电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

第三章 复杂电阻电路的分析

§3.2 节点分析法

§ 3.2 节点分析法

支路分析法

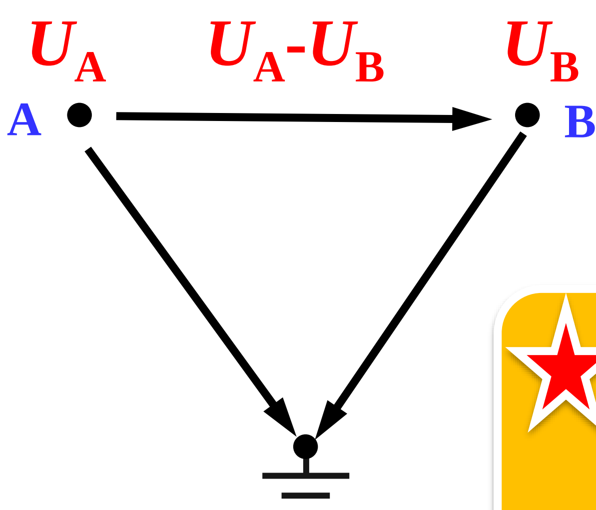
（支路电流法 or 支路电压法）

方程个数需求 → b个

- n-1 个KCL方程
- b-n+1个KVL方程

如果能找到一组变量，使之自动满足KVL方程，那不就可以减少方程个数了。

分析电路还是如此之麻烦 ~~~~



参考节点：规定**电位为0**的节点，在电路中用“⏚”或“⊥”表示；

节点电压：其他节点与参考点之间的电压。

★ **优点**：1. KVL自动满足，无需列写；

2.支路电压可由节点电压表示。

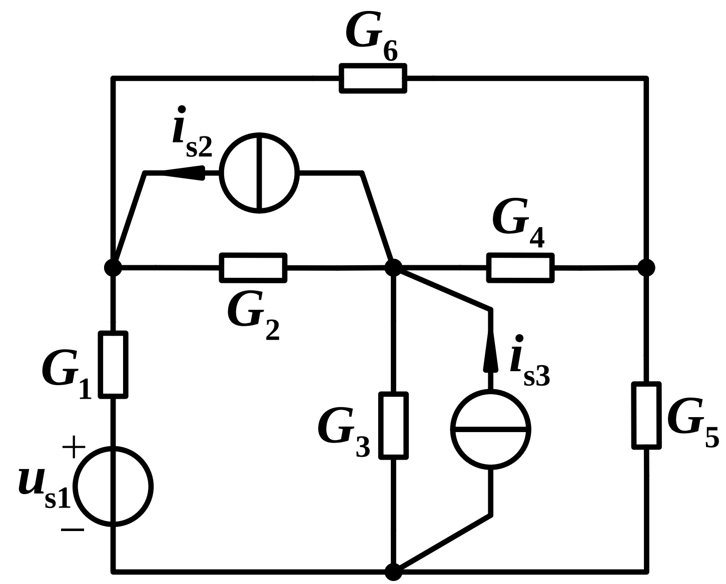
§ 3.2 节点分析法

节点分析法：以**节点电压为变量**列写电路方程求解电路的方法。

(Node Voltage Method)

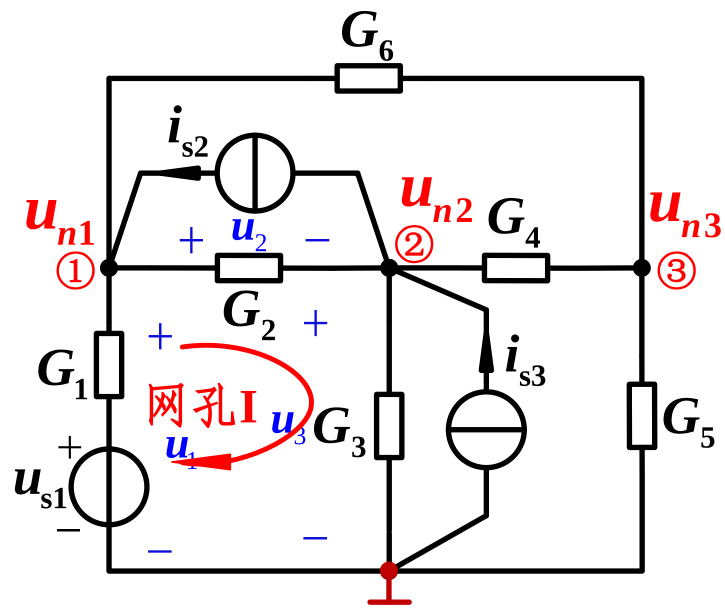
一、节点电压方程的一般形式

（1）选定参考方向，标明n-1个独立节点的节点电压。



§ 3.2 节点分析法

节点分析法：以**节点电压为变量**列写电路方程求解电路的方法。
(Node Voltage Method)



一、节点电压方程的一般形式

（1）选定参考方向，标明n-1个独立节点的节点电压。

（2）支路电压与节点电压的关系：

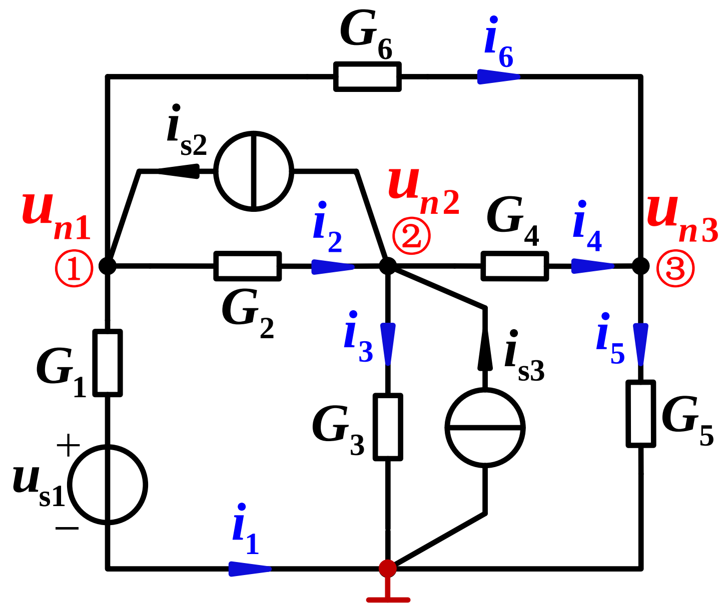
$$\begin{cases} u_1 = u_{n1} \\ u_2 = u_{n1} - u_{n2} \\ u_3 = u_{n2} \end{cases}$$

（3）KVL的体现

以网孔I为例，KVL：$-u_1 + u_2 + u_3 = -u_{n1} + u_{n1} - u_{n2} + u_{n2} = 0$

★ KVL方程无需列写，只需列写n-1个KCL方程。

§ 3.2 节点分析法



（4）节点电压方程的一般形式

KVL：无需列写

KCL：
$$\begin{cases} i_1+i_2+i_6=i_{s2} \\ -i_2+i_3+i_4=i_{s3}-i_{s2} \\ -i_4+i_5-i_6=0 \end{cases}$$

代入

各支路的**VAR：** （☆ 压控型VAR）

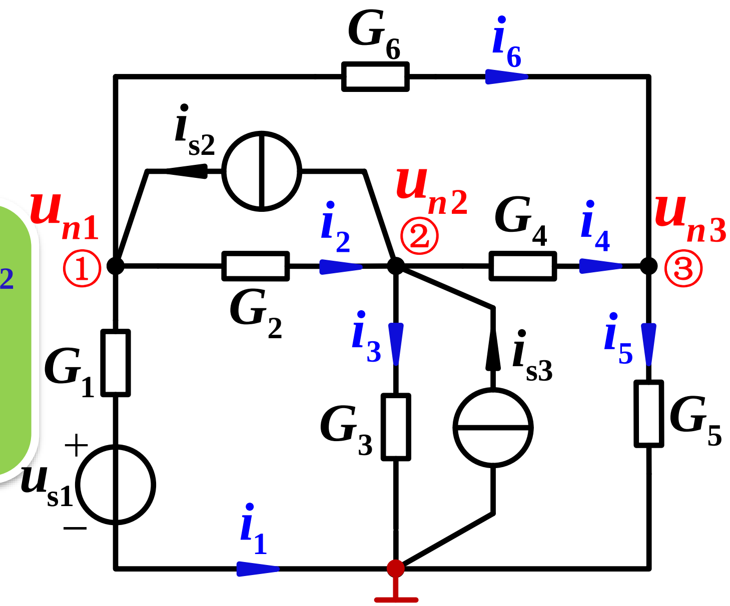
$$\begin{cases} i_1=G_1\left(u_{n1}-u_{s1}\right) \\ i_2=G_2\left(u_{n1}-u_{n2}\right) \\ i_3=G_3u_{n2} \end{cases},\quad \begin{cases} i_4=G_4\left(u_{n2}-u_{n3}\right) \\ i_5=G_5u_{n3} \\ i_6=G_6\left(u_{n1}-u_{n3}\right) \end{cases}$$

将VAR代入KCL

$$\begin{cases} G_1\left(u_{n1}-u_{s1}\right)+G_2\left(u_{n1}-u_{n2}\right)+G_6\left(u_{n1}-u_{n3}\right)=i_{s2} \\ -G_2\left(u_{n1}-u_{n2}\right)+G_3u_{n2}+G_4\left(u_{n2}-u_{n3}\right)=i_{s3}-i_{s2} \\ -G_4\left(u_{n2}-u_{n3}\right)-G_5u_{n3}+G_6\left(u_{n1}-u_{n3}\right)=0 \end{cases}$$

§ 3.2 节点分析法

（4）节点电压方程的一般形式



$$
\begin{cases}
G_1(u_{n1}-u_{s1})+G_2(u_{n1}-u_{n2})+G_6(u_{n1}-u_{n3})=i_{s2} \\
-G_2(u_{n1}-u_{n2})+G_3u_{n2}+G_4(u_{n2}-u_{n3})=i_{s3}-i_{s2} \\
-G_4(u_{n2}-u_{n3})-G_5u_{n3}+G_6(u_{n1}-u_{n3})=0
\end{cases}
$$

