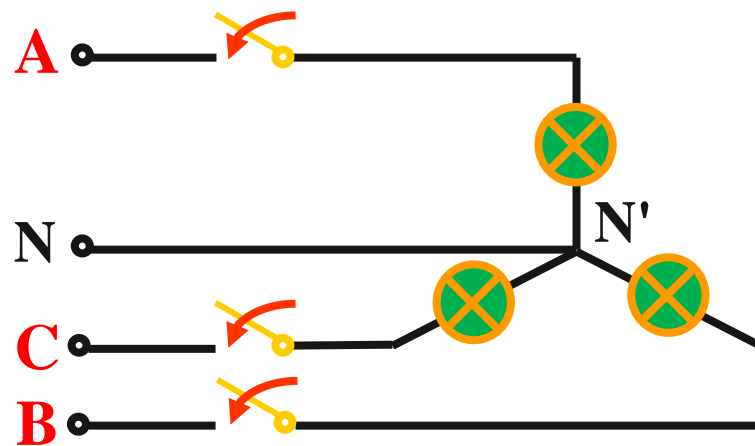
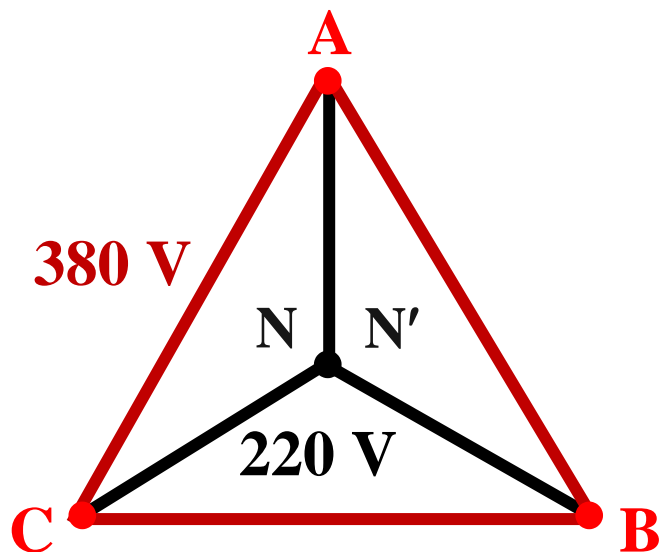


## § 11.3 不对称三相电路

### 【例】照明电路

(1) 正常情况下，三相四线制电路，中线阻抗约为零。



电源线电压为380V

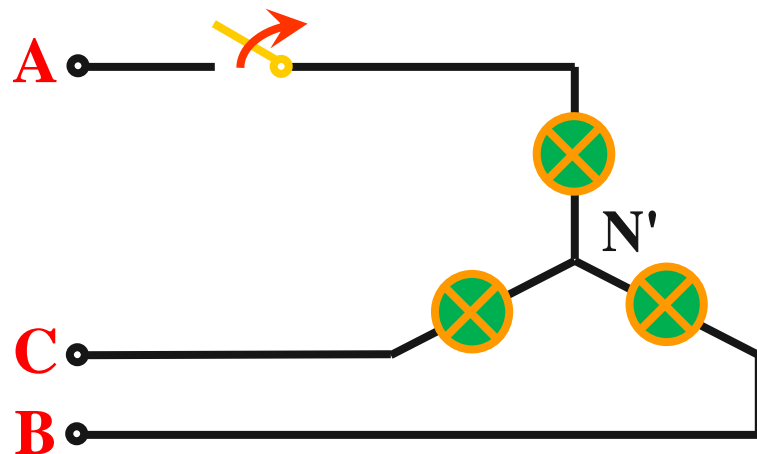
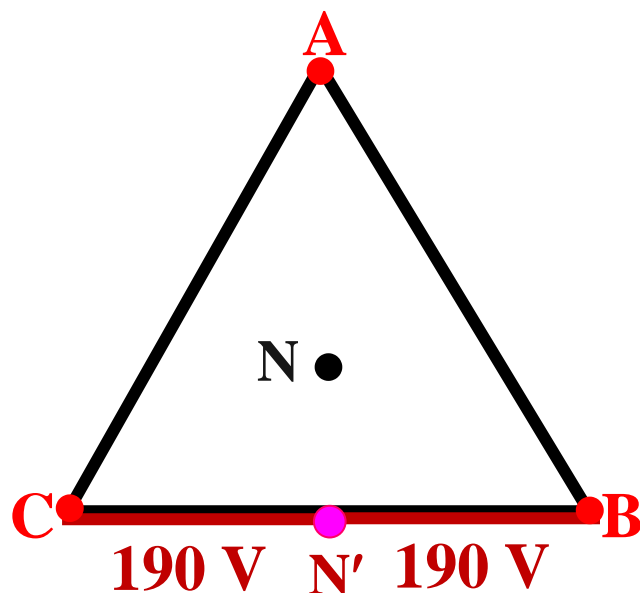


现象：每相负载能够独立工作。

## § 11.3 不对称三相电路

### 【例】照明电路

(2) 三相三线制电路，假设A相断路(三相不对称)。



电源线电压为380V

$$U_{CN'} = U_{BN'} = U_{BC} / 2$$



现象：灯泡未在额定电压下工作，灯光昏暗。

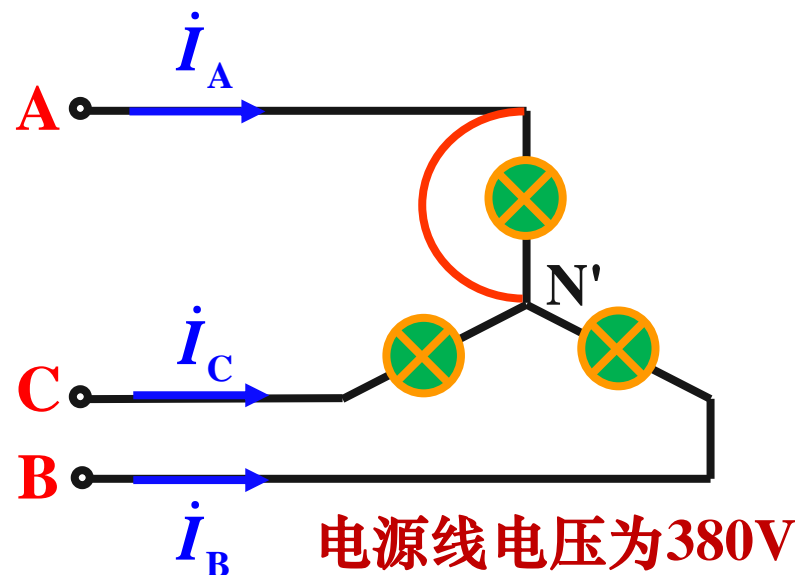
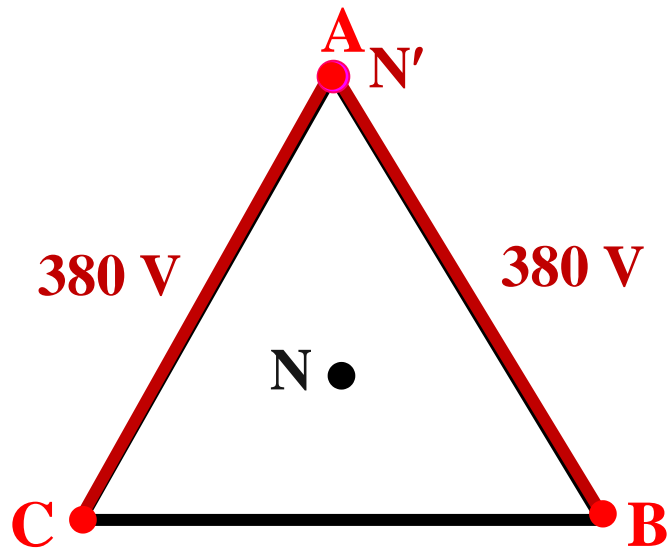
## § 11.3 不对称三相电路

