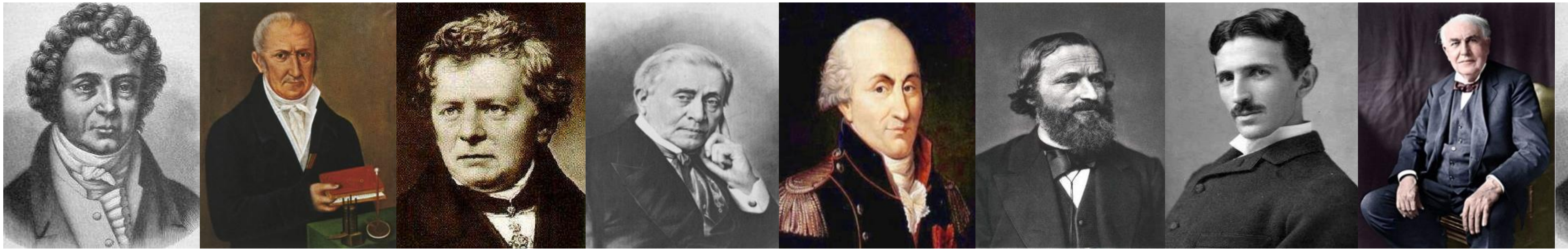
电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

第七章 线性动态电路的时域分析

2024年10月



电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

第七章　线性动态电路的时域分析

§7.0 基础知识

§ 7.0 基础知识

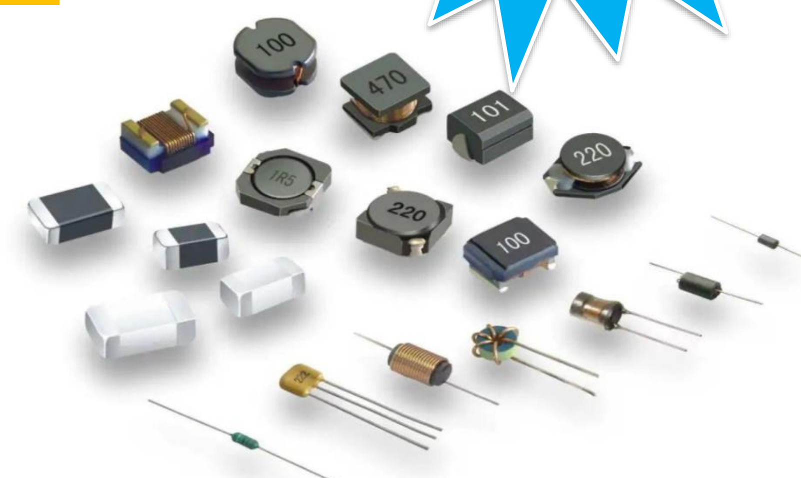
电阻 or 电导

u　　$u=f(i)$　　i

电容　$q=h(u)$　　　　$\psi=g(i)$　电感

存储电场能　　q　　ψ　　存储磁场能

忆阻元件

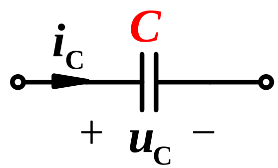


§ 7.0 基础知识—储能元件

一、电容元件（Capacitor）

迈克尔·法拉第
(Michael Faraday)
英国物理学家、化学家
（1791-1867）

符号：



单位：F (法拉)

常用μF, pF, nF等表示

库伏特性： $C = \dfrac{q}{u}$

$1\text{F}=10^6\ \mu\text{F}$

伏安特性： $i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$

$1\mu\text{F} = 10^6\text{pF}$

$1\text{F}=10^9\ \text{nF}$

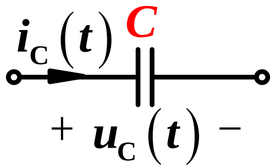
★ 说明：

1. 任一时刻电容电流i_C的大小取决于电容电压u_C的变化率，而与该时刻电压 u_C的大小无关。电容是**动态元件**。

2. 当u_C为常数(直流)时，$i_C=0$，电容相当于开路，电容具有隔断直流作用（**隔直作用**）。

一、电容元件（Capacitor）

符号：



伏安特性：$i_C = C\dfrac{du_C}{dt}$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)d\tau = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i_C(\tau)d\tau + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

$$= u_C(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

$u_C(t_0)$：初始电压

反映电容初始时刻的储能状态

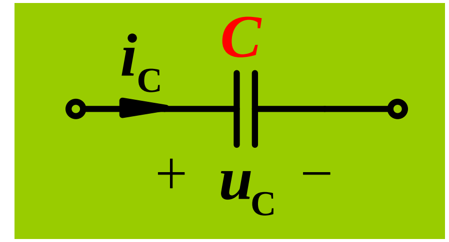
★ **说明：**

1. t 时刻的电容电压值与 **-∞到 t 时刻**的所有电流值有关，即电容元件有记忆电流的作用，故称电容元件为**记忆元件**。

2. 研究初始时刻 t_0 以后的电容电压，需要知道**初始电压 $u_C(t_0)$** 和 t_0 时刻开始作用的**电流 $i_C(t)$**。

§ 7.0 基础知识—储能元件

一、电容元件（Capacitor）



吸收的功率： $p_C = u_C i_C = C u_C \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$

$$W_C = \int_{-\infty}^{t} C u_C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2} C u_C^2(\tau)\Big|_{-\infty}^{t}$$

$$= \frac{1}{2} C u_C^2(t) - \underset{0}{\cancel{\frac{1}{2} C u_C^2(-\infty)}} = \frac{1}{2} C u_C^2(t)$$

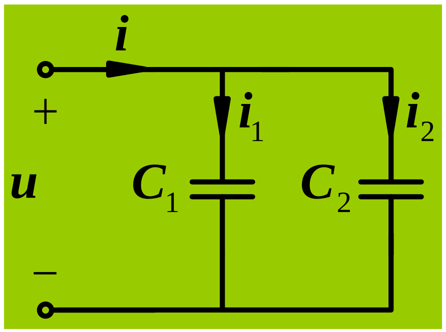
从 t_0 到 t 电容储能的变化量为：

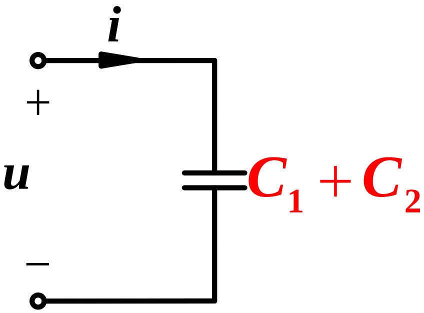
$$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2(t) - \frac{1}{2} C u_C^2(t_0)$$

★ 电容元件是**储能元件**，它本身**不消耗能量**。

（电场能）

电容元件的串并联

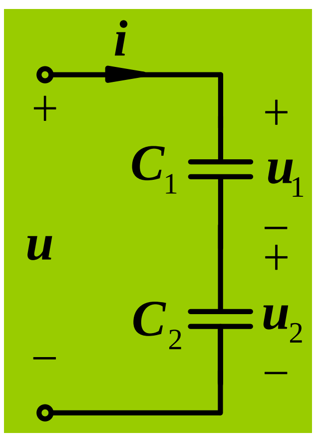


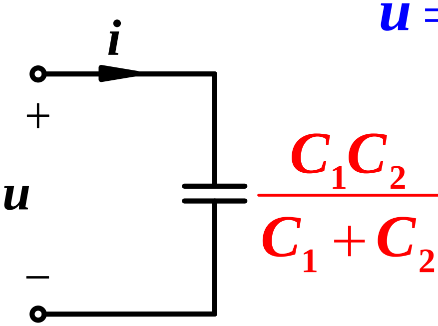


$$i = i_1 + i_2 = C_1\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + C_2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$= \left(C_1 + C_2\right)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$= C_{eq}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$





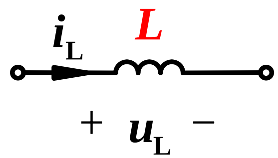
$$u = u_1 + u_2 = \frac{1}{C_1}\int i\mathrm{d}t + \frac{1}{C_2}\int i\mathrm{d}t$$

$$= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int i\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{C_{eq}}\int i\mathrm{d}t$$

