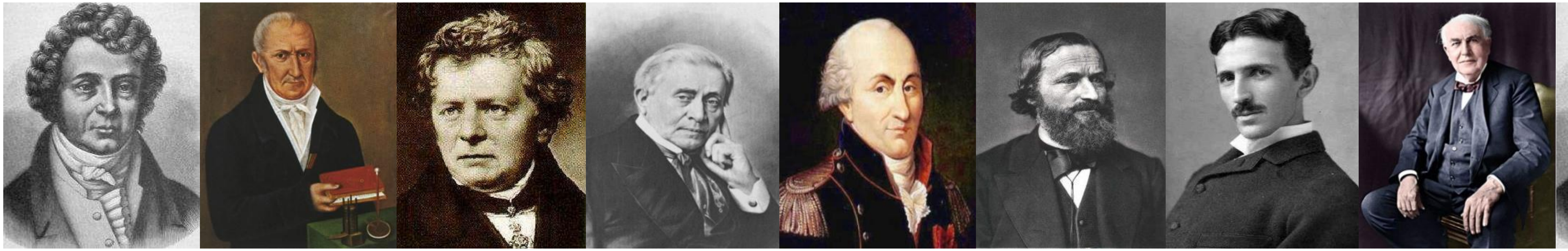
电路理论
Principles of Electric Circuits

第十二章 非正弦周期信号线性电路的稳态分析

电工教研室

2025年3月



电路理论
Principles of Electric Circuits

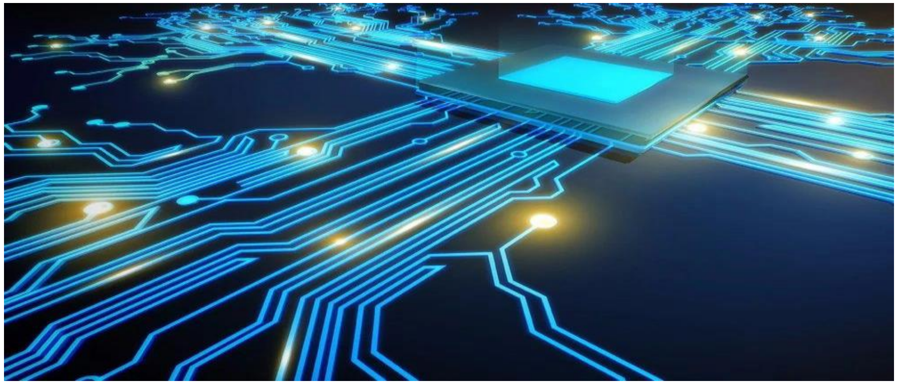
第十二章 非正弦周期信号线性电路的稳态分析

§12.1 非正弦周期电流和电压

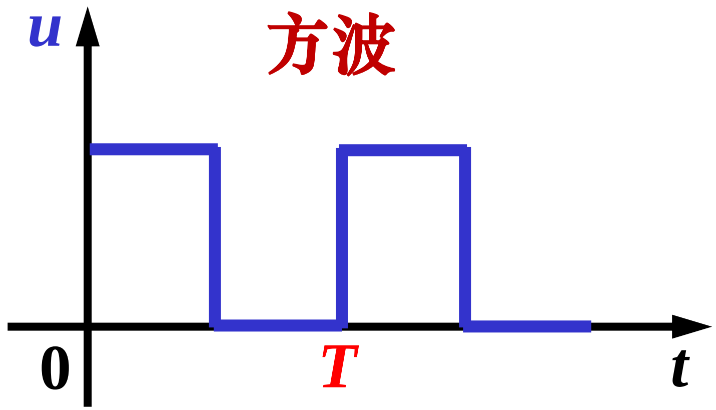
§ 12.1 非正弦周期电流和电压

生产实际中并不完全是正弦电路
经常会遇到非正弦周期信号电路

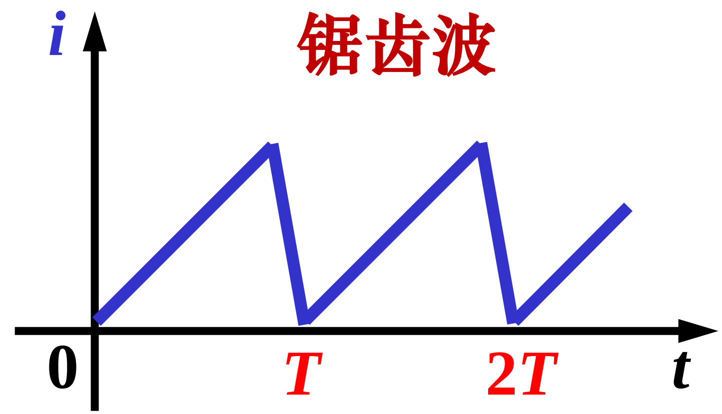
- 电子技术
- 自动控制
- 计算机
- 无线电技术



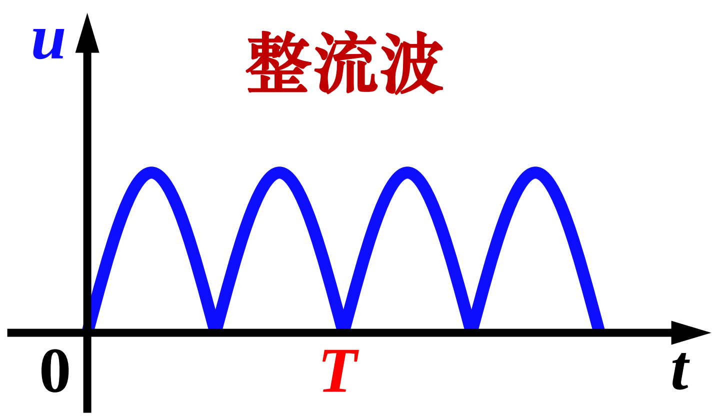
§ 12.1 非正弦周期电流和电压



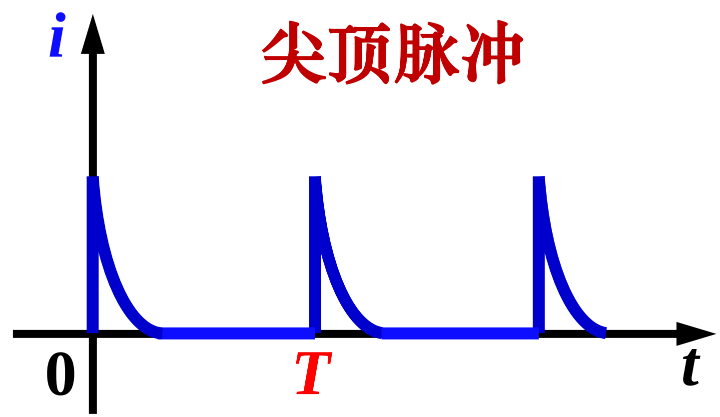
数字电路、计算机的时钟脉冲



通过显像管偏转线圈的扫描电流

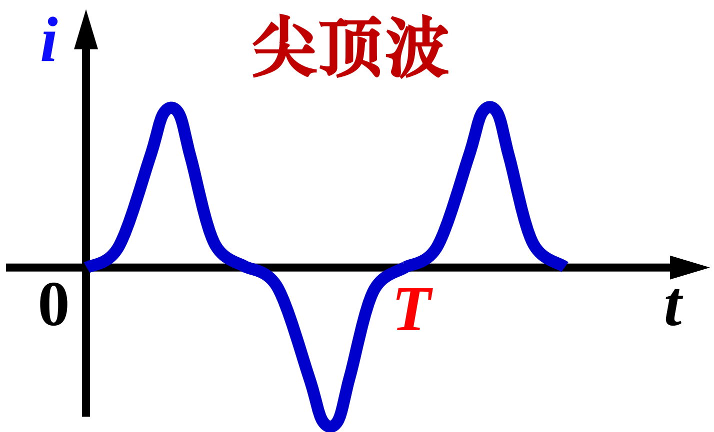


全波整流电路的输出波形

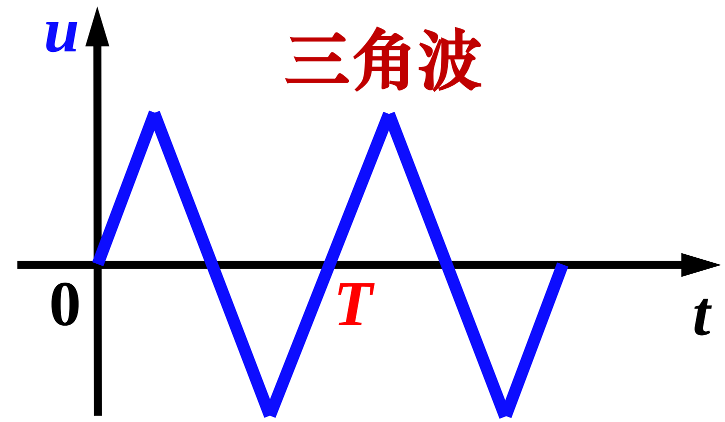


晶闸管的触发脉冲

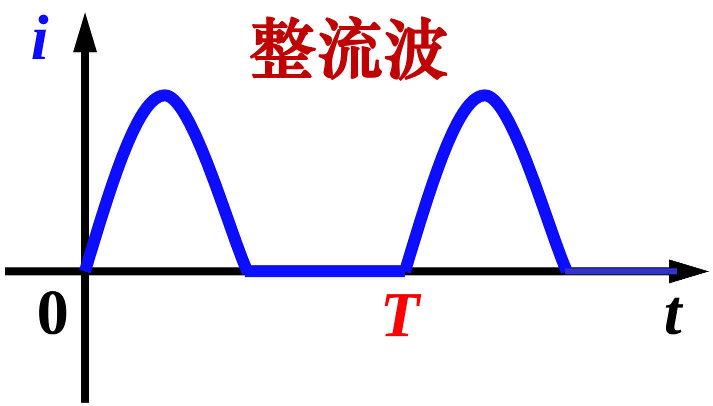
§ 12.1 非正弦周期电流和电压



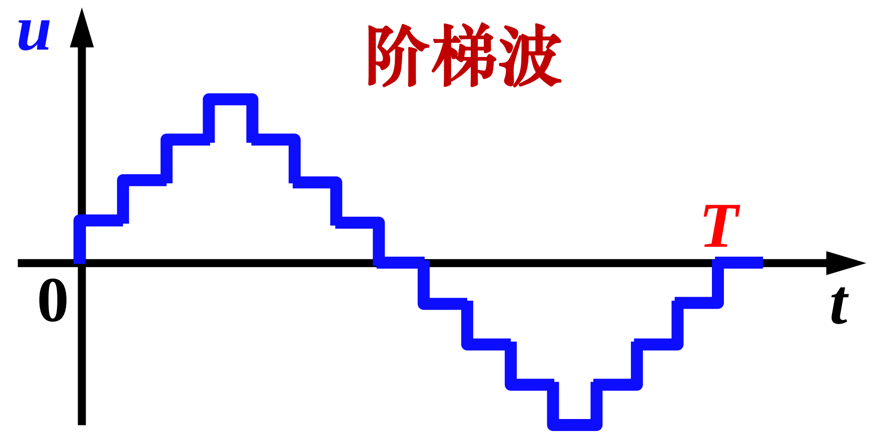
正弦电压在铁心线圈中产生的电流波形



PWM调制器的载波信号



半波整流电路的输出波形



数字电路产生的正弦信号

§ 12.1 非正弦周期电流和电压

生产实际中并不完全是正弦电路
经常会遇到非正弦周期信号电路

- 电子技术
- 自动控制
- 计算机
- 无线电技术

非正弦周期交流信号的特点：

（1）不是正弦波 → 相量法不再适用

（2）按周期规律变化 → $f(t) = f(t + kT)$

研究非正弦信号电路更具普遍意义。

§ 12.1 非正弦周期电流和电压

一、非正弦周期函数的分解

若非正弦周期信号 $f(t)$满足“狄里赫利条件”

$$f(t)=a_0+\left[a_1\cos(\omega t)+b_1\sin(\omega t)\right]+\left[a_2\cos(2\omega t)+b_2\sin(2\omega t)\right]+\cdots$$

$$+\left[a_k\cos(k\omega t)+b_k\sin(k\omega t)\right]+\cdots$$