【例】照明电路



现象：灯泡电压超过额定工作电压而被烧毁。

(3) 三相三线制，A相短路。



$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_{BN'}}{R} = -\frac{\sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ}{R} & \dot{I}_A &= -(\dot{I}_B + \dot{I}_C) = \frac{\sqrt{3}\dot{U}_A}{R} (\angle 30^\circ - \angle 150^\circ) \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_{CN'}}{R} = \frac{\sqrt{3}\dot{U}_A \angle 150^\circ}{R} & &= \frac{\sqrt{3}\dot{U}_A}{R} \left( \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}\dot{U}_A}{R} \end{aligned}$$

短路电流是正常时电流的3倍

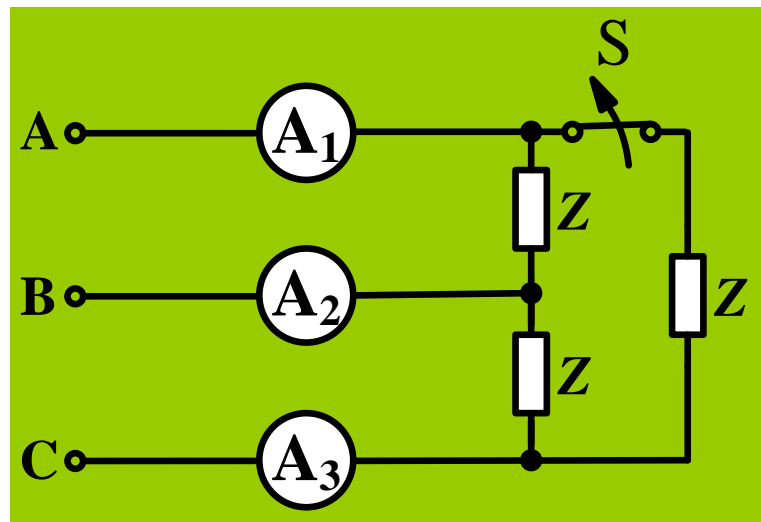
## § 11.3 不对称三相电路

【例】对称三相电路中，当开关S闭合时，各个电流表的读数均为5A。  
求：开关S打开后各电流表的读数。

解：

开关S打开后：

- (1) 电流表A<sub>2</sub>中的电流与开关S闭合时的电流相同。
- (2) 电流表A<sub>1</sub>、A<sub>3</sub>中的电流相当于开关S闭合时的相电流。



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{电流表A}_2\text{的读数为 } 5\text{A} \\ \text{电流表A}_1、\text{A}_3\text{的读数为 } \frac{5}{\sqrt{3}} = 2.89\text{A} \end{array} \right.$$

## § 11.3 不对称三相电路

【例】已知 $1/(\omega C)=R$ ，三相电源对称，求灯泡承受的电压。

解： 设  $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ \text{V}$

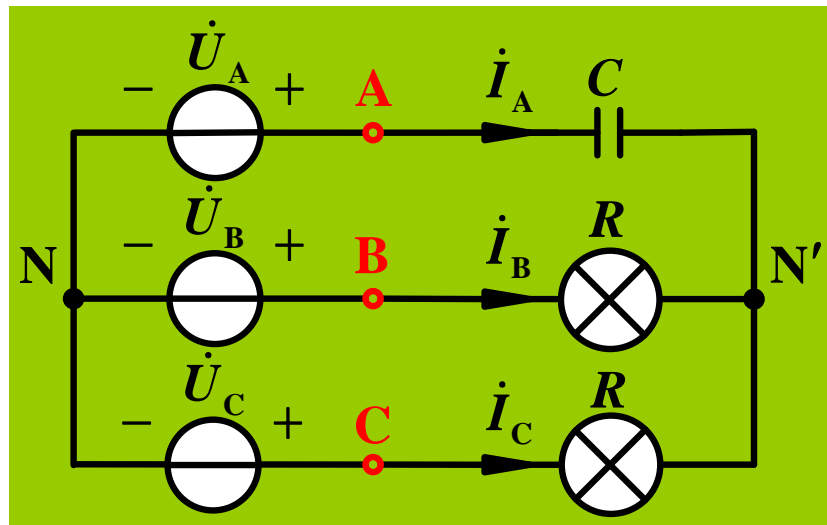
$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ \text{V}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{N'N} &= \frac{j\omega C \dot{U}_A + \dot{U}_B / R + \dot{U}_C / R}{j\omega C + 1/R + 1/R} \\ &= \frac{j\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{2 + j} \rightarrow -\dot{U}_A \\ &= \frac{(-1 + j)\dot{U}_A}{2 + j} = 0.632 \angle 108.4^\circ \dot{U}_A = 0.632U \angle 108.4^\circ \text{V}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = U \angle -120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 1.5U \angle -101.5^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = U \angle 120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 0.4U \angle 138.4^\circ \text{V}$$



这个电路有什么实际功能？

(弹幕)

## § 11.3 不对称三相电路

【例】已知 $1/(\omega C)=R$ ，三相电源对称，求灯泡承受的电压。

解：设  $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ \text{V}$

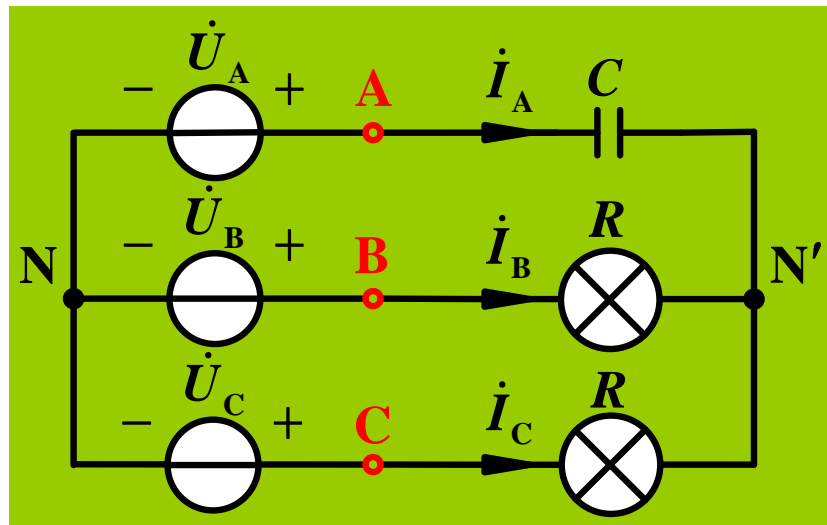
$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ \text{V}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{N'N} &= \frac{j\omega C \dot{U}_A + \dot{U}_B / R + \dot{U}_C / R}{j\omega C + 1/R + 1/R} \\ &= \frac{j\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{2 + j} \rightarrow -\dot{U}_A \\ &= \frac{(-1 + j)\dot{U}_A}{2 + j} = 0.632 \angle 108.4^\circ \dot{U}_A = 0.632U \angle 108.4^\circ \text{V}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = U \angle -120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 1.5U \angle -101.5^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = U \angle 120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 0.4U \angle 138.4^\circ \text{V}$$