二、电感元件（Inductor)

符号：



单位：H（亨利）

常用mH，μH等表示

库伏特性：$L = \dfrac{\psi}{i}$

$1\text{H}=10^3\ \text{mH}$

$1\text{mH}=10^3\mu\text{H}$

伏安特性：$u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$

亨利
(Henry)
美国物理学家
（1797-1878）

★ 说明：

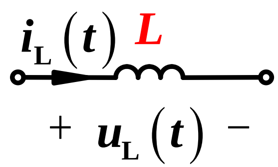
1. 任一时刻电感电压 u_L 的大小取决于电感电流 i_L 的变化率，而与该时刻电流 i_L 的大小无关。电感是**动态元件**。

2. 当 i_L 为常数(**直流**)时，$u_L=0$，电感相当于短路。

§ 7.0 基础知识—储能元件

二、电感元件（Inductor）

符号：



伏安特性：$u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$= i_L(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$i_L(t_0)$：初始电流

反映电感初始时刻的储能状态

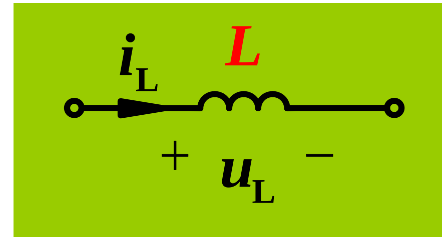
★ **说明：**

1. t 时刻的电感电流值与 **-∞到 t 时刻**的所有电压值有关，即电感元件有记忆电流的作用，故称电感元件为**记忆元件**。

2. 研究初始时刻 t_0 以后的电感电流，需要知道**初始电流 $i_L(t_0)$** 和 t_0 时刻开始作用的**电流 $u_L(t)$**。

§ 7.0 基础知识—储能元件

二、电感元件（Inductor)



吸收的功率： $p_L = u_L i_L = C u_L \dfrac{du_L}{dt}$

$$W_L = \int_{-\infty}^{t} L u_L \frac{du_L}{d\tau} d\tau = \frac{1}{2} L u_L^2(\tau) \Big|_{-\infty}^{t}$$

$$= \frac{1}{2} L i_L^2(t) - \underset{0}{\cancel{\frac{1}{2} L i_L^2(-\infty)}} = \frac{1}{2} L i_L^2(t)$$

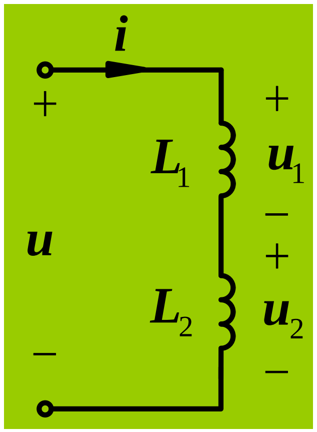
从 t_0 到 t 电容储能的变化量为：

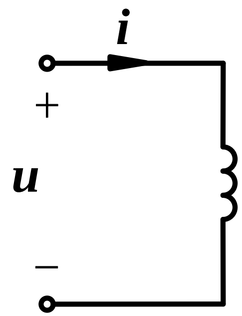
$$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2(t) - \frac{1}{2} L i_L^2(t_0)$$

★ 电感元件是**储能元件**，它本身**不消耗能量**。

（磁场能）

电感元件的串并联

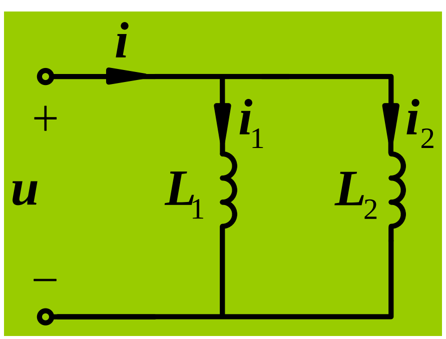


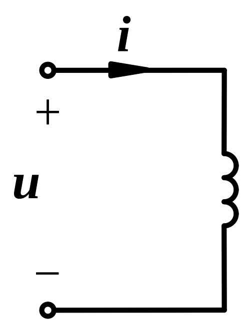


$$u = u_1 + u_2 = L_1\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + L_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$= \left(L_1 + L_2\right)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$= L_{eq}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$





$$\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

$$i = i_1 + i_2 = \frac{1}{L_1}\int u\mathrm{d}t + \frac{1}{L_2}\int u\mathrm{d}t$$

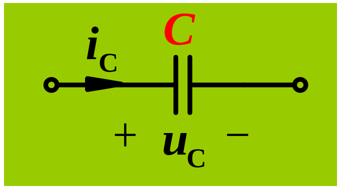
$$= \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int u\mathrm{d}t$$

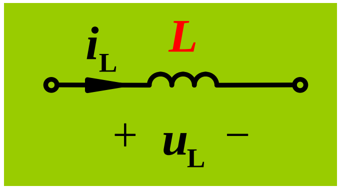
$$= \frac{1}{L_{eq}}\int u\mathrm{d}t$$

§ 7.0 基础知识—储能元件

Perfect！！

小结:





$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

对偶

直流电路中→**开路**

直流电路中→**短路**

$$u_C(t) = u_C(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C \,\mathrm{d}\tau$$

