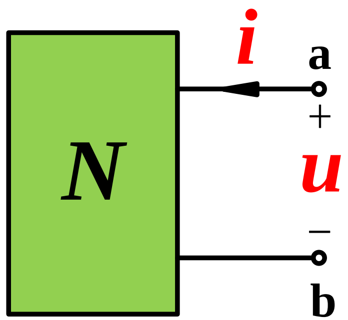
电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

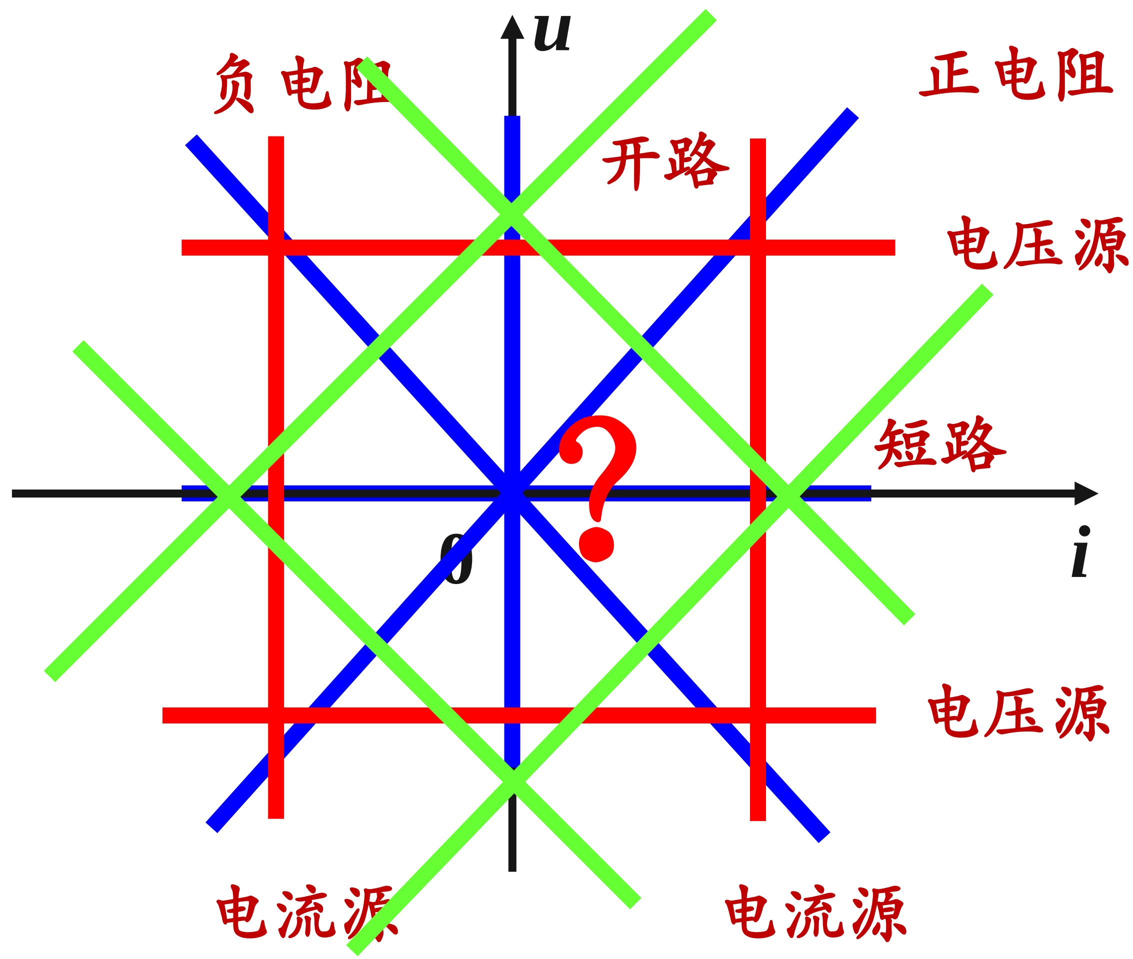
第四章 电路定理

§4.2 等效电源定理

§ 4.2 等效电源定理

请思考一个问题





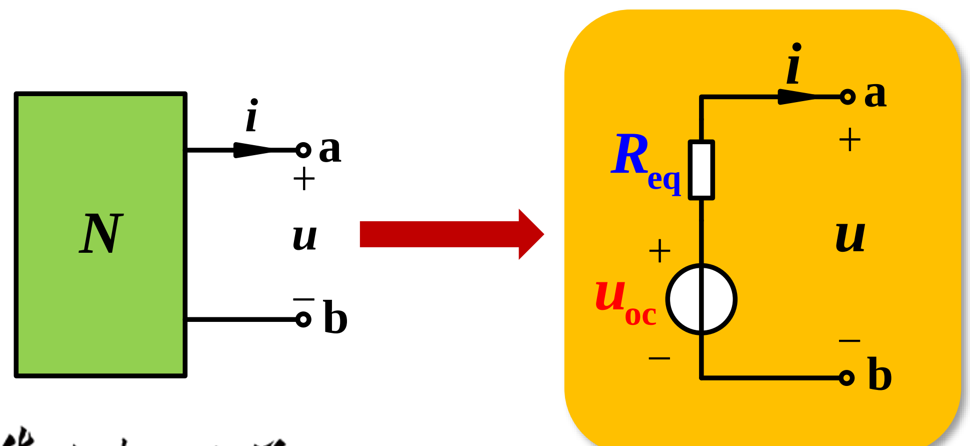
§ 4.2 等效电源定理

一、戴维南定理（Thevenin's Theorem）

与外电路无耦合关系的线性含源电阻性二端网络N（包含独立源、受控源、电阻），对外电路而言，可以用**一个电压源**和**一个电阻**的串联组合来等效。

a. 电压源的电压等于网络N端口的开路电压u_{oc}。

b. 串联电阻等于网络N中全部独立电源置零后所得二端网络N_0的输入电阻，记为R_{eq}。

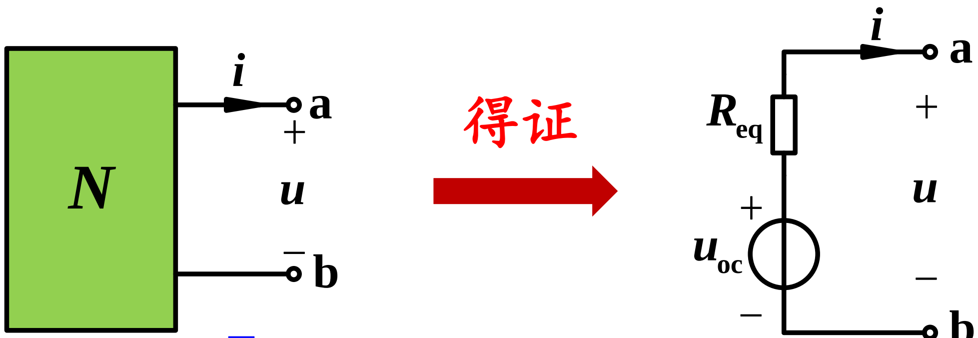


戴维南等效电路

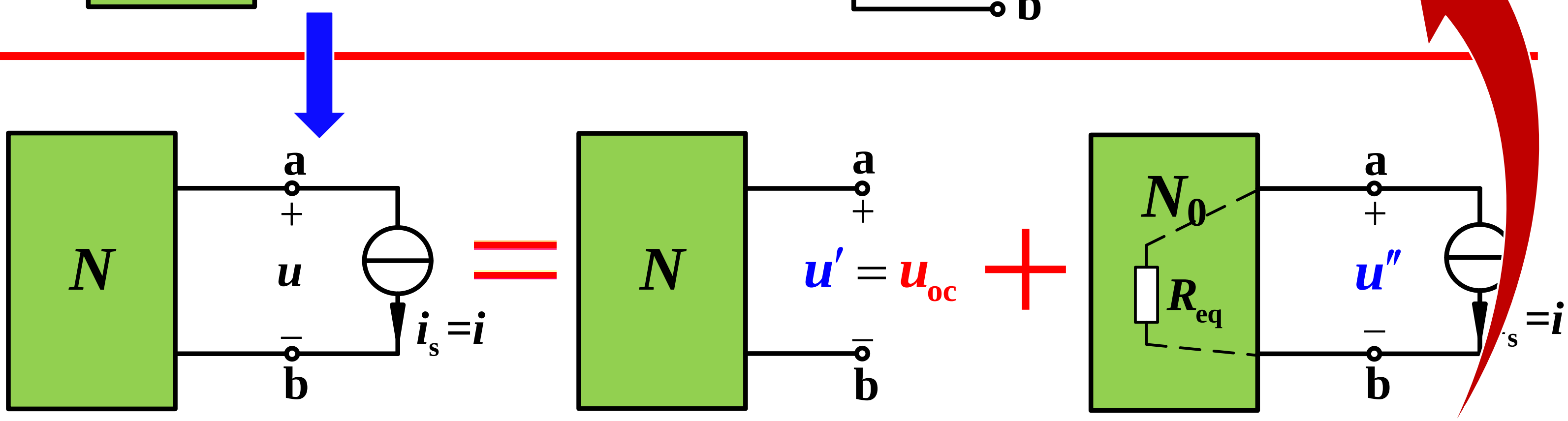
戴维南(Thevenin)
法国电信工程师
（1858-1926）

亥姆霍兹(Helmholtz)
德国物理学家
（1821-1894）

1. 定理证明



$$u = u_{oc} - R_{eq}i$$



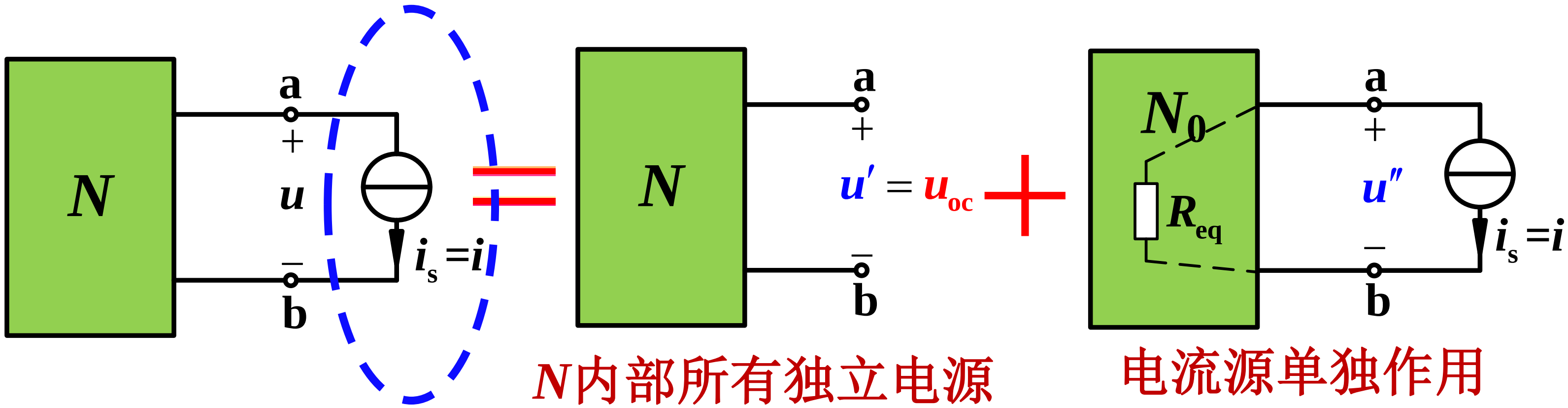
二端网络的VAR
与外电路无关

*N*内部所有独立电源
单独作用 $u'=u_{oc}$

电流源单独作用
$u''=-R_{eq}i$

共同作用: $u=u'+u''=u_{oc}-R_{eq}i$

1. 定理证明



N内部所有独立电源单独作用　$u' = u_{oc}$

电流源单独作用　$u'' = -R_{eq}i$

共同作用：　$u = u' + u'' = u_{oc} - R_{eq}i$

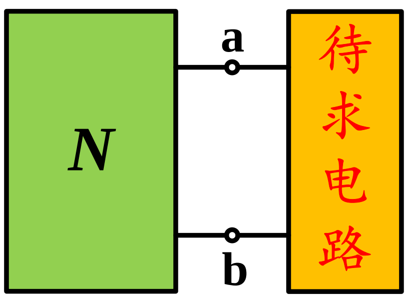
请思考：

如果端口处施加一个任意电压源，那又会是什么情况？？

§4.2 等效电源定理—戴维南定理

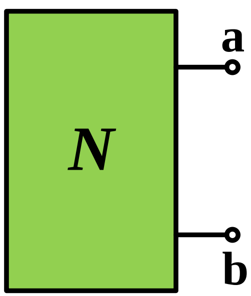
