电路理论

Principles of Electric Circuits

第十二章 非正弦周期信号线性电路的稳态分析

§12.2 谐波分析法

§ 12.2 谐波分析法

谐波分析法解题思路： 傅里叶变换 + 叠加定理

（1）利用傅立叶级数，将非正弦周期函数展开成若干种频率的谐波信号的代数和； 傅里叶变换

（2）利用正弦交流电路的分析方法，画各次谐波信号分别单独作用时对应的电路，应用相量法计算响应；

（**注意**：各谐波对应的交流电路中X_L、X_C不同，对直流而言，C 相当于开路，L相于短路。）

$$X_L = k\omega L \qquad X_C = -\frac{1}{k\omega C}$$

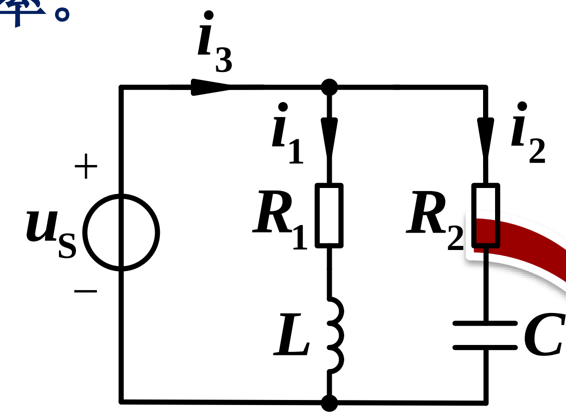
（3）将各个响应的计算结果转换为瞬时值后再进行叠加。 叠加定理

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)\text{ V}$

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。

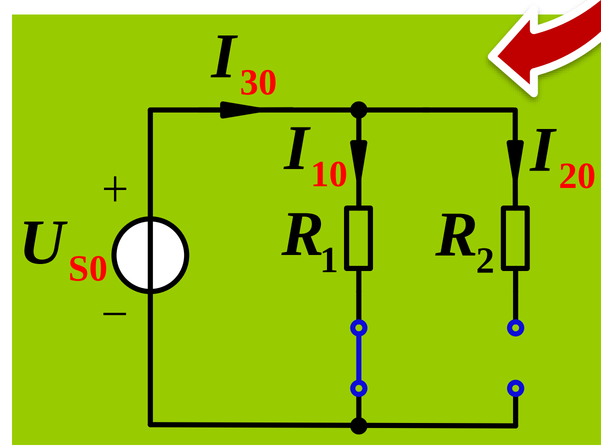


解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（1）直流分量单独作用

$$I_{10}=\frac{U_{S0}}{R_1}=\frac{10}{5}=2\text{ A}$$

$$I_{30}=I_{10}=2\text{ A}\qquad I_{20}=0\text{ A}$$

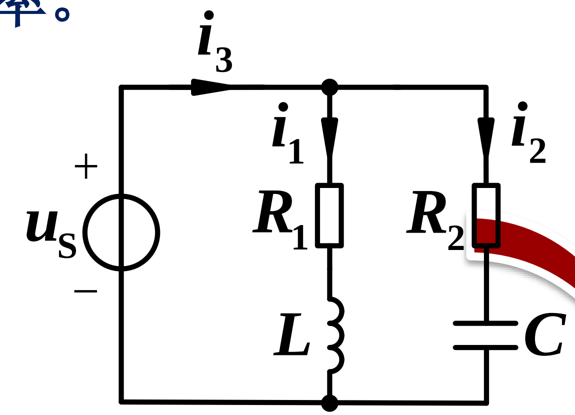


§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t) = 10 + 141.4\sin\omega t + 70.7\sin\left(3\omega t + 30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L = 2\Omega$，$1/\omega C = 15\Omega$，$R_1 = 5\Omega$，$R_2 = 10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

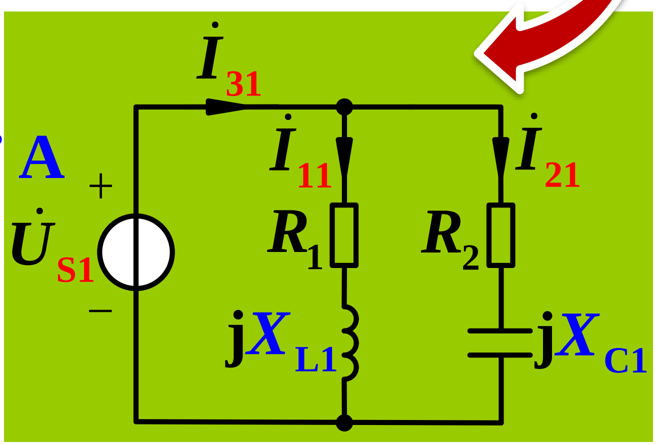
（2）基波单独作用

$$\dot{U}_{S1} = \frac{141.4\angle 0^\circ}{\sqrt{2}} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{U}_{S1}}{R_1 + jX_{L1}} = \frac{100\angle 0^\circ}{5 + j2} = 18.57\angle -21.8^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{21} = \frac{\dot{U}_{S1}}{R_2 + jX_{C1}} = \frac{100\angle 0^\circ}{10 - j15} = 5.55\angle 56.31^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{31} = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{21} = 20.45\angle -6.4^\circ \text{ A}$$

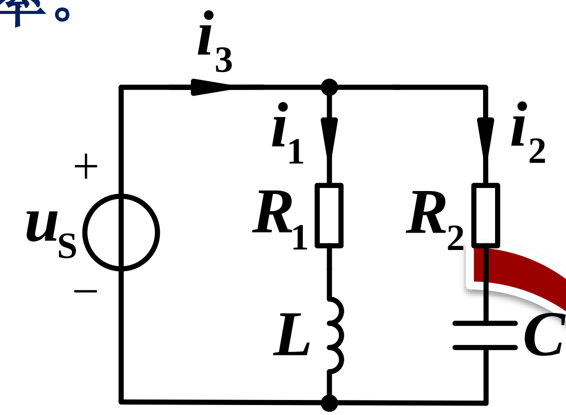


§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

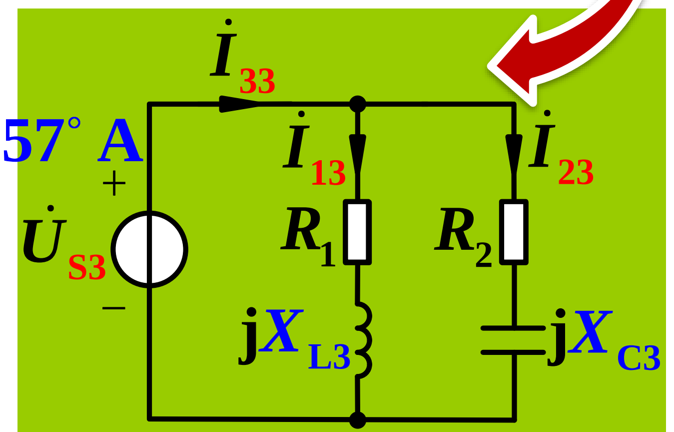
（3）3次谐波单独作用

$$\dot{U}_{S3}=\frac{70.7\angle 30^\circ}{\sqrt{2}}=50\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{13}=\frac{\dot{U}_{S3}}{R_1+\text{j}X_{L3}}=\frac{50\angle 30^\circ}{5+\text{j}2\times 3}=6.4\angle -20.19^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{23}=\frac{\dot{U}_{S3}}{R_2+\text{j}X_{C3}}=\frac{50\angle 30^\circ}{10-\text{j}15/3}=4.47\angle 56.57^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{33}=\dot{I}_{13}+\dot{I}_{23}=8.6\angle 10.19^\circ \text{ A}$$