**测定三相电源的相序：**若以接电容的相为A相，则B相电压比C相电压高。

现象为**B相灯较亮**，**C相灯较暗(正序)**。

# 电路理论

## Principles of Electric Circuits

---

### 第十一章 三相电路

#### § 11.4 三相电路的功率



## § 11.4 三相电路的功率

### 一、三相电路的功率

#### 1. 一般情况

##### (1) 有功功率 $P$

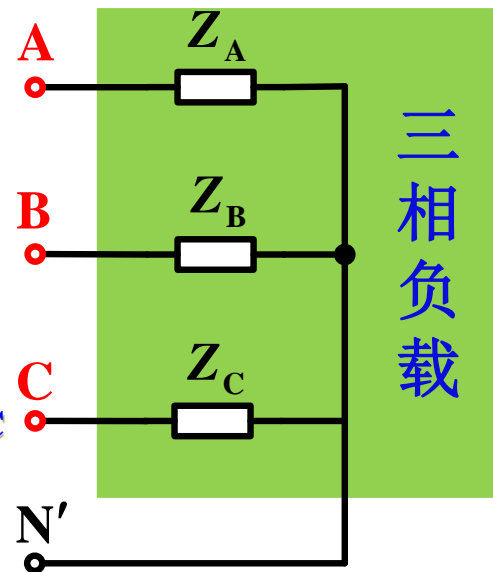
$$\begin{aligned} P &= P_A + P_B + P_C \\ &= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C \end{aligned}$$

##### (2) 无功功率 $Q$

$$\begin{aligned} Q &= Q_A + Q_B + Q_C \\ &= U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C \end{aligned}$$

##### (3) 视在功率 $S$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$





## § 11.4 三相电路的功率

### 一、三相电路的功率

#### 2. 对称情况

单相负载的功率:

$$P_{\text{ph}} = U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}}$$

三相总有功功率:

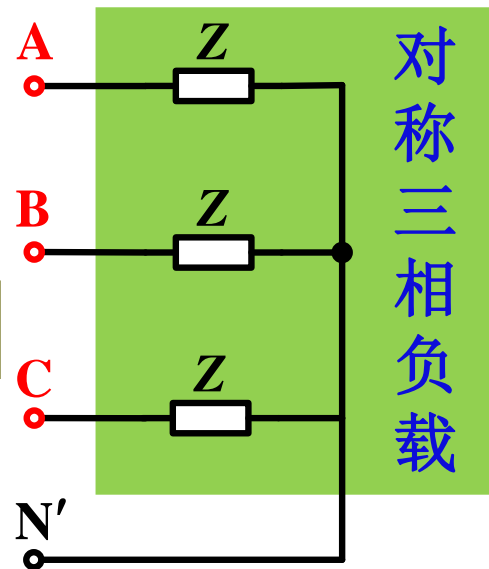
$$P_{\text{总}} = 3P_{\text{ph}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}}$$

**Y接法:**  $U_l = \sqrt{3}U_{\text{ph}}, I_l = I_{\text{ph}}$

$$P_{\text{总}} = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} U_l I_l \cos \varphi_{\text{Ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{ph}}$$

**Δ接法:**  $U_l = U_{\text{ph}}, I_l = \sqrt{3}I_{\text{ph}}$

$$P_{\text{总}} = 3U_l \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos \varphi_{\text{Ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{Ph}}$$



$$Z = |Z| \angle \varphi_{\text{ph}}$$



$\varphi_{\text{ph}}$  为相电压与相电流的相位差角(Y接负载单相阻抗角)

# § 11.4 三相电路的功率

## 一、三相电路的功率

### 2. 对称情况

(1) 三相总的有功功率:

$$P_{\text{总}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{ph}}$$

(2) 三相总的无功功率:

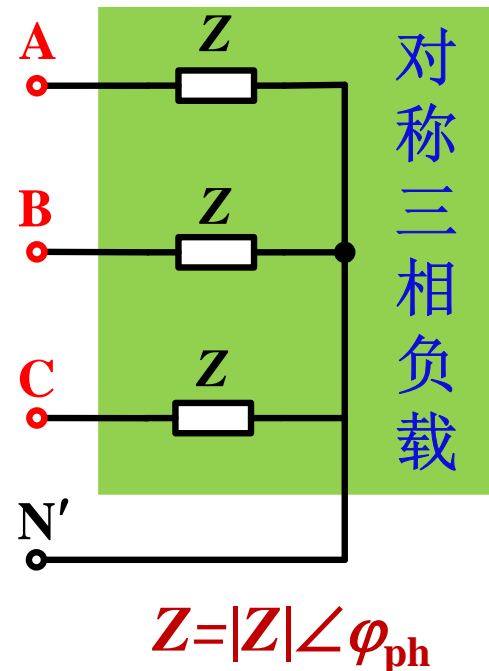
$$Q_{\text{总}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \sin \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi_{\text{ph}}$$

(3) 三相总的视在功率:

$$S_{\text{总}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l$$

(4) 三相总的瞬时功率:

$$p_{\text{总}} = p_A + p_B + p_C$$



## § 11.4 三相电路的功率

### 一、三相电路的功率

(4) 三相总的瞬时功率:

$$p_{\text{总}} = p_A + p_B + p_C = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{ph}} = P_{\text{总}}$$

设  $u_A = \sqrt{2}U \sin \omega t$

$$i_A = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi_{\text{ph}})$$

则  $p_A = u_A i_A = UI \cos \varphi_{\text{ph}} - UI \cos(2\omega t - \varphi_{\text{ph}})$

$$p_B = u_B i_B = UI \cos \varphi_{\text{ph}} - UI \cos[(2\omega t - 240^\circ) - \varphi_{\text{ph}}]$$

$$p_C = u_C i_C = UI \cos \varphi_{\text{ph}} - UI \cos[(2\omega t + 240^\circ) - \varphi_{\text{ph}}]$$

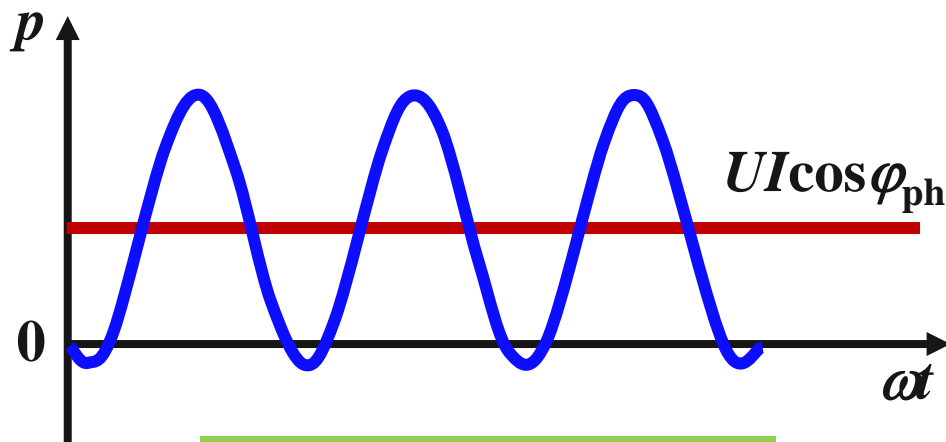


## § 11.4 三相电路的功率

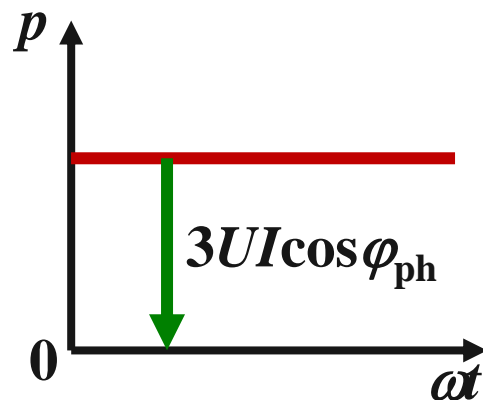
### 一、三相电路的功率

(4) 三相总的瞬时功率:

$$p_{\text{总}} = p_A + p_B + p_C = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{ph}} = P_{\text{总}}$$



单相：瞬时功率脉动



三相：瞬时功率恒定



**注意：**电动机转矩： $m \propto p$

三相供电可以得到均衡的机械力矩，避免机械振动。

## § 11.4 三相电路的功率

### 一、三相电路的功率

#### 2. 对称情况

(1) 三相总的有功功率:

$$P_{\text{总}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{ph}}$$

(2) 三相总的无功功率:

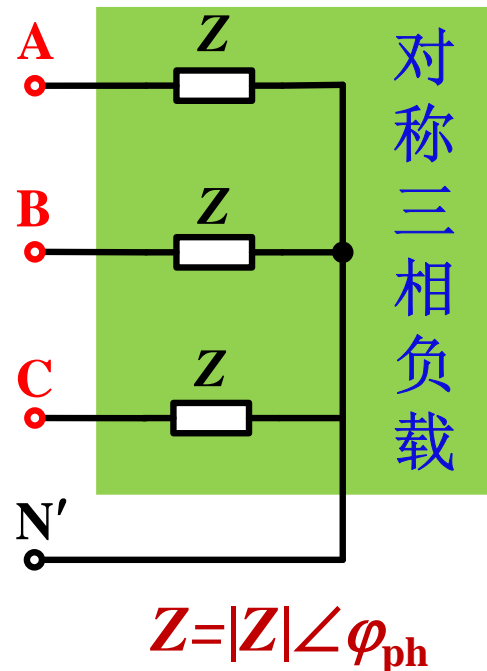
$$Q_{\text{总}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \sin \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi_{\text{ph}}$$

(3) 三相总的视在功率:

$$S_{\text{总}} = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l$$

(4) 三相总的瞬时功率:

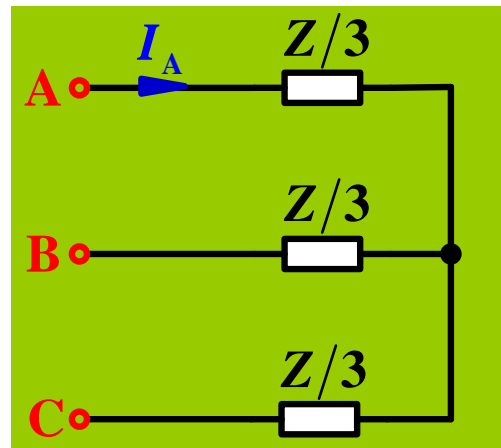
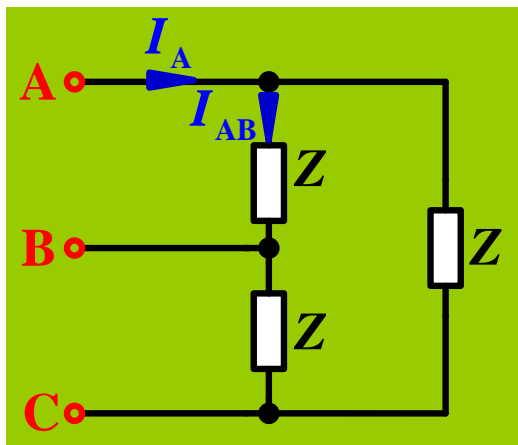
$$p_{\text{总}} = p_A + p_B + p_C = 3U_{\text{ph}} I_{\text{ph}} \cos \varphi_{\text{ph}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_{\text{ph}} = P_{\text{总}}$$



## § 11.4 三相电路的功率

### 一、三相电路的功率

【例】负载星-三角变换前后，总的有功功率是否变化？



假设： $Z = R + jX$

$$\frac{Z}{3} = \frac{R}{3} + j\frac{X}{3}$$

$$P = 3P_A \\ = 3I_{AB}^2 R$$

$$P = 3P_A \\ = 3I_A^2 \frac{R}{3} = 3\left(\sqrt{3}I_{AB}\right)^2 \frac{R}{3}$$

$$= 3I_{AB}^2 R$$

完全相同！

## § 11.4 三相电路的功率

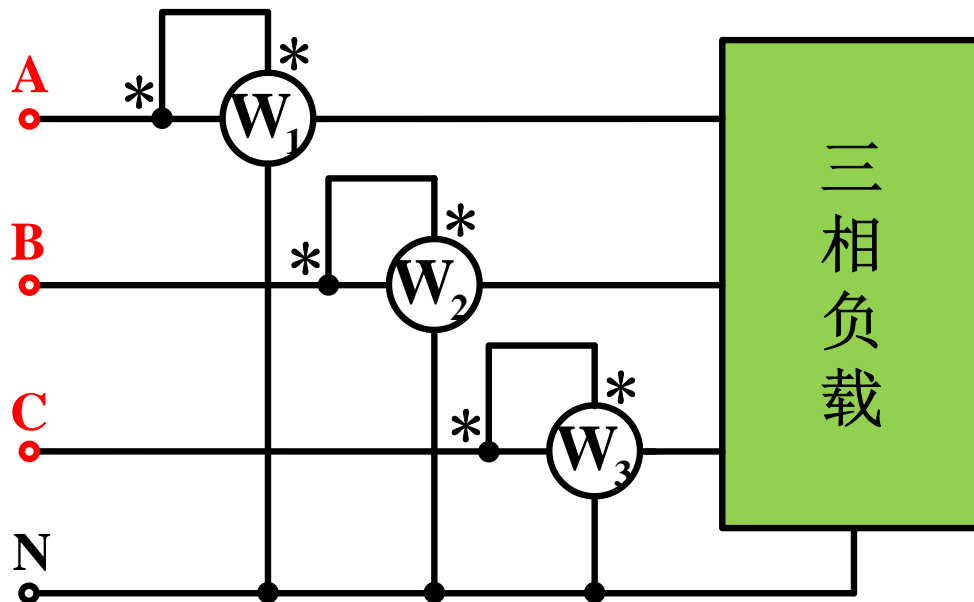
### 二、三相电路功率的测量

#### 1. 三表法

适用于三相四线制

$$\begin{aligned} P_{\text{总}} &= P_A + P_B + P_C \\ &= W_1 + W_2 + W_3 \end{aligned}$$

★ 负载对称与否均可



若负载对称，则仅需用一块功率表进行测量，读数乘以 3。

## § 11.4 三相电路的功率

### 二、三相电路功率的测量

#### 2. 两表法（二瓦计法）

适用于三相三线制

$$\begin{aligned} W_1 + W_2 &= \operatorname{Re}[\dot{U}_{AC} \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_{BC} \dot{I}_B^*] \\ &= \operatorname{Re}[(\dot{U}_A - \dot{U}_C) \dot{I}_A^*] \\ &\quad + \operatorname{Re}[(\dot{U}_B - \dot{U}_C) \dot{I}_B^*] \\ &= \operatorname{Re}[\dot{U}_A \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_B \dot{I}_B^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_C (-(\dot{I}_A^* + \dot{I}_B^*))] \\ &= \operatorname{Re}[\dot{U}_A \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_B \dot{I}_B^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_C \dot{I}_C^*] = P_{\text{总}} \end{aligned}$$