2. 解题步骤

1）将待求电路断开，形成二端网络*N*，



2. 解题步骤

1）将待求电路断开，形成二端网络*N*，求其端口**开路电压**U_{oc}；

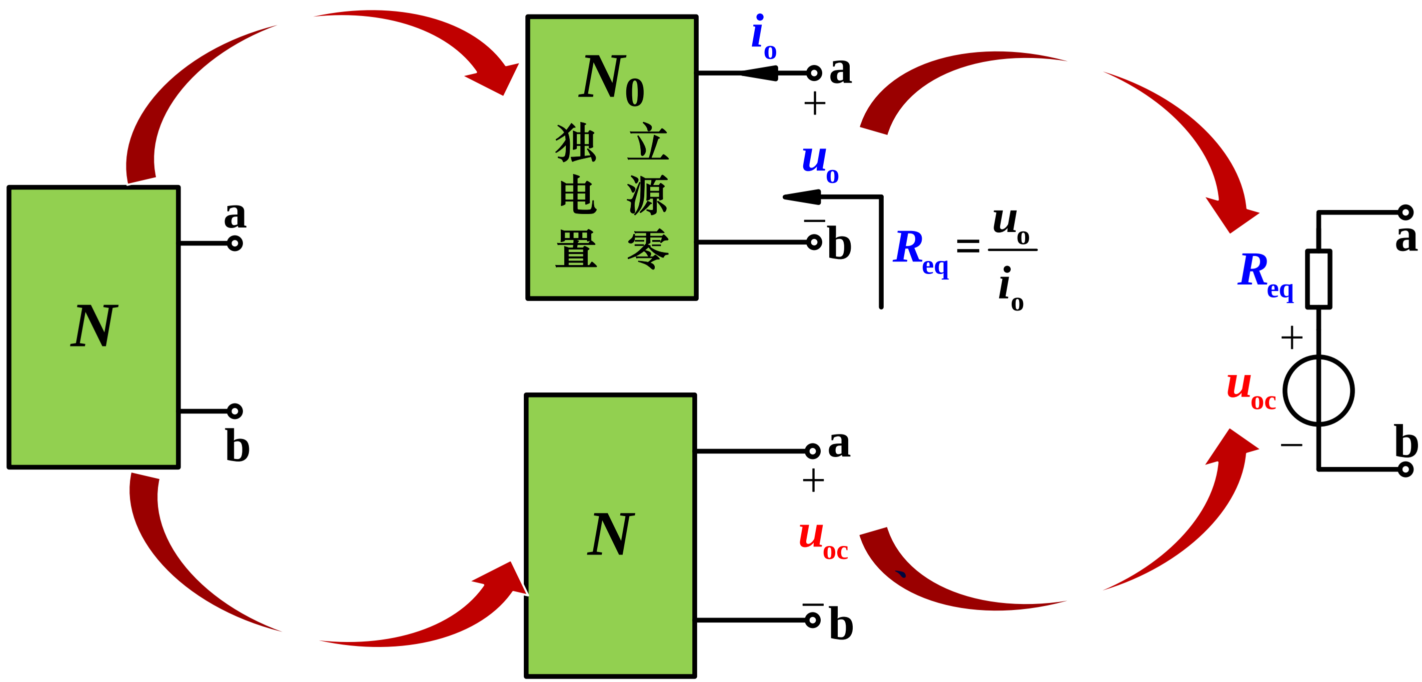


2. 解题步骤

1）将待求电路断开，形成二端网络N，求其端口**开路电压**U_{oc}；

2）将网络N中所有独立电源置零，求二端网络的**输入电阻**R_{eq}；

3）画**戴维南等效电路**



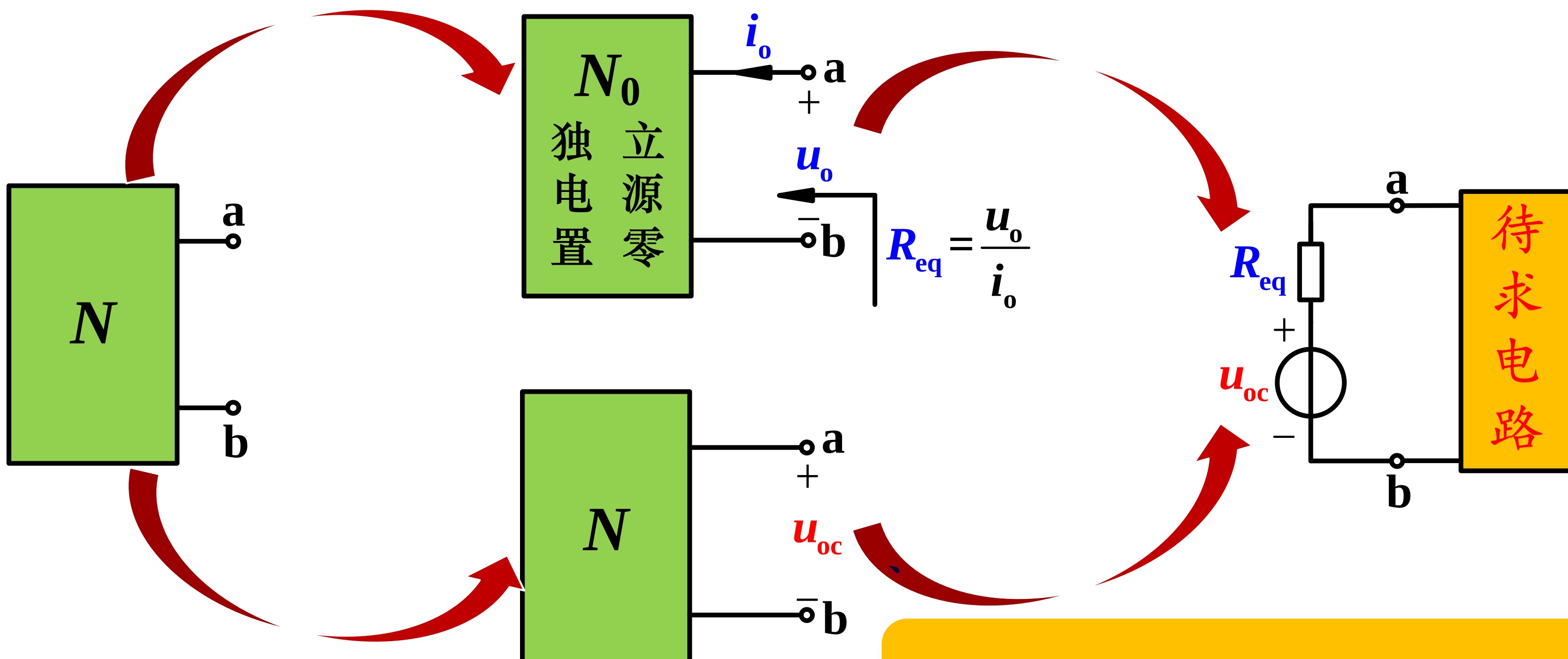
§ 4.2 等效电源定理—*戴维南定理*

2. 解题步骤

1）将待求电路断开，形成二端网络*N*，求其端口**开路电压**U_{oc}；

2）将网络*N*中所有独立电源置零，求二端网络的**输入电阻**R_{eq}；

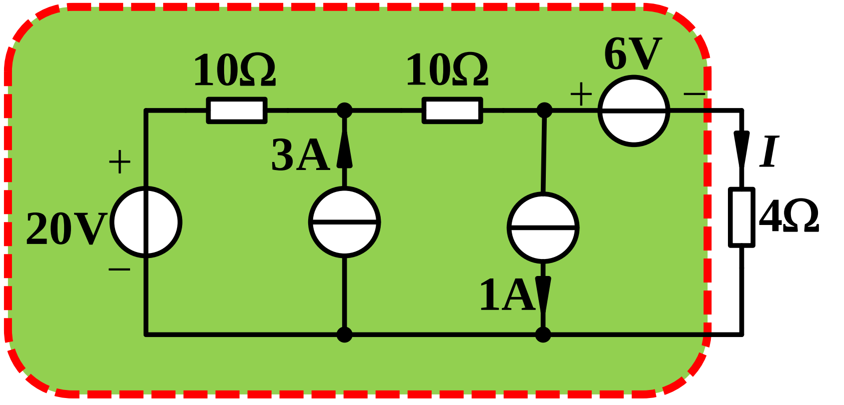
3）画**戴维南等效电路**，接入待求电路后再进行求解。



关键问题：u_{oc}和R_{eq}的确定

3. 定理应用—*常规应用*

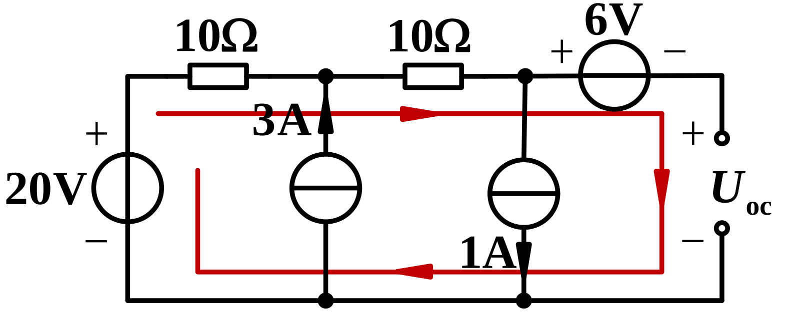
【例】用戴维南定理求图示电路中电流 I。



解:

1）断开待求支路4 Ω电阻，

求开路电压U_{oc}

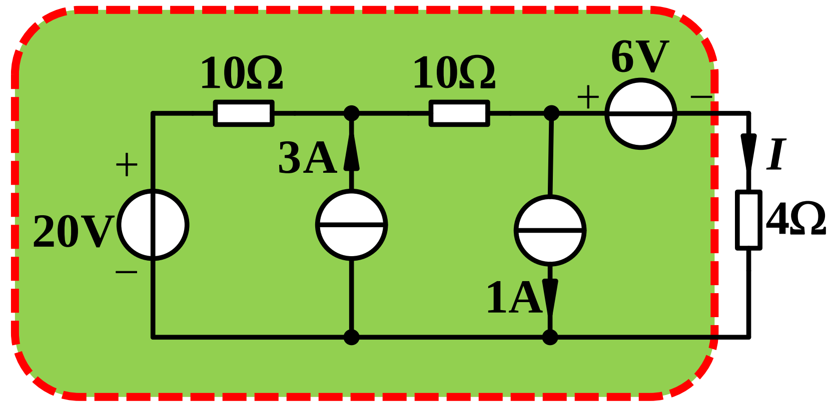


$$U_{oc}-20-10\times(3-1)+10\times1+6=0$$

$$U_{oc}=20+20-10\times1-6=24\text{V}$$

3. 定理应用—常规应用

【例】用戴维南定理求图示电路中电流 I。

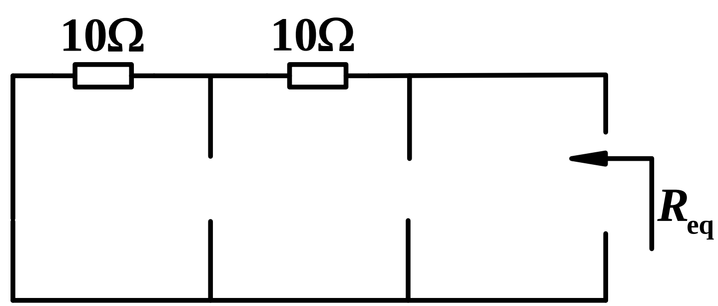


解:

1）断开待求支路4 Ω电阻，求开路电压U_{oc}

$$U_{oc}=24\text{V}$$

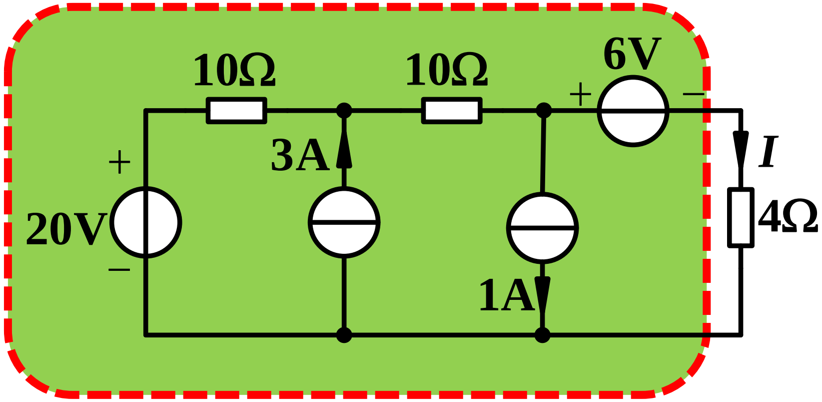
2）将独立电压源、电流源置零，求等效电阻R_{eq}



$$R_{eq}=10+10=20\Omega$$

3. 定理应用—常规应用

【例】用戴维南定理求图示电路中电流 I。



解:

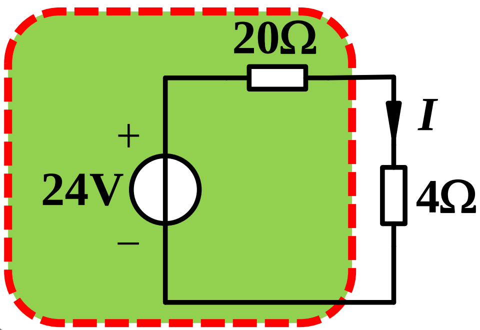
1）断开待求支路4 Ω电阻，求开路电压U_{oc}

$$U_{oc} = 24\text{V}$$

2）将独立电压源、电流源置零，求等效电阻R_{eq}

$$R_{eq} = 10 + 10 = 20\Omega$$

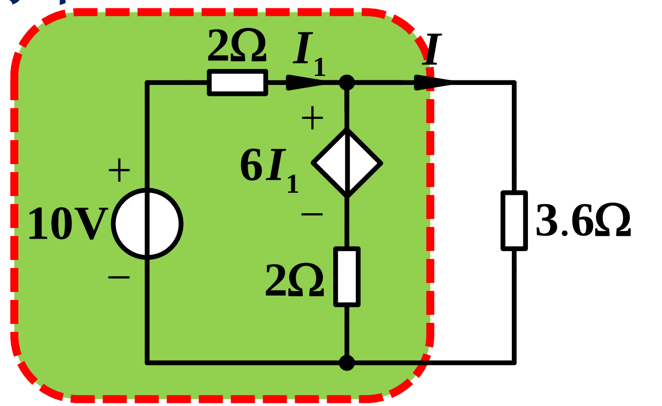
3）画戴维南等效电路,求解电流 I



$$I = \frac{24}{20+4} = 1\text{A}$$

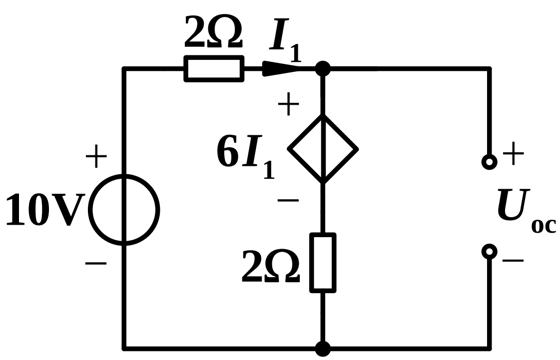
3. 定理应用—*常规应用*

【例】求图示电路中3.6Ω电阻消耗的功率。



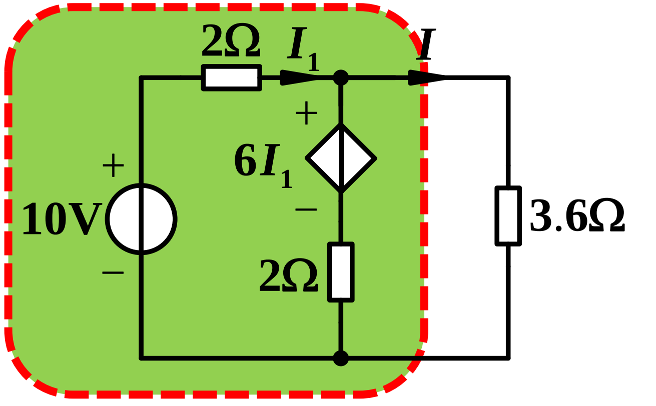
解:

1）求开路电压



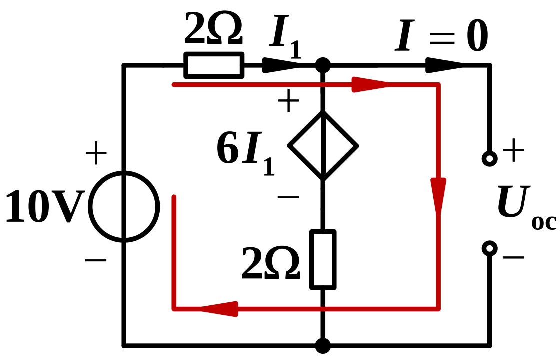
3. 定理应用—常规应用

【例】求图示电路中3.6Ω电阻消耗的功率。



解：

1）求开路电压

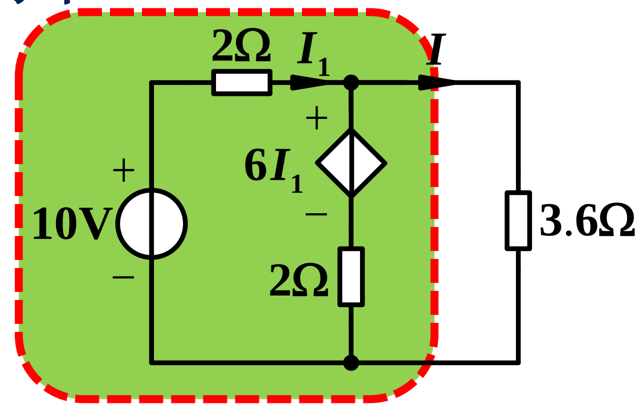


$$-10+2I_1+6I_1+2I_1=0 \qquad U_{oc}-10+2I_1=0$$

$$I_1=1\text{A} \qquad U_{oc}=10-2\times1=8\text{V}$$

3. 定理应用—常规应用

【例】求图示电路中3.6Ω电阻消耗的功率。

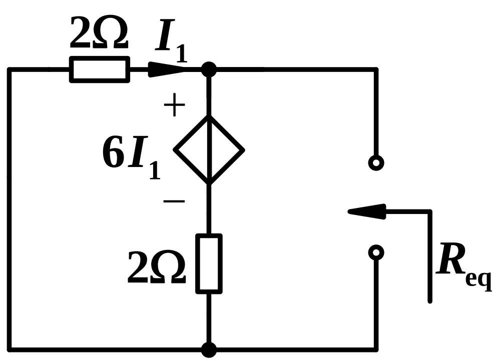


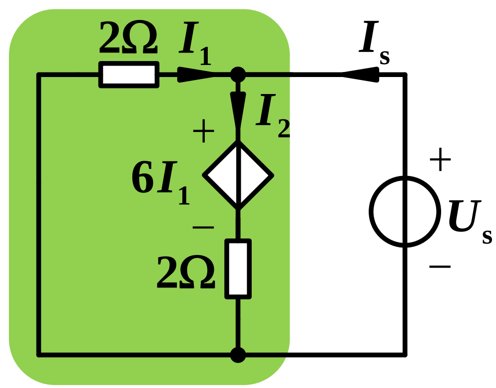
解：

1）求开路电压

$$U_{oc} = 8\text{V}$$

2）求等效电阻





外加电源法

$$6I_1 + 2I_1 + 2I_2 = 0$$

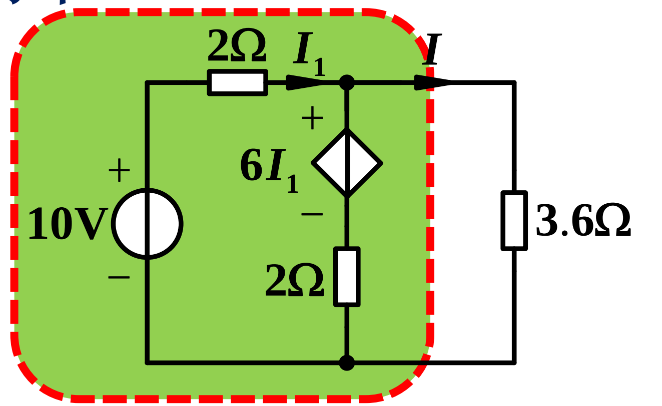
$$\Longrightarrow I_2 = -4I_1$$

$$\begin{cases} I_s = I_2 - I_1 = -5I_1 \\ U_s = -2I_1 \end{cases}$$

$$R_{eq} = \frac{U_s}{I_s} = \frac{-2I_1}{-5I_1} = 0.4\Omega$$

3. 定理应用—*常规应用*

【例】求图示电路中3.6Ω电阻消耗的功率。



解：

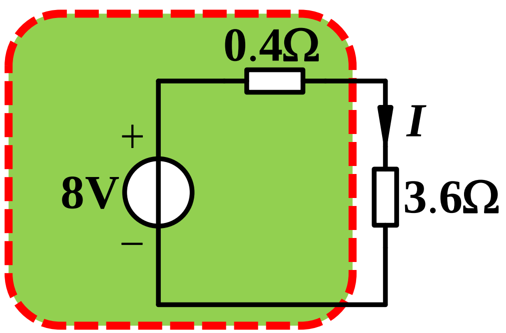
1）求开路电压

$$U_{oc} = 8\text{V}$$

2）求等效电阻

$$R_{eq} = 0.4\Omega$$

3）画戴维南等效电路



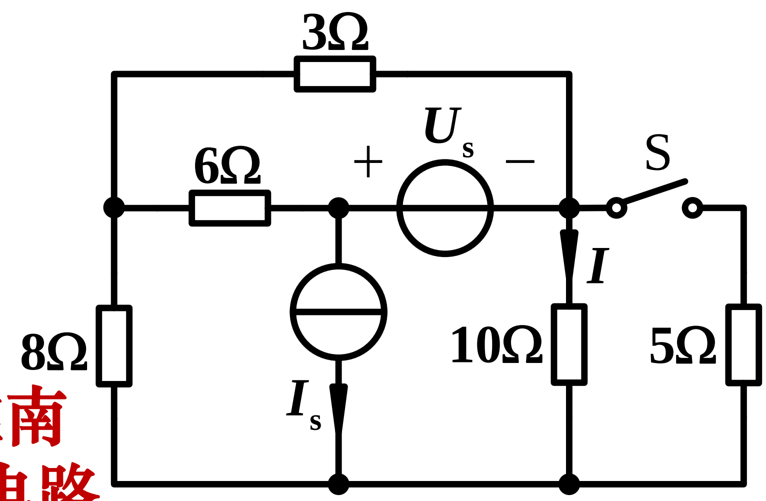
$$I = \frac{8}{0.4+3.6} = 2\text{A}$$

$$P = I^2 \times 3.6 = 2^2 \times 3.6 = 14.4\text{W}$$

§ 4.2 等效电源定理—戴维南定理

3. 定理应用—*扩展应用A*

【例】图示电路中开关 S 断开时，电流 I=1A。
求开关 S 闭合时的电流 I。



注意： 二端网络中独立电源和戴维南等效电阻R_{eq}无关！

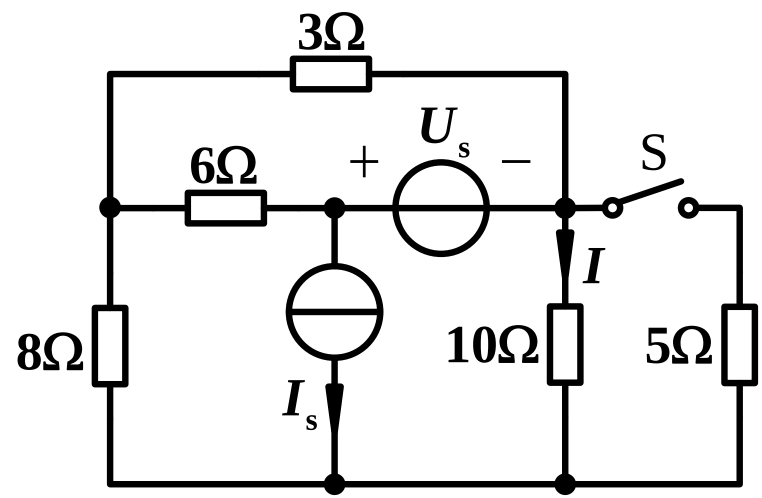
解题思路：
先求 R_{eq}
再求 U_{oc}
→ 戴维南等效电路

什么鬼？

电压源U_s和电流源I_s没有告知，怎么求解？？

3. 定理应用—*扩展应用A*

【例】图示电路中开关 S 断开时，电流 I=1A。求开关 S 闭合时的电流 I。

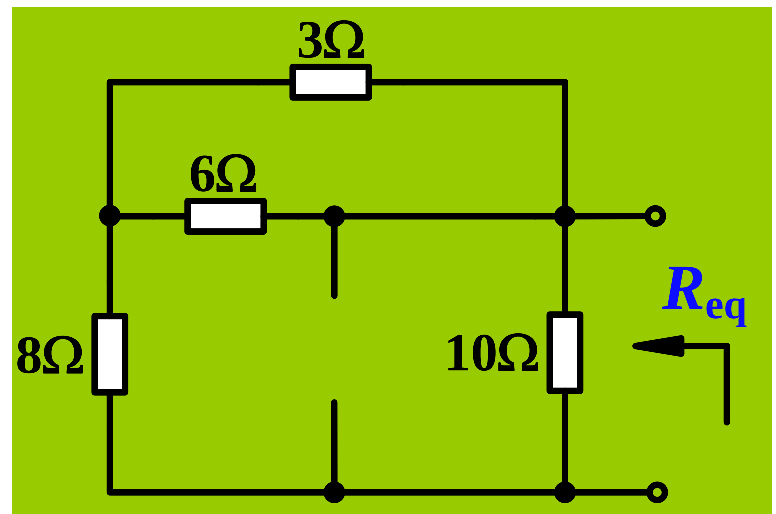


解：

1）求戴维南等效电阻R_{eq}

$$R_{eq}=10//(8+6//3)=5\Omega$$

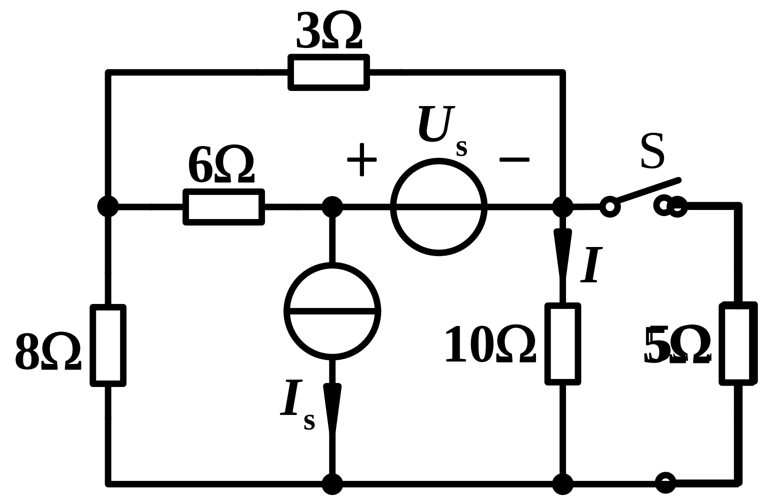
2）求开路电压U_{oc}



§ 4.2 等效电源定理—戴维南定理

3. 定理应用—扩展应用A

【例】图示电路中开关 S 断开时，电流 I=1A。
求开关 S 闭合时的电流 I。

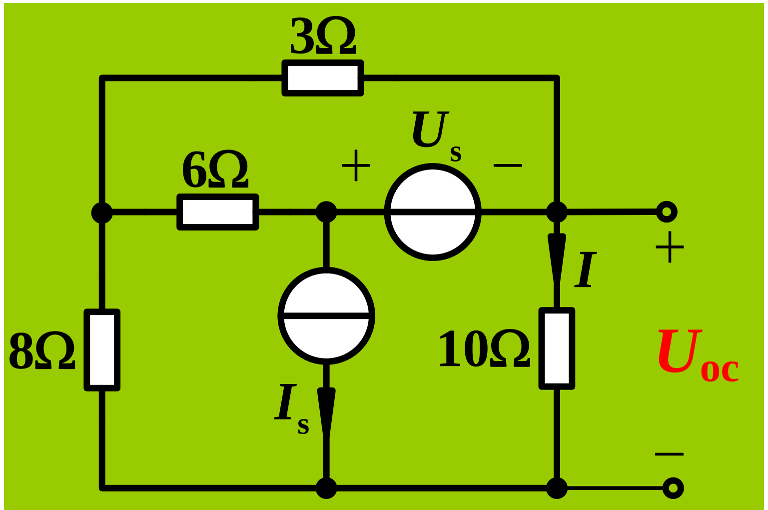


解：

1）求戴维南等效电阻R_{eq}

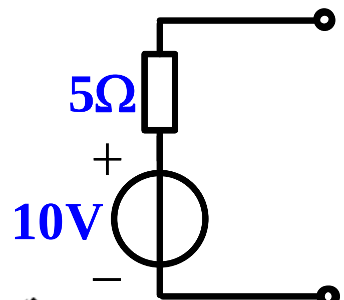
$$R_{eq}=10//(8+6//3)=5\Omega$$

2）求开路电压U_{oc}



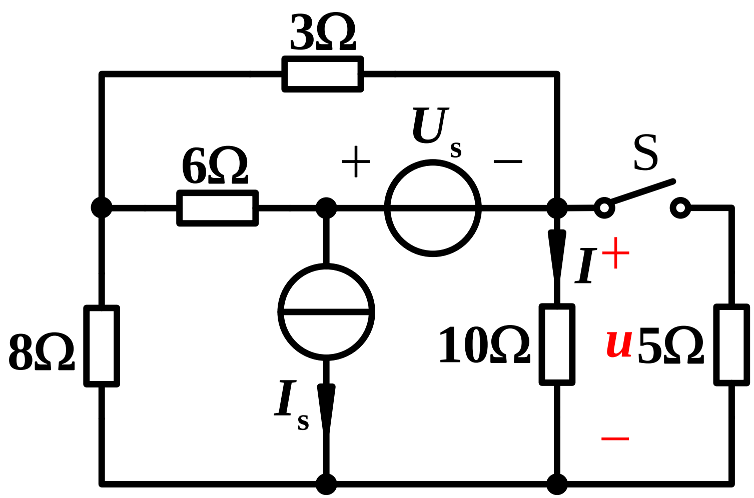
$$U_{oc}=10I=10\text{ V}$$

3）戴维南等效电路



3. 定理应用—扩展应用A

【例】图示电路中开关 S 断开时，电流 I=1A。求开关 S 闭合时的电流 I。



解:

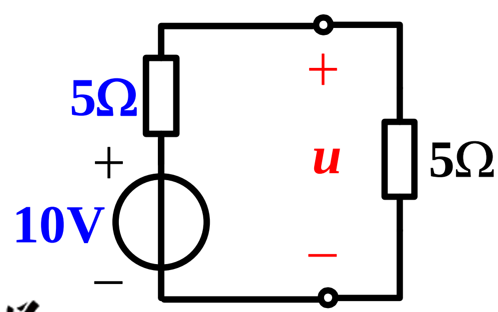
1）求戴维南等效电阻R_{eq}

$$R_{eq}=10//(8+6//3)=5\Omega$$

2）求开路电压U_{oc}

$$U_{oc}=10I=10\text{ V}$$

3）戴维南等效电路

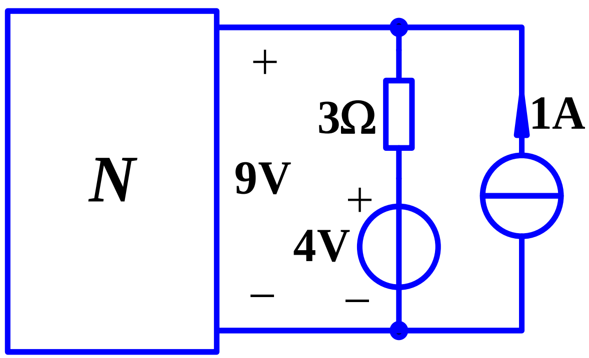


$$u=\frac{1}{2}10=5\text{ V}$$

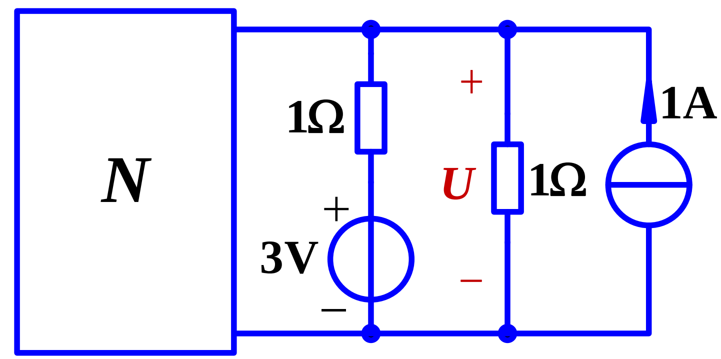
$$I=\frac{u}{10}=0.5\text{ A}$$

3. 定理应用—*扩展应用B*

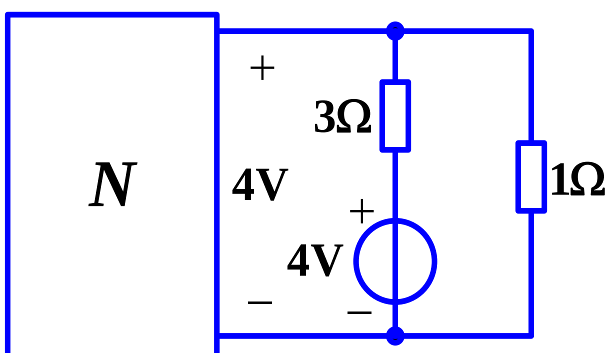
【例】利用电路(a)和(b)，求电路(c)中的电压U。



(a)



(c)

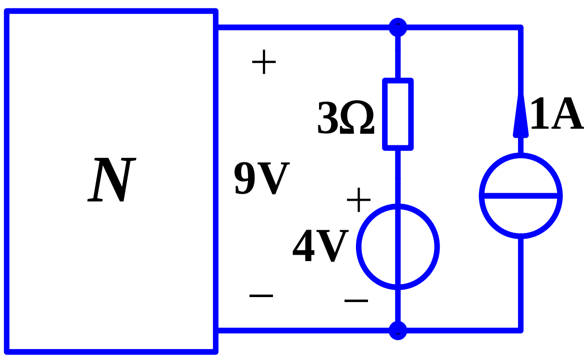


(b)

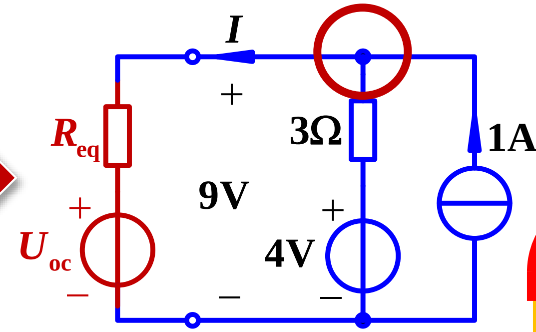
【思路】通过图（a）和（b）中的已知条件确定戴维南电路的两个关键参数U_{oc}和R_{eq} 。

3. 定理应用—*扩展应用B*

【例】利用电路(a)和(b)，求电路(c)中的电压U。



(a)

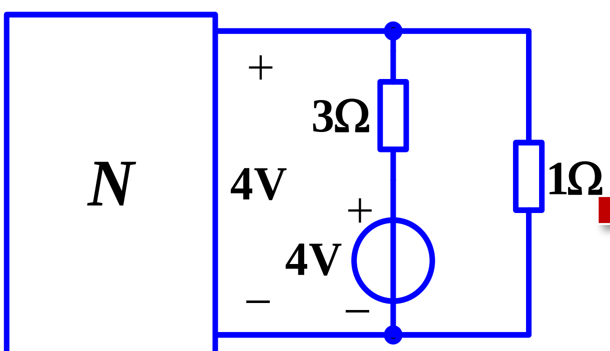


$$I = 1 - \frac{9-4}{3} = -\frac{2}{3}\text{A}$$

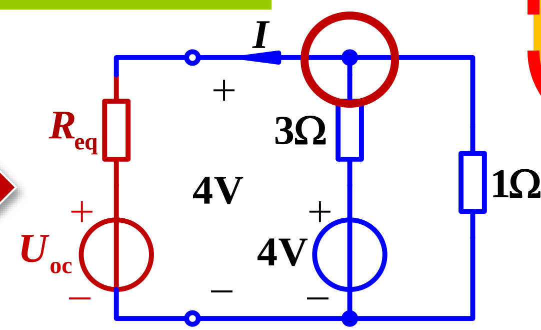
$$U_{oc} - \frac{2}{3}R_{eq} = 9$$

$$U_{oc} - 4R_{eq} = 4$$

$$\begin{cases} U_{oc} = 10\text{V} \\ R_{eq} = 1.5\Omega \end{cases}$$



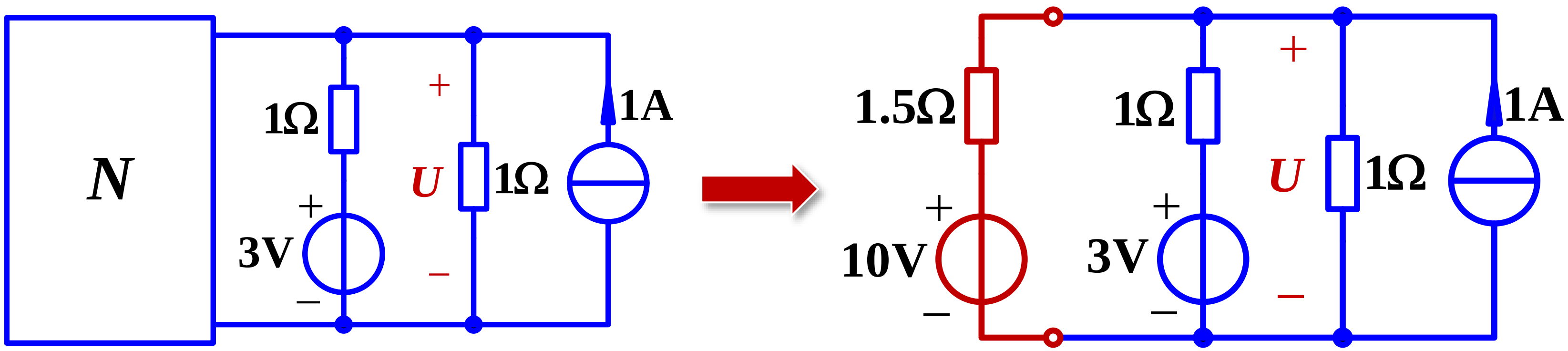
(b)



$$I = -\frac{4}{1} - \frac{4-4}{3} = -4\text{A}$$

3. 定理应用—*扩展应用B*

【例】利用电路(a)和(b)，求电路(c)中的电压U。



(c)