§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)\text{ V}$

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。

解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（4）各谐波分量瞬时值叠加

$$I_{10}=2\text{ A}\quad I_{20}=0\text{ A}\quad I_{30}=2\text{ A}$$

$$\dot I_{11}=18.57\angle-21.8^\circ\text{ A}\quad \dot I_{21}=5.55\angle56.31^\circ\text{ A}\quad \dot I_{31}=20.45\angle-6.4^\circ\text{ A}$$

$$\dot I_{13}=6.4\angle-20.19^\circ\text{ A}\quad \dot I_{23}=4.47\angle56.57^\circ\text{ A}\quad \dot I_{33}=8.6\angle10.19^\circ\text{ A}$$

各支路电流的时域形式：

$$i_1(t)=2+18.57\sqrt{2}\sin\left(\omega t-21.8^\circ\right)+6.4\sqrt{2}\sin\left(3\omega t-20.19^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_2(t)=5.55\sqrt{2}\sin\left(\omega t+56.31^\circ\right)+4.47\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+56.67^\circ\right)\text{ A}$$

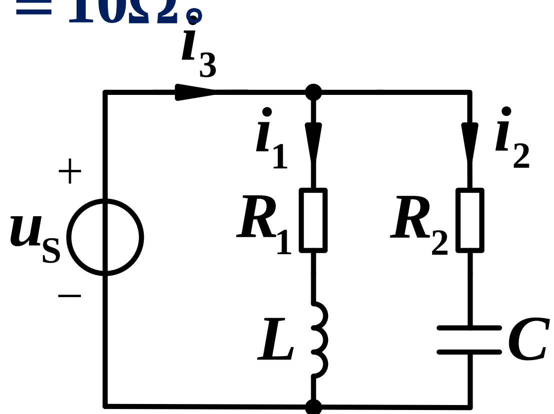
$$i_3(t)=2+20.45\sqrt{2}\sin\left(\omega t-6.4^\circ\right)+8.6\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+10.19^\circ\right)\text{ A}$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（4）各谐波分量瞬时值叠加

各支路电流的时域形式：

$$i_1(t)=2+18.57\sqrt{2}\sin\left(\omega t-21.8^\circ\right)+6.4\sqrt{2}\sin\left(3\omega t-20.19^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_2(t)=5.55\sqrt{2}\sin\left(\omega t+56.31^\circ\right)+4.47\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+56.67^\circ\right)\text{ A}$$

$$i_3(t)=2+20.45\sqrt{2}\sin\left(\omega t-6.4^\circ\right)+8.6\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+10.19^\circ\right)\text{ A}$$

感性支路吸收的功率：

$$P_1=U_{10}I_{10}+U_{S1}I_{11}\cos\theta_1+U_{S3}I_{13}\cos\theta_3$$

$$=10\times2+100\times18.57\cos21.8^\circ+50\times6.4\cos\left(30^\circ+20.19^\circ\right)$$

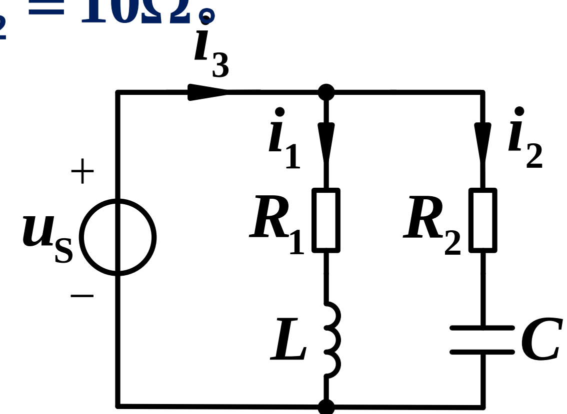
$$=20+1724+205=1949\text{ W}$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u_S(t)=10+141.4\sin\omega t+70.7\sin\left(3\omega t+30^\circ\right)$ V

且已知 $\omega L=2\Omega$，$1/\omega C=15\Omega$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$。

求各支路电流以及感性支路吸收的平均功率。



解：题目中电压源电压为展开后的傅立叶级数

（4）各谐波分量瞬时值叠加

各支路电流的时域形式：

$$i_1(t)=2+18.57\sqrt{2}\sin\left(\omega t-21.8^\circ\right)+6.4\sqrt{2}\sin\left(3\omega t-20.19^\circ\right)\ \text{A}$$

$$i_2(t)=5.55\sqrt{2}\sin\left(\omega t+56.31^\circ\right)+4.47\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+56.67^\circ\right)\ \text{A}$$

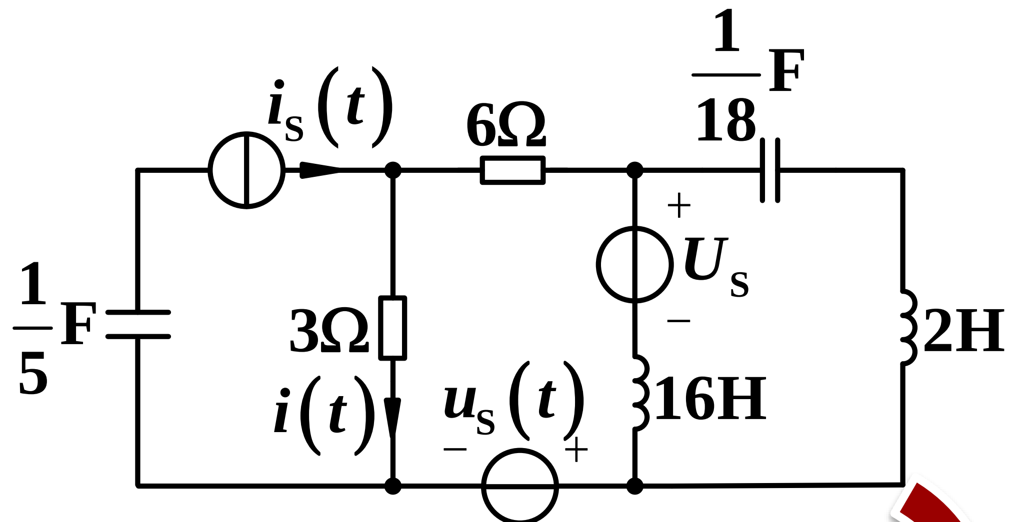
$$i_3(t)=2+20.45\sqrt{2}\sin\left(\omega t-6.4^\circ\right)+8.6\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+10.19^\circ\right)\ \text{A}$$

感性支路吸收的功率：

或者：$P_1=R_1I_1^2=R_1\left(I_{10}^2+I_{11}^2+I_{13}^2\right)$

$$=5\times\left(2^2+18.57^2+6.4^2\right)=5\times389.8=1949\ \text{W}$$

【例】如图所示稳态电路中，$U_S = 9\text{ V}$，$u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)\text{ V}$，
$i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\text{ A}$。
求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。