$$=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos k\omega t+b_k\sin k\omega t\right)$$

傅立叶展开系数：

$$\begin{cases} a_0=\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T f(t)\mathrm{d}t \\ a_k=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(t)\cos k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) \\ b_k=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(t)\sin k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) \end{cases}$$

§ 12.1 非正弦周期电流和电压

一、非正弦周期函数的分解

若非正弦周期信号 $f(t)$ 满足"狄里赫利条件"

$$f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos k\omega t+b_k\sin k\omega t\right)$$

由：$a_k\cos k\omega t+b_k\sin k\omega t=\mathrm{A}_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)$

$$\begin{cases}\mathrm{A}_{km}=\sqrt{a_k^2+b_k^2}\\ \theta_k=\arctan\dfrac{a_k}{b_k}\end{cases}$$

$$f(t)=\mathrm{A}_0+\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{A}_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)$$

直流分量

基 波

二次谐波

$$f(t)=\mathrm{A}_0+\mathrm{A}_{1\mathrm{m}}\sin(\omega t+\theta_1)+\mathrm{A}_{2\mathrm{m}}\sin(2\omega t+\theta_2)+\cdots$$
$$+\mathrm{A}_{nm}\sin(n\omega t+\theta_n)+\cdots$$

高次谐波

§ 12.1 非正弦周期电流和电压

$$f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos k\omega t+b_k\sin k\omega t\right)$$