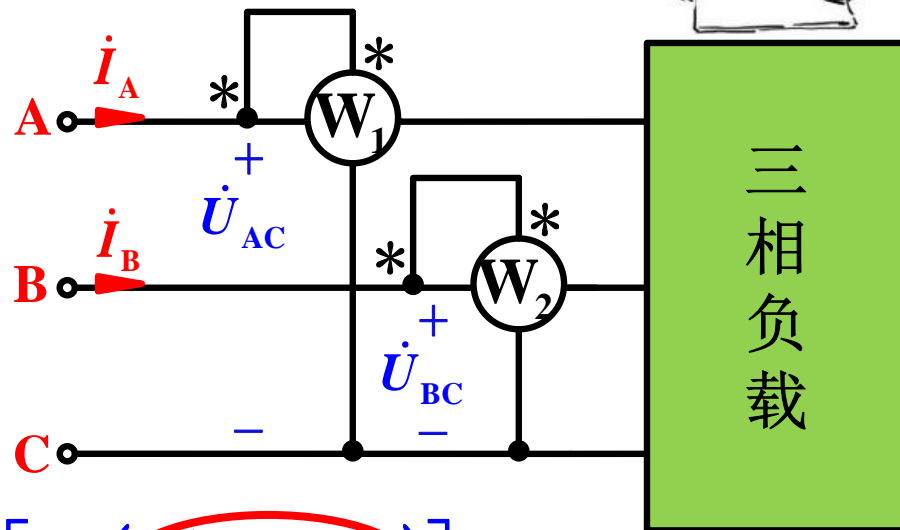
两表法：  $P_{\text{总}} = W_1 + W_2$

对于不对称负载，该结论成立吗？

（弹幕）

依旧成立

若为三相三线制  
该如何处理？



三相负载





## § 11.4 三相电路的功率

### 二、三相电路功率的测量

#### 2. 两表法（二瓦计法）

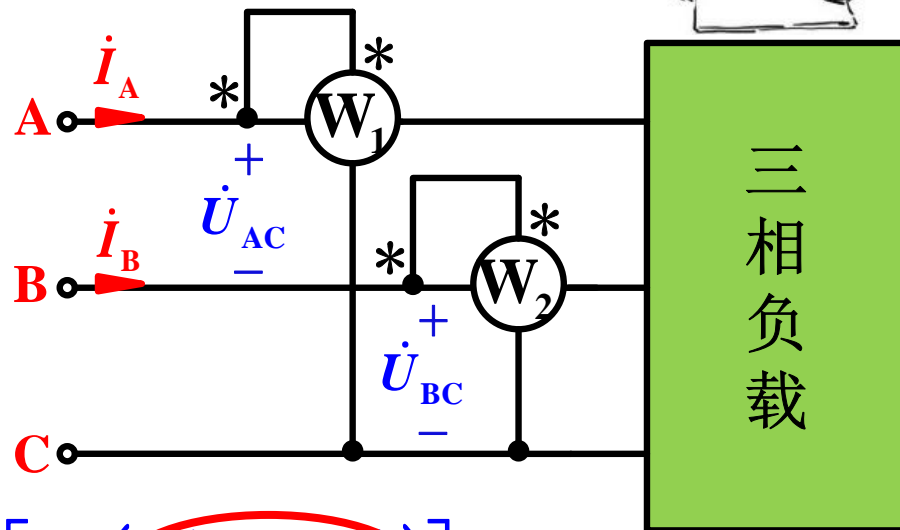
适用于三相三线制

$$\begin{aligned} W_1 + W_2 &= \operatorname{Re}[\dot{U}_{AC} \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_{BC} \dot{I}_B^*] \\ &= \operatorname{Re}[(\dot{U}_A - \dot{U}_C) \dot{I}_A^*] \\ &\quad + \operatorname{Re}[(\dot{U}_B - \dot{U}_C) \dot{I}_B^*] \\ &= \operatorname{Re}[\dot{U}_A \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_B \dot{I}_B^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_C (-(\dot{I}_A^* + \dot{I}_B^*))] \\ &= \operatorname{Re}[\dot{U}_A \dot{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_B \dot{I}_B^*] + \operatorname{Re}[\dot{U}_C \dot{I}_C^*] = P_{\text{总}} \end{aligned}$$

两表法:  $P_{\text{总}} = W_1 + W_2$

(对称三相电路和不对称三相电路均适用)

若为三相三线制  
该如何处理?



$\dot{I}_C^*$

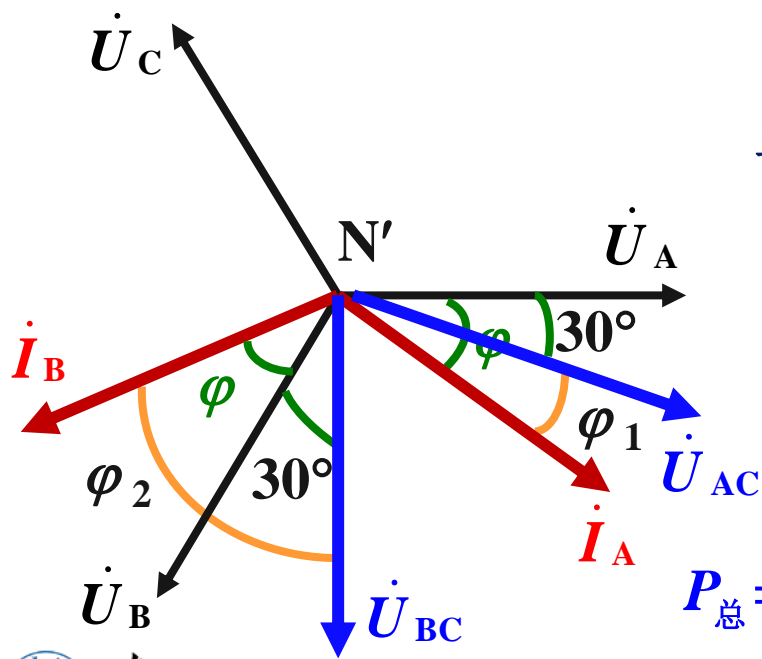
# § 11.4 三相电路的功率

## 二、三相电路功率的测量

### 2. 两表法（二瓦计法）

$$P_{\text{总}} = W_1 + W_2$$

对称负载时：



设三相负载为感性，阻抗角为 $\varphi$

$$\varphi_1 = \varphi - 30^\circ$$

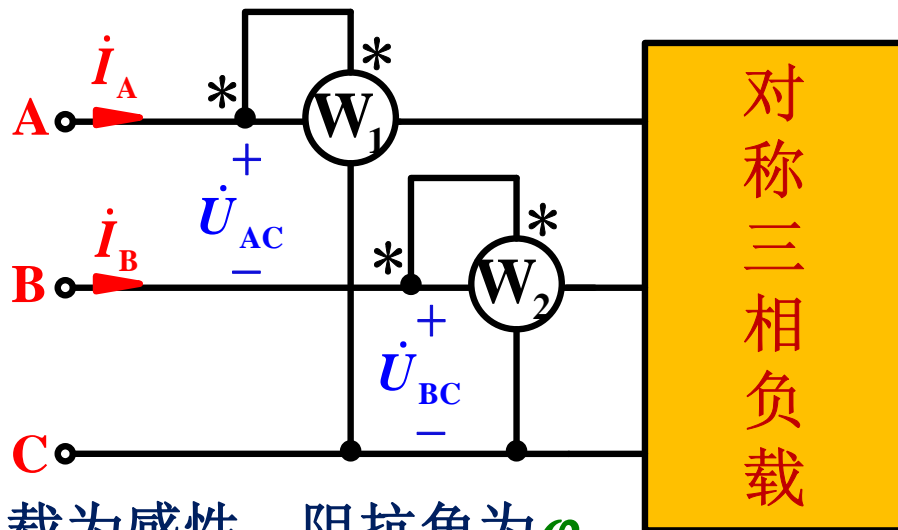
$$\varphi_2 = \varphi + 30^\circ$$

$$\begin{cases} W_1 = U_l I_l \cos(\varphi - 30^\circ) \\ W_2 = U_l I_l \cos(\varphi + 30^\circ) \end{cases}$$

$$P_{\text{总}} = W_1 + W_2 = U_l I_l \cos(\varphi - 30^\circ) + U_l I_l \cos(\varphi + 30^\circ)$$