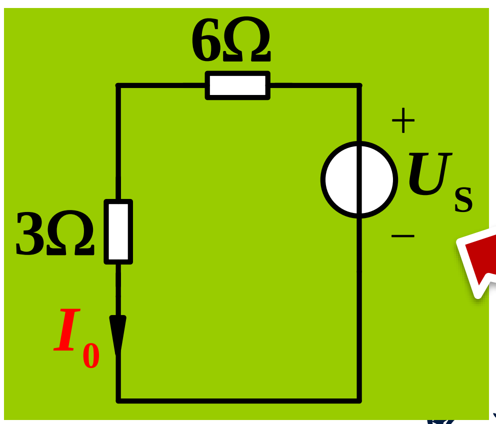


解：

（1）直流电压源单独作用

$$I_0 = \frac{U_S}{3+6} = \frac{9}{3+6} = 1\text{A}$$

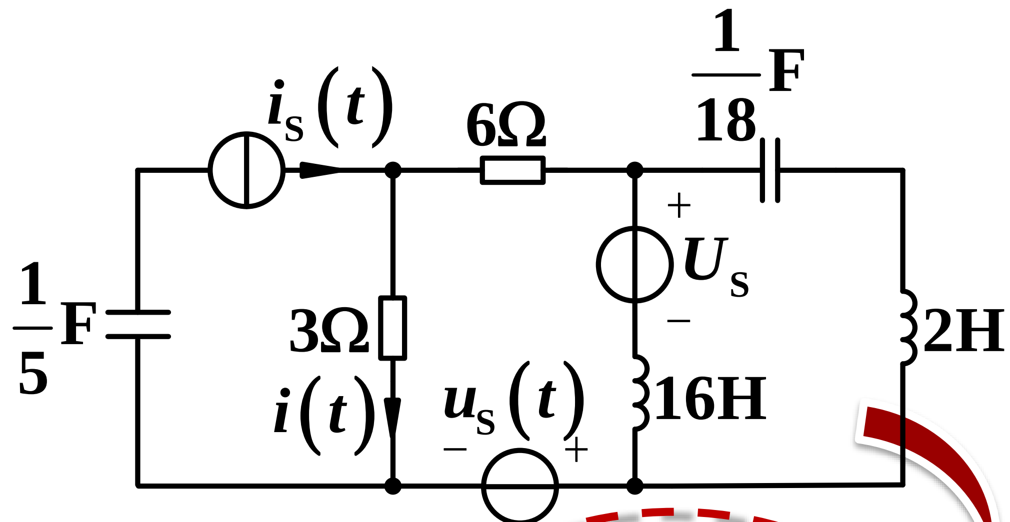
$$P_0 = 3 \times 1^2 = 3\text{W}$$



§ 12.2 谐波分析法

【例】如图所示稳态电路中，$U_S = 9\ \text{V}$, $u_S(t) = 5\sqrt{2}\sin(t + 90^\circ)\ \text{V}$, $i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\ \text{A}$。

求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。



解：

（1）直流电压源单独作用

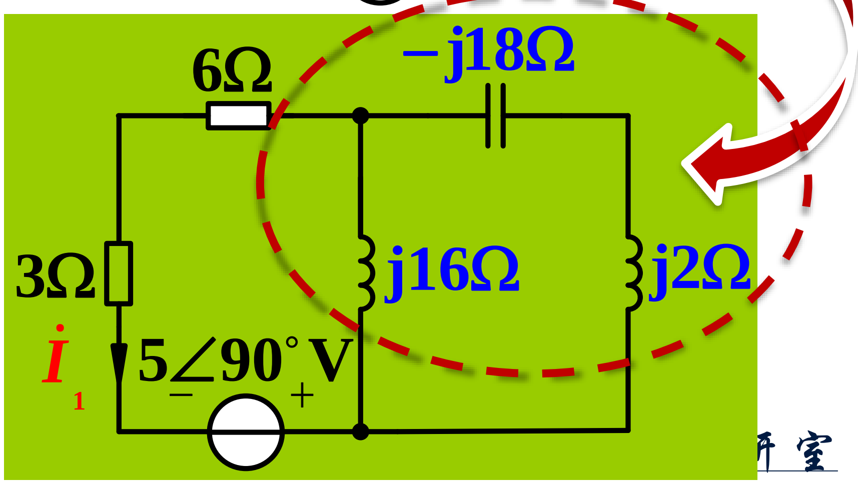
$$I_0 = \frac{U_S}{3+6} = \frac{9}{3+6} = 1\text{A}$$

$$P_0 = 3 \times 1^2 = 3\text{W}$$

（2）基波电压源单独作用

电路发生并联谐振

$\dot{I}_1 = 0 \qquad P_1 = 0$



§ 12.2 谐波分析法

【例】如图所示稳态电路中，$U_S = 9\text{ V}$, $u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)\text{ V}$,
$i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\text{ A}$。

求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。

解：

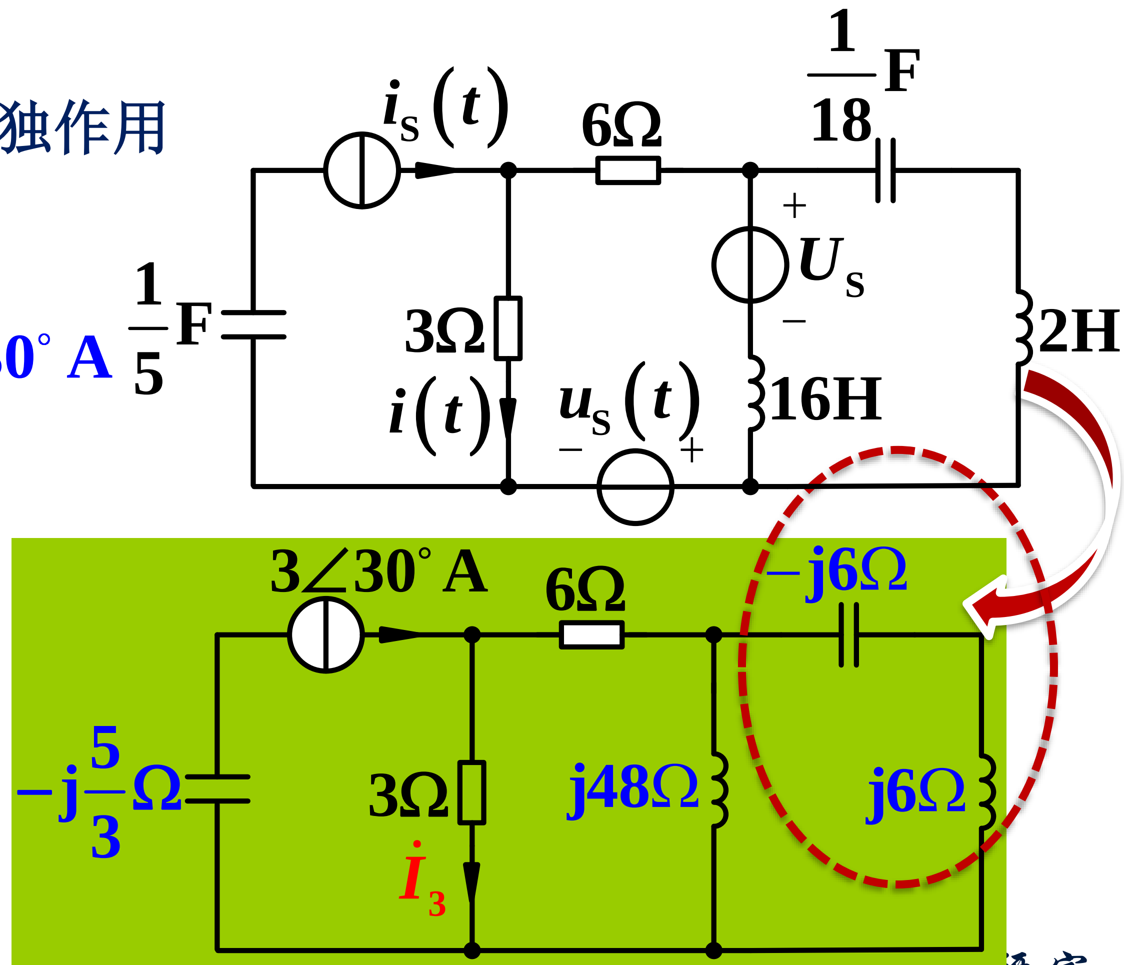
（3）3次谐波电流源单独作用

电路发生串联谐振

$$\dot{I}_3 = \frac{6}{3+6} \times 3\angle 30^\circ = 2\angle 30^\circ\text{ A}$$