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L \,\mathrm{d}\tau$$

$$W_C = \frac{1}{2}Cu_C^2$$

$$W_L = \frac{1}{2}Li_L^2$$

串并特性与电导相同

串并特性与电阻相同

电路理论
Principles of Electric Circuits

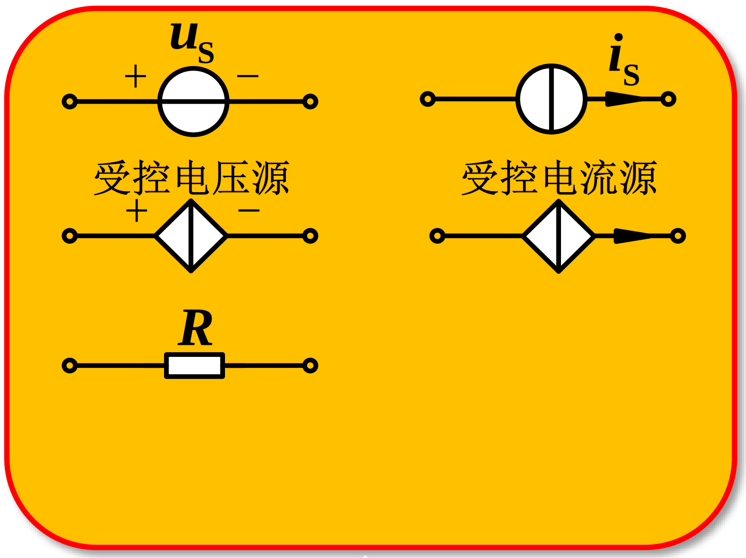
第七章 线性动态电路的时域分析

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

一、动态电路

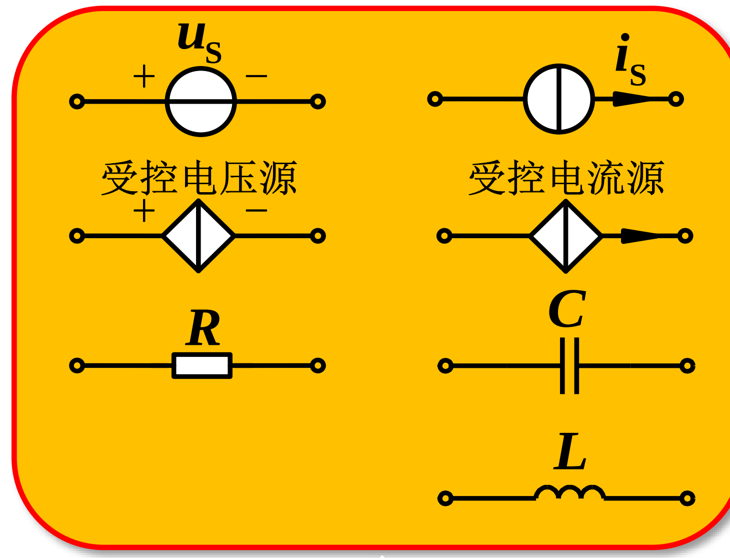
电阻电路



描述

一组代数方程

动态电路



描述

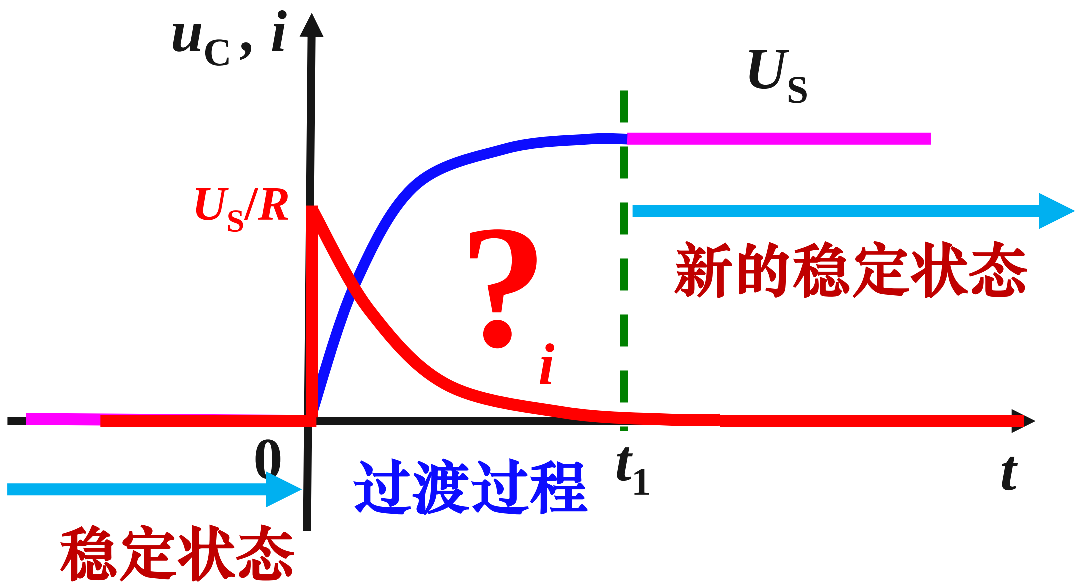
一组微分（积分）方程

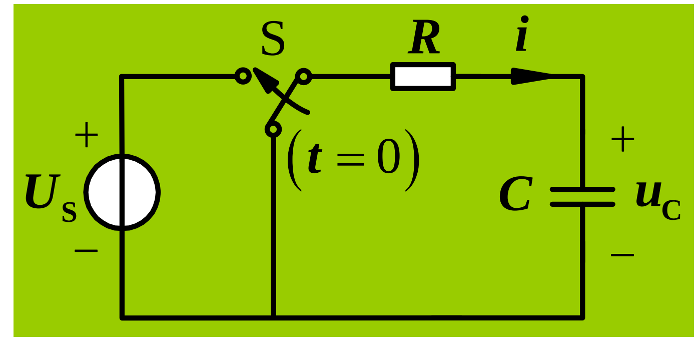
一阶组微分方程 → 一阶电路

二阶组微分方程 → 二阶电路

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

一、动态电路





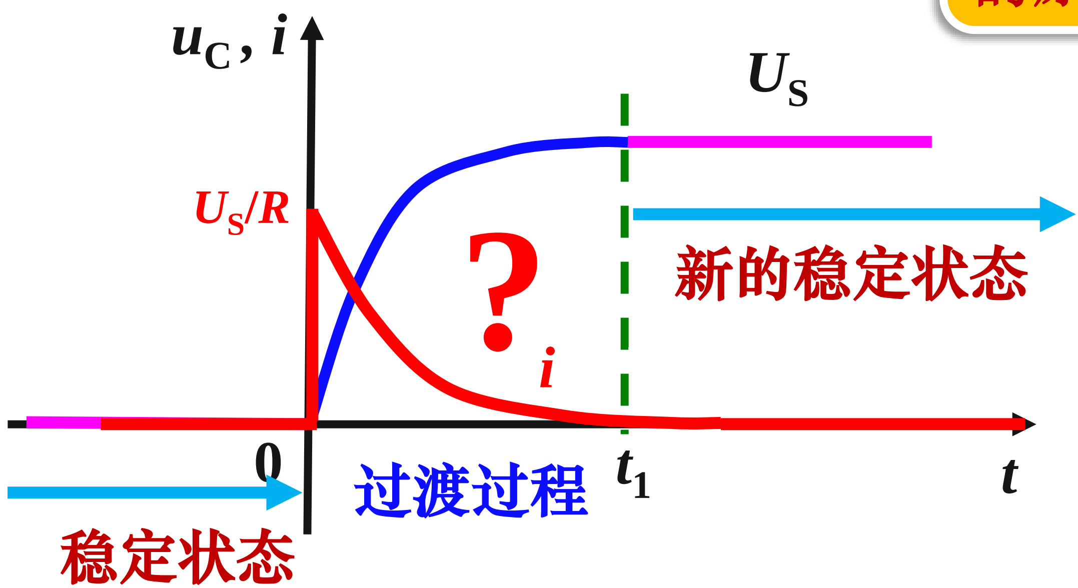
当动态电路状态发生改变时(**换路**)，需要经历一个变化过程才能达到新的稳定状态，该变化过程称为电路的**过渡过程**。

换路:
- 电源的**接通**、**切断**；
- 电路参数的**突然变化**；
- 电路结构的**改变**。

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

一、动态电路

过渡过程产生的原因为何？弹幕



1. 储能元件

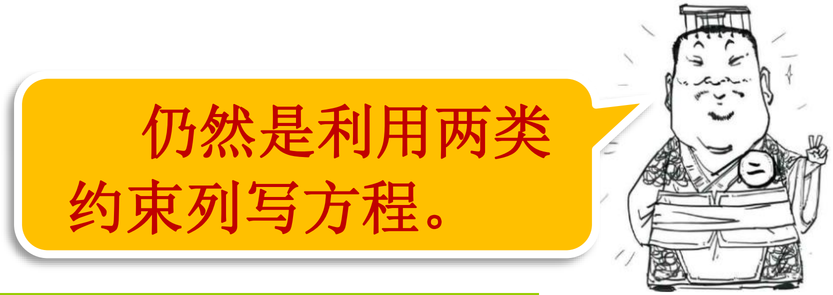
2. 换路发生

当动态电路状态发生改变时(**换路**)，需要经历一个变化过程才能达到新的稳定状态，该变化过程称为电路的**过渡过程**。

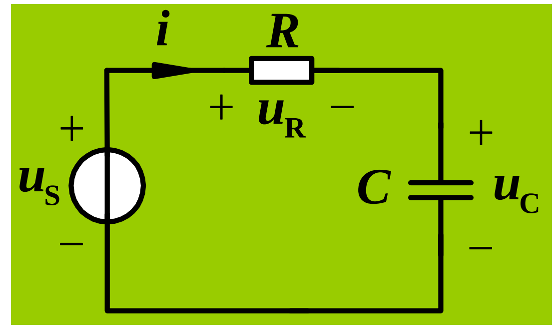
★ **换路：**
- 电源的接通、切断；
- 电路参数的突然变化；
- 电路结构的改变。

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

二、动态电路的输入输出方程



【引例】



由KVL　$u_R + u_C = u_S$

由VAR　$u_R = Ri \quad i = C\dfrac{du_C}{dt}$

$$\rightarrow u_R = RC\frac{du_C}{dt}$$

得：$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S$$ 以u_C为变量的输入-输出方程

若以 i 为输出

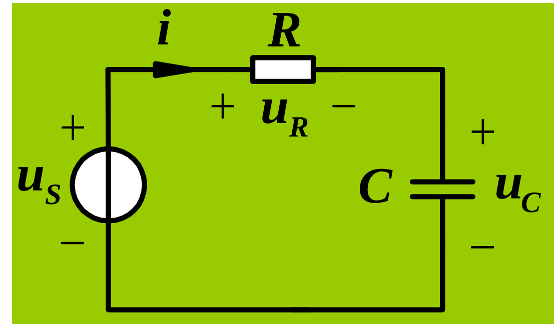
$$Ri + u_C = u_S \xrightarrow{\text{两边对 } t \text{ 求导}} RC\frac{di}{dt} + C\frac{du_C}{dt} = C\frac{du_S}{dt}$$