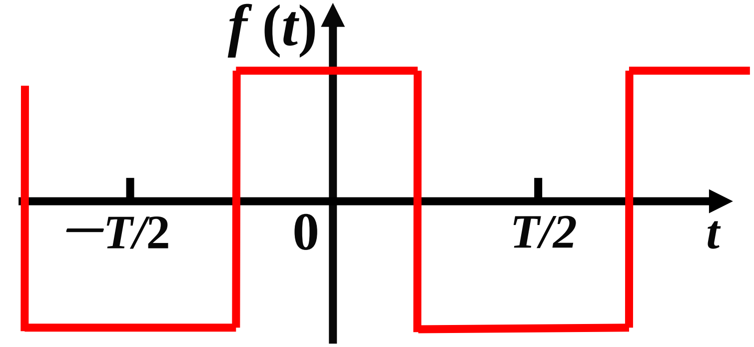
$$\begin{cases} a_0=\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T f(t)\mathrm{d}t \\ a_k=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(t)\cos k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) \\ b_k=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(t)\sin k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) \end{cases}$$

利用函数对称性确定谐波特性

（1） 偶函数

$$f(t)=f(-t) \qquad b_k=0$$

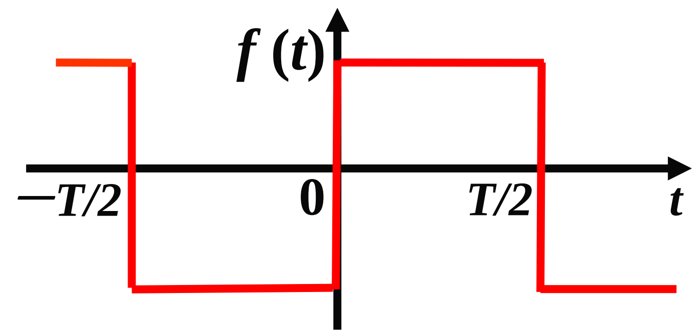
$$f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos k\omega t$$



（2） 奇函数

$$f(t)=-f(-t) \qquad a_0=0 \quad a_k=0$$

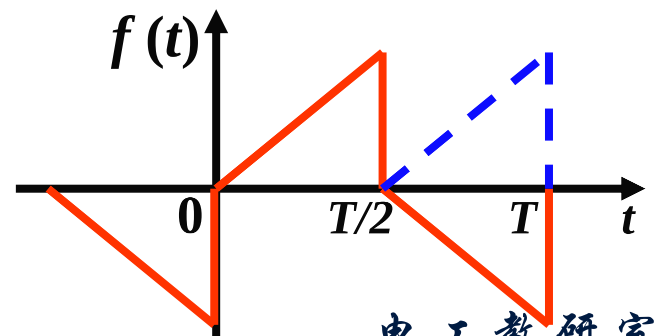
$$f(t)=\sum_{k=1}^{\infty}b_k\sin k\omega t$$



（3） 奇谐波函数

$$f(t)=-f\left(t\pm\frac{T}{2}\right) \qquad a_0=0 \quad a_{2k}=b_{2k}=0$$

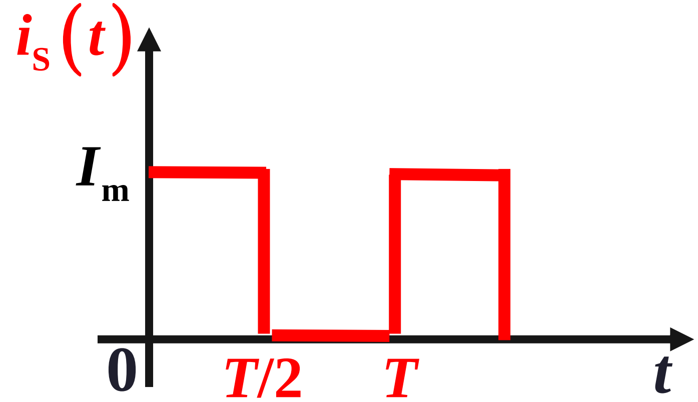
$$f(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{A}_{(2k-1)\mathrm{m}}\sin\left[\left(2k-1\right)\omega t+\theta_{2k\text{-}1}\right]$$



§ 12.1 非正弦周期电流和电压

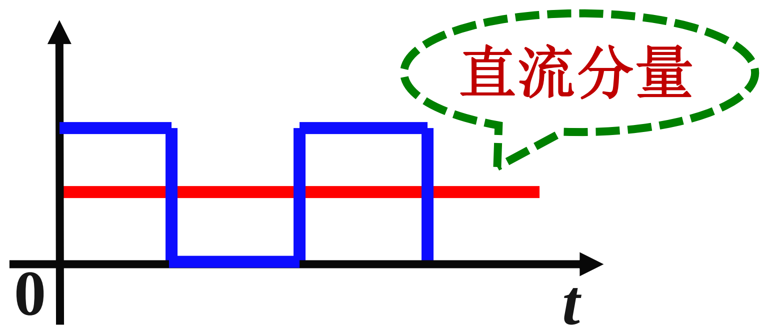
一、非正弦周期函数的分解

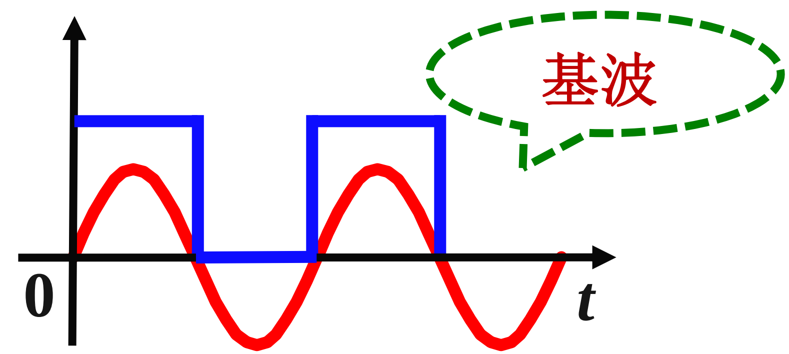
【例】周期性方波信号的分解

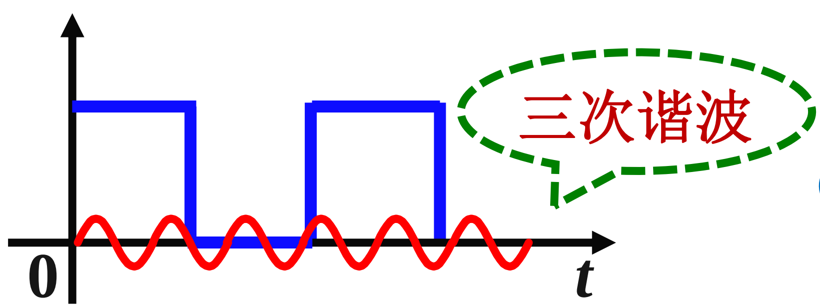


$i_S(t)$ 的展开式为：

$$i_S(t)=\frac{I_m}{2}+\frac{2I_m}{\pi}(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\sin 5\omega t+\cdots)$$