$$i_3(t) = 2\sqrt{2}(3t + 30^\circ)\text{ A}$$

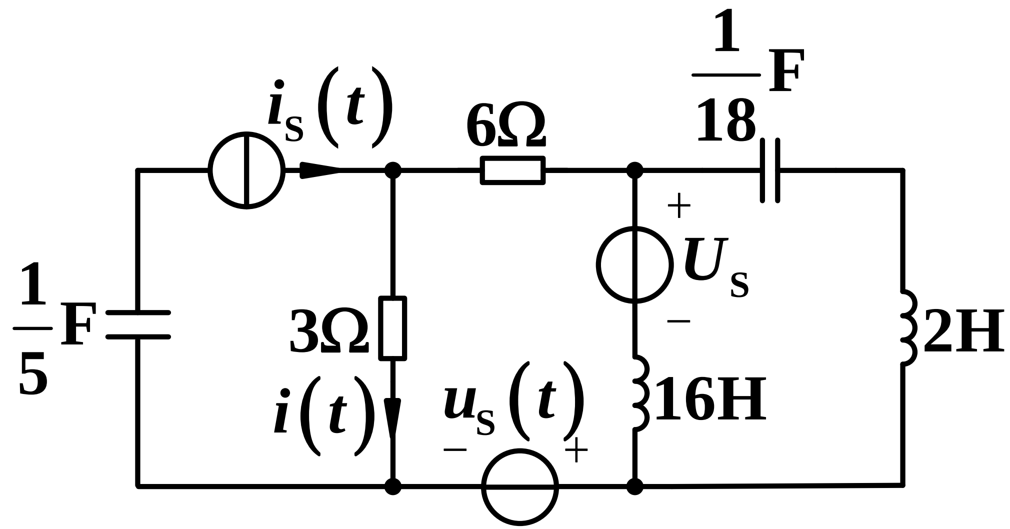
$$P_3 = 3 \times 2^2 = 12\text{ W}$$



§ 12.2 谐波分析法

【例】 如图所示稳态电路中，$U_S = 9\text{ V}$，$u_S(t) = 5\sin(t + 90^\circ)\text{ V}$，$i_S(t) = 3\sqrt{2}\sin(3t + 30^\circ)\text{ A}$。

求（1）电流$i(t)$及其有效值；（2）3Ω电阻消耗的功率P。



解：

（1）直流电压源单独作用

$$I_0 = \frac{U_S}{3+6} = \frac{9}{3+6} = 1\text{A}$$

$$P_0 = 3\times 1^2 = 3\text{W}$$

（2）基波电压源单独作用

$$\dot{I}_1 = 0 \qquad P_1 = 0$$

（3） 3次谐波电流源单独作用

$$\dot{I}_3 = 2\angle 30^\circ\text{ A}$$

$$i_3(t) = 2\sqrt{2}(3t + 30^\circ)\text{A}$$

$$P_3 = 3\times 2^2 = 12\text{W}$$

则：$i(t) = I_0 + i_1(t) + i_3(t)$

$$= 1 + 2\sqrt{2}(3t + 30^\circ)\text{A}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{1+2^2} = 2.24\text{A}$$

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = 3+12 = 15\text{W}$$

§ 12.2 谐波分析法

谐波分析法不就是叠加定理的应用吗？

★分析非正弦周期信号电路时的注意事项：

（1）与叠加定理类似，又不尽相同；

（2）电感和电容的电抗随频率的变化而变化，对于不同的谐波分量；呈现的阻抗大小不同，且性质也不相同；

典型工程应用：滤波器

（3）不同频率的谐波分量相加时，不能采用相量相加，只能在时域中按瞬时值形式叠加。

【例】电压源电压为 $u = 30 + 120\sin 1000t + 60\sin\left(2000t + 45^\circ\right)$ V

且已知 $L_1 = 40\text{mH}, L_2 = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 25\mu\text{F}$,

求电路中各表读数。

解:

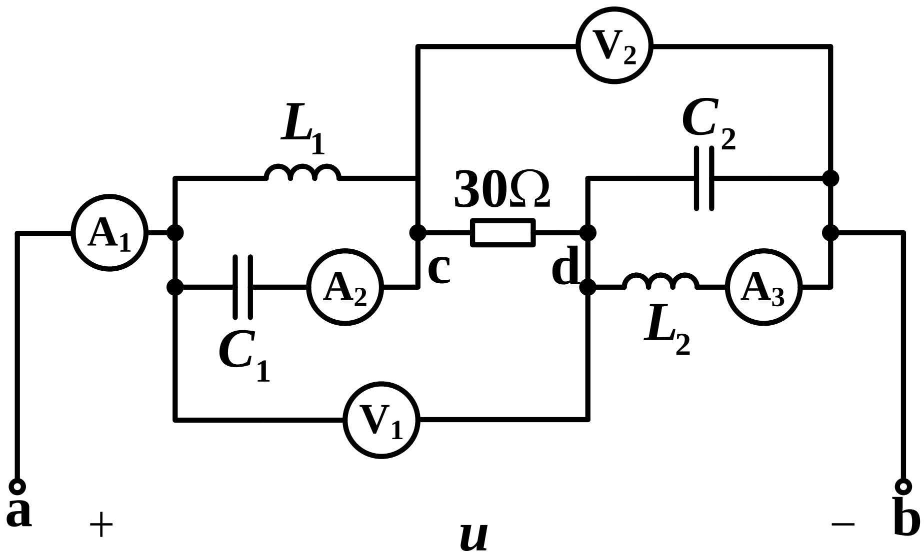
（1）直流分量单独作用

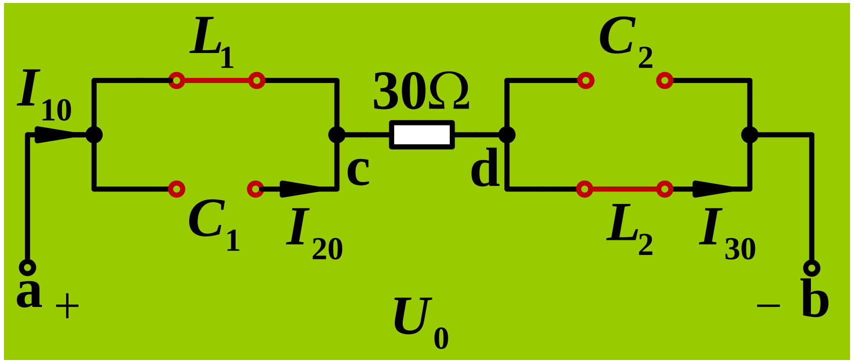
$U_0 = 30\text{V}$

$I_{10} = I_{30} = U_0/R = 30/30 = 1\text{A}$

$I_{20} = 0\text{A}$

$U_{ad0} = U_{cb0} = U_0 = 30\text{V}$





【例】电压源电压为 $u = 30 + 120\sqrt{2}\sin 1000t + 60\sqrt{2}\sin\left(2000t + 45^\circ\right)$ V

且已知 $L_1 = 40\text{mH}, L_2 = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 25\mu\text{F}$，

求电路中各表读数。

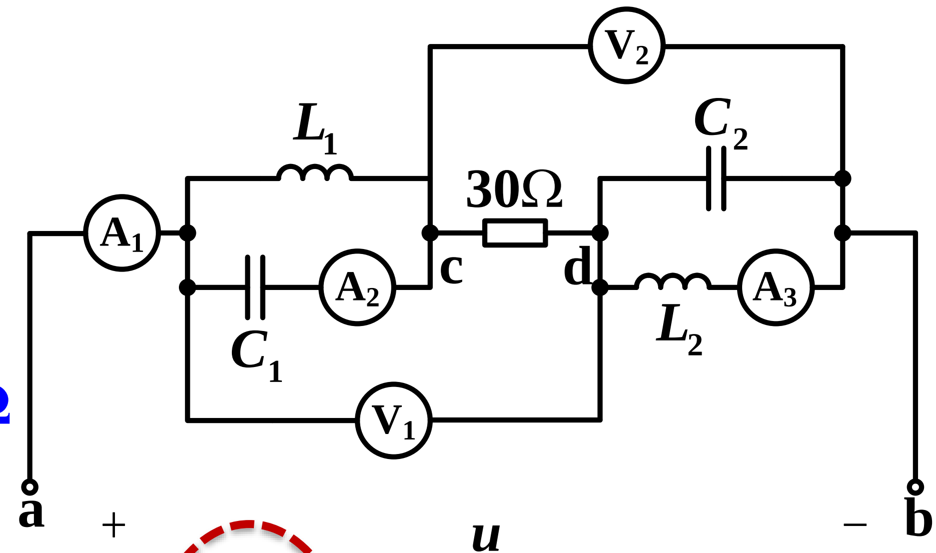
解：

（2）基波单独作用

$$\omega L_1 = 1000 \times 40 \times 10^{-3} = 40\Omega$$

$$\omega L_2 = 1000 \times 10 \times 10^{-3} = 10\Omega$$

$$\frac{-1}{\omega C_1} = \frac{-1}{\omega C_2} = \frac{-1}{1000 \times 25 \times 10^{-6}} = -40\Omega$$