节点电压方程 $$\left(\frac{1}{1.5}+1+1\right)U=3+1+\frac{10}{1.5}$$

$$\Rightarrow U=4\text{V}$$

3. 定理应用—总 结

【典型题型 I】 网络N的内部结构和参数已知，可直接求取两个参数U_{oc}和R_{eq} 。

【典型题型 II】 网络N的内部电阻参数已知，电源参数未知，需结合1个已知条件，求取两个参数U_{oc}和R_{eq} 。

【典型题型III】 网络N的内部结构和参数均未知，需结合2个已知条件，求两个参数U_{oc}和R_{eq}。

§ 4.2 等效电源定理

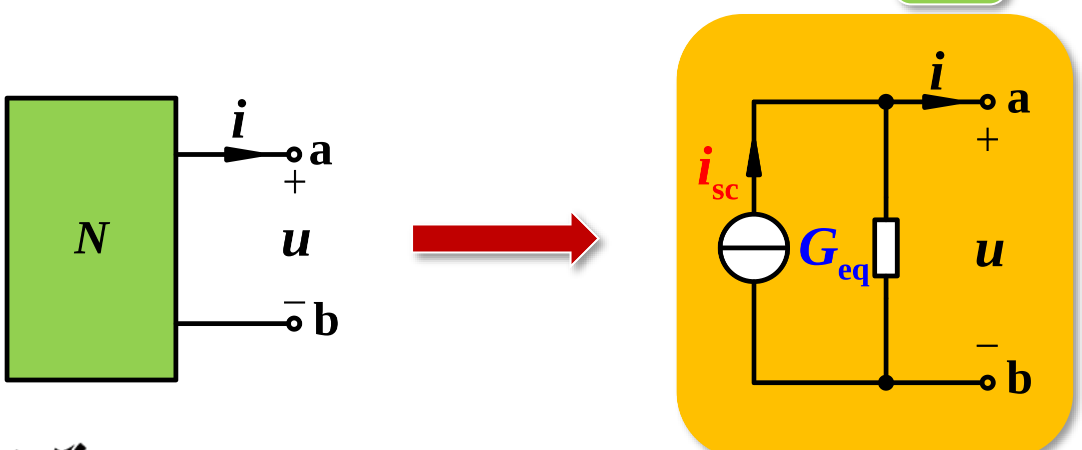
二、诺顿定理（Norton's Theorem）

与外电路无耦合关系的线性含源电阻性二端网络N（包含独立源、受控源、电阻），对外电路而言，可以用一个电流源和一个电导的并联组合来等效。

诺顿(Norton)
贝尔实验室研究员
（1898-1983）

a. 电流源的电流等于网络N端口的短路电流i_{sc}。

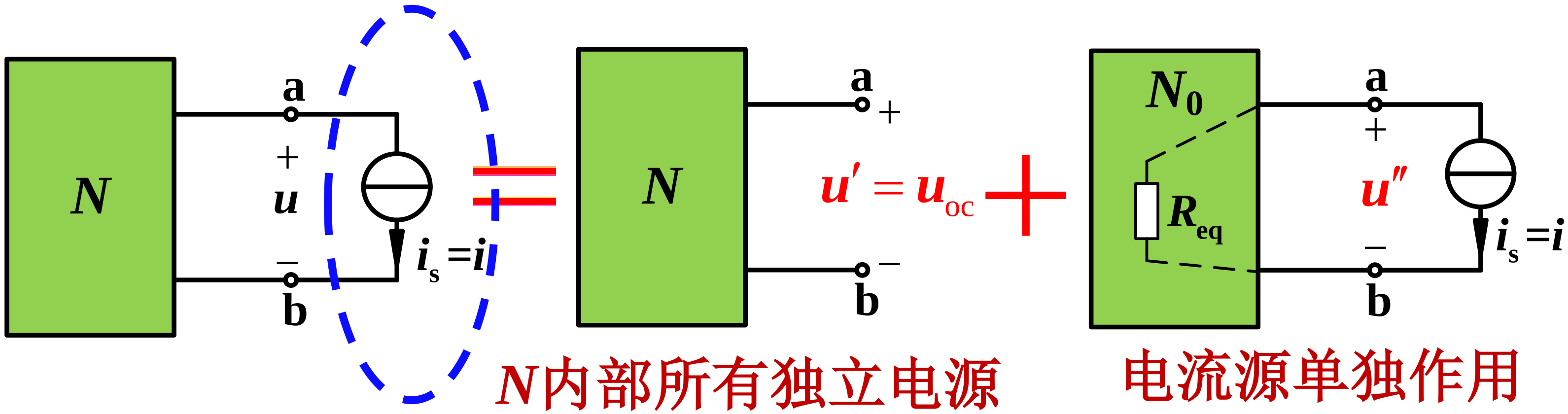
b. 并联电导等于网络N中的全部独立电源置零后所得二端网络N_0的输入电导，记为G_{eq}。



诺顿
等效电路

§ 4.2 等效电源定理——诺顿定理

前面提到过的思考题



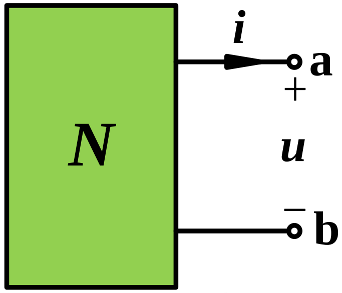
*N*内部所有独立电源单独作用 $u'=u_{oc}$

电流源单独作用 $u''=-R_{eq}i$

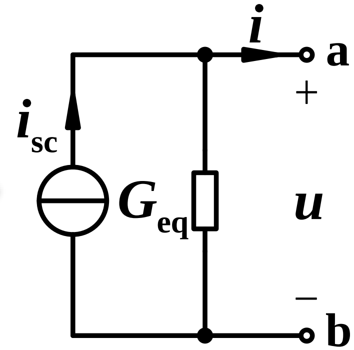
共同作用： $u=u'+u''=u_{oc}-R_{eq}i$

请思考： 如果端口处施加一个任意**电压源**，那又会是什么情况？？

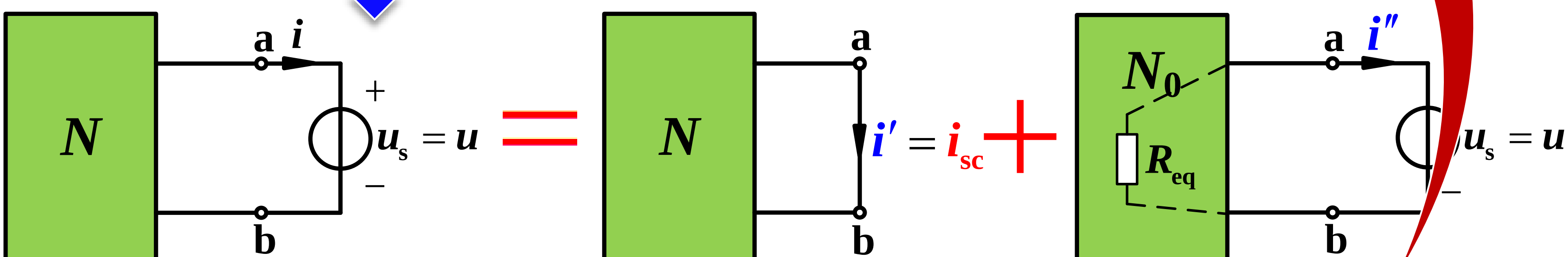
前面提到过的思考题



得证



$$i = i_{sc} - \frac{u}{R_{eq}}$$



二端网络的VAR与外电路无关

*N*内部所有独立电源单独作用 $i' = i_{sc}$

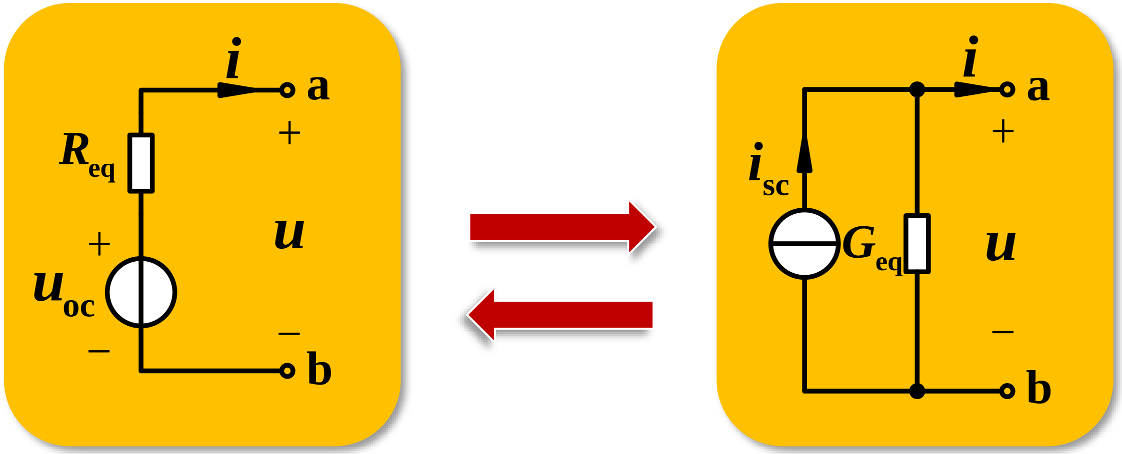
电压源单独作用 $i'' = -\dfrac{u}{R_{eq}}$

共同作用： $i = i' + i'' = i_{sc} - \dfrac{u}{R_{eq}}$

§ 4.2 等效电源定理—诺顿定理

诺顿等效电路可由戴维南等效电路经电源等效变换得到。

戴维南等效电路



诺顿等效电路

$$I_{sc}=\frac{U_{oc}}{R_{eq}} \qquad G_{eq}=\frac{1}{R_{eq}} \qquad U_{oc}=\frac{I_{sc}}{G_{eq}}$$

总结： 求等效电阻R_{eq}的方法

1）无受控源时，利用电阻等效变换(独立源置零)；

2）有受控源时，外加电源法(独立源置零)；

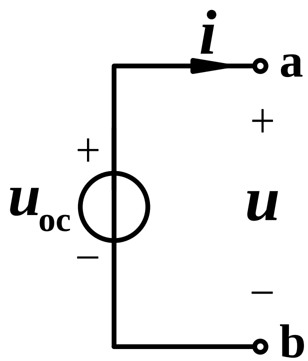
3）端口开路电压比短路电流(独立源不置零)。

$$R_{eq}=\frac{u_{oc}}{i_{sc}}$$

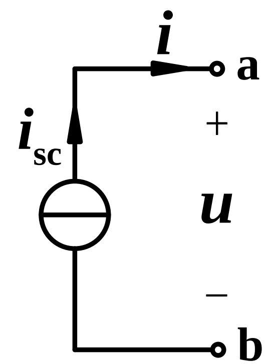
§ 4.2 等效电源定理

戴维南等效和诺顿等效的相互关系

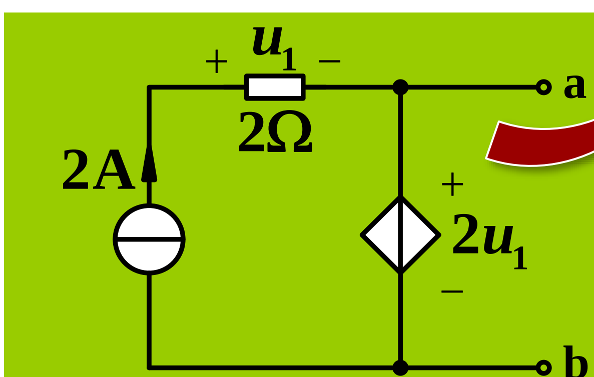
1）网络N_0的等效电阻R_{eq} =0Ω， 诺顿等效电路不存在；	2）网络N_0的等效电阻$R_{eq}\rightarrow\infty$， 戴维南等效电路不存在；