$$= \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$$

对称三相电路



## § 11.4 三相电路的功率

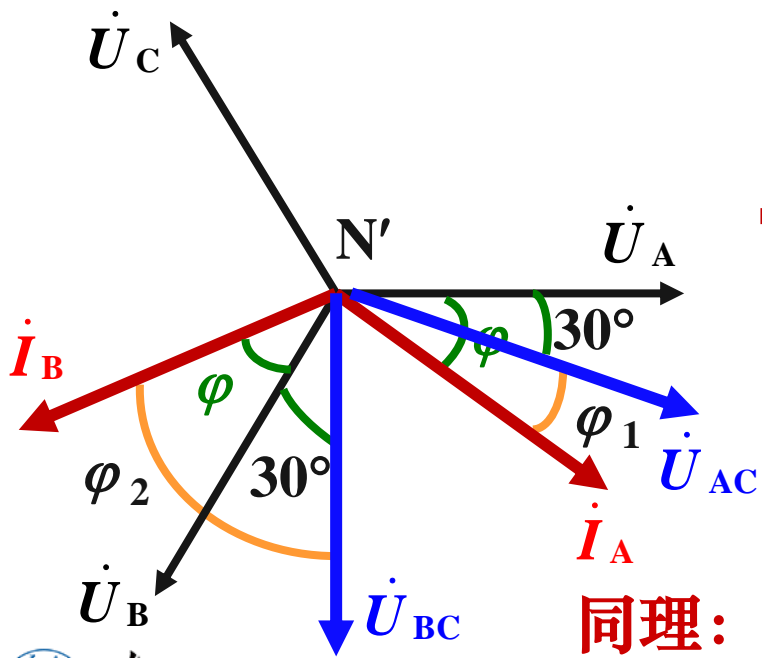
## 二、三相电路功率的测量

## 2. 两表法 (二瓦计法)

$$P_{\text{总}} = W_1 + W_2$$

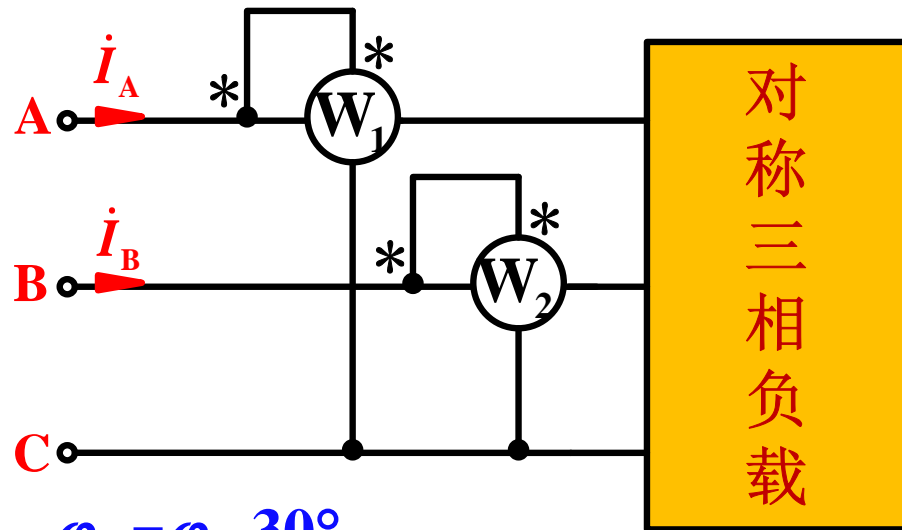
## 对称负载时:

$$Q_{\text{总}} = \sqrt{3}(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)$$



**同理：**

$$Q_{\text{总}} = \sqrt{3}(W_1 - W_2) = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$



$$\varphi_1 = \varphi - 30^\circ$$

$$\varphi_2 = \varphi + 30^\circ$$

$$\begin{cases} W_1 = U_l I_l \cos(\varphi - 30^\circ) \\ W_2 = U_l I_l \cos(\varphi + 30^\circ) \end{cases}$$

$$P_{\text{总}} = W_1 + W_2 = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$$