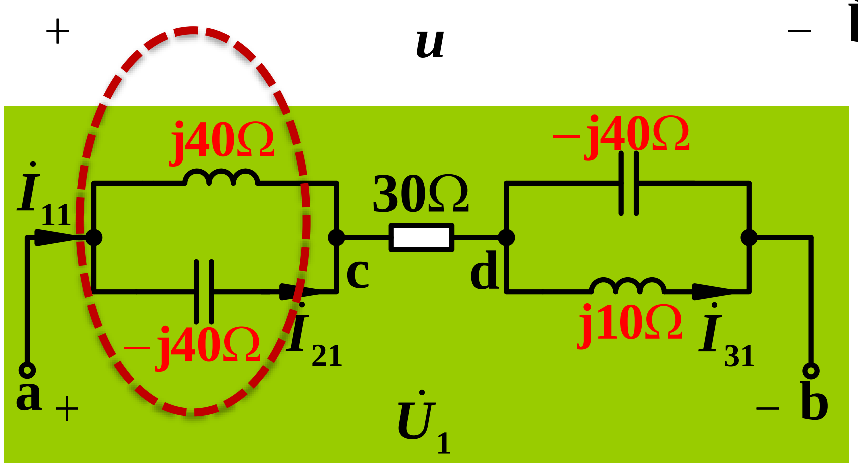
L_1、C_1发生并联谐振

$$\dot{U}_1 = 120\angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_{11} = \dot{I}_{31} = 0\text{A} \qquad \dot{U}_{cb1} = 0\text{V}$$

$$\dot{U}_{ad1} = \dot{U}_1 = 120\angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_{21} = \text{j}\omega C_1 \dot{U}_1 = \frac{120\angle 0^\circ}{-\text{j}40} = 3\angle 90^\circ \text{A}$$

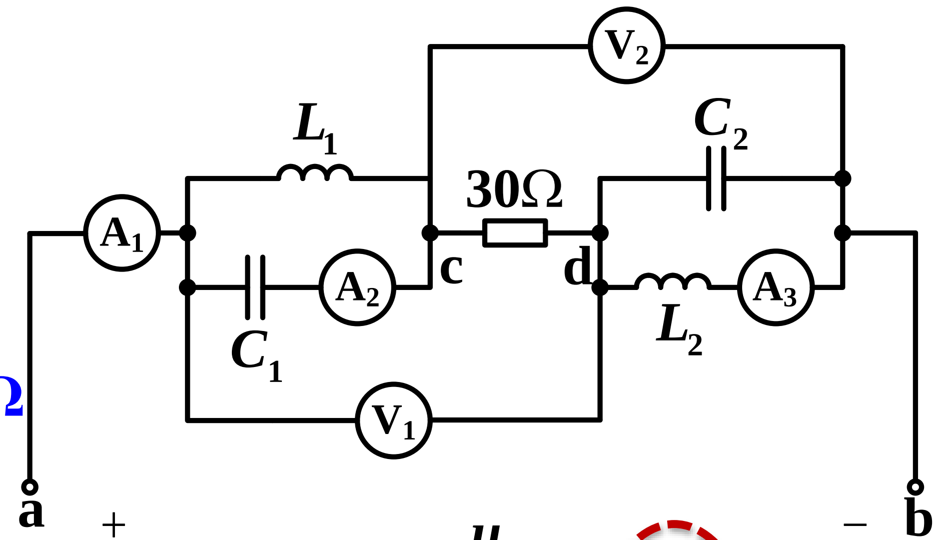


§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u = 30 + 120\sqrt{2}\sin 1000t + 60\sqrt{2}\sin\left(2000t + 45^\circ\right)\ \text{V}$

且已知 $L_1 = 40\text{mH}, L_2 = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 25\mu\text{F}$,

求电路中各表读数。



解:

（2）2次谐波单独作用

$$2\omega L_1 = 2000\times 40\times 10^{-3} = 80\Omega$$

$$2\omega L_2 = 2000\times 10\times 10^{-3} = 20\Omega$$

$$\frac{-1}{2\omega C_1} = \frac{-1}{2\omega C_2} = \frac{-1}{2000\times 25\times 10^{-6}} = -20\Omega$$

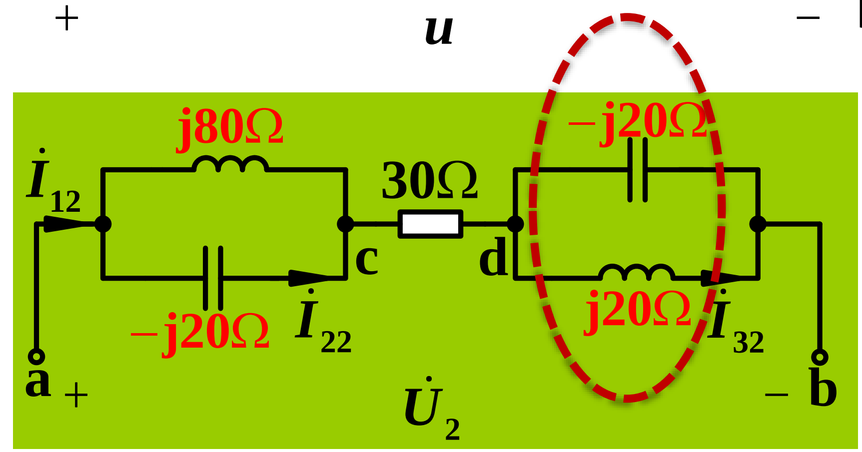
L_2、C_2发生并联谐振

$$\dot{U}_2 = 60\angle 45^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{I}_{12} = \dot{I}_{22} = 0\text{A} \qquad \dot{U}_{ad2} = 0\text{V}$$

$$\dot{U}_{cb2} = \dot{U}_2 = 60\angle 45^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{I}_{32} = \frac{\dot{U}_1}{\text{j}2\omega L_2} = \frac{60\angle 45^\circ}{\text{j}20} = 3\angle 45^\circ\ \text{A}$$



§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u = 30 + 120\sqrt{2}\sin 1000t + 60\sqrt{2}\sin\left(2000t + 45^\circ\right)$ V

且已知 $L_1 = 40\text{mH}, L_2 = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 25\mu\text{F}$,

求电路中各表读数。

解:

（1）直流分量单独作用

$I_{10} = I_{30} = 1\text{A} \quad I_{20} = 0\text{A}$

$U_{ad0} = U_{cb0} = 30\text{V}$

（2）基波单独作用

$\dot{I}_{11} = \dot{I}_{31} = 0\text{A} \quad \dot{I}_{21} = 3\angle 90^\circ \text{ A}$

$\dot{U}_{ad1} = 120\angle 0^\circ \text{ V} \quad \dot{U}_{cb1} = 0\text{V}$

（3）2次谐波单独作用

$\dot{I}_{12} = \dot{I}_{22} = 0\text{A} \quad \dot{I}_{32} = 3\angle 45^\circ \text{ A}$

$\dot{U}_{ad2} = 0\text{V} \quad \dot{U}_{cb2} = 60\angle 45^\circ \text{ V}$

$i_1 = I_{10} + i_{11} + i_{12} = 1\text{A}$

$i_2 = I_{20} + i_{21} + i_{22} = 3\sin(1000t + 90^\circ) \text{ A}$

$i_3 = I_{30} + i_{31} + i_{32} = 1 + 3\sin(2000t - 45^\circ) \text{ A}$

$u_{ad} = u_{ad0} + u_{ad1} + u_{ad2}$

$= 30 + 120\sin 1000t \text{ V}$

$u_{cb} = u_{cb0} + u_{cb1} + u_{cb2}$

$= 30 + 60\sin(2000t + 45^\circ) \text{ V}$

§ 12.2 谐波分析法

【例】电压源电压为 $u = 30 + 120\sqrt{2}\sin 1000t + 60\sqrt{2}\sin\left(2000t + 45^\circ\right)$ V