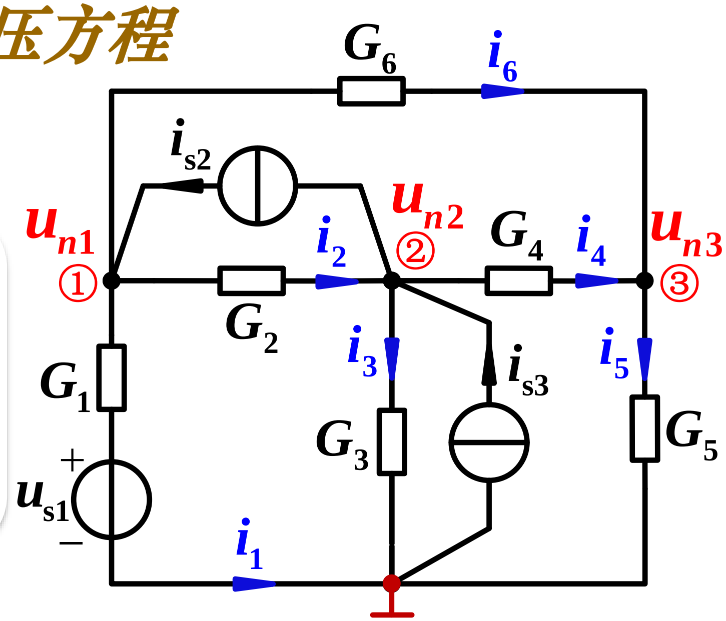
整理

$$
\begin{cases}
(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2} \\
-G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2} \\
-G_6u_{n1}-G_4u_{n2}-(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0
\end{cases}
$$

能直接写出这个标准形式吗？？

节点电压方程的标准形式

$$
\begin{cases}
G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{s11} \\
G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{s22} \\
G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{s33}
\end{cases}
$$



二、观察法列写节点电压方程

$$
\begin{cases}
(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}\\
-G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2}\\
-G_6u_{n1}-G_4u_{n2}+(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0
\end{cases}
$$

节点电压方程的一般形式：

$$
\begin{cases}
G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{s11}\\
G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{s22}\\
G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{s33}
\end{cases}
$$

矩阵形式

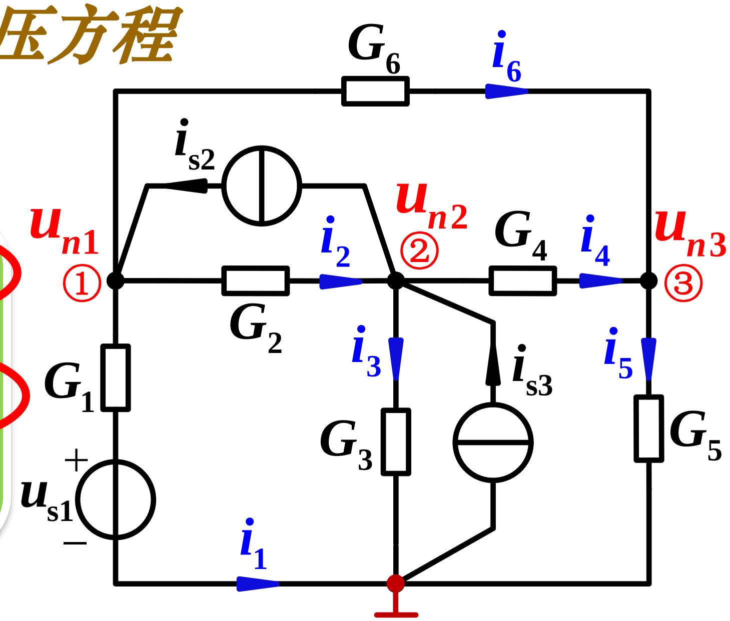
$$
\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13}\\ G_{21} & G_{22} & G_{23}\\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} u_{n1}\\ u_{n2}\\ u_{n3} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} i_{s11}\\ i_{s22}\\ i_{s33} \end{bmatrix}
$$

G_{ii} 节点i的**自电导**，等于接在节点i上所有支路的电导之和。 **恒为正**

G_{ij} $(i\neq j)$ 节点i、j间的**互电导**，等于节点i、j间所有支路的电导之和。 **恒为负**

二、观察法列写节点电压方程

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}\\-G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2}\\-G_6u_{n1}-G_4u_{n2}+(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0\end{cases}$$



节点电压方程的一般形式：

$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{s11}\\G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{s22}\\G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{s33}\end{cases}$$

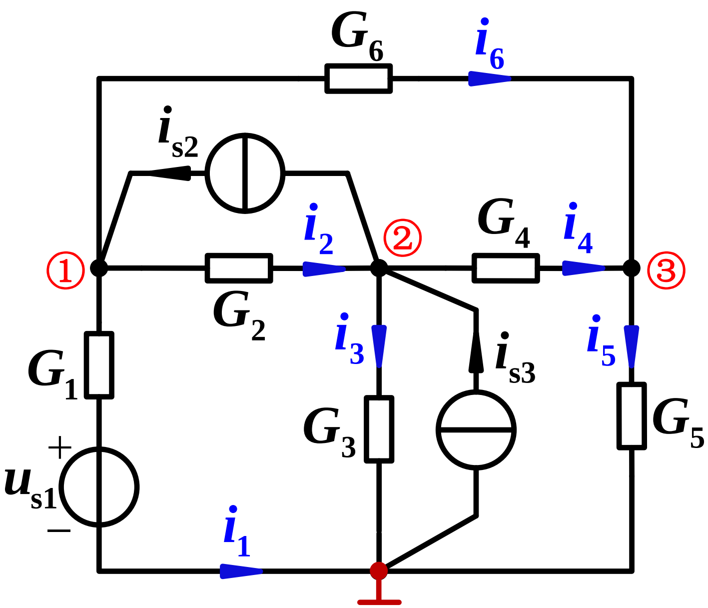
矩阵形式

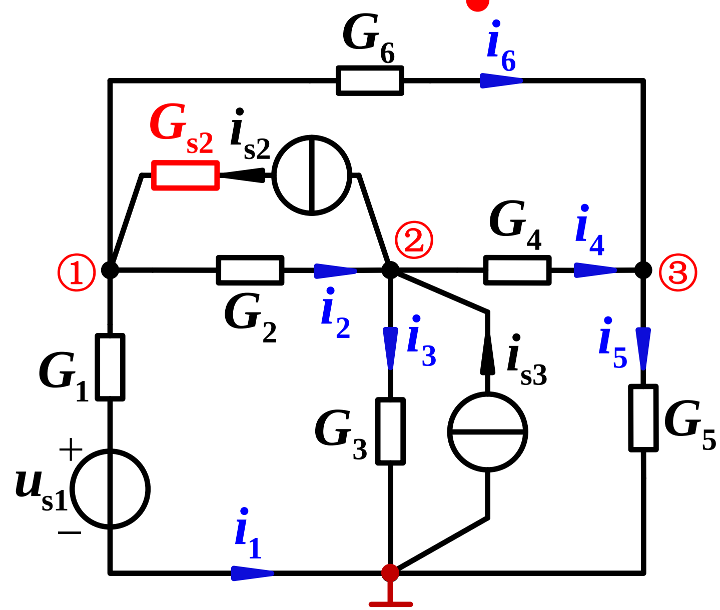
$$\begin{bmatrix}G_{11}&G_{12}&G_{13}\\G_{21}&G_{22}&G_{23}\\G_{31}&G_{32}&G_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{n1}\\u_{n2}\\u_{n3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i_{s11}\\i_{s22}\\i_{s33}\end{bmatrix}$$

i_{sii} 连接于节点i的**电流源**和**等效电流源**注入该节点的电流的代数和。

（电流源流入节点为**正**，流出节点为**负**；
电压源参考正极与节点相连，该项为**正**，反之为**负**）

二、观察法列写节点电压方程——一个小思考？





列写添加电导G_{s2}后的节点电压方程

$$(G_{s2}+G_1+G_2+G_6)u_{n1}-(G_{s2}+G_2)u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}$$

？

$$\begin{cases}(G_1+G_2+G_6)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_6u_{n3}=G_1u_{s1}+i_{s2}\\ -G_2u_{n1}+(G_2+G_3+G_4)u_{n2}-G_4u_{n3}=i_{s3}-i_{s2}\\ -G_6u_{n1}-G_4u_{n2}+(G_4+G_5+G_6)u_{n3}=0\end{cases}$$

本质：节点的KCL方程

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程

★ 总结

节点电压方程的一般形式：

$$\left.\begin{aligned} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\cdots+G_{1n}u_{nn}&=i_{s11}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\cdots+G_{2n}u_{nn}&=i_{s22}\\ \cdots\cdots&\\ G_{n1}u_{n1}+G_{n2}u_{n2}+\cdots+G_{nn}u_{nn}&=i_{snn} \end{aligned}\right\}$$