代入VAR　$$RC\frac{di}{dt} + i = C\frac{du_S}{dt}$$ 以 i 为变量的输入-输出方程

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

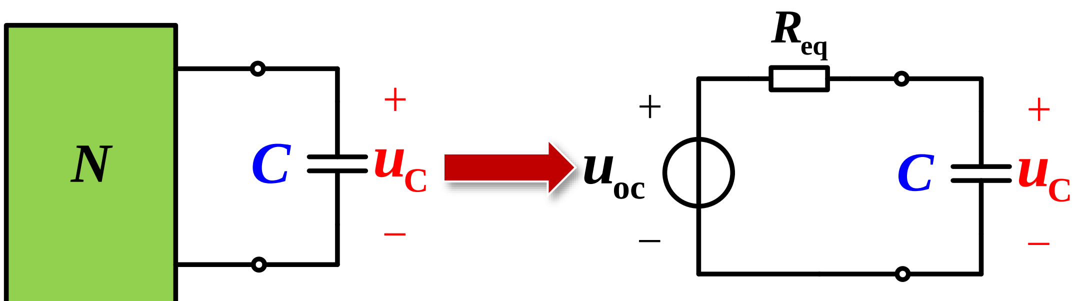
以u_C为变量 $RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=u_S$

以 i 为变量 $RC\dfrac{di}{dt}+i=C\dfrac{du_S}{dt}$



一阶电路

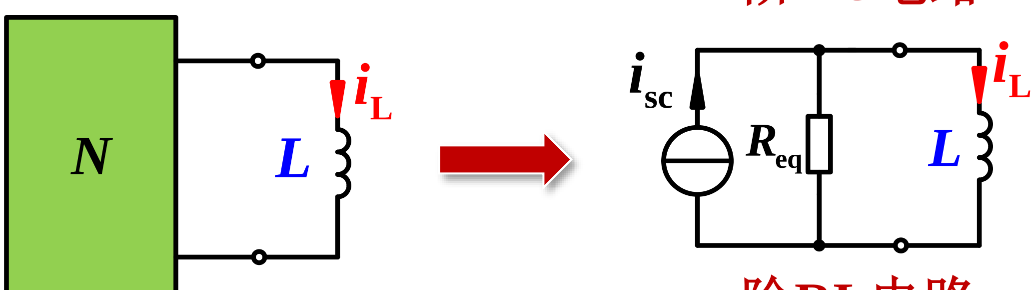
输入-输出方程的一般形式： $\tau\dfrac{dy}{dt}+y=f_S$ τ： 时间常数（s）



一阶RC电路

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_S$$

$$\tau=R_{eq}C$$



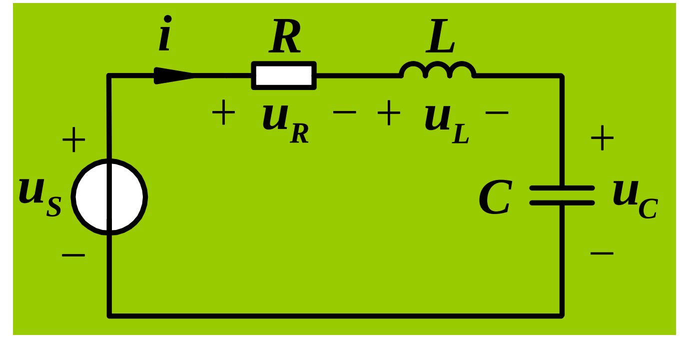
一阶RL电路

$$\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt}+i_L=i_S$$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}$$

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

二、动态电路的输入输出方程



【引例】

由KVL $u_R + u_L + u_C = u_S$

$u_R \rightarrow Ri \rightarrow RC\dfrac{du_C}{dt}$

$u_L \rightarrow L\dfrac{di_L}{dt} \rightarrow LC\dfrac{du_C^2}{dt}$

以u_C为变量的输入–输出方程：

$$LC\frac{du_C^2}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S$$

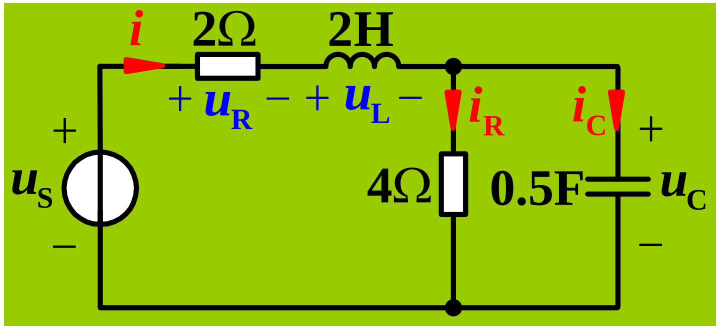
或

$$\frac{du_C^2}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} = \frac{u_S}{LC}$$

包含两个动态元件的电路一定是二阶电路吗？

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

【例】 列写以u_C为变量的输入-输出方程



解:

由KVL $u_R + u_L + u_C = u_s$

$$\rightarrow\quad 2i + 2\frac{di}{dt} + u_C = u_s$$

由KCL $i = i_R + i_C$

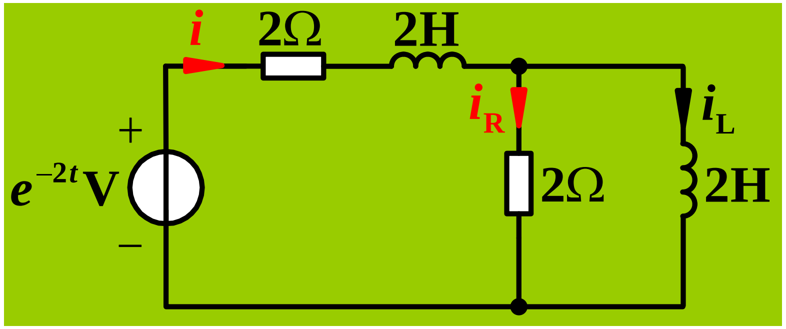
$$= 0.25u_C + 0.5\frac{du_C}{dt}$$

则:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 1.5\frac{du_C}{dt} + 1.5u_C = u_s(t)$$

§ 7.1 动态电路的输入输出方程

【例】 列写以 i_L 为变量的输入–输出方程



解:

由KCL $$i = i_R + i_L = \frac{u_L}{R} + i_L = \frac{di_L}{dt} + i_L$$

由KVL $$u_R + u_L + u_{并} = u_s$$

$$2i + 2\frac{di}{dt} + 2\frac{di_L}{dt} = e^{-2t} \rightarrow 2\left(\frac{di_L}{dt} + i_L\right) + 2\frac{d\left(\frac{di_L}{dt} + i_L\right)}{dt} + 2\frac{di_L}{dt} = e^{-2t}$$

则: $$2\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 6\frac{di_L}{dt} + 2i_L = e^{-2t}$$ 或 $$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 3\frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{1}{2}e^{-2t}$$