且已知 $L_1 = 40\text{mH}, L_2 = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 25\mu\text{F}$,

求电路中各表读数。

解:

电流表A_1的读数: $I = 1$ A

$i_1 = I_{10} + i_{11} + i_{12} = 1\text{A}$

$i_2 = I_{20} + i_{21} + i_{22} = 3\sin(1000t + 90^\circ)$ A

电流表A_2的读数: $\dfrac{3}{\sqrt{2}} = 2.12\text{A}$

$i_3 = I_{30} + i_{31} + i_{32} = 1 + 3\sin(2000t - 45^\circ)$ A

电流表A_3的读数: $\sqrt{1^2 + (3/\sqrt{2})^2} = 2.35\text{A}$

$u_{ad} = u_{ad0} + u_{ad1} + u_{ad2}$

$= 30 + 120\sin 1000t$ V

电压表V_1的读数: $\sqrt{30^2 + (120/\sqrt{2})^2} = 90\text{V}$

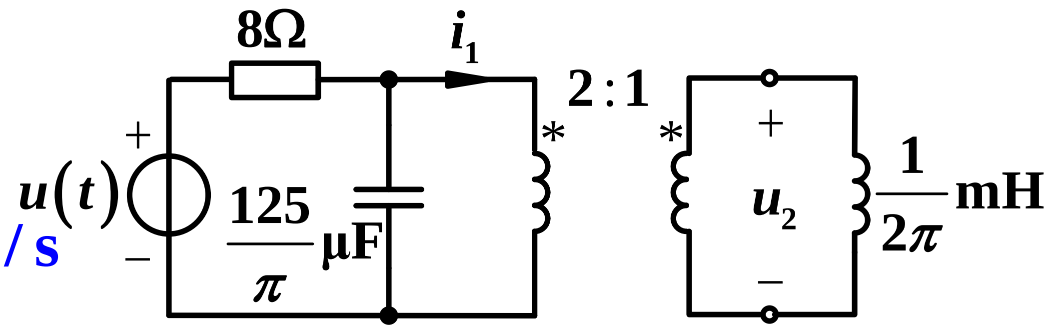
$u_{cb} = u_{cb0} + u_{cb1} + u_{cb2}$

$= 30 + 60\sin(2000t + 45^\circ)$ V

电压表V_2的读数: $\sqrt{30^2 + (60/\sqrt{2})^2} = 52\text{V}$

§ 12.2 谐波分析法

【例】已知$u(t)$波形如图所示，求理想变压器一次侧电流$i_1(t)$及输出电压u_2的有效值。

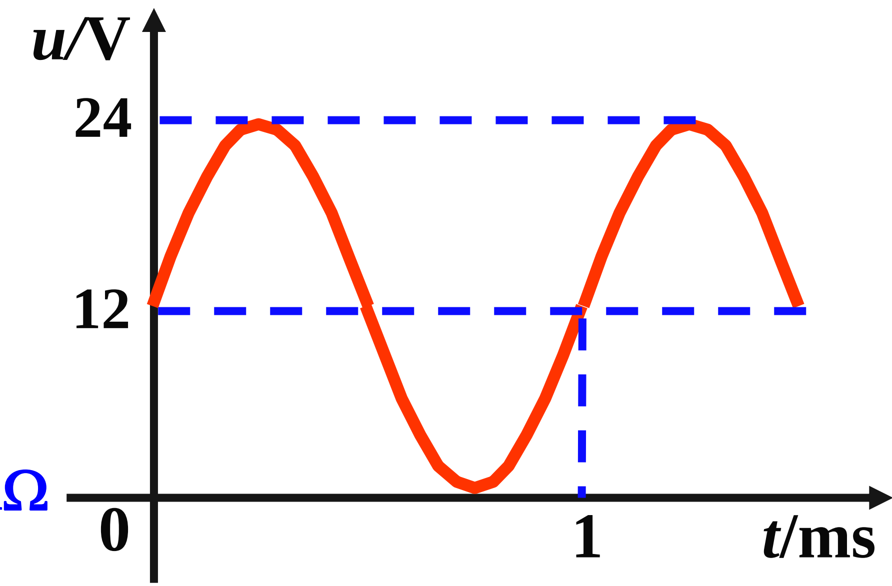


解：

分析电压源 $u(t)$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \times 10^3 \text{rad/s}$$

$$u(t) = 12 + 12\sin\omega t \text{ V}$$



（1）当U=12V作用时：

电容开路、电感短路

$$U_{20} = 0 \text{ V}$$

$$I_{10} = 12/8 = 1.5 \text{ A}$$

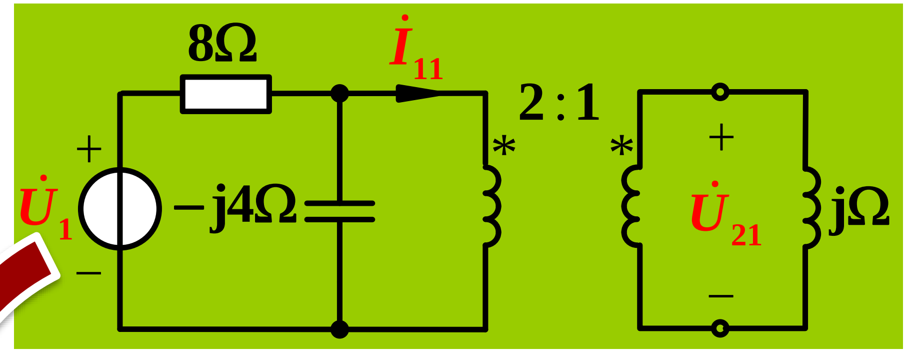
（2）当u=12sinωt 作用时：

$$X_L = \omega L = 2\pi \times 10^3 \times \frac{1}{2\pi} \times 10^{-3} = 1\Omega$$

$$X_C = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-\pi}{2\pi \times 10^3 \times 125 \times 10^{-6}} = -4\Omega$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】已知$u(t)$波形如图所示，求理想变压器一次侧电流$i_1(t)$及输出电压u_2的有效值。



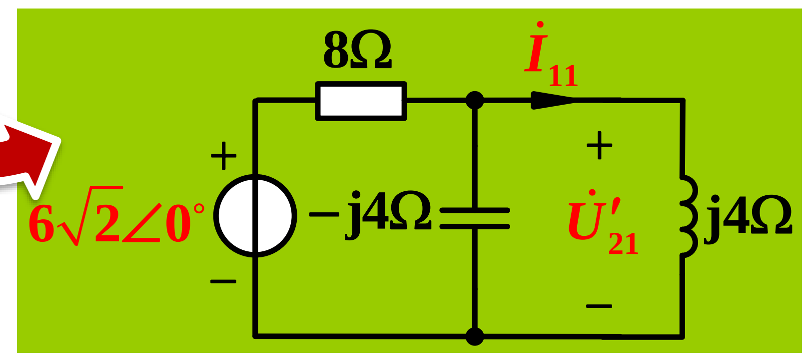
解：

分析电压源 $u(t)$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \times 10^3 \text{rad/s}$$

$$u(t) = 12 + 12\sin\omega t \text{ V}$$

阻抗变换



（1）当U=12V作用时：

电容开路、电感短路

$$U_{20} = 0 \text{ V}$$

$$I_{10} = 12/8 = 1.5 \text{ A}$$

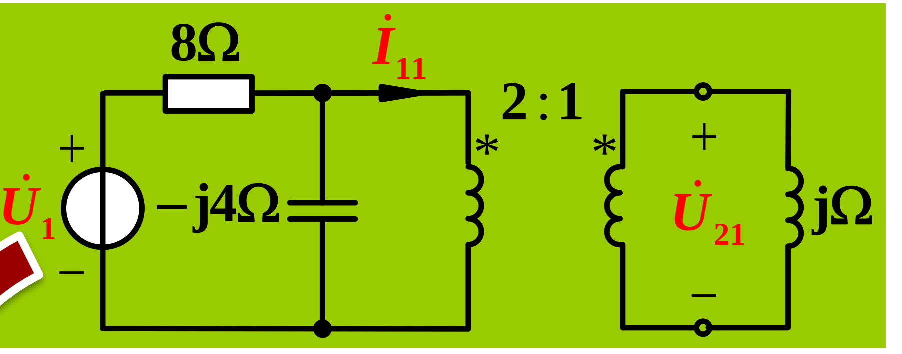
（2）当u=12sinωt 作用时：

$$X_L = \omega L = 2\pi \times 10^3 \times \frac{1}{2\pi} \times 10^{-3} = 1\Omega$$

$$X_C = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-\pi}{2\pi \times 10^3 \times 125 \times 10^{-6}} = -4\Omega$$