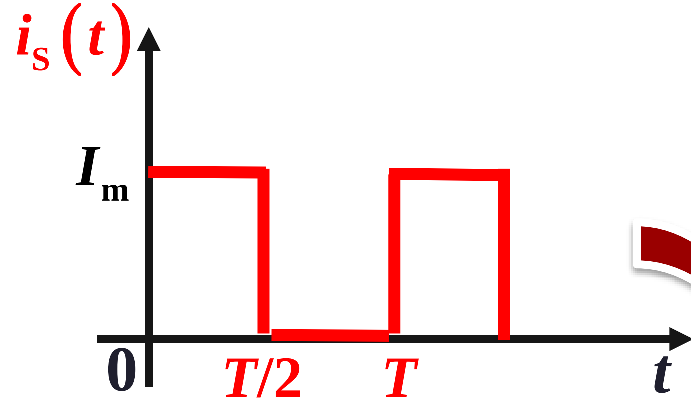
五次谐波

七次谐波

§ 12.1 非正弦周期电流和电压

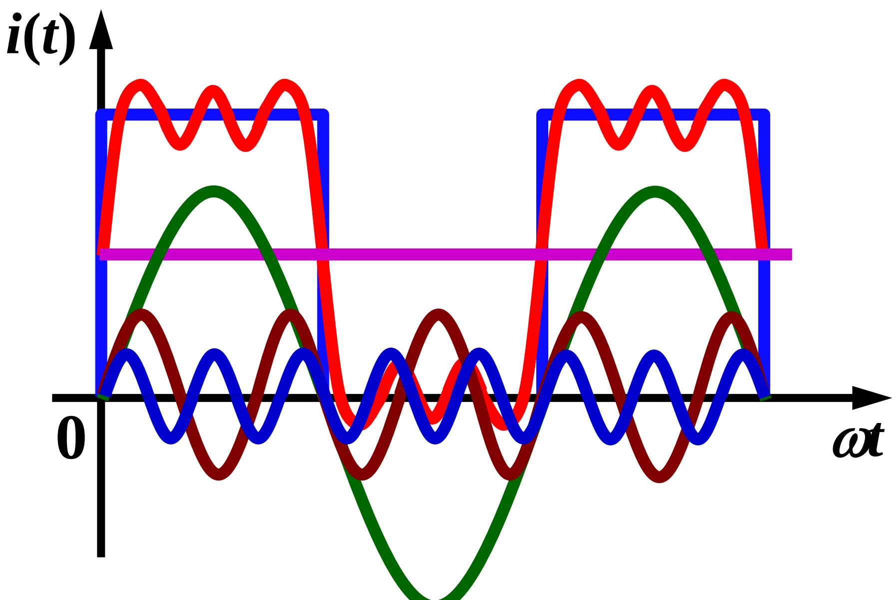
一、非正弦周期函数的分解

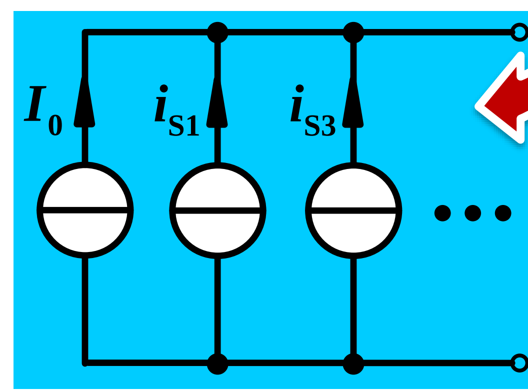
【例】周期性方波信号的分解



$i_S(t)$ 的展开式为：

$$i_S(t)=\frac{I_m}{2}+\frac{2I_m}{\pi}(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\sin 5\omega t+\cdots)$$





二、非正弦周期信号的有效值

若：$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \theta_k)$

则：$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\mathrm{d}(t)}$ “方均根”

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km}\sin\left(k\omega t + \theta_k\right)\right]^2 \mathrm{d}(t)}$$

涉及四种积分：

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2 \mathrm{d}t = I_0^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0 I_{km}\sin\left(k\omega t + \theta_k\right)\mathrm{d}t = 0$$

$$\int_0^T \sin^2 k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{T}{2}$$

$$\int_0^T \cos^2 k\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{T}{2}$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_{km}^2 \sin^2\left(k\omega t + \theta_k\right)\mathrm{d}t = \frac{I_{km}^2}{2} = I_k^2$$

三角函数正交性 $\frac{1}{T}\int_0^T I_{km}\sin\left(k\omega t + \theta_k\right)\cdot I_{k'm}\sin\left(k'\omega t + \theta_{k'}\right)\mathrm{d}t = 0 \quad \left(k \neq k'\right)$

§ 12.1 非正弦周期电流和电压

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2\mathrm{d}t = I_0^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0 I_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)\mathrm{d}t = 0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_{km}^2\sin^2(k\omega t+\theta_k)\mathrm{d}t = \frac{I_{km}^2}{2} = I_k^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)\cdot I_{k'm}\sin(k'\omega t+\theta_{k'})\mathrm{d}t = 0 \quad (k \neq k')$$

二、非正弦周期信号的有效值

若：$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)$

则：$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\mathrm{d}(t)}$ “方均根”

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)\right]^2 \mathrm{d}(t)}$$

有效值：$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \cdots\cdots}$

结论： 其中：I_0为直流分量；I_k为k次谐波有效值

非正弦周期信号的有效值为直流分量的平方及各次谐波分量有效值平方之和的平方根。

二、非正弦周期信号的有效值

【例】已知一个非正弦周期信号为

$$i(t)=10+141.4\sin(\omega t+30^{\circ})+70.7\sin(3\omega t-90^{\circ})\ \mathrm{A}$$

求此电流的有效值。

解：

$$I=\sqrt{10^2+\left(\frac{141.4}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{70.7}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{10^2+100^2+50^2}=112.2\ \mathrm{A}$$

三、非正弦周期信号的平均值

若： $i(t)=I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\sin(k\omega t+\theta_k)$

平均值：

$$I_{\mathrm{av}}\overset{\mathrm{def}}{=}\frac{1}{T}\int_0^T\left|i(t)\right|\mathrm{d}t$$

$$U_{\mathrm{av}}\overset{\mathrm{def}}{=}\frac{1}{T}\int_0^T\left|u(t)\right|\mathrm{d}t$$

四、非正弦周期信号的平均功率

$$\begin{cases} u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin(k\omega t + \theta_{uk}) \\ i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km}\sin(k\omega t + \theta_{ik}) \end{cases}$$

平均功率： $P = \frac{1}{T}\int_0^T u \cdot i\,\mathrm{d}t$

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos\theta_k$$

$$= U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\theta_1 + U_2 I_2 \cos\theta_2 + \cdots \quad (\theta_k = \theta_{uk} - \theta_{ik})$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T U_0 I_0 \mathrm{d}t = U_0 I_0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T U_0 I_{km}\sin(k\omega t + \theta_{ik})\mathrm{d}t = 0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0 U_{km}\sin(k\omega t + \theta_{uk})\mathrm{d}t = 0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T U_{km}\sin(k\omega t + \theta_{uk}) \cdot I_{k'm}\sin(k'\omega t + \theta_{ik'})\mathrm{d}t = 0 \quad (k \neq k')$$