电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

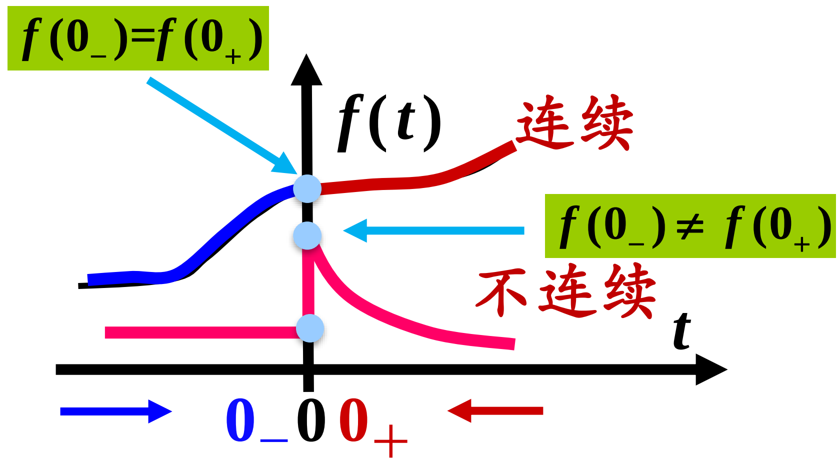
第七章 线性动态电路的时域分析

§ 7.2 动态电路的初始值

§ 7.2 动态电路的初始值

一、$t=0_+$ 和 $t=0_-$ 的概念

假设换路发生在$t=0$时刻：



0_-时刻：换路前的最后一瞬间 **(起始时刻)**

0_+时刻：换路后的最初一瞬间 **(初始时刻)**

$$f(0_-)=\lim_{\substack{t\to 0\\ t<0}} f(t)$$

$$f(0_+)=\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(t)$$

初始值：$t=0_+$时，$u(0_+)$、$i(0_+)$及其各阶导数的值

换　路：从 $t=0_-$开始，到 $t=0_+$ 结束

§ 7.2 动态电路的初始值

分析动态电路，研究初始值有何必要？ 弹幕

研究初始值的必要性

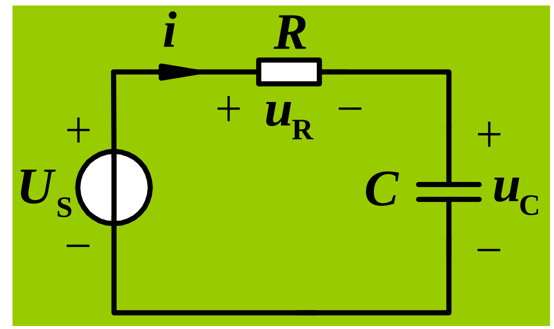
$$\tau\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+y=f_{\mathrm{S}}$$ 非齐次微分方程

$$\tau\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+y=0$$ 齐次微分方程

对应

$$RC\lambda+1=0$$ 特征方程

$$\lambda=-\frac{1}{RC}=-\frac{1}{\tau}$$ 特征根



$$y(t)=\text{特解}+\text{通解}$$

$$=y_{\mathrm{Cp}}+y_{\mathrm{Ch}}(t)$$

$$=y_{\mathrm{Cp}}+Ke^{-\frac{t}{\tau}}$$

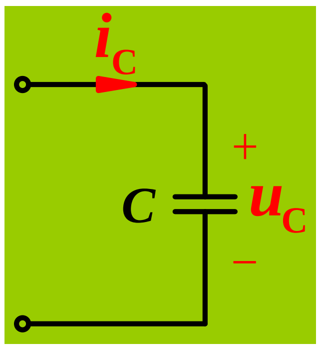
$$y(0_+)=y_{\mathrm{Cp}}+K$$

$$\boxed{K=y_{\mathrm{Cp}}-y(0_+)}$$

§ 7.2 动态电路的初始值

二、换路定则

（1）电容电荷、电压的初始值



$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0_-} i_C(\tau)\,\mathrm{d}\tau+\frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i_C(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$=u_C(0_-)+\frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i_C(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

电容特性： $$u_C(t)=u_C(0_-)+\frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i_C(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

当 $t=0_+$ 时： $$\boxed{u_C(0_+)=u_C(0_-)+\frac{1}{C}\int_{0_-}^{0_+} i_C(\tau)\,\mathrm{d}\tau}$$

§ 7.2 动态电路的初始值—换路定则

如果 $i_C(\tau)$ 为有限值：$\int_{0_-}^{0_+} i_C(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) + \frac{1}{C}\int_{0_-}^{0_+} i_C(\tau)\mathrm{d}\tau \longrightarrow \boxed{u_C(0_+) = u_C(0_-)}$$

电容电压不跃变

如果 $i_C(\tau)$ 为有限值：$\int_{0_-}^{0_+} i_C(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0$

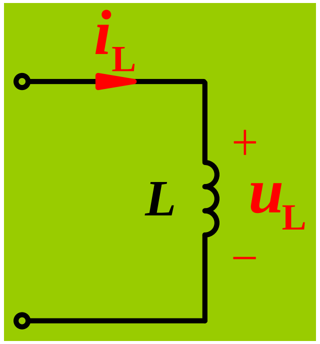
结合 $q = C\, u_C$

$$q_C(0_+) = q_C(0_-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\tau)\mathrm{d}\tau \longrightarrow \boxed{q(0_+) = q(0_-)}$$

电荷守恒

★ 换路瞬间，若**电容电流**保持为有限值，则**电容电压（电荷）**换路前、后保持不变。

（2）电感磁链、电流的初始值



$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

$$=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0_-}u_L(\tau)d\tau+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

$$=i_L(0_-)+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

电感特性： $i_L(t)=i_L(0_-)+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{t}u_L(\tau)d\tau$

当$t=0_+$时： $i_L(0_+)=i_L(0_-)+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{0_+}u_L(\tau)d\tau$

§ 7.2 动态电路的初始值——*换路定则*

如果 $u_L(\tau)$ 为有限值： $\int_{0_-}^{0_+} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) + \frac{1}{L}\int_{0_-}^{0_+} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau \longrightarrow \boxed{i_L(0_+) = i_L(0_-)}$$

电感电流不跃变

如果 $u_L(\tau)$ 为有限值： $\int_{0_-}^{0_+} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0$

结合 $\psi = Li_L$

$$\psi(0_+) = \psi(0_-) + \int_{0_-}^{0_+} u_L(\tau)\mathrm{d}\tau \longrightarrow \boxed{\psi(0_+) = \psi(0_-)}$$

磁链守恒

★ 换路瞬间，若**电感电压**保持为有限值，则**电感电流（磁链）**换路前、后保持不变。

（3）换路定则

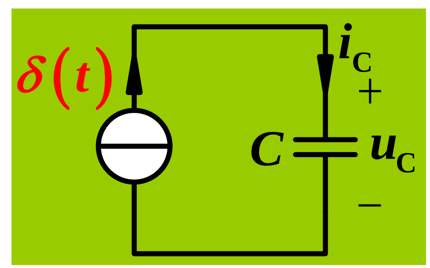
$$\begin{cases} q_C(0_+) = q_C(0_-) \\ \boxed{u_C(0_+) = u_C(0_-)} \end{cases}$$

前提条件：换路时流经电容的电流为有限值

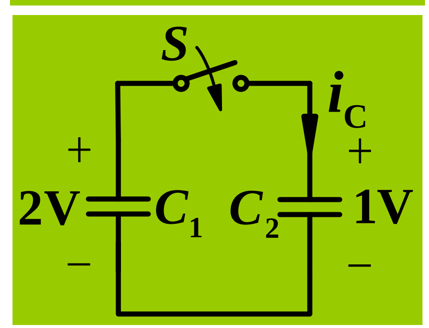
$$\begin{cases} \Psi_L(0_+) = \Psi_L(0_-) \\ \boxed{i_L(0_+) = i_L(0_-)} \end{cases}$$