§ 12.2 谐波分析法

【例】已知$u(t)$波形如图所示，求理想变压器一次侧电流$i_1(t)$及输出电压u_2的有效值。



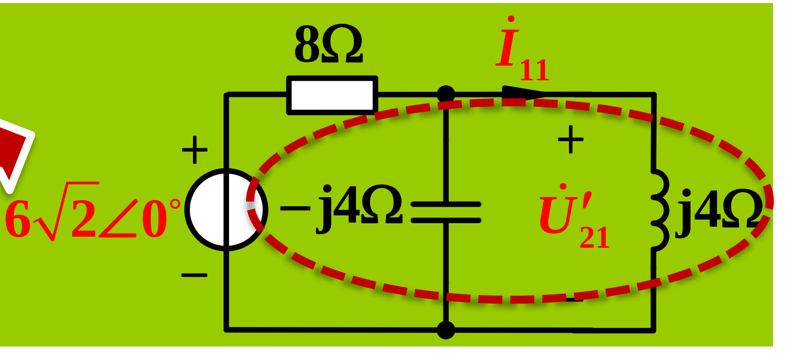
解：

分析电压源 $u(t)$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \times 10^3 \text{rad/s}$$

$$u(t) = 12 + 12\sin\omega t \ \text{V}$$

阻抗变换



（1）当U=12V作用时：

电容开路、电感短路

$$U_{20} = 0 \ \text{V}$$

$$I_{10} = 12/8 = 1.5 \ \text{A}$$

（2）当u=12sinωt 作用时：发生并联谐振

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{U}}{\text{j}4} = \frac{12/\sqrt{2}}{\text{j}4} = -\text{j}\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{A}$$

$$i_1(t) = I_{10} + i_{11} = 1.5 + 3\sin(\omega t - 90^\circ)\text{A}$$

$$\dot{U}'_{21} = \dot{U} = 6\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{21} = \frac{1}{n}\dot{U}'_{21} = 3\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{V}$$

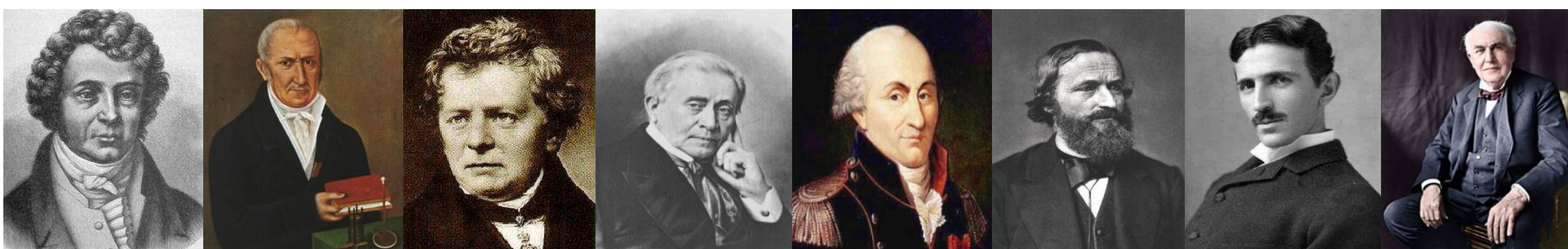
$$U_2 = 3\sqrt{2}\text{V}$$

电路理论

Principles of Electric Circuits

第十二章 非正弦周期信号线性电路的稳态分析

§12.3 对称三相电路中的高次谐波



§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

一、三相发电机输出电压的特点

实际工程中发电机发出的电压波形并不是理想的正弦波，而是周期性的非正弦波。由于发电机结构的对称性，电压波形总是对称于横轴，因而它只含奇次谐波（详见P287）。

对称三相电源

$$\begin{cases} u_A = f(t) \\ u_B = f(t-\frac{T}{3}) \\ u_C = f(t-\frac{2T}{3}) \end{cases}$$

T为$f(t)$的周期

经傅立叶级数展开

$$\begin{cases} u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin(k\omega t+\theta_k) \\ u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin[k\omega(t-\frac{T}{3})+\theta_k] = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin[k(\omega t-\frac{\omega T}{3})+\theta_k] \\ u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin[k\omega(t-\frac{2T}{3})+\theta_k] = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin[k(\omega t-\frac{2\omega T}{3})+\theta_k] \end{cases}$$

$(k=1,3,5,7,9,11,\cdots)$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

一、三相发电机输出电压的特点

$$\omega T = 2\pi f T = 2\pi$$

$$\begin{cases} u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \theta_k) \\ u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k\omega(t - \frac{T}{3}) + \theta_k] = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - \frac{\omega T}{3}) + \theta_k] \\ u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k\omega(t - \frac{2T}{3}) + \theta_k] = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - \frac{2\omega T}{3}) + \theta_k] \end{cases}$$

（$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots$）

$$\begin{cases} u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \theta_k) \\ u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \theta_k] \\ u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - \frac{4\pi}{3}) + \theta_k] \end{cases}$$

（$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots$）

$$\begin{cases} u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \theta_k) \\ u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - 120^\circ) + \theta_k] \\ u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t + 120^\circ) + \theta_k] \end{cases}$$

（$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots$）

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

一、三相发电机输出电压的特点

$$\begin{cases} u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \theta_k) \\ u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - 120^\circ) + \theta_k] \\ u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t + 120^\circ) + \theta_k] \end{cases}$$

$(k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots)$

各相之间的相位差为：$k \times 120^\circ$

$$\begin{cases} 120^\circ & k=1, 7, 13\cdots \text{时} \\ 360^\circ & k=3, 9, 15\cdots \text{时} \\ 600^\circ & k=5, 11, 17\cdots \text{时} \end{cases}$$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

一、三相发电机输出电压的特点

$$\begin{cases} u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin(k\omega t + \theta_k) \\ u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin[k(\omega t - 120^\circ) + \theta_k] \\ u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km}\sin[k(\omega t + 120^\circ) + \theta_k] \end{cases}$$

（$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots$）

各相之间的相位差为：$k\times 120^\circ$

$$\begin{cases} 120^\circ & k = 6n+1,\ (n = 0,1,2,\cdots) \\ 360^\circ & k = 6n+3,\ (n = 0,1,2,\cdots) \\ 600^\circ & k = 6n+5,\ (n = 0,1,2,\cdots) \end{cases}$$

§ 12.3 对称三相电路中的高次

一、三相发电机输出电压的特点

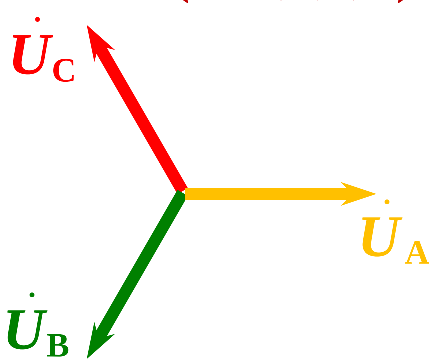
$$
\begin{cases}
u_A = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \theta_k) \\
u_B = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t - 120^\circ) + \theta_k] \\
u_C = \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin[k(\omega t + 120^\circ) + \theta_k]
\end{cases}
$$