（1）自电导(G_{ii})：与节点i相连的所有电导之和；
自电导恒为正

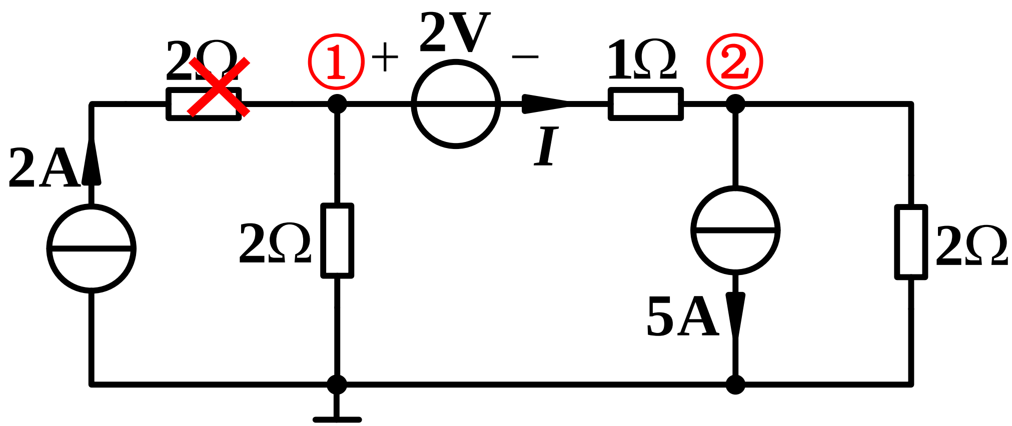
（2）互电导(G_{ij})($i\neq j$)：节点i和节点j间所有支路电导之和；
互电导恒为负

G_{ii}和G_{ij}均不包含与电流源串联的电导。

（3）右端激励项 (i_{sii})：电流源或电压源串电阻经等效变换后所得等效电流源注入第i个节点的电流。

（电流源流入节点为正，流出节点为负；
电压源参考正极与节点相连，该项为正，反之为负）

【例】用节点分析法求图示电路中的电流I。



解：

节点电压方程
$$\begin{cases}(0.5+1)U_{n1}-U_{n2}=2+2\\ -U_{n1}+(1+0.5)U_{n2}=-5-2\end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}1.5 & -1\\ -1 & 1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{n1}\\ U_{n2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\ -7\end{bmatrix}$$

联立求得： $U_{n1}=-0.8\ \text{V}$ $U_{n2}=-5.2\ \text{V}$

$$I=\frac{U_{n1}-U_{n2}-2}{1}=\frac{-0.8-(-5.2)-2}{1}=2.4\ \text{A}$$

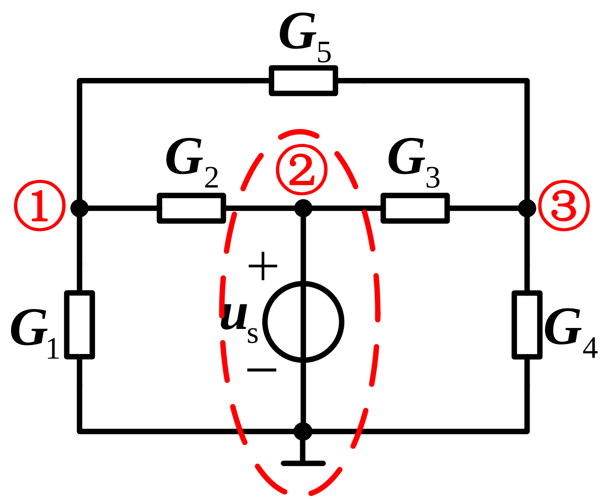
节点电压方程的系数矩阵一定是**对称阵**（$G_{ij}=G_{ji}$）?

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

思考：无伴电压源为何特殊？无伴电压源没有压控型VAR

（a）无伴电压源处在独立节点和参考节点之间



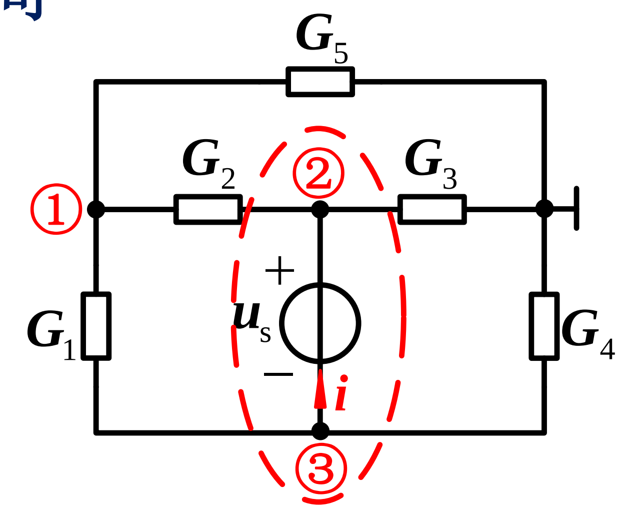
无伴电压源处在两个独立节点之间时，该如何处理？

节点电压方程

$$\begin{cases} (G_1+G_2+G_5)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_5u_{n3}=0 \\ u_{n2}=u_s \\ -G_5u_{n1}-G_3u_{n2}+(G_3+G_4+G_5)u_{n3}=0 \end{cases}$$

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

（b）无伴电压源处在两个独立节点之间



引入附加变量 i

节点电压方程：

$$\left.\begin{aligned}(G_1+G_2+G_5)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_1u_{n3}&=0\\-G_2u_{n1}+(G_2+G_3)u_{n2}&=i\\-G_1u_{n1}+(G_1+G_4)u_{n3}&=-i\end{aligned}\right\}$$

代入

增立方程： $u_{n2}-u_{n3}=u_s$

增加节点电压与电压源电压的关系方程

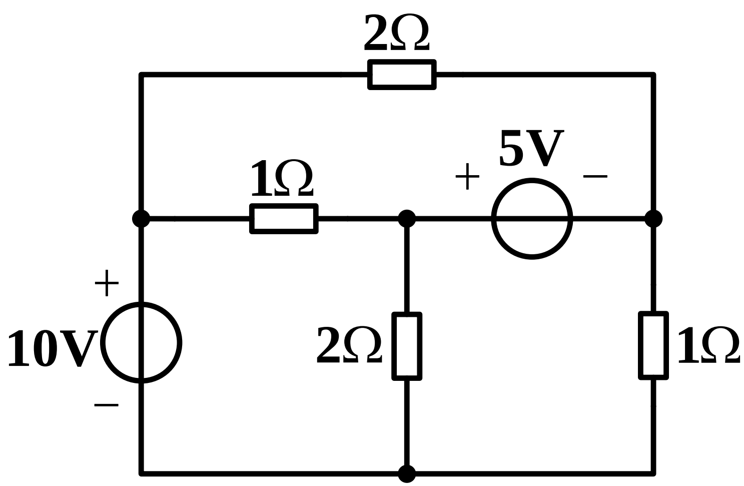
消去非节点电压，整理得

$$\left.\begin{aligned}(G_1+G_2+G_5)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_1u_{n3}&=0\\-(G_1+G_2)u_{n1}+(G_2+G_3)u_{n2}+(G_1+G_4)u_{n3}&=0\\u_{n2}-u_{n3}&=u_s\end{aligned}\right\}$$

每增加一个变量(电流)，就要增立一个方程(KVL方程)。

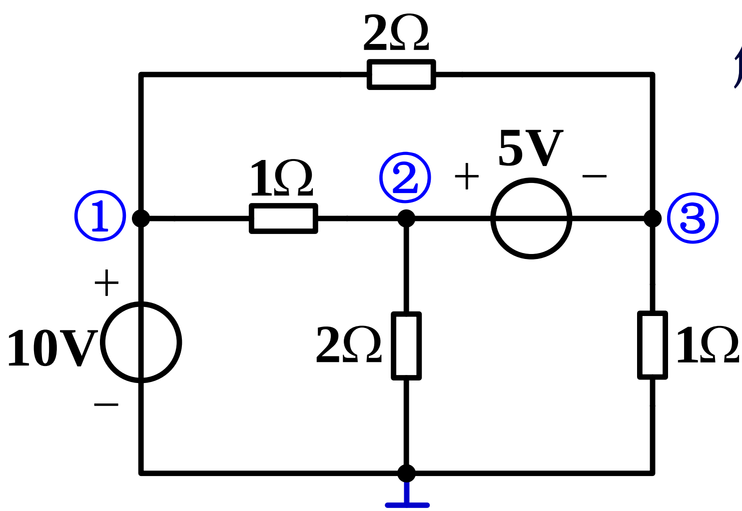
三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

【例】试用节点分析法求解图示电路中各个电源提供的功率。



三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

【例】试用节点分析法求解图示电路中各个电源提供的功率。



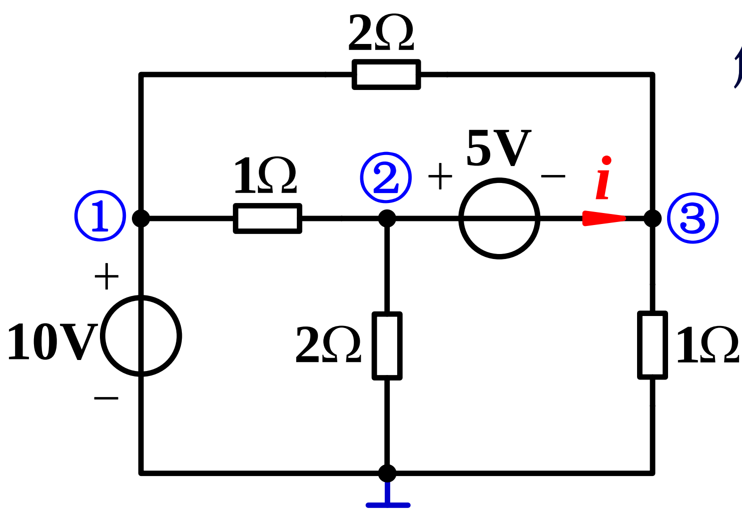
解：参考点的选取如图所示，则

$$u_{n1}=10$$

引入5V无伴电压源附加电流 i，则

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

【例】试用节点分析法求解图示电路中各个电源提供的功率。



解：参考点的选取如图所示，则

$$u_{n1}=10$$

引入5V无伴电压源附加电流 i，则

$$-u_{n1}+1.5u_{n2}=-i$$

$$-0.5u_{n1}+1.5u_{n3}=i$$

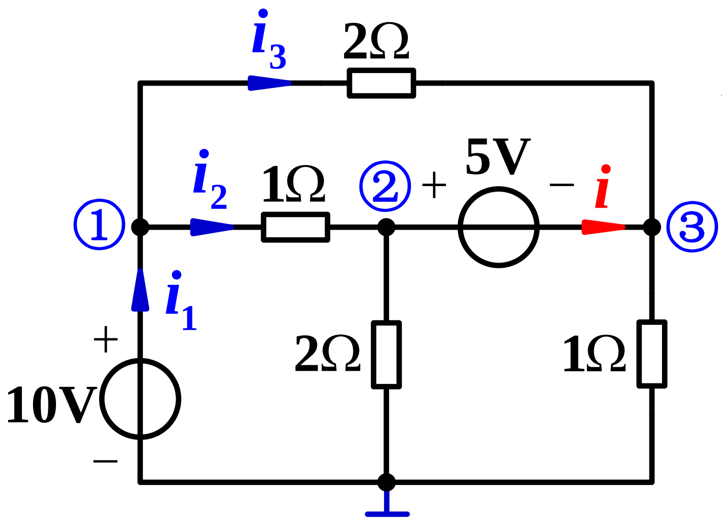
增立方程：$u_{n2}-u_{n3}=5$

整理：
$$\begin{cases} u_{n1}=10 \\ -1.5u_{n1}+1.5u_{n2}+1.5u_{n3}=0 \\ u_{n2}-u_{n3}=5 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} u_{n1}=10\ \text{V} \\ u_{n2}=7.5\ \text{V} \\ u_{n3}=2.5\ \text{V} \\ i=-1.25\ \text{A} \end{cases}$$