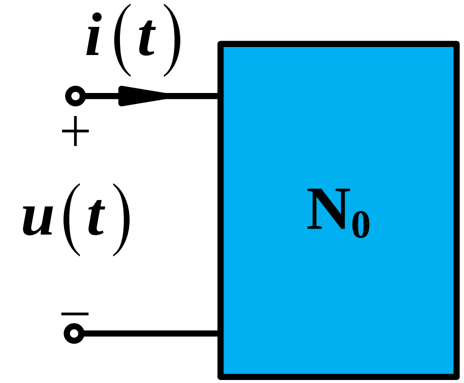
$$\frac{1}{T}\int_0^T U_{km}\sin(k\omega t + \theta_{uk}) \cdot I_{km}\sin(k\omega t + \theta_{ik})\mathrm{d}t = U_k I_k \cos\theta_k \quad (\theta_k = \theta_{uk} - \theta_{ik})$$

★ **结论:**

平均功率＝直流分量的功率＋各次谐波的功率

不同谐波的电压、电流只构成瞬时功率，不构成平均功率！

§ 12.1 非正弦周期电流和电压



【例】已知二端网络N_0的端口电压、电流为

$$u(t)=100+100\sin t+50\sin 2t+30\sin 3t\ \text{V}$$

$$i(t)=10\sin(t-60^\circ)+2\sin(3t-135^\circ)\ \text{A}$$

求该二端口网络消耗的平均功率。

解：

（1）**直流分量**对应的平均功率

$$P_0=U_0I_0=100\times 0=0\ \text{W}$$

（2）**基波**对应的平均功率

$$P_1=\frac{U_{1\text{m}}}{\sqrt{2}}\frac{I_{1\text{m}}}{\sqrt{2}}\cos\left(\theta_{u1}-\theta_{i1}\right)=\frac{1}{2}\times 100\times 10\times\cos 60^\circ=250\ \text{W}$$

（3）**二次谐波**对应的平均功率

$$P_2=U_2I_2=1/2\times 50\times 0=0\ \text{W}$$

（4）**三次谐波**对应的平均功率

$$P_3=\frac{U_{3\text{m}}}{\sqrt{2}}\frac{I_{3\text{m}}}{\sqrt{2}}\cos\left(\theta_{u3}-\theta_{i3}\right)=\frac{1}{2}\times 30\times 2\times\cos 135^\circ=-21.2\ \text{W}$$

（5）**总的平均功率**

$$P=P_0+P_1+P_2+P_3=0+250+0-21.2=228.8\ \text{W}$$

电路理论

Principles of Electric Circuits

第十二章 非正弦周期信号线性电路的稳态分析

§12.2 谐波分析法

§ 12.2 谐波分析法

谐波分析法解题思路： 傅里叶变换 ✚ 叠加定理

（1）利用傅立叶级数，将非正弦周期函数展开成若干种频率的谐波信号的代数和； **傅里叶变换**

（2）利用正弦交流电路的分析方法，画各次谐波信号分别单独作用时对应的电路，应用相量法计算响应；

（**注意:** 各谐波对应的交流电路中 X_L、X_C不同，对直流而言，C 相当于开路，L相于短路。）

$$X_{\mathrm{L}} = k\omega L \qquad X_{\mathrm{C}} = -\frac{1}{k\omega C}$$

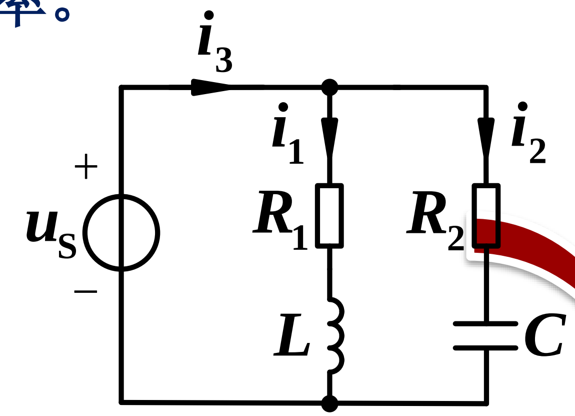
（3）将各个响应的计算结果转换为瞬时值后再进行叠加。 **叠加定理**

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin(3\omega t+30^\circ)\ \text{V}$

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。

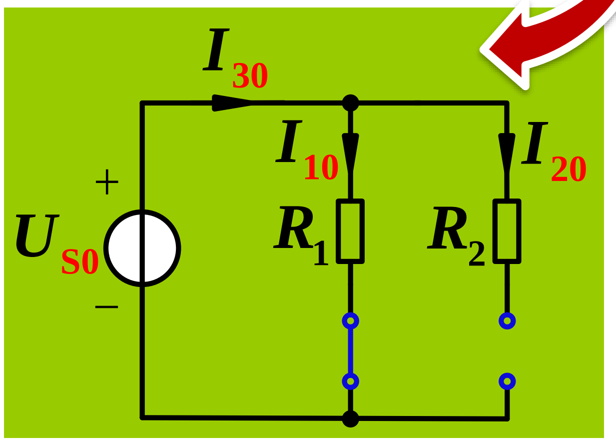


解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（1）直流分量单独作用

$$I_{10}=\frac{U_{S0}}{R_1}=\frac{10}{5}=2\text{A}$$

$$I_{30}=I_{10}=2\text{A}\qquad I_{20}=0\text{A}$$

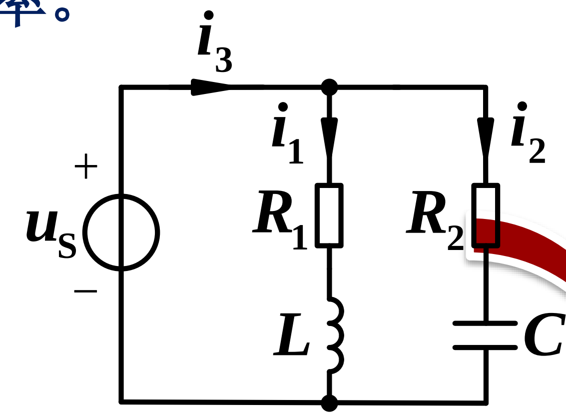


§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t) = 10 + 141.4\sin\omega t + 70.7\sin(3\omega t + 30^\circ)$ V

且已知 $\omega L = 2\Omega$，$1/\omega C = 15\Omega$，$R_1 = 5\Omega$，$R_2 = 10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

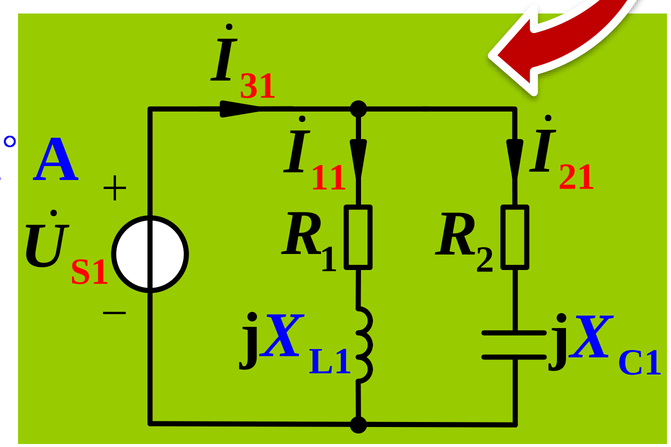
（2）基波单独作用

$$\dot{U}_{S1} = \frac{141.4\angle 0^\circ}{\sqrt{2}} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{U}_{S1}}{R_1 + jX_{L1}} = \frac{100\angle 0^\circ}{5 + j2} = 18.57\angle -21.8^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{21} = \frac{\dot{U}_{S1}}{R_2 + jX_{C1}} = \frac{100\angle 0^\circ}{10 - j15} = 5.55\angle 56.31^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{31} = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{21} = 20.45\angle -6.4^\circ \text{ A}$$