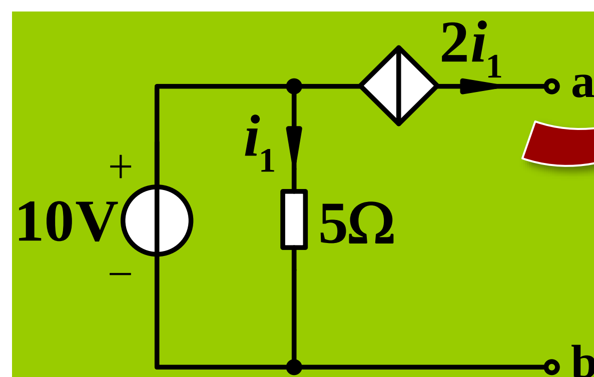


$R_{eq}=0\Omega$



$R_{eq}\rightarrow\infty$



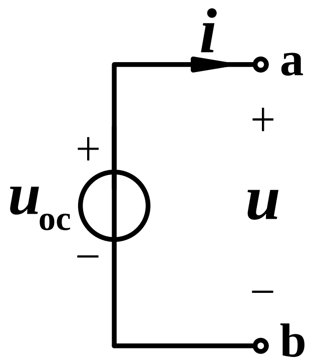


§4.2 等效电源定理

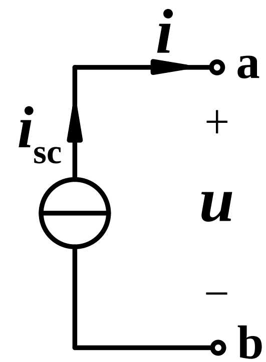
戴维南等效和诺顿等效的相互关系

1）网络N_0的等效电阻$R_{eq}=0\Omega$，诺顿等效电路不存在；

2）网络N_0的等效电阻$R_{eq}\to\infty$，戴维南等效电路不存在；

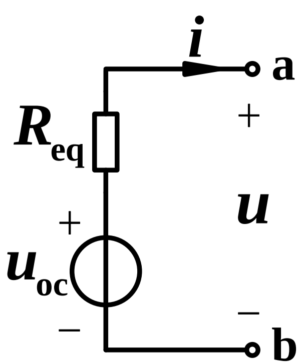


$R_{eq}=0\Omega$

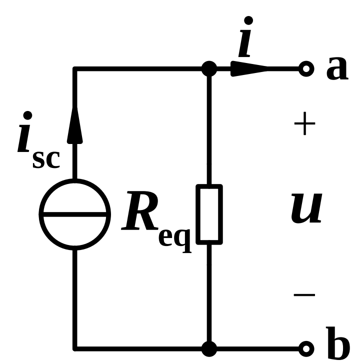


$R_{eq}\to\infty$

3）网络N_0的等效电阻$R_{eq}\neq\infty$，同时$R_{eq}\neq 0\Omega$。

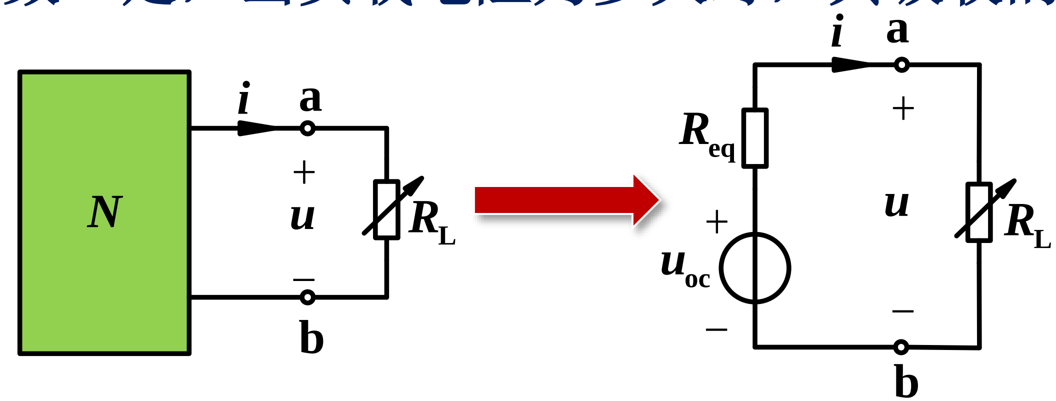


$$R_{eq}=\frac{u_{oc}}{i_{sc}}$$



三、最大功率传输

网络N参数一定，当负载电阻为多大时，其吸收的功率最大？

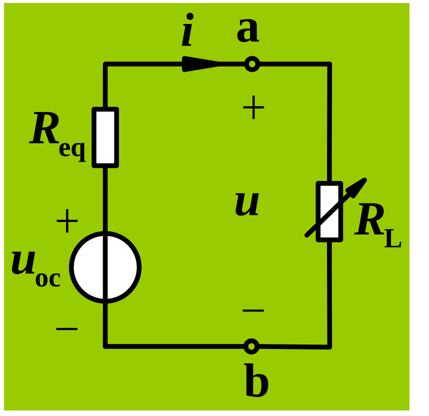


1）为了方便讨论，将二端网络N进行戴维南等效

负载吸收功率可表示为：

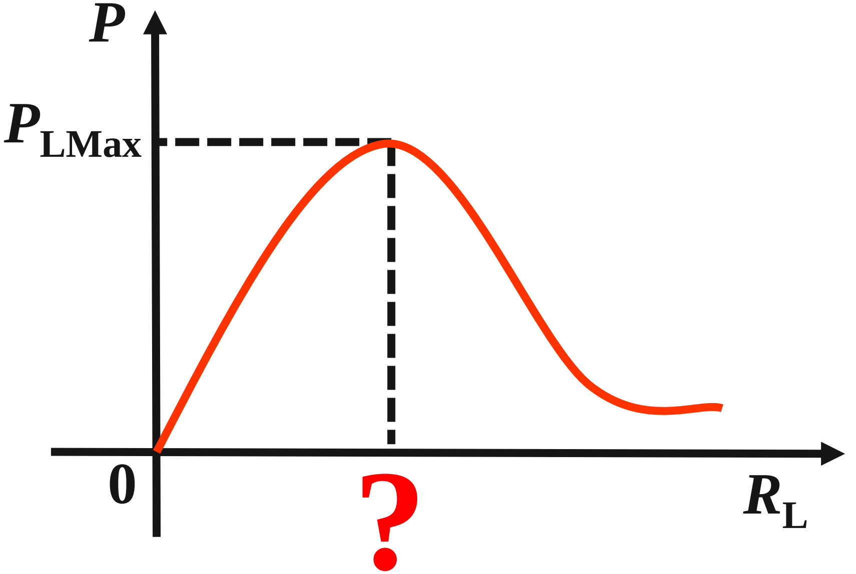
$$P_{\mathrm{L}} = i^2 R_{\mathrm{L}} = \left(\frac{u_{\mathrm{oc}}}{R_{\mathrm{eq}} + R_{\mathrm{L}}} \right)^2 R_{\mathrm{L}}$$

三、最大功率传输



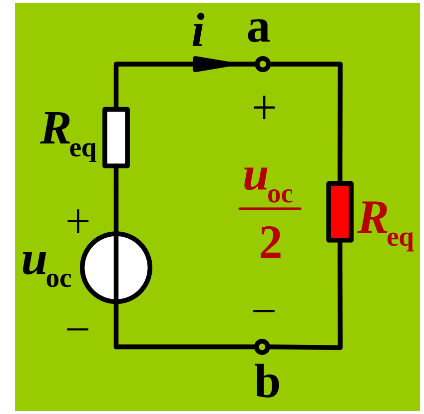
负载吸收功率： $P_L = i^2 R_L = \left(\dfrac{u_{oc}}{R_{eq} + R_L} \right)^2 R_L$

转换为数学极值点的求解问题



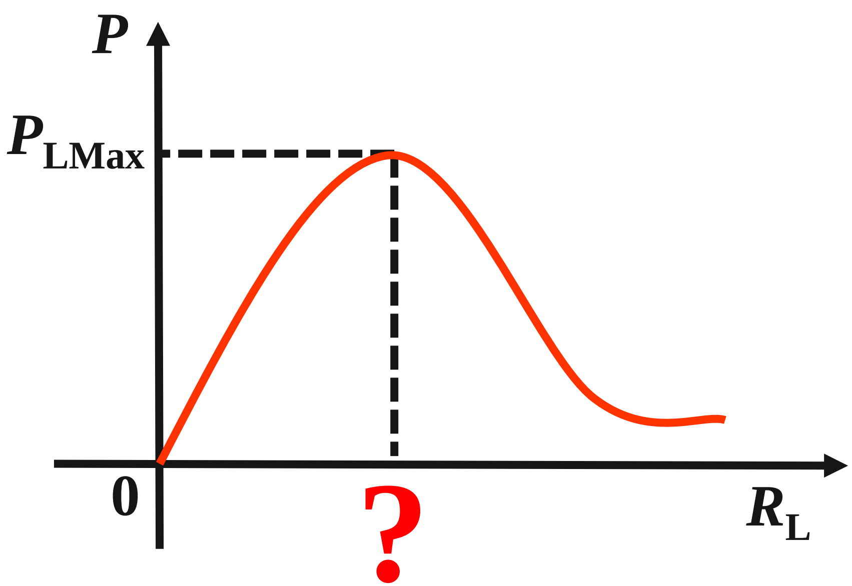
$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0$$

三、最大功率传输



负载吸收功率： $P_L = i^2 R_L = \left(\dfrac{u_{oc}}{R_{eq}+R_L}\right)^2 R_L$

转换为数学极值点的求解问题



$$\frac{dP_L}{dR_L} = u_{oc}^2 \frac{(R_{eq}+R_L)-2R_L}{(R_{eq}+R_L)^3} = 0$$

获得最大功率的条件：

$$\boxed{R_L = R_{eq}}$$

最大功率：

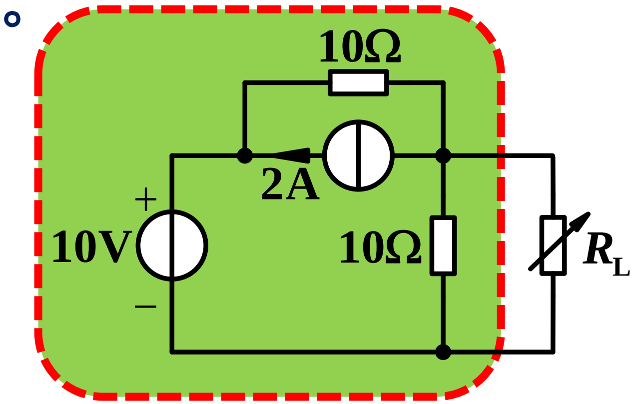
$$P_{LMax} = i^2 R_L = i^2 R_{eq}$$

$$= \left(\frac{u_{oc}}{R_{eq}+R_{eq}}\right)^2 R_{eq} \boxed{= \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}}}$$

传输效率：

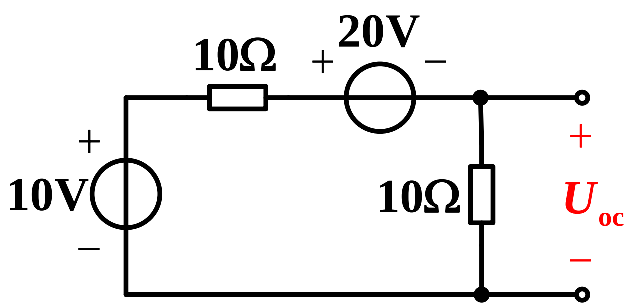
$$\eta = \frac{P_{LMax}}{P_s} = \frac{i^2 R_{eq}}{2i^2 R_{eq}} = 50\%$$

【例】电路如图所示，试求负载电阻为多大时能够获得最大功率，并求该最大功率值。



解:

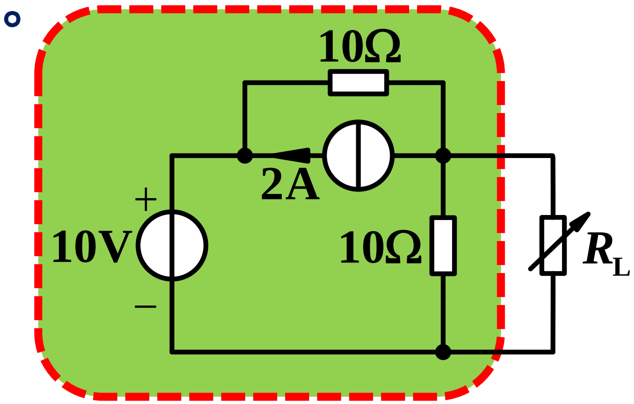
1）求开路电压



$$-10+10\cdot\frac{U_{oc}}{10}+U_{oc}+20=0$$

$$U_{oc}=-5\text{V}$$

【例】电路如图所示，试求负载电阻为多大时能够获得最大功率，并求该最大功率值。

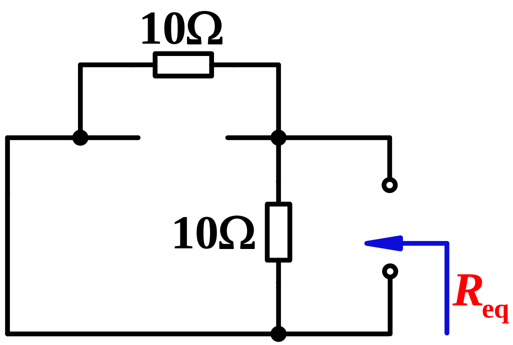


解:

1）求开路电压

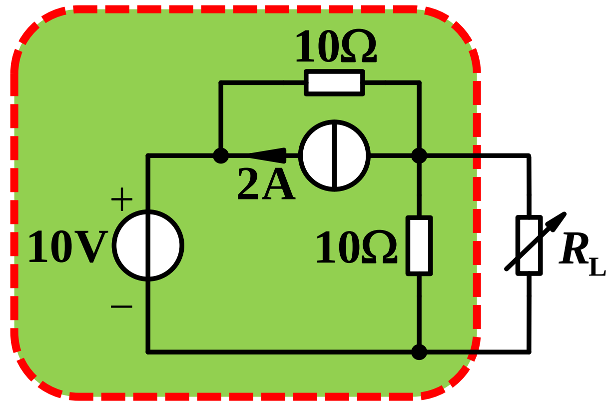
$$U_{oc} = -5V$$

2）求等效电阻



$$R_{eq} = \frac{10\times10}{10+10} = 5\Omega$$

【例】电路如图所示，试求负载电阻为多大时能够获得最大功率，并求该最大功率值。



解:

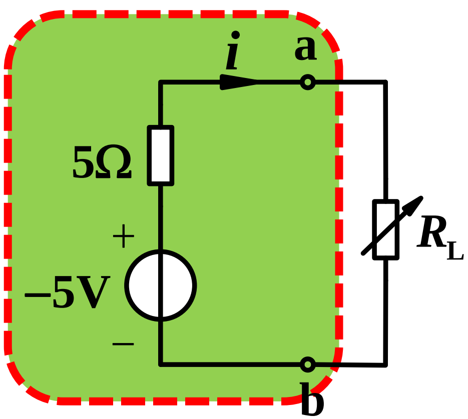
1）求开路电压

$$U_{oc} = -5\text{V}$$

2）求等效电阻

$$R_{eq} = \frac{10\times10}{10+10} = 5\Omega$$

3）等效电路



4）求最大传输功率

当负载电阻 $R_L = R_{eq} = 5\Omega$ 时，

负载获得最大功率，

此功率为：$P_{LMax} = \dfrac{u_{oc}^2}{4R_{eq}} = \dfrac{(-5)^2}{4\times5} = 1.25\text{W}$