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电压源的电路

【例】试用节点分析法求解图示电路中各个电源提供的功率。



解：

$$\begin{cases} u_{n1}=10 \\ -u_{n1}+1.5u_{n2}=-i \\ -0.5u_{n1}+1.5u_{n3}=i \\ u_{n2}-u_{n3}=5 \end{cases}$$

解得：

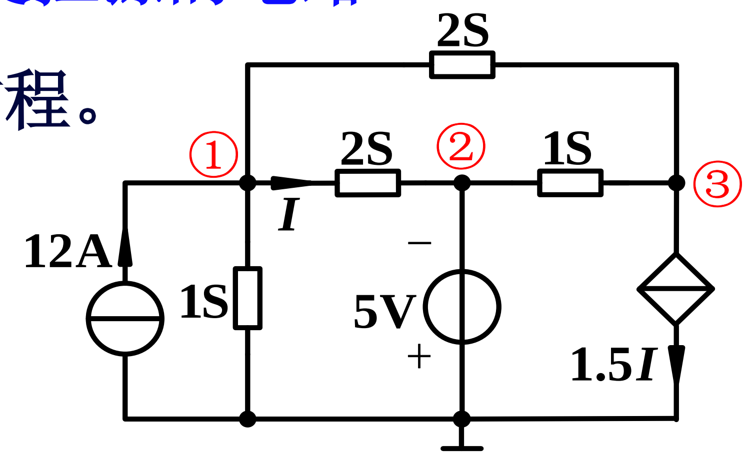
$$\begin{cases} u_{n1}=10\ \text{V} \\ u_{n2}=7.5\ \text{V} \\ u_{n3}=2.5\ \text{V} \\ i=-1.25\ \text{A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2=\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{1}=2.5\ \text{A} \\ i_3=\dfrac{u_{n1}-u_{n3}}{2}=3.75\ \text{A} \\ i_1=i_2+i_3=6.25\ \text{A} \end{cases}$$

$$P_{10\text{V}}=10i_1=62.5\ \text{W}$$

$$P_{5\text{V}}=-5i=6.25\ \text{W}$$

三、特殊情况的处理——情况II：含受控源的电路



【例】试列写图示电路的节点电压方程。

（1）将受控源视为独立源，列写节点电压方程：

$$\begin{cases} 5U_{n1}-2U_{n2}-2U_{n3}=12 \\ U_{n2}=-5 \\ -2U_{n1}-U_{n2}+3U_{n3}=-1.5I \end{cases}$$

（2）增立控制量与节点电压的关系方程： $I=2\left(U_{n1}-U_{n2}\right)$

有一个控制量，就增立一个控制量与节点电压的关系方程。

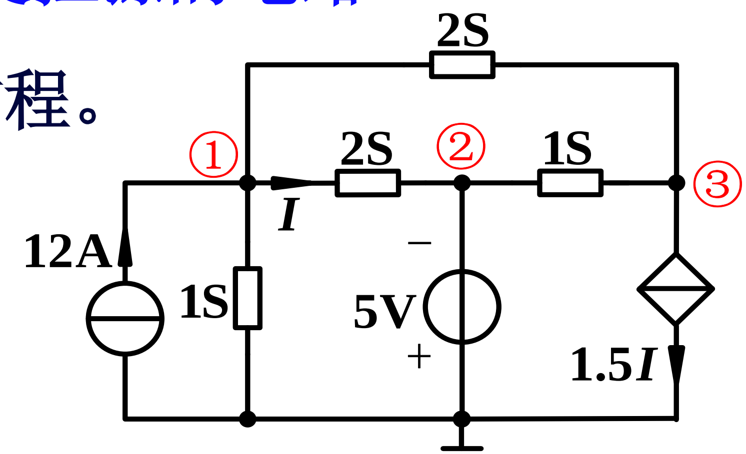
（3）将控制量方程代入节点电压方程，消去控制量I

整理为标准形式：

$$\begin{cases} 5U_{n1}-2U_{n2}-2U_{n3}=12 \\ U_{n2}=-5 \\ U_{n1}-4U_{n2}+3U_{n3}=0 \end{cases}$$

三、特殊情况的处理——情况II：含受控源的电路

【例】试列写图示电路的节点电压方程。



（1）将受控源视为独立源，列写节点电压方程：

$$\begin{cases} 5U_{n1}-2U_{n2}-2U_{n3}=12 \\ U_{n2}=-5 \\ -2U_{n1}-U_{n2}+3U_{n3}=-1.5I \end{cases}$$

（2）增立控制量与节点电压的关系方程： $I=2\left(U_{n1}-U_{n2}\right)$

有一个控制量，就**增立**一个控制量与节点电压的**关系方程**。

（3）将控制量方程代入节点电压方程，消去控制量I

矩阵形式：
$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 12 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