前提条件：换路时电感两端的电压为有限值

什么时候 i_C、U_L 为无穷值呢？？



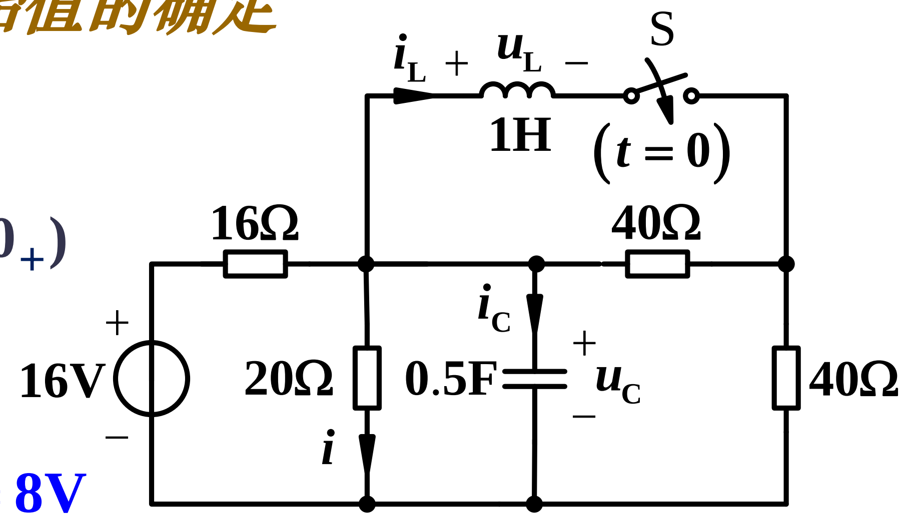
冲激电流



电荷守恒

三、初始值的确定

【例】换路前电路已达稳态，求$u_C(0_+)$和$i_L(0_+)$。



换路前

$$u_C(0_-)=\frac{(40+40)//20}{16+(40+40)//20}\times 16=8\text{V}$$

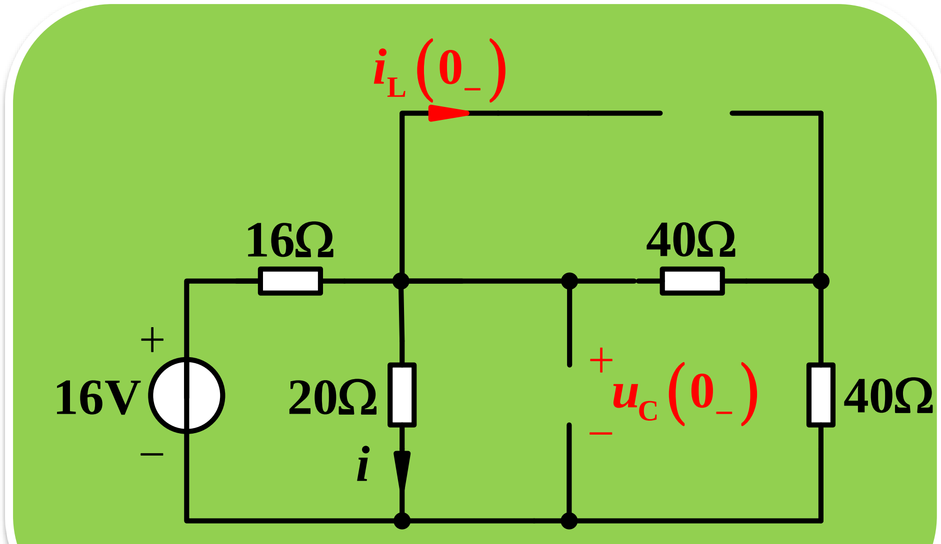
$$i_L(0_-)=0\text{A}$$

由换路定则

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=8\text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\text{A}$$

如何求解$i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$?

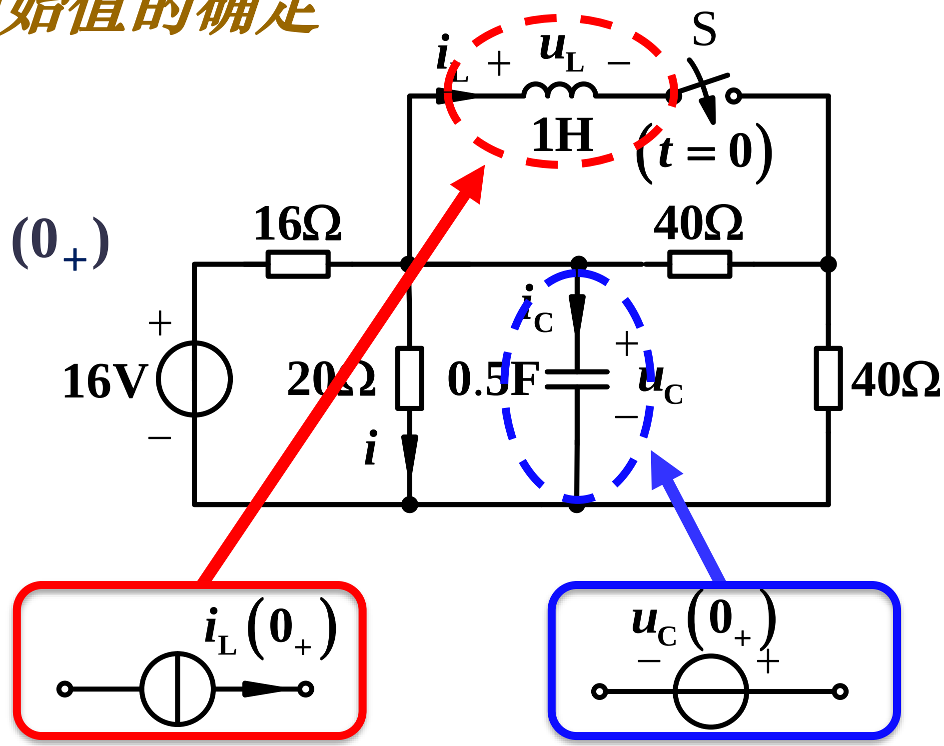


0_时刻电路

§7.2 动态电路的初始值—初始值的确定

三、初始值的确定

【例】换路前电路已达稳态，求$u_C(0_+)$和$i_L(0_+)$。



$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=8\,\text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\,\text{A}$$

作0_+时刻电路

1. 电容用**电压为$u_C(0_+)$的电压源**替代；
2. 电感用**电流为$i_L(0_+)$的电流源**替代；
3. 换路动作完成。

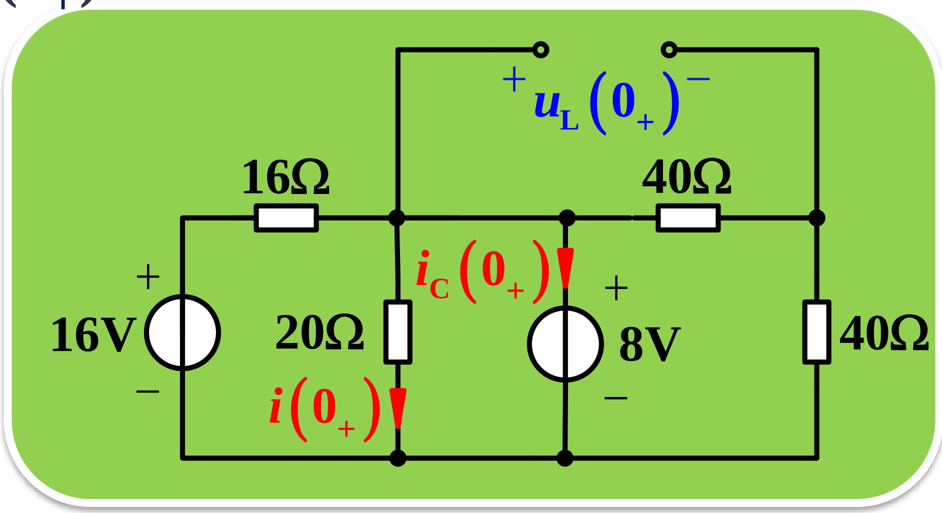
三、初始值的确定

【例】换路前电路已达稳态，求$u_C(0_+)$和$i_L(0_+)$。

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=8\text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\text{A}$$

作0_+时刻电路



0_+时刻电路

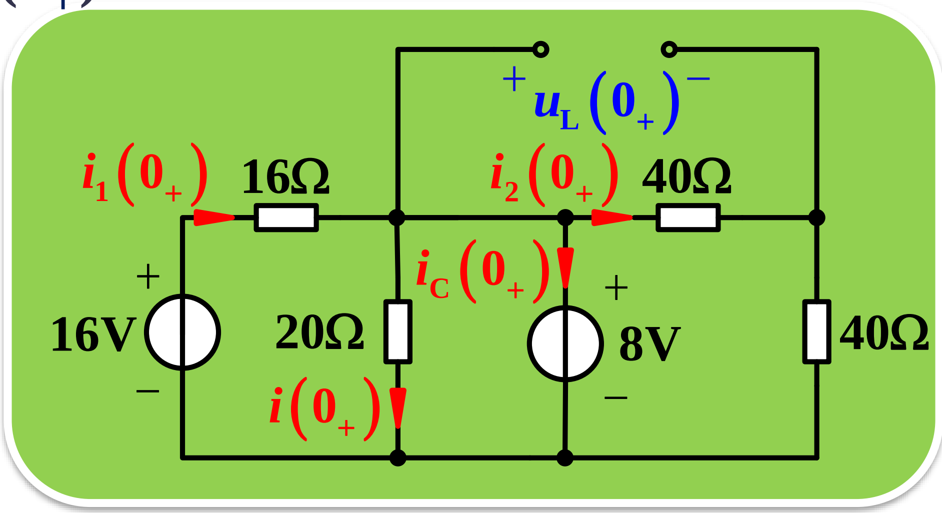
1. 电容用**电压为$u_C(0_+)$的电压源**替代；
2. 电感用**电流为$i_L(0_+)$的电流源**替代；
3. 换路动作完成。