$\varphi$ 为负载阻抗角

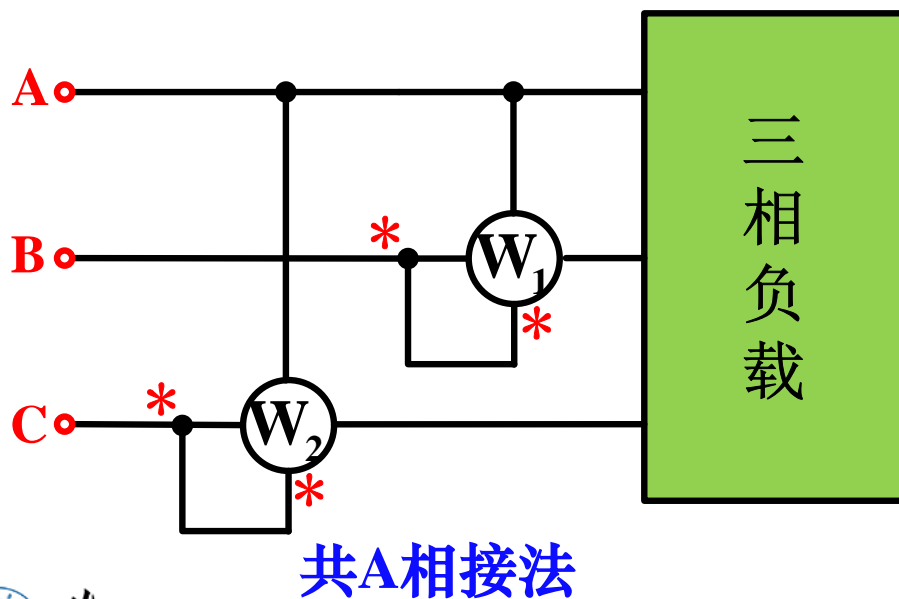
## § 11.4 三相电路的功率

### 二、三相电路功率的测量

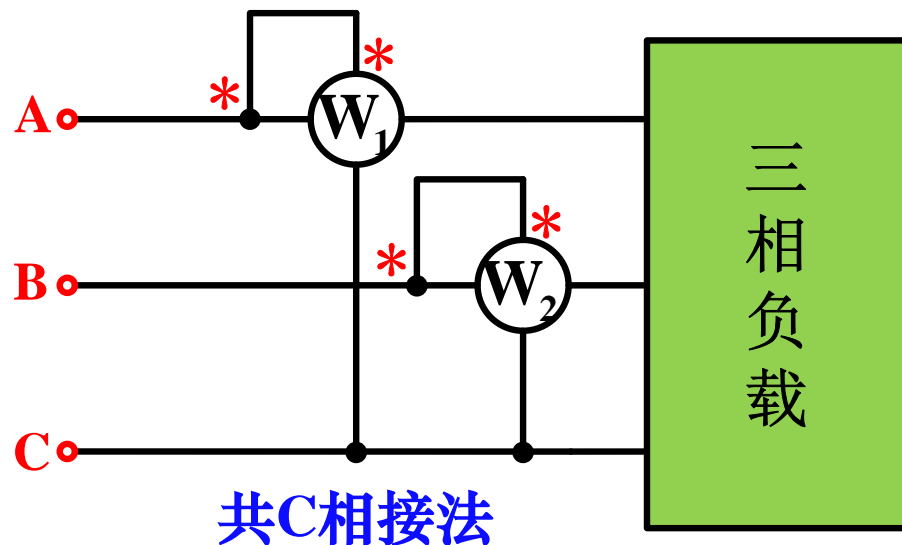
#### 2. 两表法（二瓦计法）

适用于三相三线制

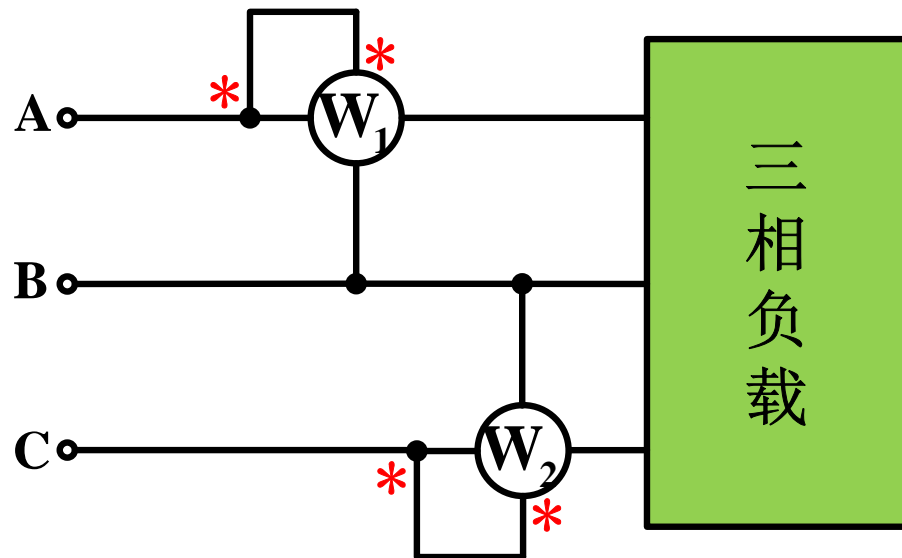
$$P_{\text{总}} = W_1 + W_2$$



共A相接法



共C相接法



共B相接法

## § 11.4 三相电路的功率

### 二、三相电路功率的测量

#### 2. 两表法（二瓦计法）

两表法测量三相三线制电路功率的本质

- (1) 只有在满足  $i_A + i_B + i_C = 0$  这个条件下，才能使用两表法。  
(注：对称三相四线制也适用)
- (2) 两块表读数的代数和为三相总功率，单块表的单独读数无意义。

$$\begin{cases} W_1 = U_l I_l \cos(\varphi - 30^\circ) \\ W_2 = U_l I_l \cos(\varphi + 30^\circ) \end{cases}$$

## § 11.4 三相电路的功率

### 二、三相电路功率的测量

#### 2. 两表法（二瓦计法）

两表法测量三相三线制电路功率的本质

(3) 按正确极性接线时，两表中可能有一个表的**读数为负**。

$$\begin{cases} W_1 = U_l I_l \cos(\varphi - 30^\circ) \\ W_2 = U_l I_l \cos(\varphi + 30^\circ) \end{cases}$$

	$W_1$	$W_2$	$P_{\text{总}} = W_1 + W_2$
$\varphi = 0$	$\frac{\sqrt{3}}{2} U_l I_l$	$\frac{\sqrt{3}}{2} U_l I_l$	$\sqrt{3} U_l I_l$
$ \varphi  < 60^\circ$	正数	正数	
$ \varphi  = 60^\circ$	正数	0	
$ \varphi  > 60^\circ$	可能为负	可能为负	
$\varphi = 90^\circ$	$\frac{1}{2} U_l I_l$	$-\frac{1}{2} U_l I_l$	0



## § 11.4 三相电路的功率

### 二、三相电路功率的测量

#### 2. 两表法（二瓦计法）

两表法测量三相三线制电路功率的本质

- (1) 只有在满足  $i_A + i_B + i_C = 0$  这个条件下，才能使用两表法。  
(注：对称三相四线制也适用)
- (2) 两块表读数的代数和为三相总功率，单块表的单独读数无意义。
- (3) 按正确极性接线时，两表中可能有一个表的读数为负。
- (4) 两表法测三相功率的接线方式有三种，注意功率表的公共相端。

$$\begin{cases} W_1 = U_l I_l \cos(\varphi - 30^\circ) \\ W_2 = U_l I_l \cos(\varphi + 30^\circ) \end{cases}$$



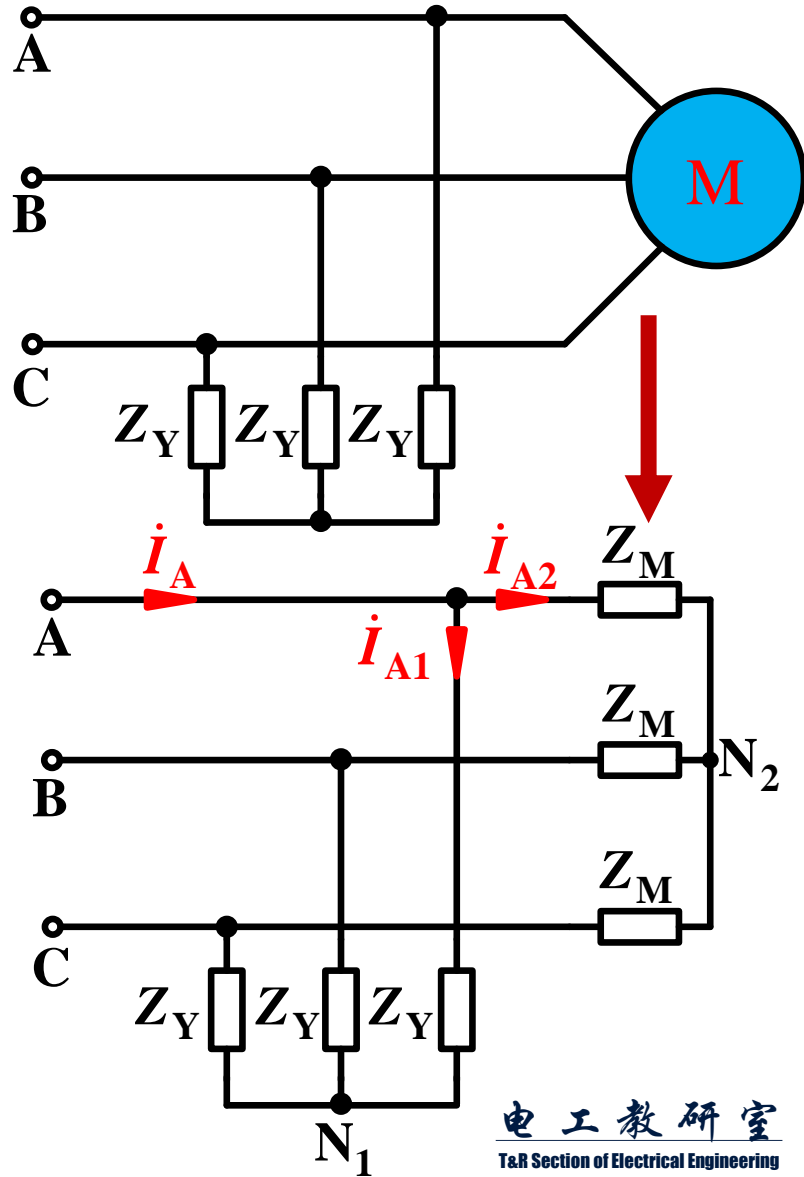
## § 11.4 三相电路的功率

**【例】**  $U_l = 380\text{V}$ ,  $Z_Y = 30 + j40\Omega$ , 电动机  $P_M = 1700\text{W}$ ,  $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求: (1) 线电流和电源发出总功率;

(2) 用两表法测电动机的功率，画接线图，求两表的读数。

**解：**





## § 11.4 三相电路的功率

【例】  $U_l = 380\text{V}$ ,  $Z_Y = 30 + j40\Omega$ , 电动机  $P_M = 1700\text{W}$ ,  $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求: (1) 线电流和电源发出总功率;

