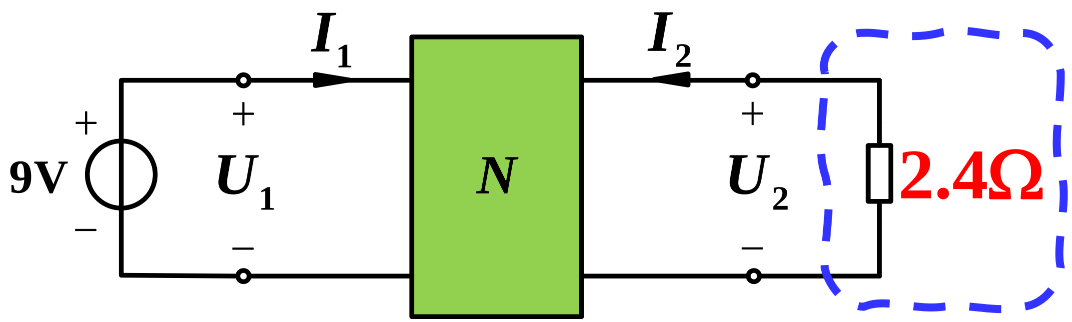
$$2.5U_2-6I_2=0$$

$$R_L=R_{eq}=\frac{U_2}{I_2}=2.4\Omega$$

§ 5.5 端口分析法

【例2】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$

求R_L获得最大功率时电压源提供的功率。



解：

(2) 求电压源提供的功率

端口方程：$\begin{cases} U_1=9 \\ U_1=2.5U_2-6I_2 \\ I_1=6U_2-1.6I_2 \\ U_2=-2.4I_2 \end{cases}$ → $I_1=2.1\text{A}$

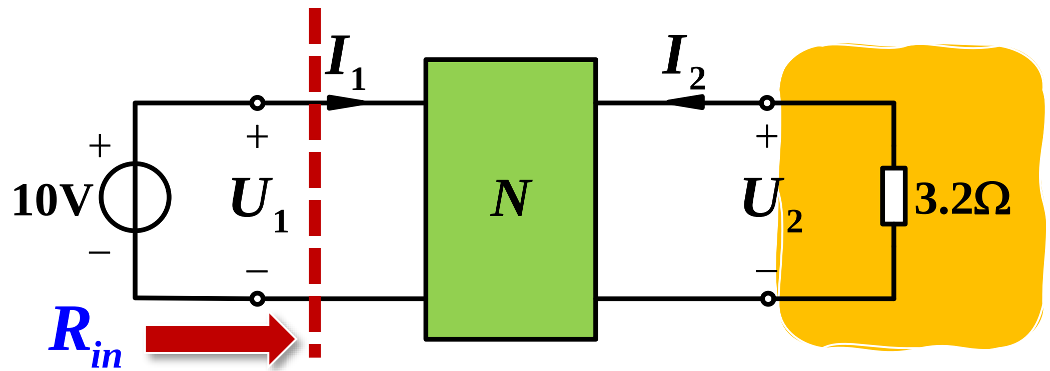
电压源提供功率：

$P_s=9I_1=18.9\text{W}$

§ 5.5 端口分析法

【例3】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix}2.5 & 8\\ 0.5 & 1.6\end{bmatrix}$

求电压源提供的功率。



$U_2=-3.2I_2$

解：

(1) 求1端口输入电阻

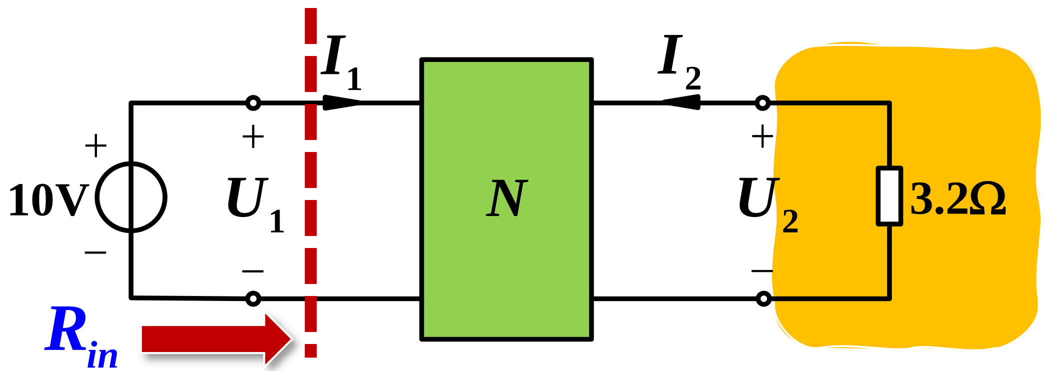
由T参数 $\begin{cases}U_1=2.5U_2-8I_2\\ I_1=0.5U_2-1.6I_2\end{cases}$