三、初始值的确定

【例】换路前电路已达稳态，求$u_C(0_+)$和$i_L(0_+)$。

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=8\text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\text{A}$$



0_+时刻电路

作0_+时刻电路

$$u_L(0_+)=\frac{1}{2}u_C(0_-)=4\text{V}$$

$$i(0_+)=\frac{1}{20}u_C(0_-)=\frac{8}{20}=0.4\text{A}$$

$$i_C(0_+)=i_1(0_+)-i(0_+)-i_2(0_+)$$

$$=\frac{16-8}{16}-0.4-\frac{8}{40+40}$$

$$=0\text{A}$$

★ 0_+时刻电路中求得的变量均为该变量在0_+的值。

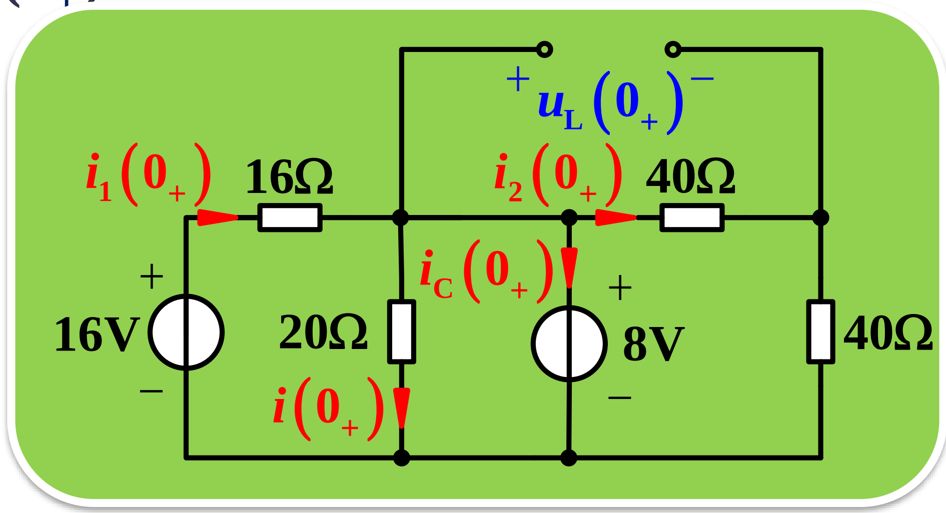
三、初始值的确定

【例】换路前电路已达稳态，求$u_C(0_+)$和$i_L(0_+)$。

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=8\text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\,\text{A}$$

作0_+时刻电路



0_+时刻电路

$$u_L(0_+)=\frac{1}{2}u_C(0_-)=4\text{V}$$

$$i(0_+)=\frac{1}{20}u_C(0_-)=\frac{8}{20}=0.4\,\text{A}$$

$$i_C(0_+)=i_1(0_+)-i(0_+)-i_2(0_+)$$

$$=\frac{16-8}{16}-0.4-\frac{8}{40+40}$$

$$=0\,\text{A}$$

$$u_C'(0_+)=?\qquad i_L'(0_+)=?$$

$$u_C'(0_+)=\left.\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t}\right|_{t=0_+}=\frac{1}{C}i_C(0_+)=0\text{V}$$

$$i_L'(0_+)=\left.\frac{\text{d}i_L}{\text{d}t}\right|_{t=0_+}=\frac{1}{L}u_L(0_+)=4\text{A}$$

小结：初始值的确定

1. 求$u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$

（1）由换路前的稳态电路求 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$

作0_时刻电路　　（电容C开路、电感L短路）

（2）由换路定则求 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

小结：初始值的确定

2. 求$u_L(0_+)$、$i_C(0_+)$ 和 $u_R(0_+)$、$i_R(0_+)$

（1）由换路前的稳态电路求 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$

作0_时刻电路　　　　　（电容C开路、电感L短路）

（2）由换路定则求 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

（3）作0_+时刻电路

a. 换路完成； b. 用电压值为$u_C(0_+)$的独立电压源替代电容C； 用电流值为$i_L(0_+)$的独立电流源替代电感L。

（4）在0_+时刻电路中求其余支路量 0_+时刻的值

小结：初始值的确定

3. 求**电容电压一阶导数**和**电感电流一阶导数**

（1）由换路前的稳态电路求 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$

作0_-时刻电路	（电容C开路、电感L短路）

（2）由换路定则求 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)$$

（3）作0_+时刻电路，求$i_C(0_+)$ 和 $u_L(0_+)$

（4）然后

$$u'_C(0_+)=\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=\frac{1}{C}i_C(0_+)$$

$$i'_L(0_+)=\left.\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=\frac{1}{L}u_L(0_+)$$

电路理论

Principles of Electric Circuits

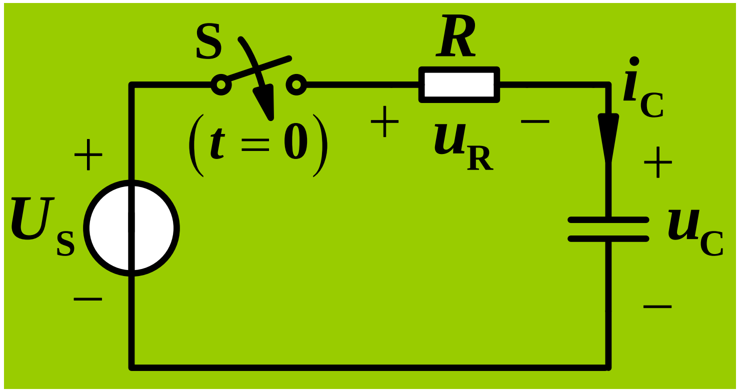
第七章 线性动态电路的时域分析

§ 7.3 线性动态电路的经典分析法

§ 7.3 线性动态电路的经典分析法

【引例】 已知：$u_C(0_-)=U_0$，

求：电容电压$u_C(t)$。



$$\begin{cases} u_R + u_C = U_S \\ i_C = C\dfrac{du_C}{dt} \\ u_R = i_C R \end{cases} \longrightarrow RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U_S$$