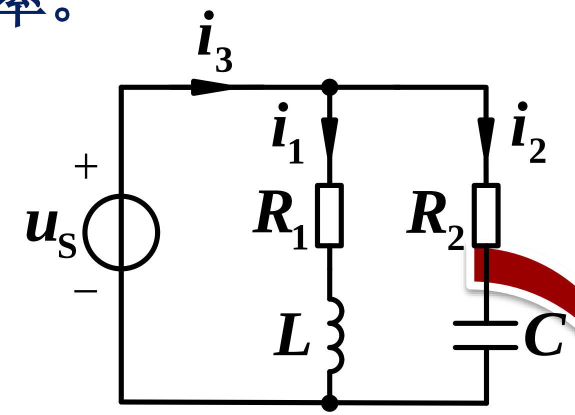


§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t) = 10 + 141.4\sin\omega t + 70.7\sin\left(3\omega t + 30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L = 2\Omega$，$1/\omega C = 15\Omega$，$R_1 = 5\Omega$，$R_2 = 10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

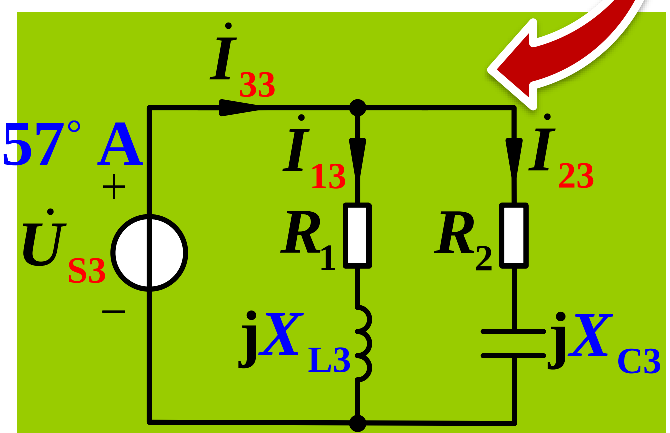
（3） 3次谐波单独作用

$$\dot{U}_{S3} = \frac{70.7\angle 30^\circ}{\sqrt{2}} = 50\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{13} = \frac{\dot{U}_{S3}}{R_1 + jX_{L3}} = \frac{50\angle 30^\circ}{5 + j2\times 3} = 6.4\angle -20.19^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{S3}}{R_2 + jX_{C3}} = \frac{50\angle 30^\circ}{10 - j15/3} = 4.47\angle 56.57^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{33} = \dot{I}_{13} + \dot{I}_{23} = 8.6\angle 10.19^\circ \text{ A}$$



§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。

解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（4）各谐波分量瞬时值叠加

$$I_{10}=2\,\text{A}\quad I_{20}=0\,\text{A}\quad I_{30}=2\,\text{A}$$

$$\dot I_{11}=18.57\angle-21.8^\circ\ \text{A}\quad \dot I_{21}=5.55\angle 56.31^\circ\ \text{A}\quad \dot I_{31}=20.45\angle-6.4^\circ\ \text{A}$$

$$\dot I_{13}=6.4\angle-20.19^\circ\ \text{A}\quad \dot I_{23}=4.47\angle 56.57^\circ\ \text{A}\quad \dot I_{33}=8.6\angle 10.19^\circ\ \text{A}$$

各支路电流的时域形式：

$$i_1(t)=2+18.57\sqrt2\sin\left(\omega t-21.8^\circ\right)+6.4\sqrt2\sin\left(3\omega t-20.19^\circ\right)\ \text{A}$$

$$i_2(t)=5.55\sqrt2\sin\left(\omega t+56.31^\circ\right)+4.47\sqrt2\sin\left(3\omega t+56.67^\circ\right)\ \text{A}$$

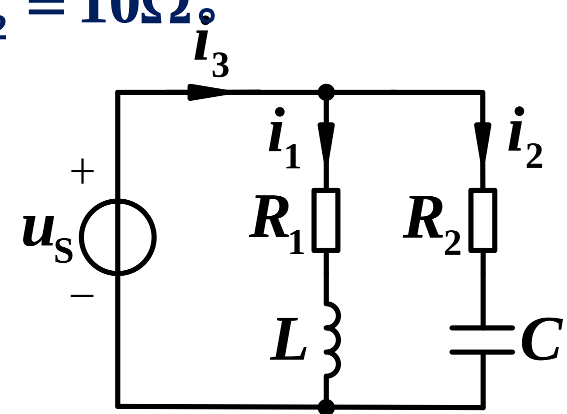
$$i_3(t)=2+20.45\sqrt2\sin\left(\omega t-6.4^\circ\right)+8.6\sqrt2\sin\left(3\omega t+10.19^\circ\right)\ \text{A}$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t) = 10 + 141.4\sin\omega t + 70.7\sin\left(3\omega t + 30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L = 2\Omega$，$1/\omega C = 15\Omega$，$R_1 = 5\Omega$，$R_2 = 10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（4）各谐波分量瞬时值叠加

各支路电流的时域形式：

$$i_1(t) = 2 + 18.57\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 21.8^\circ\right) + 6.4\sqrt{2}\sin\left(3\omega t - 20.19^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_2(t) = 5.55\sqrt{2}\sin\left(\omega t + 56.31^\circ\right) + 4.47\sqrt{2}\sin\left(3\omega t + 56.67^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_3(t) = 2 + 20.45\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 6.4^\circ\right) + 8.6\sqrt{2}\sin\left(3\omega t + 10.19^\circ\right)\text{ A}$$

感性支路吸收的功率：

$$P_1 = U_{10}I_{10} + U_{S1}I_{11}\cos\theta_1 + U_{S3}I_{13}\cos\theta_3$$

$$= 10\times 2 + 100\times 18.57\cos 21.8^\circ + 50\times 6.4\cos\left(30^\circ + 20.19^\circ\right)$$

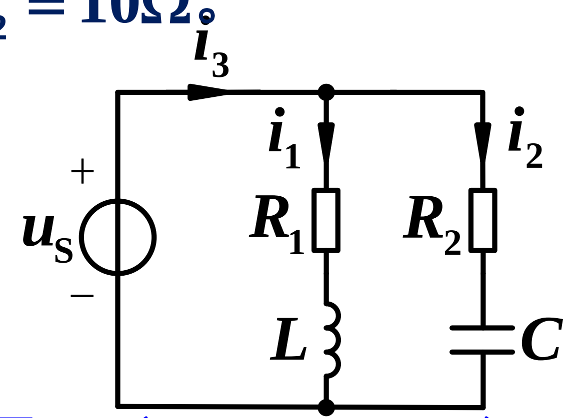
$$= 20 + 1724 + 205 = 1949\text{ W}$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（4）各谐波分量瞬时值叠加