输入电阻 $R_{in}=\dfrac{U_1}{I_1}=\dfrac{2.5U_2-8I_2}{0.5U_2-1.6I_2}=\dfrac{2.5\dfrac{U_2}{-I_2}+8}{0.5\dfrac{U_2}{-I_2}+1.6}=5\Omega$

§ 5.5 端口分析法

【例3】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix} 2.5 & 8 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$

求电压源提供的功率。



$U_2=-3.2I_2$

解：

（1）求1端口输入电阻

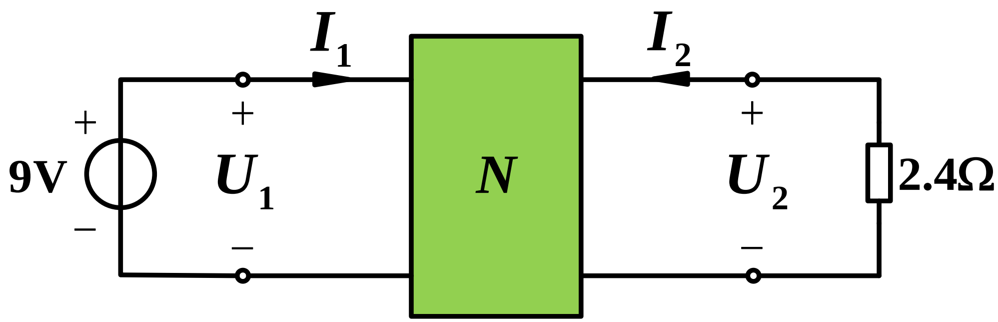
输入电阻 $R_{in}=\dfrac{U_1}{I_1}=\dfrac{2.5U_2-8I_2}{0.5U_2-1.6I_2}=\dfrac{2.5\dfrac{U_2}{-I_2}+8}{0.5\dfrac{U_2}{-I_2}+1.6}=5\Omega$

（2）求电压源提供的功率

$$P_s=\frac{10^2}{5}=20\text{W}$$

§5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix}2.5 & 6\\ 0.5 & 1.6\end{bmatrix}$ 求电压源提供的功率。



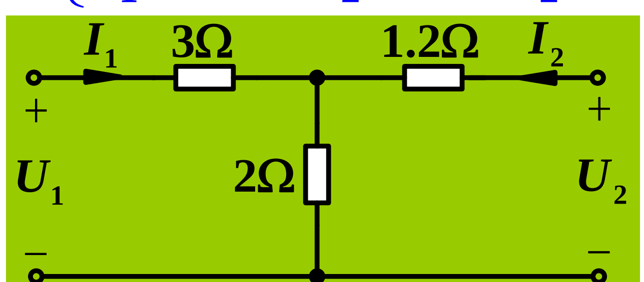
解：**思路：** 构造电路，变黑匣子为具体电路

（方法1）求开路电阻参数

开路电阻参数方程

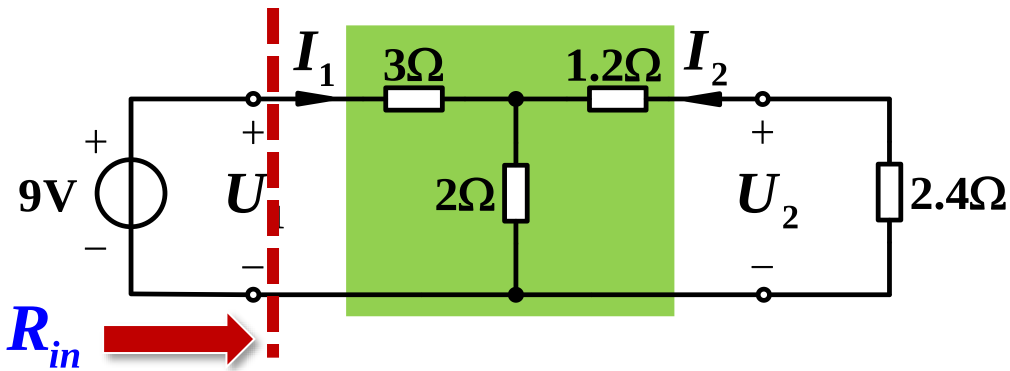
由T参数 $\Rightarrow$ $\begin{cases}U_1=2.5U_2-6I_2\\ I_1=0.5U_2-1.6I_2\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{变形}}$ $\begin{cases}U_1=5I_1+2I_2\\ U_2=2I_1+3.2I_2\end{cases}$