电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

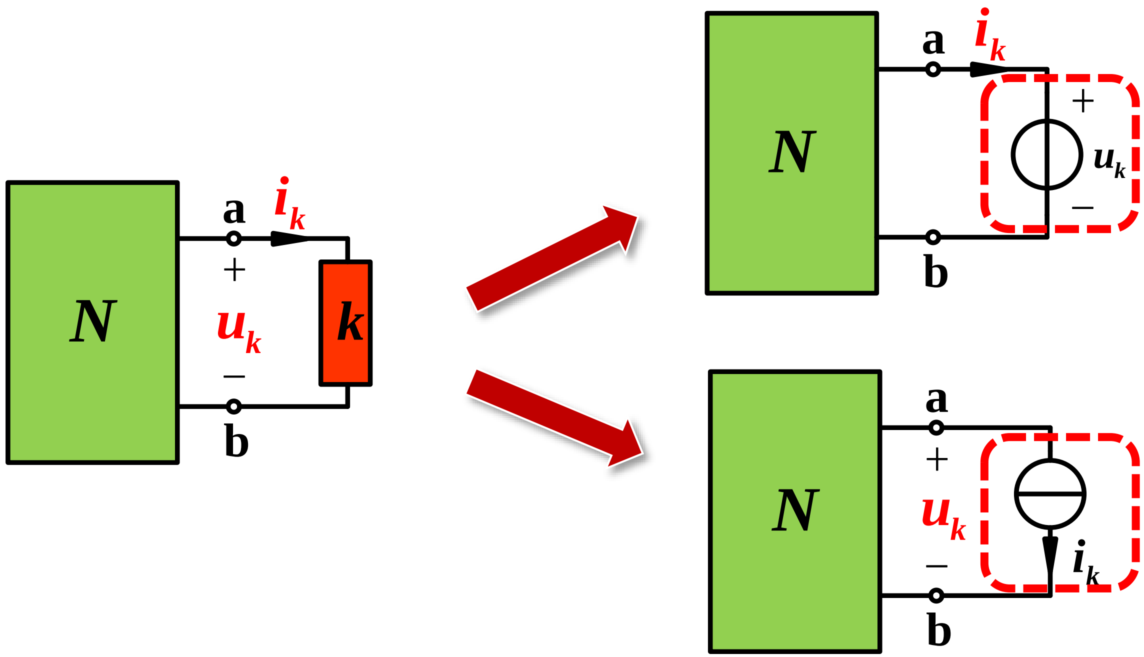
第四章　电路定理

§4.3 替代定理

§ 4.3 替代定理

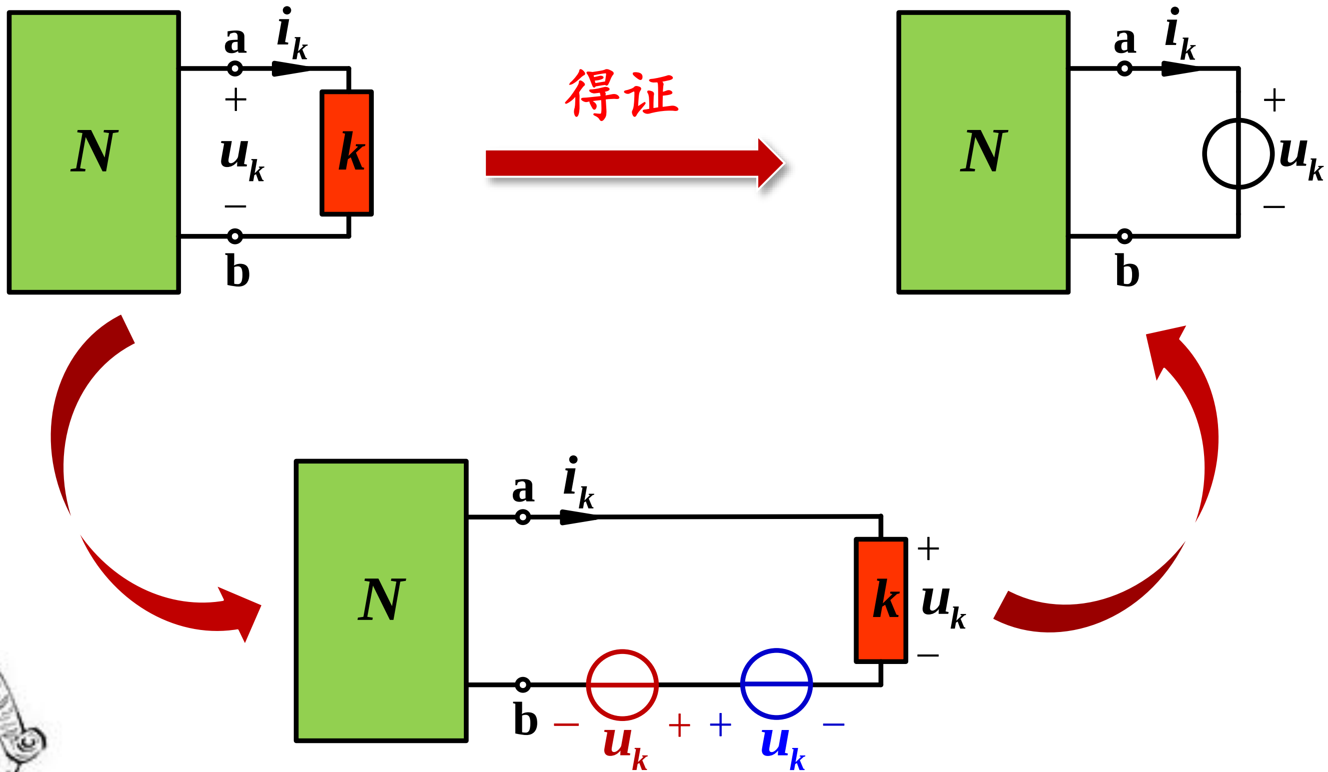
一、替代定理（ Substitution Theorem）

对于给定的任意一个电路（线性电路或非线性电路），若已知第 k条支路的电压u_k （或电流 i_k），且该支路与其它支路无耦合，则该支路可用一个电压为 u_k的电压源（或一个电流为 i_k的电流源）替代，而不影响电路中其他部分的工作状态（替代后电路仍具有惟一解）。



§ 4.3 替代定理

1. 定理证明



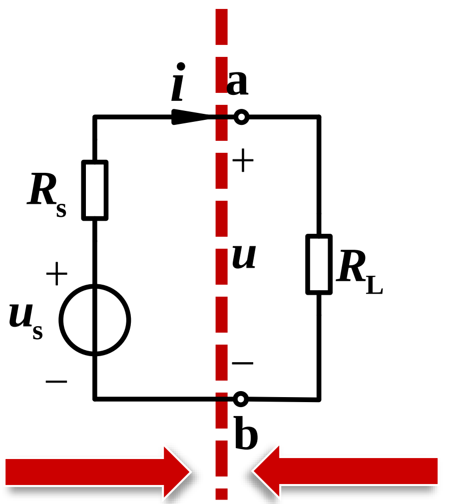
请思考： 如果用**电流源**替代，该如何证明呢？？

§ 4.3 替代定理

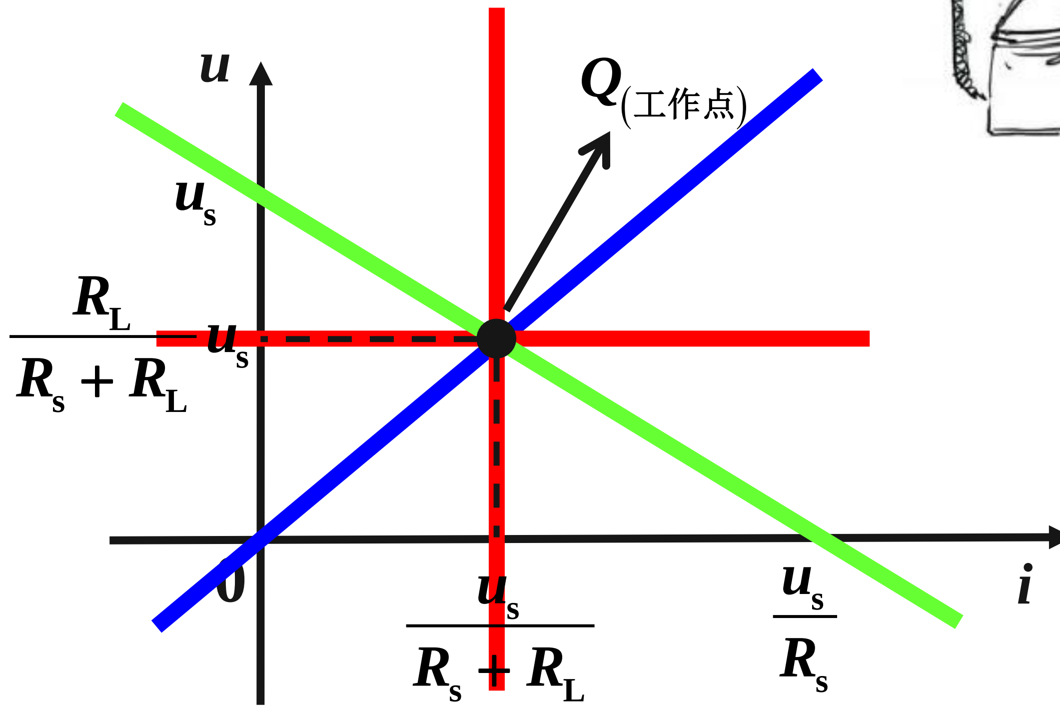
“替代”和“等效”