各支路电流的时域形式：

$$i_1(t)=2+18.57\sqrt{2}\sin\left(\omega t-21.8^\circ\right)+6.4\sqrt{2}\sin\left(3\omega t-20.19^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_2(t)=5.55\sqrt{2}\sin\left(\omega t+56.31^\circ\right)+4.47\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+56.67^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_3(t)=2+20.45\sqrt{2}\sin\left(\omega t-6.4^\circ\right)+8.6\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+10.19^\circ\right)\text{ A}$$

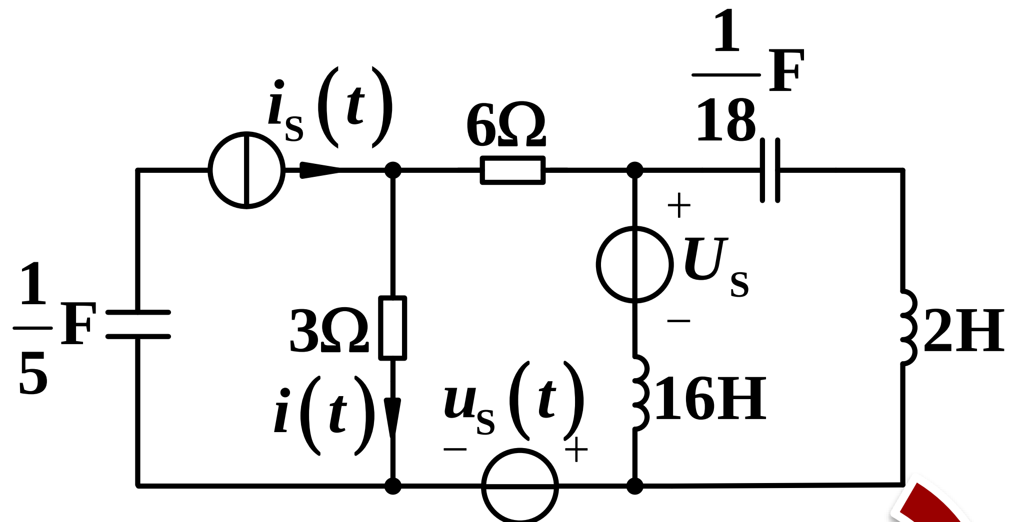
感性支路吸收的功率：

或者： $P_1=R_1I_1^2=R_1\left(I_{10}^2+I_{11}^2+I_{13}^2\right)$

$$=5\times\left(2^2+18.57^2+6.4^2\right)=5\times389.8=1949\text{ W}$$

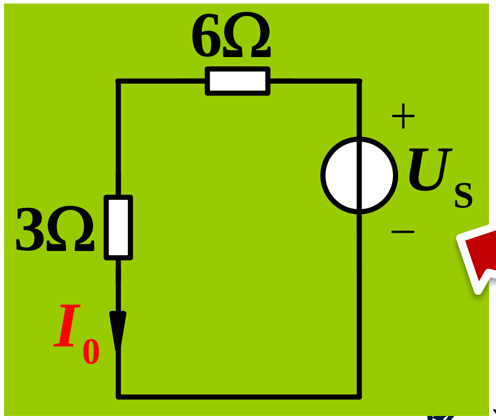
【例】如图所示稳态电路中，$U_S = 9\ \text{V}$，$u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)\ \text{V}$，$i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\ \text{A}$。

求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。



解：

（1）直流电压源单独作用



$$I_0 = \frac{U_S}{3+6} = \frac{9}{3+6} = 1\text{A}$$

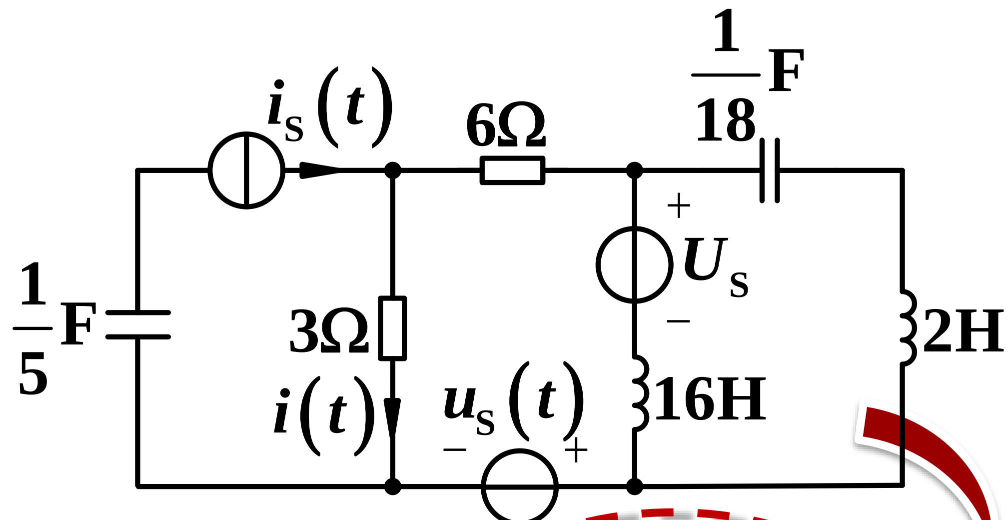
$$P_0 = 3\times 1^2 = 3\text{W}$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】如图所示稳态电路中，$U_S = 9\text{ V}$，$u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)\text{ V}$，

$i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\text{ A}$。

求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。



解：

（1）**直流电压源**单独作用

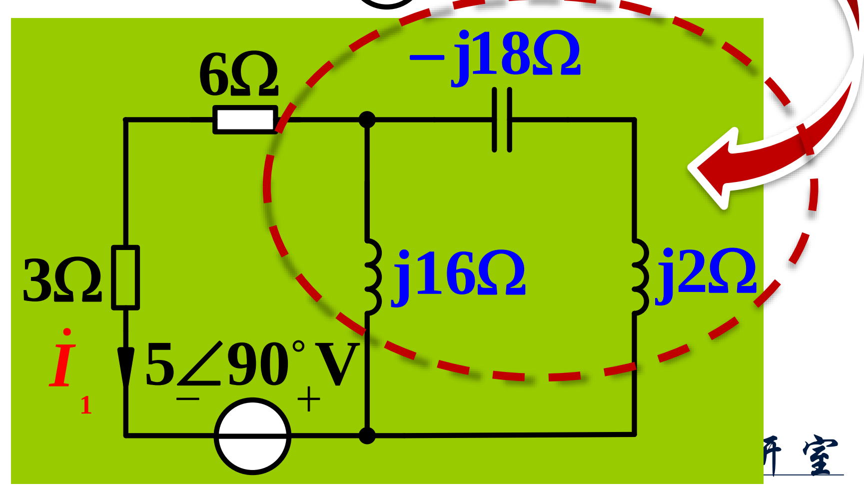
$$I_0 = \frac{U_S}{3+6} = \frac{9}{3+6} = 1\text{ A}$$