构造



§ 5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$ 求电压源提供的功率。



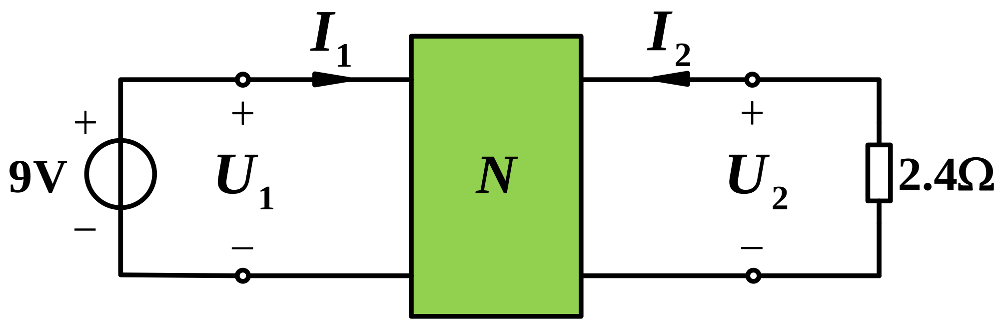
解：**思路：**构造电路，变黑匣子为具体电路

（方法1）求开路电阻参数

输入电阻 $R_{in}=3+2//(1.2+2.4)=\dfrac{30}{7}\Omega$

电压源提供功率：$P_s=\dfrac{9^2}{30/7}=18.9\text{W}$

【例4】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix}2.5 & 6\\0.5 & 1.6\end{bmatrix}$ 求电压源提供的功率。

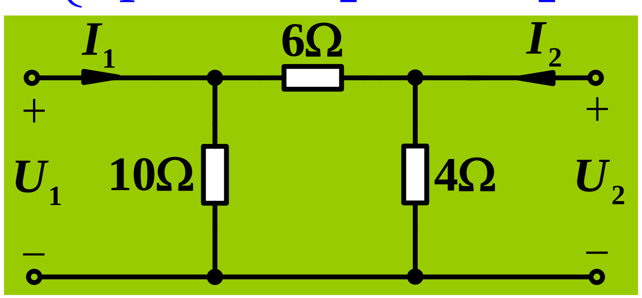


解：**思路：**构造电路，变黑匣子为具体电路

（方法2）求短路电导参数

由T参数 → $\begin{cases}U_1=2.5U_2-6I_2\\I_1=0.5U_2-1.6I_2\end{cases}$ →变形→ 短路电导参数方程 $\begin{cases}I_1=\dfrac{4}{15}U_1-\dfrac{1}{6}U_2\\I_2=-\dfrac{1}{6}U_1+\dfrac{5}{12}U_2\end{cases}$

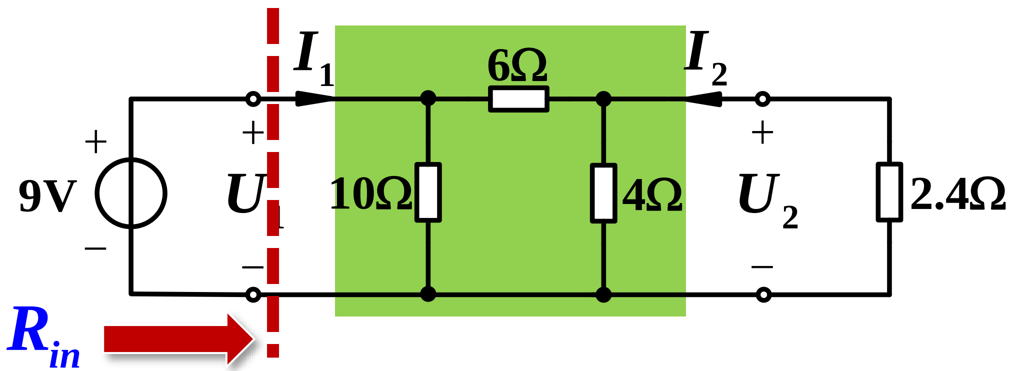
构造



§ 5.5 端口分析法

【例4】已知双口网络N的传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix} 2.5 & 6 \\ 0.5 & 1.6 \end{bmatrix}$

求电压源提供的功率。



解：**思路：** 构造电路，变黑匣子为具体电路

（方法2）求短路电导参数

输入电阻 $R_{in}=10//(6+4//2.4)=\dfrac{30}{7}\Omega$

电压源提供功率：$P_s=\dfrac{9^2}{30/7}=18.9\text{W}$