含受控源的电路，一般 $G_{ij}\neq G_{ji}$

§ 3.2 节点分析法—*观察法列写节点电压方程*

★ 节点电压方程的列写步骤

1. 选定参考点，并对独立节点进行编号；
2. 短接与电流源串联的电阻或电导；
3. 利用观察法列写节点电压方程；

特殊情况的处理：

a. 无伴电压源
- 无伴源一端为参考节点
- 无伴源两端为独立节点

增立方程数与特殊情况数相等

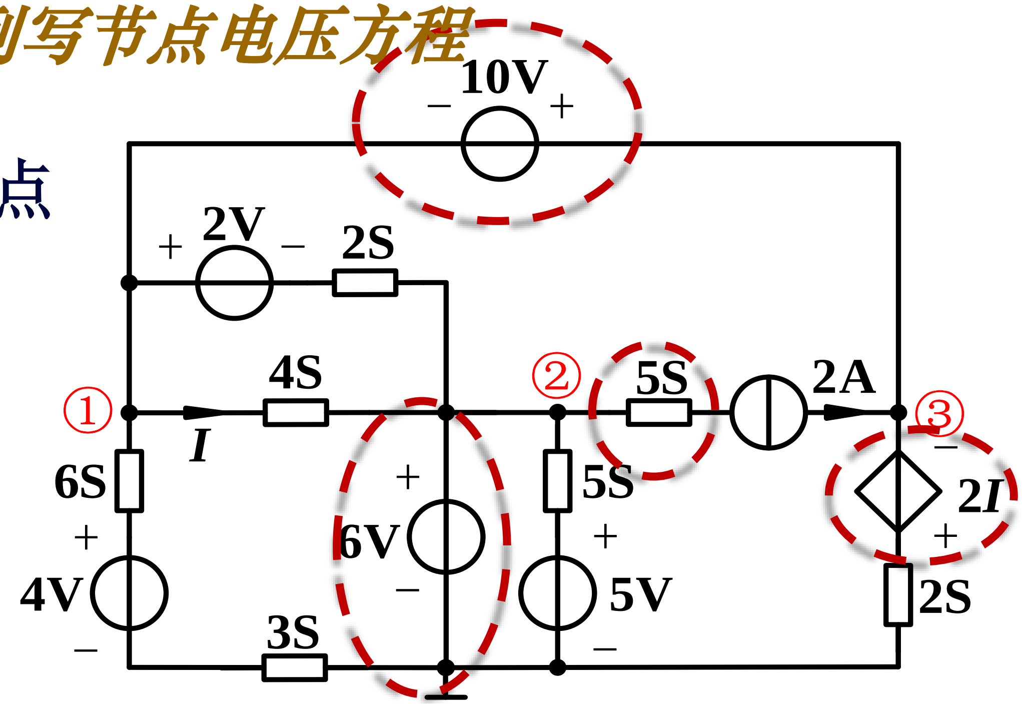
b. 受控源：受控源当做独立源对待

4. 消去非节点电压变量，整理成标准形式。

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程

【例】试列写图示电路的节点电压方程。

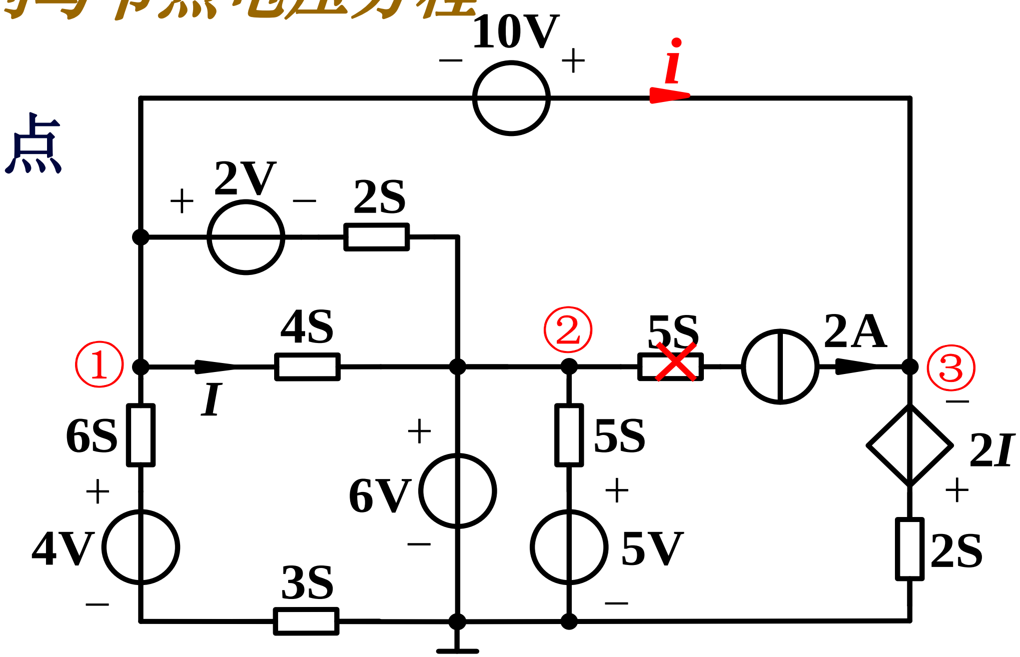
解：



观察电路中存在的特殊情况

§ 3.2 节点分析法—观察法列写节点电压方程

【例】试列写图示电路的节点电压方程。



解：

观察电路中存在的特殊情况

$$\begin{cases}\left(\dfrac{6\times3}{6+3}+4+2\right)U_{n1}-(2+4)U_{n2}=4\times\dfrac{6\times3}{6+3}+2\times2-i\\ U_{n2}=6\text{ V}\\ 2U_{n3}=2+i-2I\times2\\ \text{增立：}\quad U_{n3}-U_{n1}=10\text{ V}\\ \qquad\quad I=4\times\left(U_{n1}-U_{n2}\right)\end{cases}$$

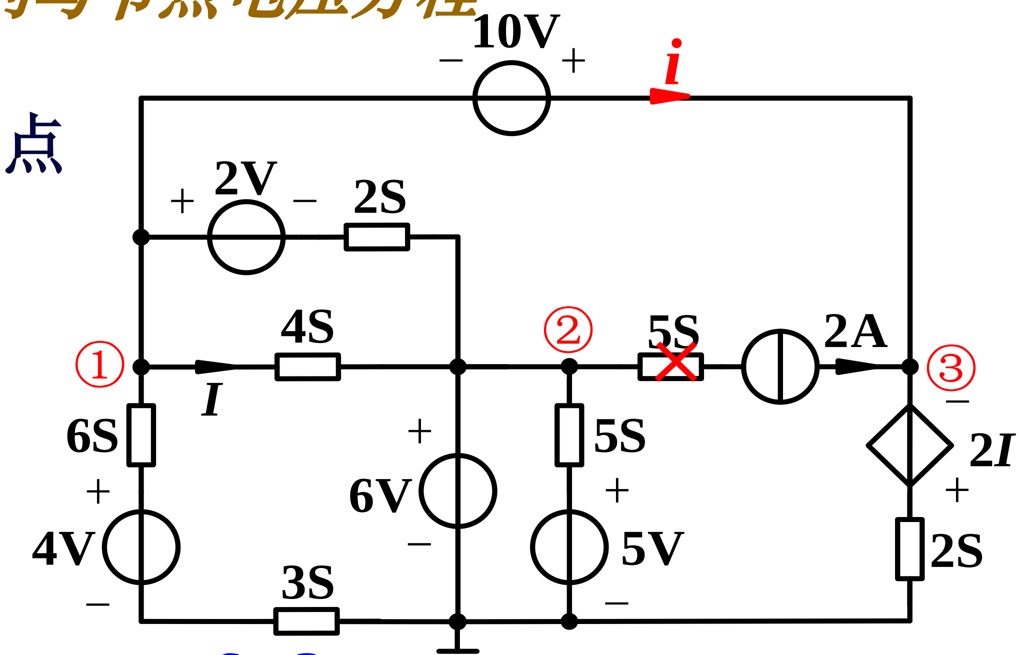
代入

这样就OK了吗？

【例】试列写图示电路的节点电压方程。

解：

观察电路中存在的特殊情况



$$\begin{cases} \left(\dfrac{6\times3}{6+3}+4+2\right)U_{n1}-(2+4)U_{n2}=4\times\dfrac{6\times3}{6+3}+2\times2-i \\ U_{n2}=6\text{ V} \\ 2U_{n3}=2+i-2I\times2 \\ U_{n3}-U_{n1}=10\text{ V} \\ I=4\times(U_{n1}-U_{n2}) \end{cases}$$

增立：$U_{n3}-U_{n1}=10\text{ V}$，$I=4\times(U_{n1}-U_{n2})$

整理

标准形式

$$\begin{cases} 12U_{n1}-11U_{n2}+U_{n3}=7 \\ U_{n2}=6 \\ -U_{n1}+U_{n3}=10 \end{cases}$$

电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

第三章 复杂电阻电路的分析

§ 3.3 网孔分析法

§ 3.3 网孔分析法

支路电流法 $\xrightarrow{\text{方程个数需求}}$ b个 $\begin{cases} \text{n-1 个KCL方程} \\ \text{b-n+1 个KVL方程} \end{cases}$

节点分析法以节点电压为变量，仅需要列写n-1 个KCL方程

1. b-n+1个KVL方程自动满足；

2.由n-1个节点电压表示支路电压和支路电流。

是否也存在仅需要列写b-n+1个KVL方程的电路分析方法呢？？

1. n-1个KCL方程自动满足；

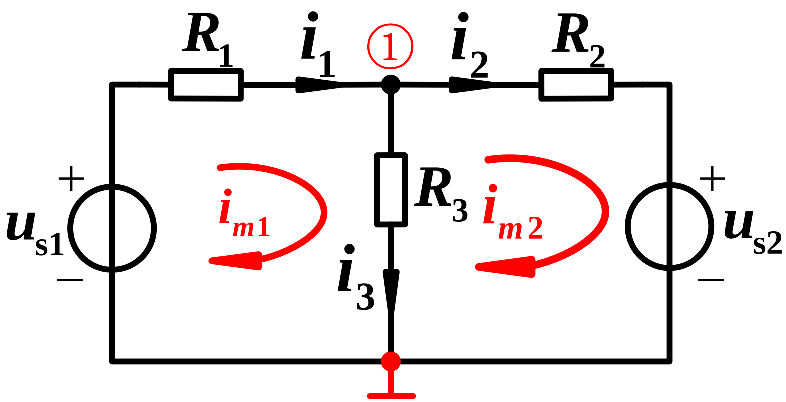
2.由b-n+1个 ？ 表示支路电压和支路电流。

网孔电流

§ 3.3 网孔分析法

网孔分析法：以**网孔电流为变量**列写电路方程求解电路的方法。
(Mesh Current Method)

一、网孔电流方程的一般形式



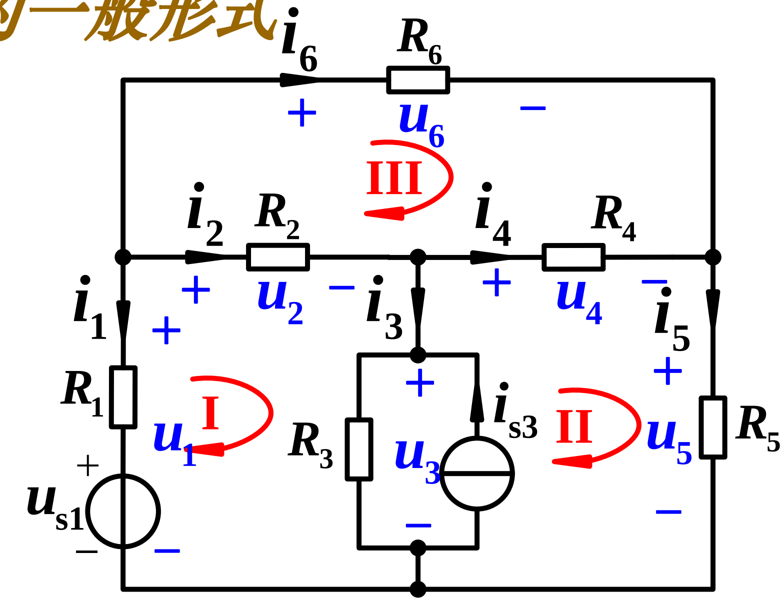
网孔电流：沿网孔边界连续流动的**假想电流**。

（1）网孔电流与支路电流的关系：$\begin{cases} i_1 = i_{m1} \\ i_2 = i_{m2} \end{cases}$

（2）KCL的体现

节点①，KCL：$-i_1 + i_2 + i_3 = -i_{m1} + i_{m2} + \left(i_{m1} - i_{m2}\right) = 0$

★ **KCL方程无需列写，只需列写b-n+1个KVL方程。**



（3）网孔电流方程的一般形式

KCL：无需列写

KVL：

$$\left.\begin{aligned}-u_1+u_2+u_3&=0\\-u_3+u_4+u_5&=0\\-u_2-u_4+u_6&=0\end{aligned}\right\}$$

代入

各支路的**VAR：** （☆ 流控型VAR）

$$\begin{cases}u_1=R_1i_1+u_{s1}=-R_1i_{m1}+u_{s1}\\u_2=R_2i_2=R_2\left(i_{m1}-i_{m3}\right)\\u_3=R_3\left(i_3+i_{s3}\right)=R_3\left(i_{m1}-i_{m2}+i_{s3}\right)\end{cases},\quad\begin{cases}u_4=R_4i_4=R_4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)\\u_5=R_5i_5=R_5i_{m2}\\u_6=R_6i_6=R_6i_{m3}\end{cases}$$