是怎样一种关系呢 ？ 弹幕

2. 替代定理的本质



$u=u_s-R_s i$　　　$u=R_L i$

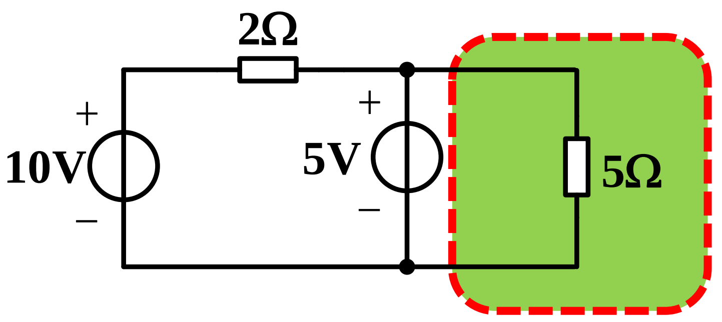


替代定理的本质：

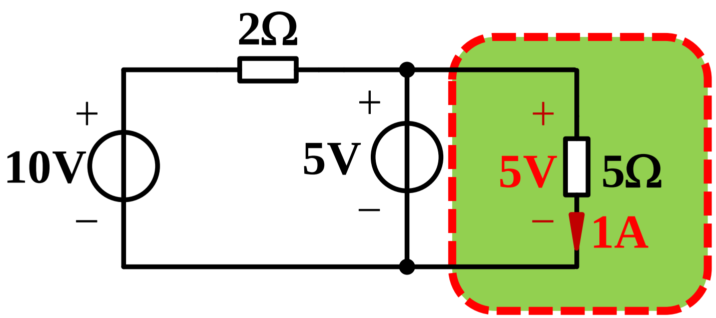
替代前后，电路的工作点保持不变。

还有其他的替代可能性吗？

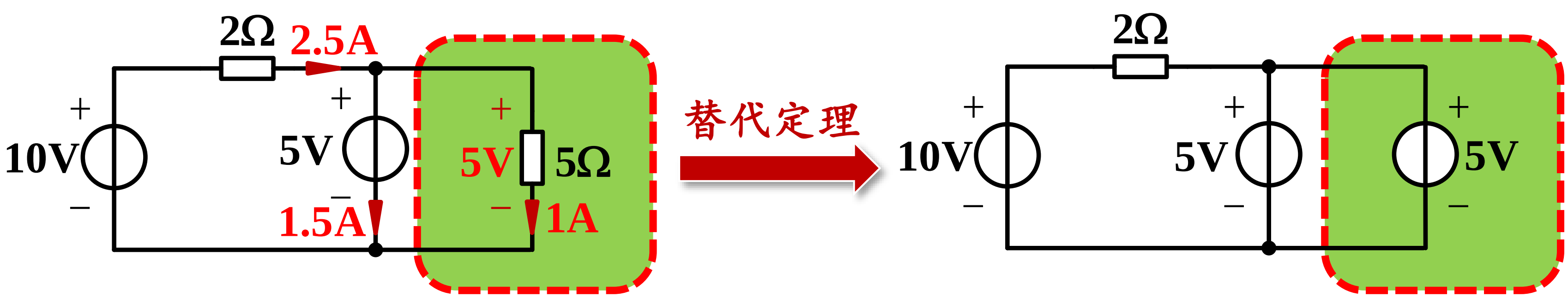
3. 对“电路惟一解”的认识



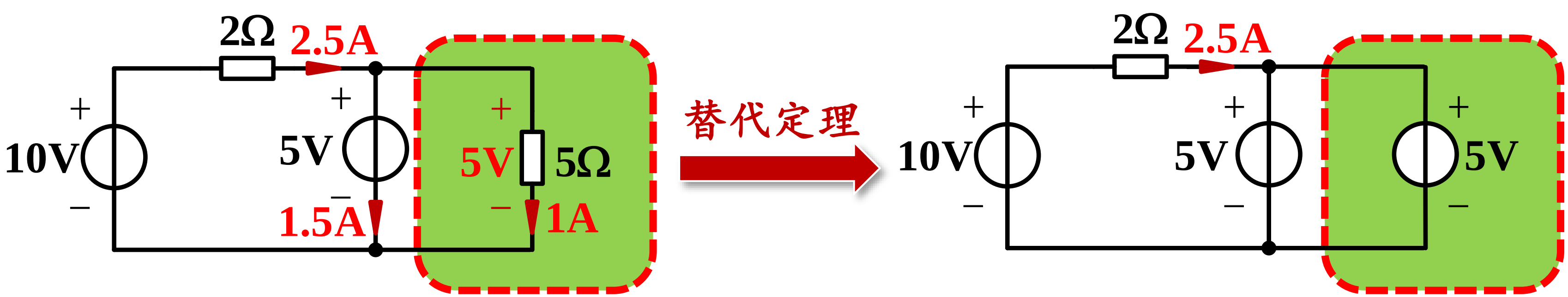
3. 对“电路惟一解”的认识



3. 对“电路惟一解”的认识

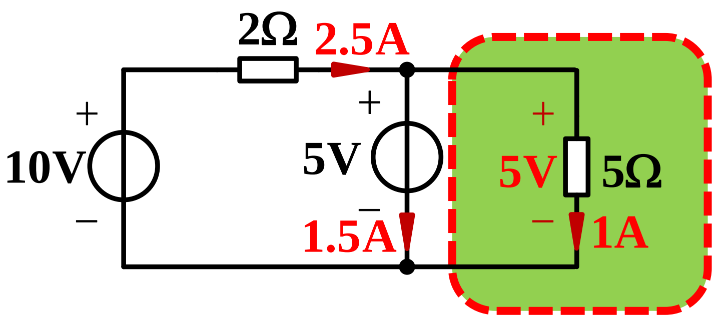


3. 对“电路惟一解”的认识

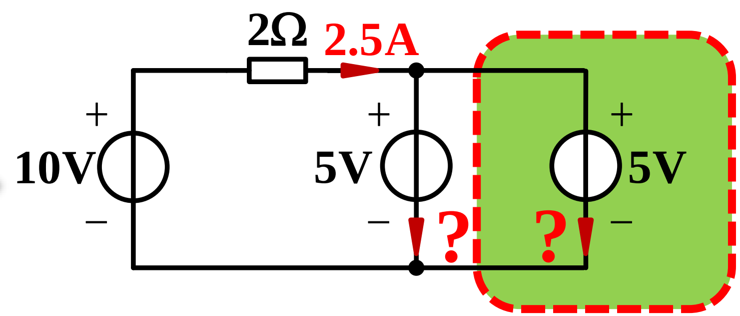


§ 4.3 替代定理

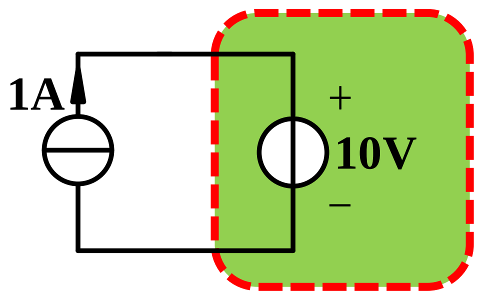
3. 对“电路惟一解”的认识



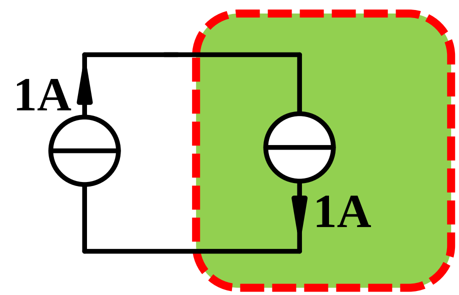
替代定理



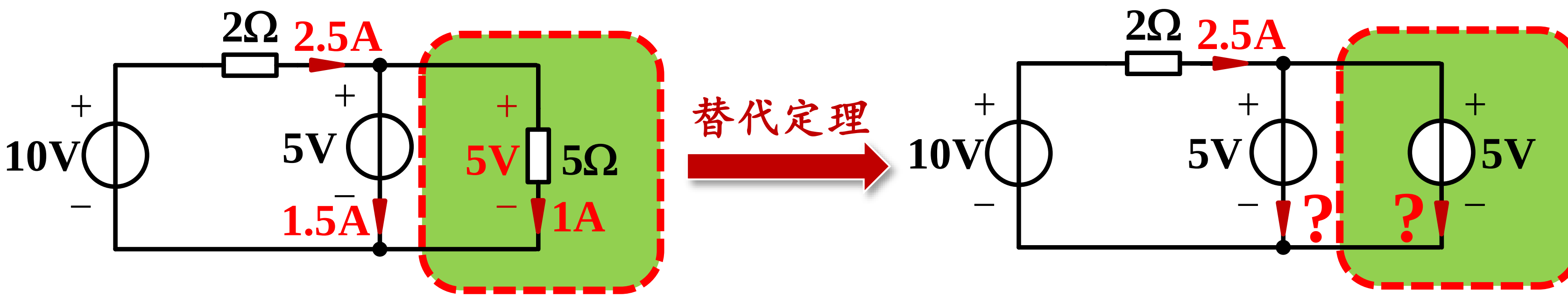
替代后的电路不存在惟一解



替代定理



3. 对“电路惟一解”的认识



替代后的电路不存在惟一解

注意：替代前后，电路的解应该保持**“惟一性”**。

§ 4.3 替代定理

【例】求图示电路中各个支路的电压和电流。

解：

$$(0.5+0.5+1)U_A=\frac{32}{2}+\frac{8}{2}$$

$$U_A=10V$$

$$I_1=\frac{32-10}{2}=11A$$

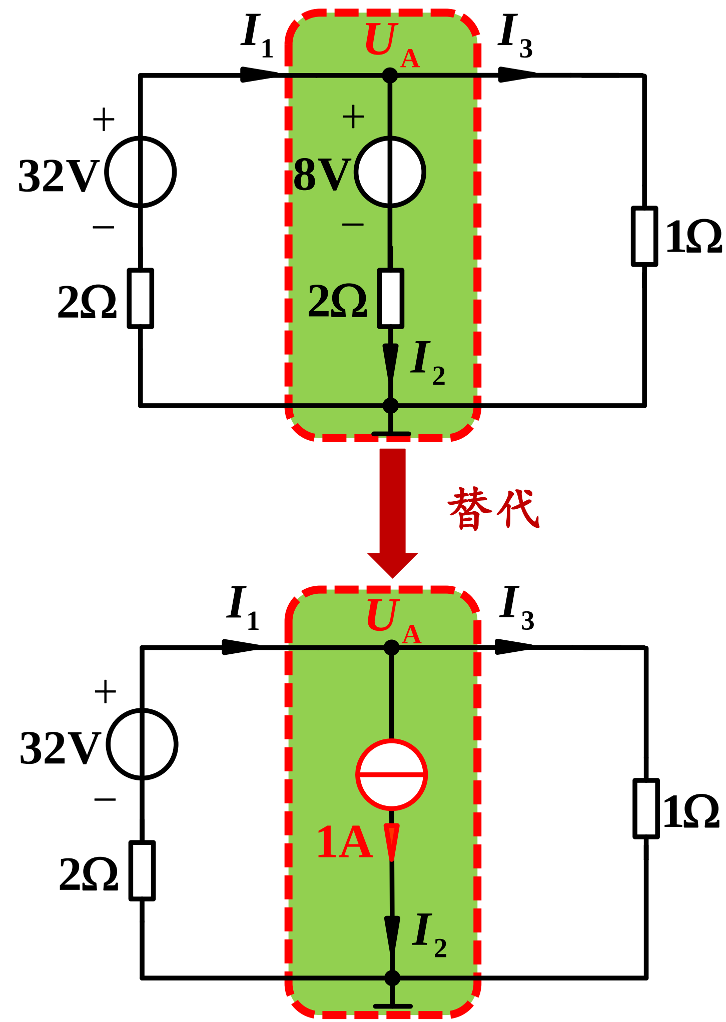
$$I_2=\frac{10-8}{2}=1A \qquad I_3=\frac{10}{1}=10A$$

将支路2用1A电流源替代

$$(0.5+1)U_A=\frac{32}{2}-1 \qquad U_A=10V$$

$$I_1=\frac{32-10}{2}=11A$$

$$I_3=\frac{10}{1}=10A$$



电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

第四章　电路定理

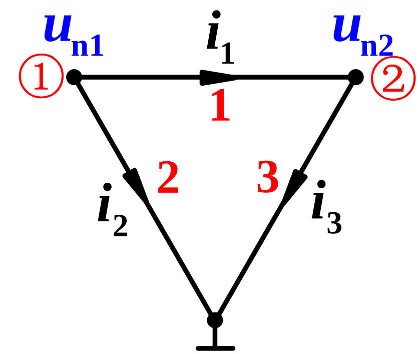
§4.4　特勒根定理

§ 4.4 特勒根定理

1. 问题引入

1）将支路电压用节点电压表示

$$\begin{cases} u_1 = u_{n1} - u_{n2} \\ u_2 = u_{n1} \\ u_3 = u_{n2} \end{cases}$$



2）对节点1和2列写KCL方程

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = 0 \\ i_1 - i_3 = 0 \end{cases}$$

即：$\boxed{\sum_{k=1}^{3} u_k i_k = 0}$

功率守恒

3）对应支路的电压、电流相乘并相加

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 = u_{n1} i_2 + u_{n2} i_3 + (u_{n1} - u_{n2}) i_1$$

$$= u_{n1}(i_1 + i_2) + u_{n2}(i_3 - i_1)$$

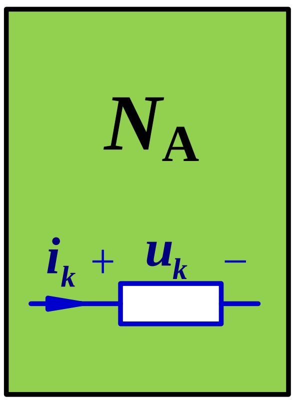
$$= 0$$

2. 特勒根定理（Tellegen's Theorem）

特勒根(Tellegen)
荷兰学者
（1952年提出）

特勒根第一定理：

任一具有b条支路、n个节点的集中参数电路，假设各支路电压和电流取**关联参考方向**，则电路中各支路电压和对应支路电流乘积的**代数和等于零**。



功率守恒

$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0$$

§ 4.4 特勒根定理

2. 特勒根定理（Tellegen's Theorem）

特勒根第二定理：

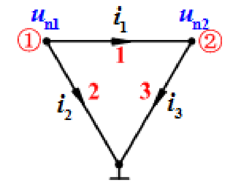
两个**拓扑完全相同**的集中参数

路电压和电流取**关联参考方向**，则

1. 问题引入

1）将支路电压用节点电压表示

$$\begin{cases} u_1 = u_{n1} - u_{n2} \\ u_2 = u_{n1} \\ u_3 = u_{n2} \end{cases}$$



2）对节点1和2列写KCL方程

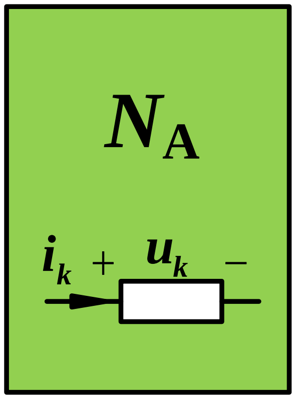
$$\begin{cases} i_1 + i_2 = 0 \\ i_1 - i_3 = 0 \end{cases}$$

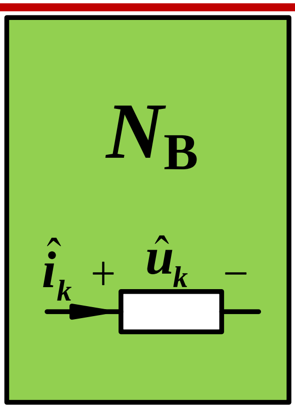
即：$\boxed{\sum_{k=1}^{3} u_k i_k = 0}$

功率守恒

3）对应支路的电压、电流相乘并相加

$$\begin{aligned} u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 &= u_{n1} i_2 + u_{n2} i_3 + (u_{n1} - u_{n2}) i_1 \\ &= u_{n1}(i_1 + i_2) + u_{n2}(i_3 - i_1) \\ &= 0 \end{aligned}$$





“似功率守恒”

$$\boxed{\sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k = 0} \Longleftrightarrow \boxed{\sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = 0}$$

3. 定理应用

【例】N_R为无源线性电阻网络，已知u_s=10V， i_s=0A时，i_2=2A，试求当 u_s=0，i_s=5A时的电压u_1。