$$P_0 = 3 \times 1^2 = 3\text{ W}$$

（2）**基波电压源**单独作用

电路发生**并联谐振**

$$\dot{I}_1 = 0 \qquad P_1 = 0$$

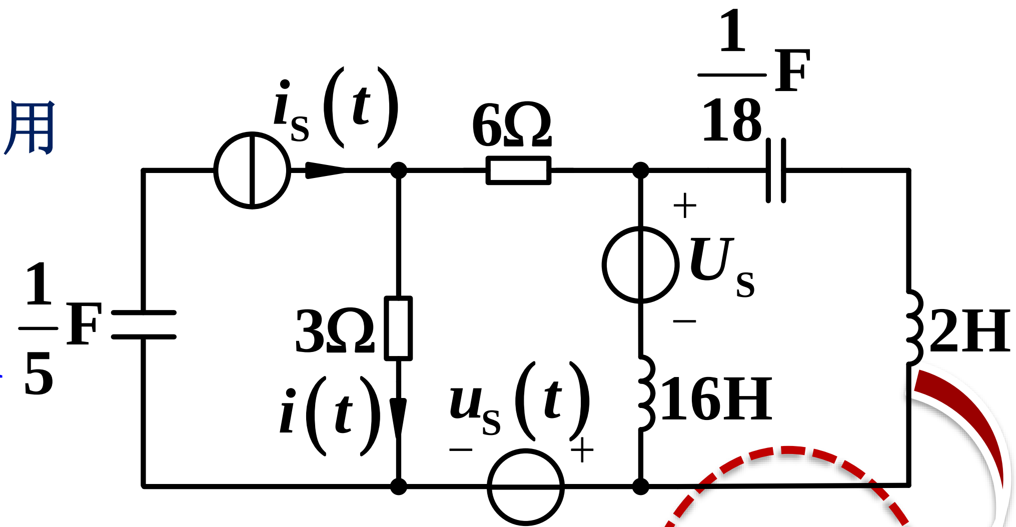


§ 12.2 谐波分析法

【例】 如图所示稳态电路中，$U_S = 9$ V，$u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)$ V，
$i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)$ A。
求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。

解：

（3）3次谐波电流源单独作用

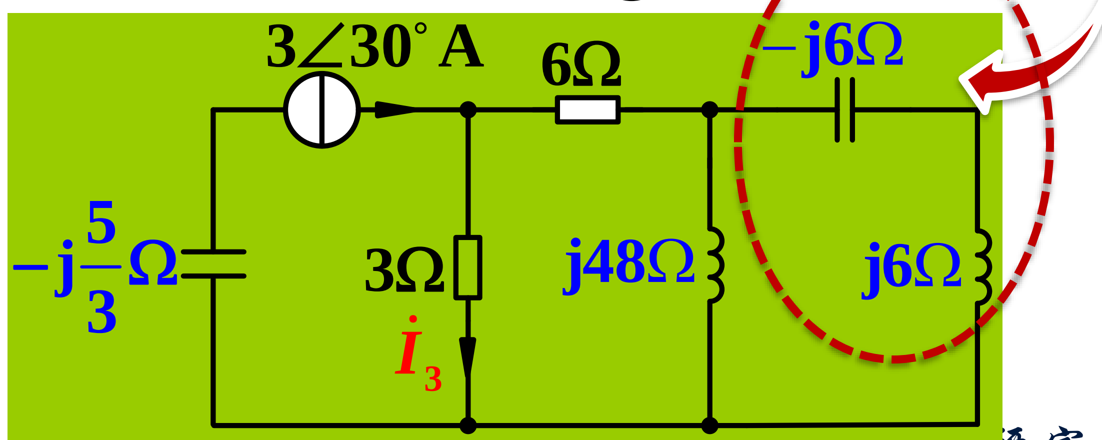


电路发生**串联谐振**

$$\dot{I}_3 = \frac{6}{3+6} \times 3\angle 30^\circ = 2\angle 30^\circ \text{ A}$$

$$i_3(t) = 2\sqrt{2}(3t + 30^\circ) \text{ A}$$

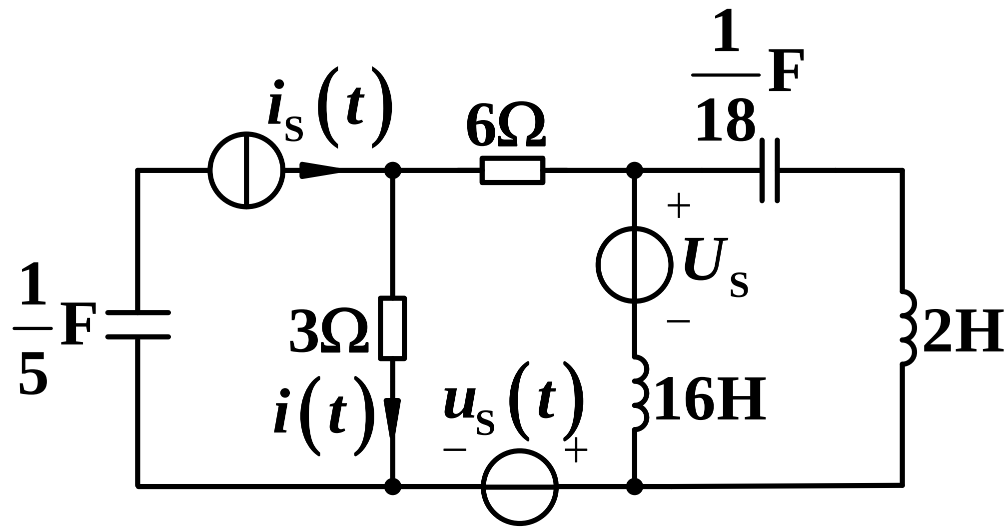
$$P_3 = 3 \times 2^2 = 12 \text{ W}$$



§ 12.2 谐波分析法

【例】 如图所示稳态电路中，$U_S = 9\text{ V}$, $u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)\text{ V}$, $i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\text{ A}$。

求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。



解:

（1）直流电压源单独作用

$$I_0 = \frac{U_S}{3+6} = \frac{9}{3+6} = 1\text{A}$$

$$P_0 = 3\times 1^2 = 3\text{W}$$

（2）基波电压源单独作用

$$\dot{I}_1 = 0 \qquad P_1 = 0$$

（3） 3次谐波电流源单独作用

$$\dot{I}_3 = 2\angle 30^\circ\text{ A}$$

$$i_3(t) = 2\sqrt{2}(3t + 30^\circ)\text{A}$$

$$P_3 = 3\times 2^2 = 12\text{W}$$

则：$i(t) = I_0 + i_1(t) + i_3(t)$

$$= 1 + 2\sqrt{2}(3t + 30^\circ)\text{A}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{1+2^2} = 2.24\text{A}$$

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = 3+12 = 15\text{W}$$