非齐次微分方程

对应

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

齐次微分方程

对应

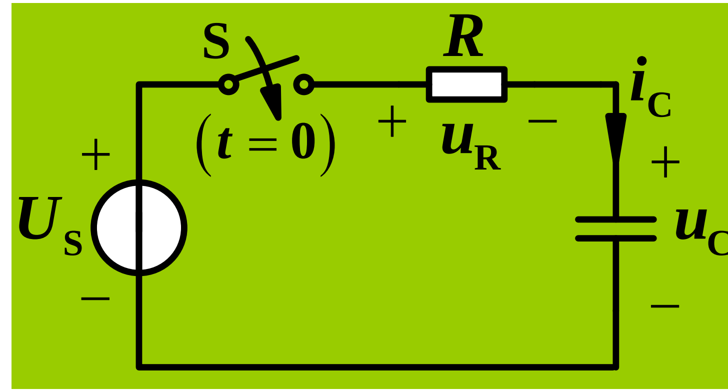
$$RC\lambda + 1 = 0$$

特征方程

$$\lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$$

特征根

§ 7.3 线性动态电路的经典分析法



【引例】已知：$u_C(0_-)=U_0$，

求：电容电压$u_C(t)$。

全解：$u_C(t)=$ 特解 + 通解

$=u_{Cp}(t)+u_{Ch}(t)$

$=U_S+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

$u_C(0_+)=U_S+A$

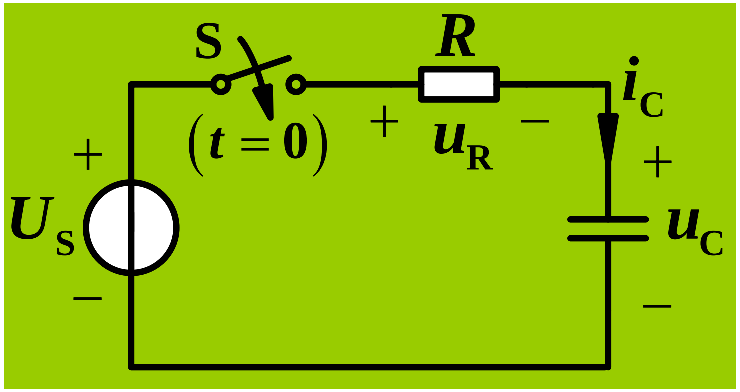
$A=U_0-U_S$

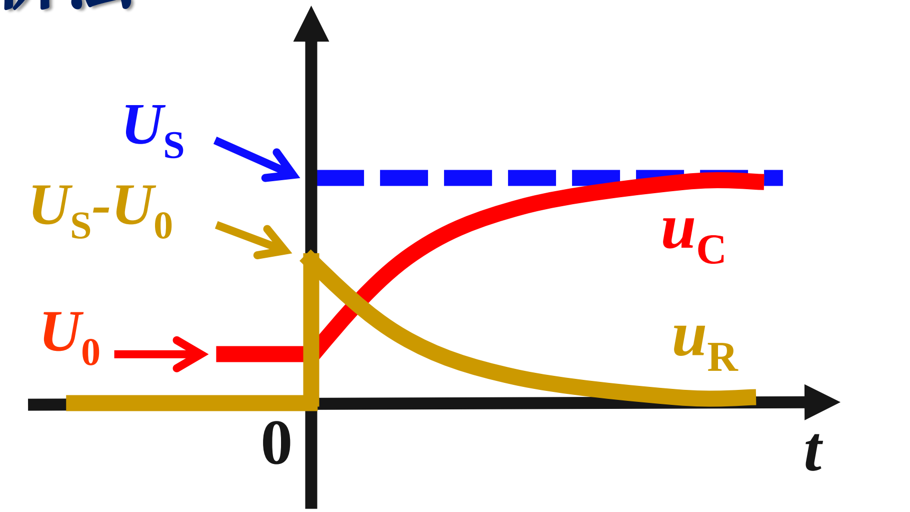
$\lambda=-\frac{1}{RC}=-\frac{1}{\tau}$

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)e^{-t/RC} \quad t\geq 0$$

$$u_R(t)=R\cdot i_C(t)=RC\frac{du_C}{dt}=(U_S-U_0)e^{-t/RC} \quad t\geq 0_+$$

§ 7.3 线性动态电路的经典分析法





$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \longrightarrow \lambda=-\frac{1}{RC} \longrightarrow u_C=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-t/RC}\quad t\geq 0$$

$$i_C=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=\frac{(-U_0+U_S)\mathrm{e}^{-t/RC}}{R}\quad t\geq 0 \longrightarrow u_R=(U_S-U_0)\mathrm{e}^{-t/RC}\quad t\geq 0_+$$

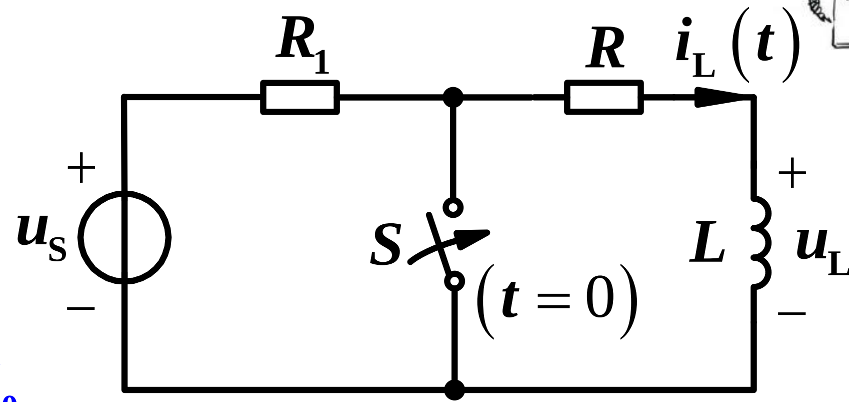
RC一阶电路的时间常数: $\boxed{\tau=RC}$

$$[\tau]=[RC]=[欧][法]=[欧]\left[\frac{库}{伏}\right]=[欧]\left[\frac{安秒}{伏}\right]=[秒]$$

§ 7.3 线性动态电路的经典分析法

【例】求图示电路中电流$i_L(t)$。

物理意义为何？ 弹幕



$$\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+i=0$$

$$i_L(0_-)=\frac{U_S}{R_1+R}$$

由 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{U_S}{R_1+R}=I_0$

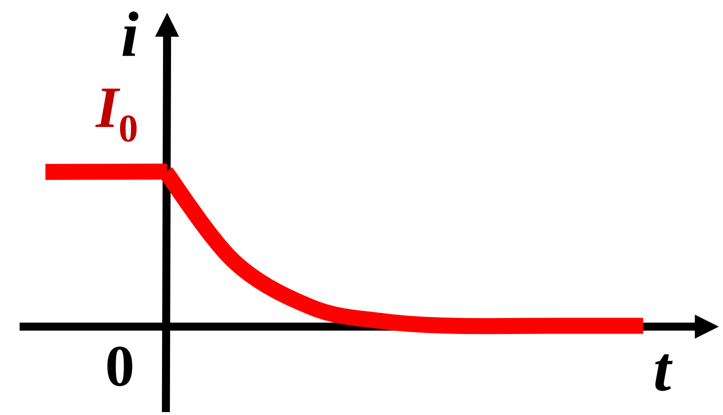
$$i_L(t)=I_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{L/R}}\quad t\geq 0$$

特征方程 $\dfrac{L}{R}\lambda+1=0$

特征根 $\lambda=-\dfrac{R}{L}=-\dfrac{1}{\tau}$

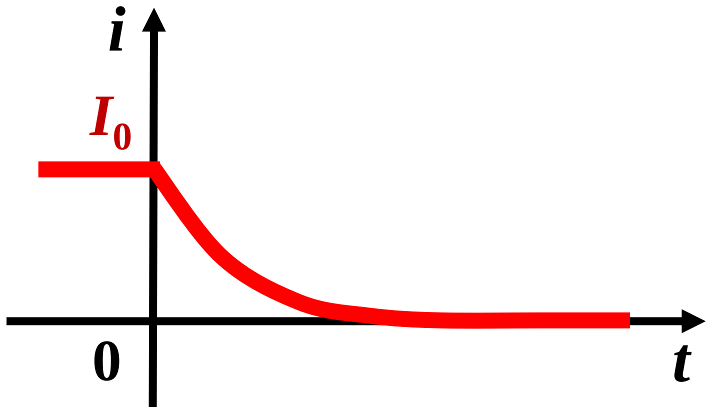
$$i_L(t)=0+A\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

则 $i_L(0_+)=A\mathrm{e}^{-t/0_+}=A=I_0$



§ 7.3 线性动态电路的经典分析法

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}} \quad t \geq 0$$



时间常数的意义：

t	0	τ	2τ	3τ	5τ	…	∞
$e^{-\frac{t}{\tau}}$	1	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-5}		$e^{-\infty}=0$
$i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$	I_0	$0.368\ I_0$	$0.135\ I_0$	$0.05\ I_0$	$0.007I_0$		0

工程上通常认为 $3\tau \sim 5\tau$ 后过渡过程结束。

★ 时间常数τ越小，电压/电流变化越快。

§ 7.3 线性动态电路的经典分析法

线性动态电路的经典分析法步骤：

1. 列（有关待求支路量的）输入输出方程；

2. 由0_-时刻电路求$u_C(0_-)$和$i_L(0_-)$的值；

3. 作0_+时刻电路，求待求支路量的0_+时刻值；

4. 由输入输出方程对应的特征方程，得通解；

5. 求非齐次微分方程的一个特解，得到非齐次微分方程的全响应；

   全响应＝通解＋特解

6. 由0_+时刻的初始值确定全响应中的待定系数。