(2) 用两表法测电动机的功率, 画接线图, 求两表的读数。

解:

$$\text{令: } \dot{U}_A = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

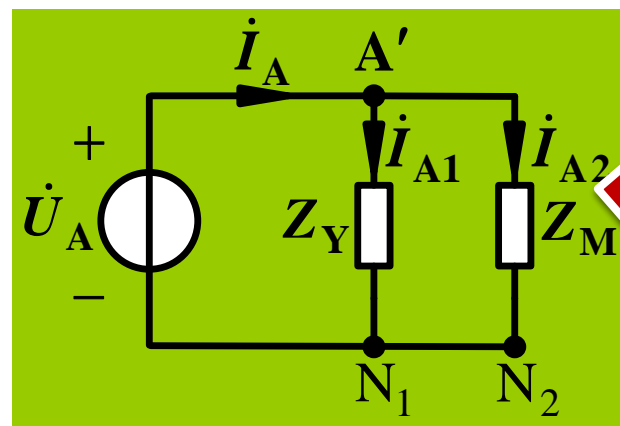
$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A}{Z_Y} = \frac{220 \angle 0^\circ}{30 + j40} = 4.41 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$

$$P_M = \sqrt{3} U_l I_{A2} \cos\varphi = 1700\text{W}$$

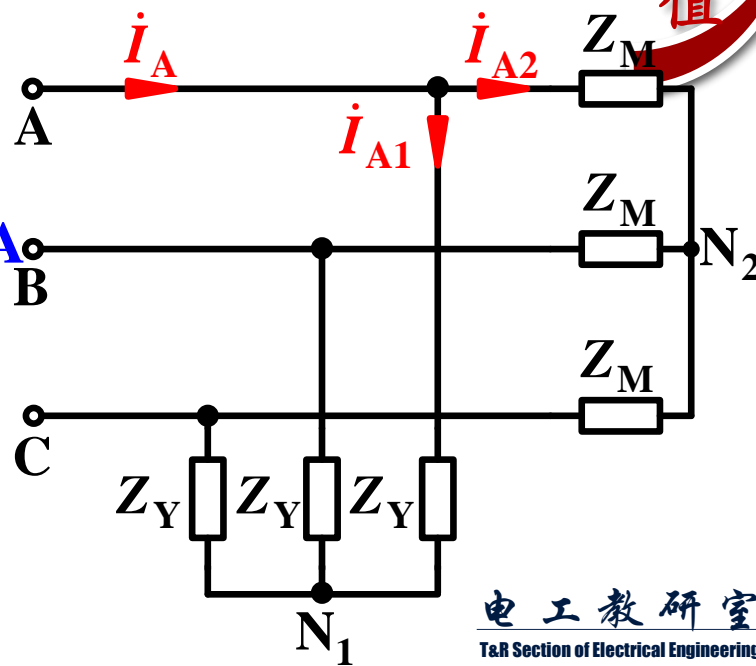
$$I_{A2} = \frac{P_M}{\sqrt{3} U_l \cos\varphi} = \frac{P_M}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23\text{A}$$

由  $\cos\varphi = 0.8$ (滞后),  $\varphi = 36.9^\circ$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$



单相等值



## § 11.4 三相电路的功率

【例】  $U_l = 380\text{V}$ ,  $Z_Y = 30 + j40\Omega$ , 电动机  $P_M = 1700\text{W}$ ,  $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求: (1) 线电流和电源发出总功率;

(2) 用两表法测电动机的功率,  
画接线图, 求两表的读数。

解:

$$\text{令: } \dot{U}_A = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A1} = 4.41 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$

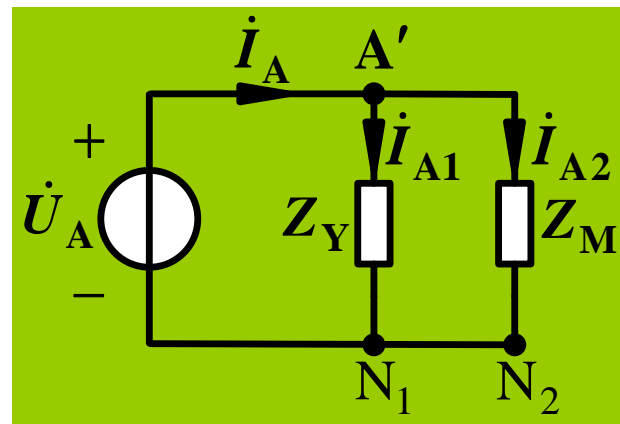
$$\dot{I}_{A2} = 3.23 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

总电流:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 4.41 \angle -53.1^\circ + 3.23 \angle -36.9^\circ = 7.56 \angle -46.2^\circ \text{ A}$$

$$P_{\text{总}} = \sqrt{3} U_l I_A \cos \varphi_{P_{\text{总}}} \quad \varphi_{P_{\text{总}}} = \varphi_{\dot{U}_A} - \varphi_{\dot{I}_A} = 46.2^\circ$$

$$= \sqrt{3} \times 380 \times 7.56 \times \cos 46.2^\circ = 3.44 \text{ kW}$$



## § 11.4 三相电路的功率

【例】(1) 线电流和电源发出总功率；  
(2) 用两表法测电动机的功率，画接线图，求两表的读数。

解：

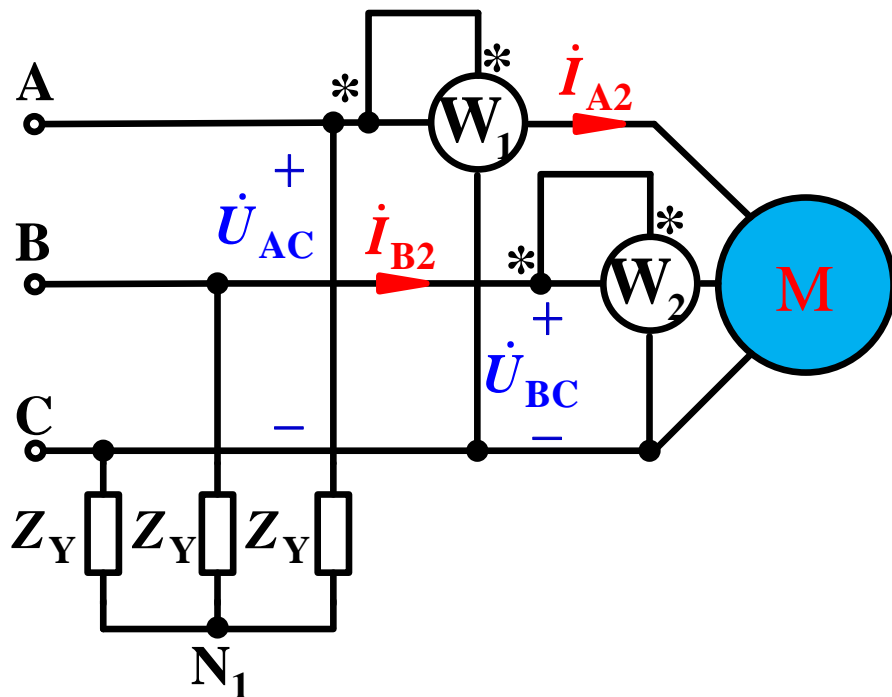
$$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23\angle -156.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA} = -380\angle 150^\circ \text{ V} = 380\angle -30^\circ \text{ V} \quad \dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$$



$$W_1 \text{ 的读数: } P_1 = U_{AC} I_{A2} \cos \varphi_1 = 380 \times 3.23 \cos(6.9^\circ) = 1219 \text{ W}$$

1700W

$$W_2 \text{ 的读数: } P_2 = U_{BC} I_{B2} \cos \varphi_2 = 380 \times 3.23 \cos(66.9^\circ) = 481 \text{ W}$$



## § 11.4 三相电路的功率

【例】如图所示电路，该功率表可以测量三相负载的哪些功率。

解：

画出相量图

由相量图得功率表的读数：

$$W = U_{BC} I_A \cos(90^\circ \pm \varphi)$$

$$= \mp U_l I_l \sin \varphi$$

根据功率表的读数可以测取三相负载的无功功率。

$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi = \pm \sqrt{3} P$$

容性负载时取 “-”  
感性负载时取 “+”