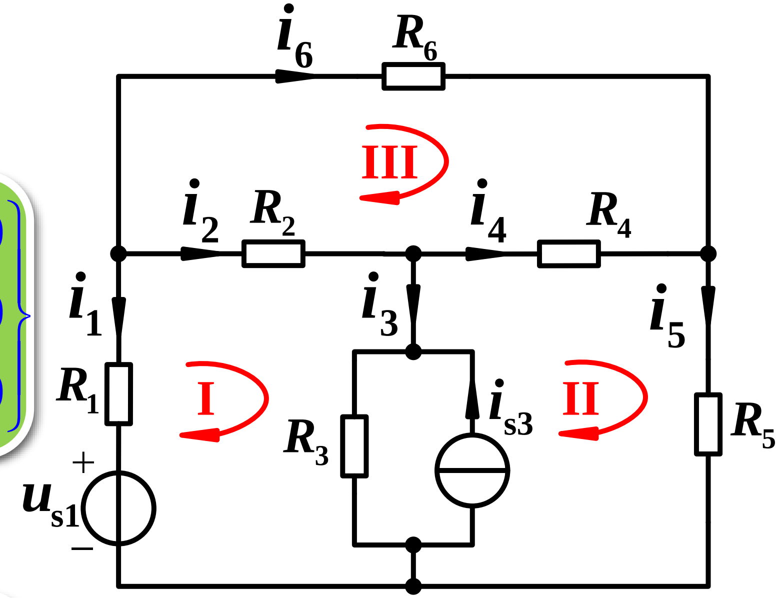
将**VAR**代入**KVL**

$$\left.\begin{aligned}R_1i_{m1}-u_{s1}+R_2\left(i_{m1}-i_{m3}\right)-R_3\left(i_{m1}-i_{m2}+i_{m3}\right)&=0\\-R_3\left(i_{m1}-i_{m2}+i_{s3}\right)+R_4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)+R_5i_{m2}&=0\\-R_2\left(i_{m1}-i_{m3}\right)-R_4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)+R_6i_{m3}&=0\end{aligned}\right\}$$

§ 3.3 网孔分析法—网孔电流方程的一般形式

（3）网孔电流方程的一般形式

$$\left.\begin{aligned}R_1 i_{m1}-u_{s1}+R_2\left(i_{m1}-i_{m3}\right)-R_3\left(i_{m1}-i_{m2}+i_{m3}\right)&=0\\ -R_3\left(i_{m1}-i_{m2}+i_{s3}\right)+R_4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)+R_5 i_{m2}&=0\\ -R_2\left(i_{m1}-i_{m3}\right)-R_4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)+R_6 i_{m3}&=0\end{aligned}\right\}$$



整理

$$\left.\begin{aligned}\left(R_1+R_2+R_3\right)i_{m1}-R_3 i_{m2}-R_2 i_{m3}&=u_{s1}-R_3 i_{s3}\\ -R_3 i_{m1}+\left(R_3+R_4+R_5\right)i_{m2}-R_4 i_{m3}&=R_3 i_{s3}\\ -R_2 i_{m1}-R_4 i_{m2}+\left(R_2+R_4+R_6\right)i_{m3}&=0\end{aligned}\right\}$$

如何直接写出这个标准形式？

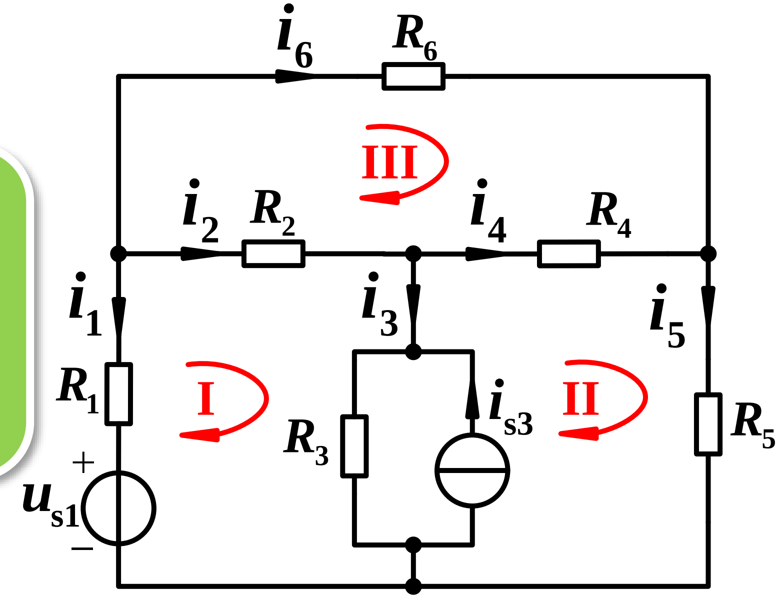
网孔电流方程的标准形式

$$\begin{cases}R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}i_{m3}=u_{s11}\\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}=u_{s22}\\ R_{31}i_{m1}+R_{32}i_{m2}+R_{33}i_{m3}=u_{s33}\end{cases}$$

§ 3.3 网孔分析法

二、观察法列写网孔电流方程

$$\left.\begin{aligned}(R_1+R_2+R_3)i_{m1}-R_3i_{m2}-R_2i_{m3}&=u_{s1}-R_3i_{s3}\\ -R_3i_{m1}+(R_3+R_4+R_5)i_{m2}-R_4i_{m3}&=R_3i_{s3}\\ -R_2i_{m1}-R_4i_{m2}+(R_2+R_4+R_6)i_{m3}&=0\end{aligned}\right\}$$



网孔电流方程的**一般形式**：

$$\begin{cases}R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}i_{m3}=u_{s11}\\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}=u_{s22}\\ R_{31}i_{m1}+R_{32}i_{m2}+R_{33}i_{m3}=u_{s33}\end{cases}$$

矩阵形式

$$\begin{bmatrix}R_{11}&R_{12}&R_{13}\\R_{21}&R_{22}&R_{23}\\R_{31}&R_{32}&R_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{m1}\\i_{m2}\\i_{m3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_{s11}\\u_{s22}\\u_{s33}\end{bmatrix}$$

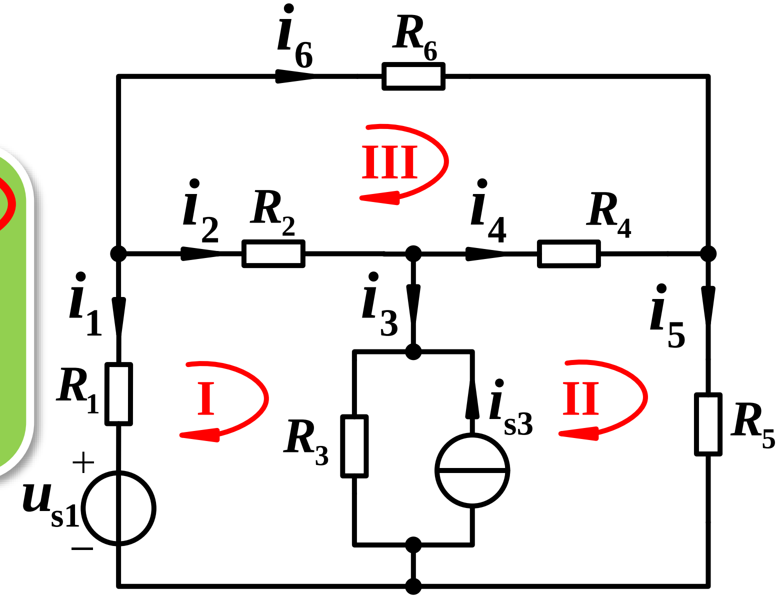
R_{ii} 网孔i的**自电阻**，等于网孔i中所有支路的电阻之和。 恒为正

$R_{ij}\ (i\neq j)$网孔i、j之间的**互电阻**，等于网孔i、j公共支路的电阻之和。 恒为负

★ 若网孔电流参考方向均按顺时针取

二、观察法列写网孔电流方程

$$\left.\begin{aligned}(R_1+R_2+R_3)i_{m1}-R_3i_{m2}-R_2i_{m3}&=u_{s1}-R_3i_{s3}\\-R_3i_{m1}+(R_3+R_4+R_5)i_{m2}-R_4i_{m3}&=R_3i_{s3}\\-R_2i_{m1}-R_4i_{m2}+(R_2+R_4+R_6)i_{m3}&=0\end{aligned}\right\}$$



网孔电流方程的一般形式：

$$\begin{cases}R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}i_{m3}=u_{s11}\\R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}=u_{s22}\\R_{31}i_{m1}+R_{32}i_{m2}+R_{33}i_{m3}=u_{s33}\end{cases}$$

矩阵形式

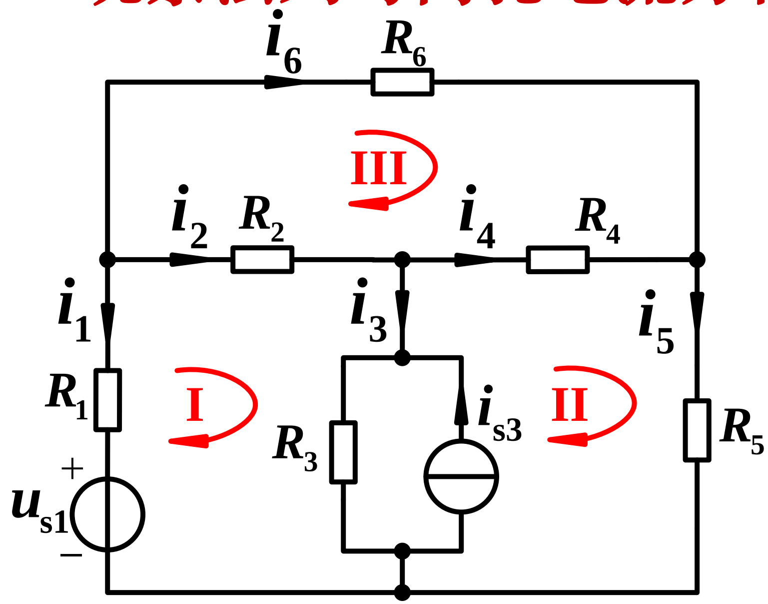
$$\begin{bmatrix}R_{11}&R_{12}&R_{13}\\R_{21}&R_{22}&R_{23}\\R_{31}&R_{32}&R_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{m1}\\i_{m2}\\i_{m3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_{s11}\\U_{s22}\\U_{s33}\end{bmatrix}$$

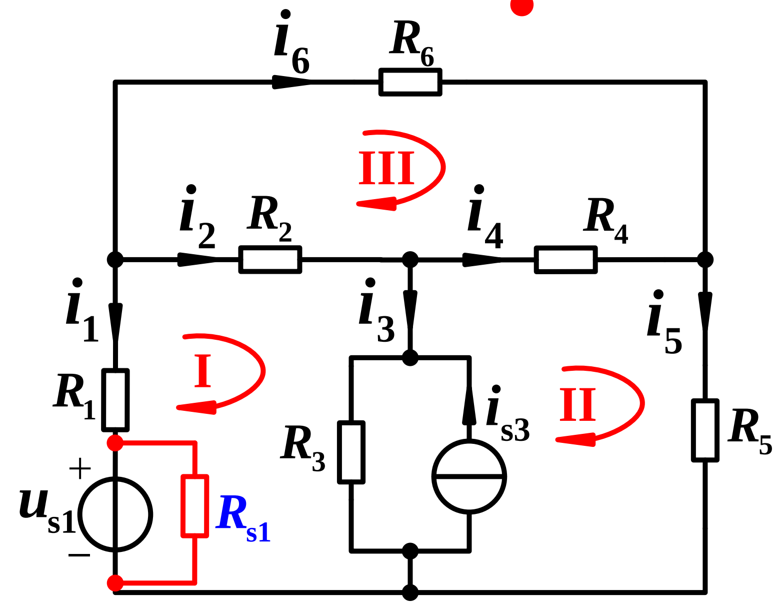
u_{sii} 网孔回路中电压源或等效电压源电压的代数和。

（电压源沿网孔电流参考，电位升为正，反之为负；
电流源参考方向与网孔电流方向一致，该项为正，反之为负）

§ 3.3 网孔分析法—观察法列写网孔电流方程

二、观察法列写网孔电流方程——一个小思考 ？





列写添加电阻R_{s1}后的网孔电流方程

$$\left(R_{s1}+R_1+R_2+R_3\right)i_{m1}-R_3 i_{m2}-R_2 i_{m3}=u_{s1}-R_3 i_{s3}$$

？

$$\left.\begin{aligned}
&\left(R_1+R_2+R_3\right)i_{m1}-R_3 i_{m2}-R_2 i_{m3}=u_{s1}-R_3 i_{s3}\\
&-R_3 i_{m1}+\left(R_3+R_4+R_5\right)i_{m2}-R_4 i_{m3}=R_3 i_{s3}\\
&-R_2 i_{m1}-R_4 i_{m2}+\left(R_2+R_4+R_6\right)i_{m3}=0
\end{aligned}\right\}$$

本质：网孔的KVL方程

§3.3 网孔分析法—观察法列写网孔电流方程

★ 总结

网孔电流方程的**一般形式**：

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+\cdots+R_{1m}i_{mm}&=u_{s11}\\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+\cdots+R_{2m}i_{mm}&=u_{s22}\\ &\cdots\cdots\\ R_{m1}i_{m1}+R_{m2}i_{m2}+\cdots+R_{mm}i_{mm}&=u_{smm}\end{aligned}\right\}$$

（1）**自电阻(R_{ii})**：网孔中所有支路的电阻之和；
自电阻恒为正。

（2）**互电阻(R_{ij})**：网孔i、j之间公共支路的电阻之和；
($i\neq j$) 网孔电流取顺时针方向，互电阻恒为负

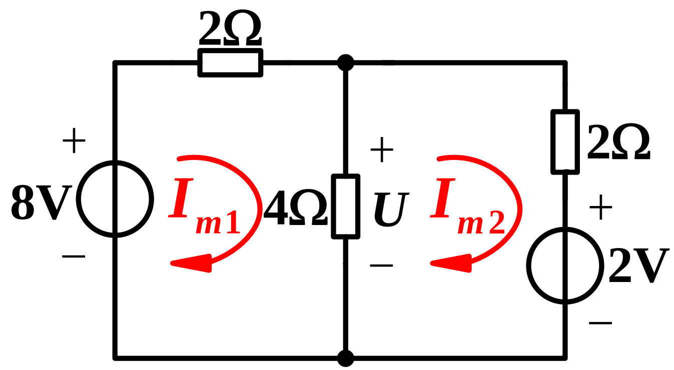
R_{ii}和R_{ij}均不包含与电压源并联的电阻。

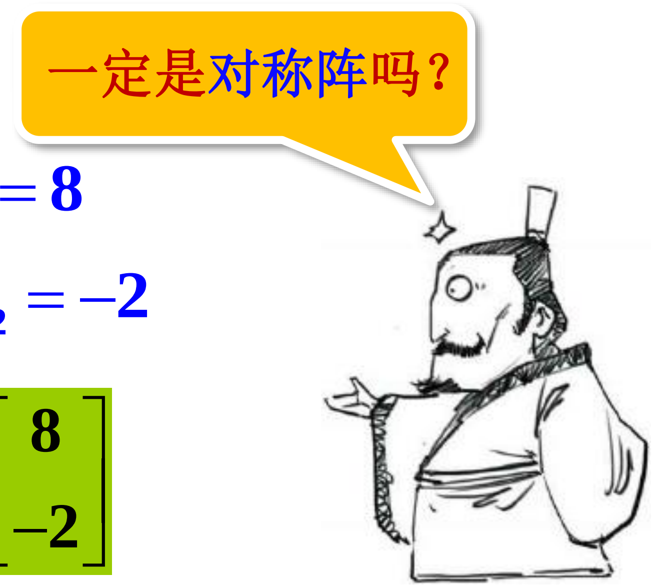
（3）**右端激励项 (u_{sii})**：电压源或电流源并电阻经等效变换后所得等效电压源电压代数和。

（电压源沿网孔电流参考，电位升为正，反之为负；
电流源参考方向与网孔电流方向一致，该项为正，反之为负）

§3.3 网孔分析法—观察法列写网孔电流方程

【例】用网孔电流法求解图示电路中的电压U。





解：

网孔电流方程 $\begin{cases}(2+4)I_{m1}-4I_{m2}=8\\ -4I_{m1}+(4+2)I_{m2}=-2\end{cases}$

对称阵

$R_{ij}=R_{ji}$

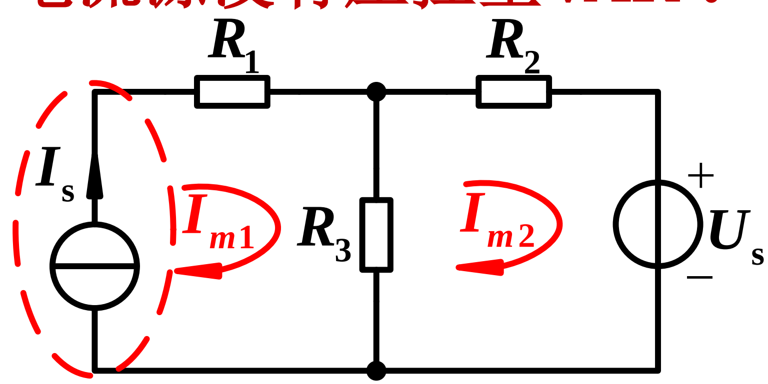
$$\begin{bmatrix}6 & -4\\ -4 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{\mathrm{m1}}\\ I_{\mathrm{m2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8\\ -2\end{bmatrix}$$

联立求得：$\begin{cases}I_{m1}=2\mathrm{A}\\ I_{m2}=1\mathrm{A}\end{cases}$ $\quad U=4(I_{m1}-I_{m2})=4\mathrm{V}$

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电流源的电路

思考：无伴电流源为何特殊？无伴电流源没有压控型VAR！！

（a）无伴电流源处在边界上



解：

网孔I：　$I_{m1}=I_s$

网孔电流直接用电流源电流表示。

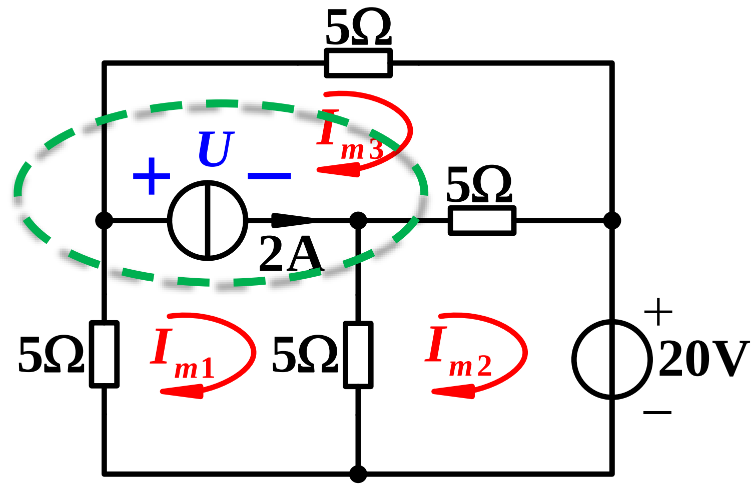
网孔II：　$-R_3I_{m1}+(R_2+R_3)I_{m2}=-U_s$

无伴电流源处在两个网孔的公共支路上，如何处理？

网孔电流方程 $\begin{cases} I_{m1}=I_s \\ -R_3I_{m1}+(R_2+R_3)I_{m2}=-U_s \end{cases}$

三、特殊情况的处理——情况I：含无伴电流源的电路

（b）无伴电流源处在两个网孔的公共支路上



解：引入附加变量U

网孔电流方程：

$$10I_{m1}-5I_{m2}=-U$$

$$-5I_{m1}+10I_{m2}-5I_{m3}=-20$$

$$-5I_{m2}+10I_{m3}=U$$

增立方程：$I_{m1}-I_{m3}=2$ 增加网孔电流与电流源电流的关系方程

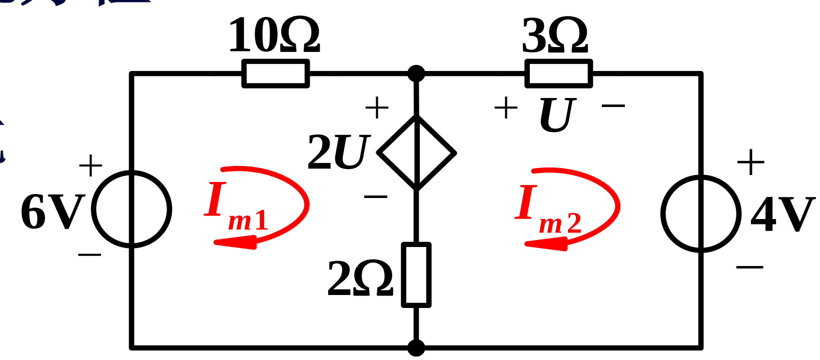
消去非网孔电流，整理得：

$$\begin{cases} I_{m1}-I_{m3}=2 \\ -5I_{m1}+10I_{m2}-5I_{m3}=-20 \\ 10I_{m1}-10I_{m2}+10I_{m3}=0 \end{cases}$$

每增加一个附加变量(电压)，就要增立一个方程(KCL方程)。

三、特殊情况的处理——情况II：含受控源的电路

【例】试列写图示电路的网孔电流方程。



解：

（1）将受控源视为独立源，列写网孔电流方程：

$$\begin{cases} 12I_{m1} - 2I_{m2} = 6 - 2U \\ -2I_{m1} + 5I_{m2} = 2U - 4 \end{cases}$$

（2）增立受控源方程，将控制量用网孔电流表示：$U = 3I_{m2}$

有一个受控源，就增立一个控制量与网孔电流的关系方程。

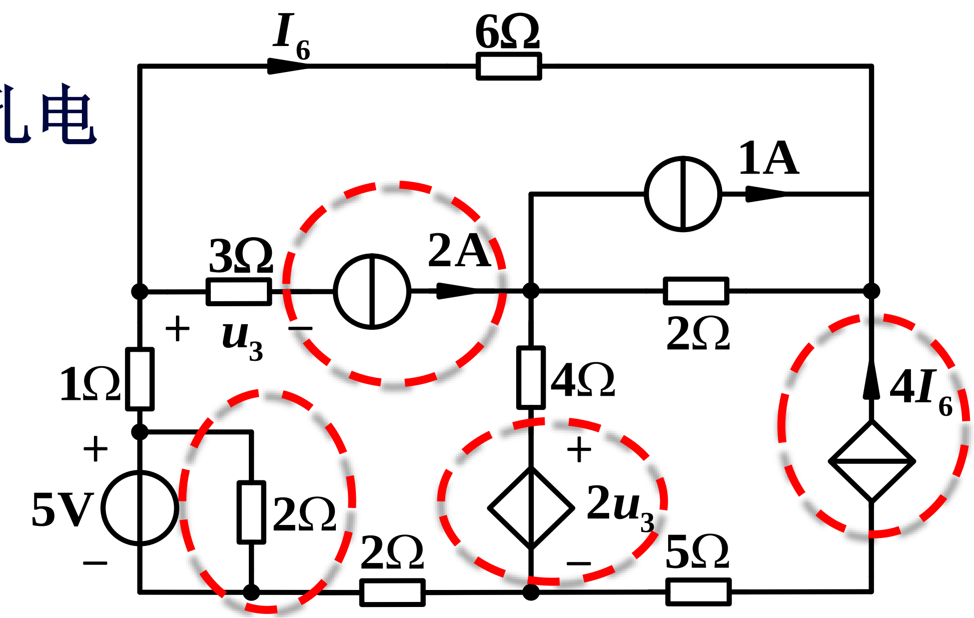
（3）将控制量方程代入网孔电流方程，消去控制量 U

$$\begin{cases} 12I_{m1} + 4I_{m2} = 6 \\ -2I_{m1} - I_{m2} = -4 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

含受控源的电路，一般 $R_{ij} \neq R_{ji}$

【例】试列写图示电路的网孔电流方程。

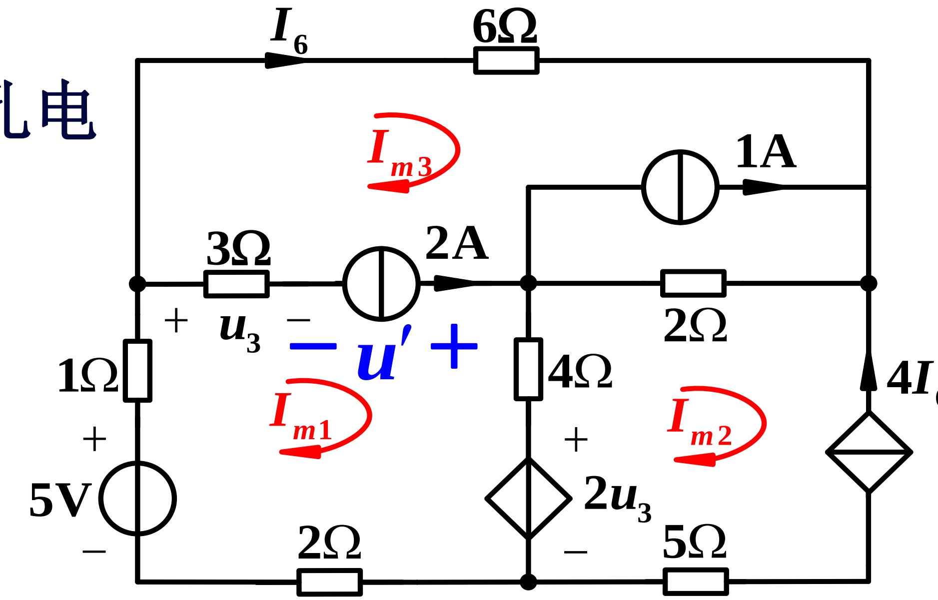
解：



观察电路中存在的特殊情况

§3.3 网孔分析法——观察法列写网孔电流方程

【例】试列写图示电路的网孔电流方程。



解：

观察电路中存在的特殊情况

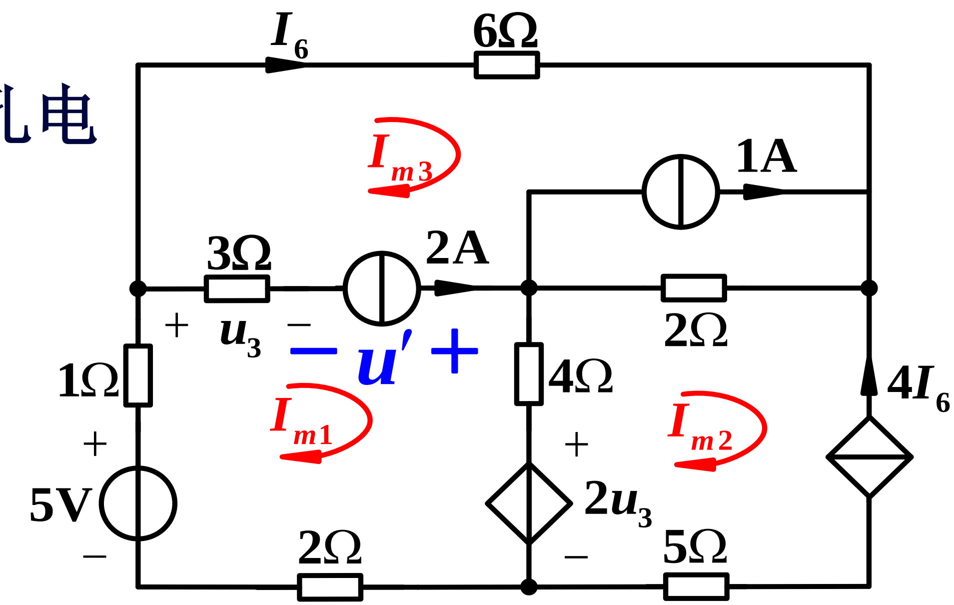
$$
\begin{cases}
(1+2+3+4)I_{m1}-4I_{m2}-3I_{m3}=5+u'-2u_3 \\
I_{m2}=-4I_6 \\
-3I_{m1}-2I_{m2}+(6+2+3)I_{m3}=-2-u' \\
I_{m1}-I_{m2}=2
\end{cases}
$$

增立： $u_3=3\times(I_{m1}-I_{m3})$

$I_6=I_{m3}$

§ 3.3 网孔分析法——观察法列写网孔电流方程

【例】试列写图示电路的网孔电流方程。



解：

观察电路中存在的特殊情况

$$\begin{cases} (1+2+3+4)I_{m1} - 4I_{m2} - 3I_{m3} = 5 + u' - 2u_3 \\ I_{m2} = -4I_6 \\ -3I_{m1} - 2I_{m2} + (6+2+3)I_{m3} = -2 - u' \end{cases}$$

增立：

$$I_{m1} - I_{m2} = 2$$

$$u_3 = 3\times(I_{m1} - I_{m3})$$

$$I_6 = I_{m3}$$

整理 →

标准形式

$$\begin{cases} 13I_{m1} - 6I_{m2} + 2I_{m3} = 3 \\ I_{m2} + 4I_{m3} = 0 \\ I_{m1} - I_{m3} = 2 \end{cases}$$