$(k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots)$

各相之间的相位差为： $k\times 120^o$

相位差为120^o

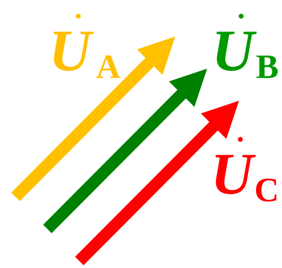
$k=6n+1$，$(n=0,1,2,\cdots)$



正序

相位差为360^o

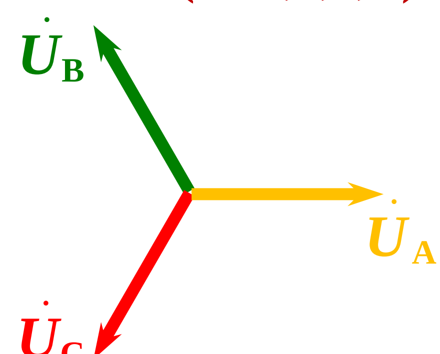
$k=6n+3$，$(n=0,1,2,\cdots)$



零序

相位差为600^o

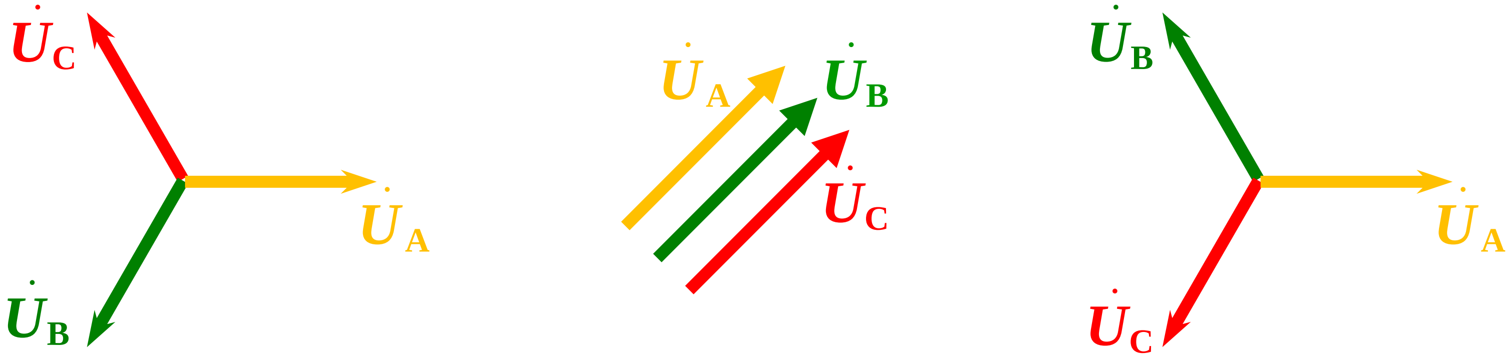
$k=6n+5$，$(n=0,1,2,\cdots)$



负序

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

一、三相发电机输出电压的特点



正序　　零序　　负序

总结：

（1）三相对称的非正弦周期量（奇谐波）可分解为**三类对称分量组**，即正序分量组、负序分量组和零序分量组；

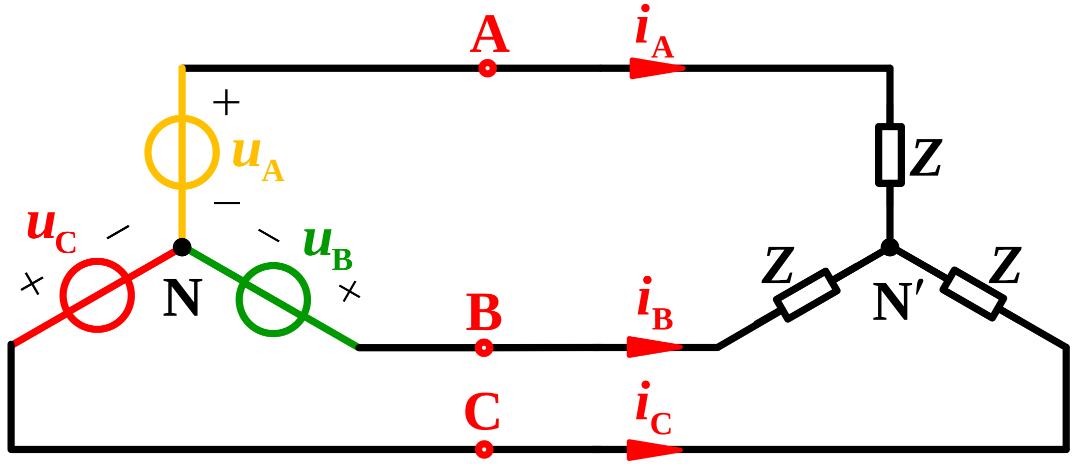
（2）包含正序分量、负序分量、零序分量的非正弦周期电压源作用于对称三相电路中，可按**三类对称分量组**分别进行分析。对于正序分量和负序分量，可沿用“化三相为单相” 的思路。

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

1. Y/Y型

a. 电源侧



$$\begin{cases} u_{AB} = u_A - u_B \\ u_{BC} = u_B - u_C \\ u_{CA} = u_C - u_A \end{cases}$$

		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无

对于正序、负序谐波而言，三相电压仍对称：

$$U_{l1} = \sqrt{3}U_{\text{ph1}} \quad U_{l5} = \sqrt{3}U_{\text{ph5}} \quad U_{l7} = \sqrt{3}U_{\text{ph7}} \quad U_{l11} = \sqrt{3}U_{\text{ph11}} \quad \cdots\cdots$$

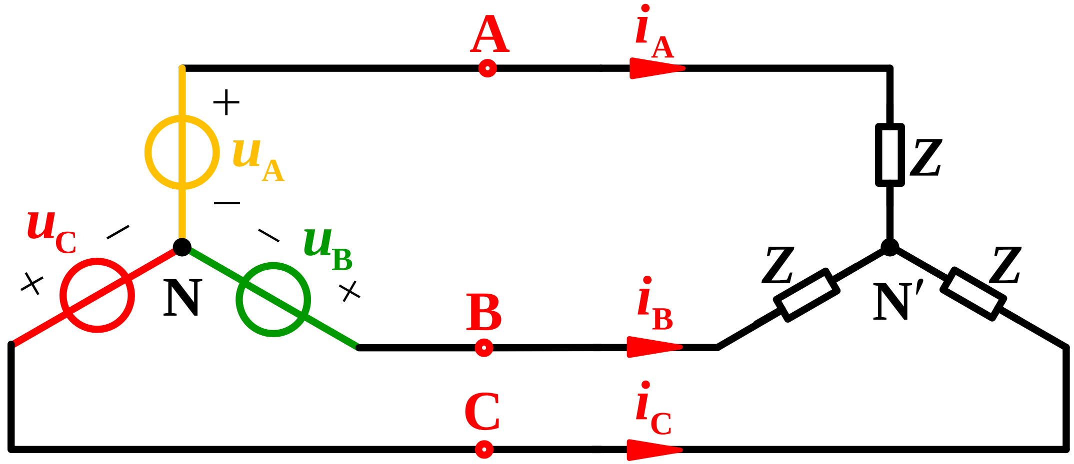
电源侧相电压: $U_{\text{ph}} = \sqrt{U_{\text{ph1}}^2 + U_{\text{ph3}}^2 + U_{\text{ph5}}^2 + U_{\text{ph7}}^2 + \cdots}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

1. Y/Y型

a. 电源侧



$$\begin{cases} u_{AB} = u_A - u_B \\ u_{BC} = u_B - u_C \\ u_{CA} = u_C - u_A \end{cases}$$

★ $U_l < \sqrt{3} U_{ph}$

		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无

对于正序、负序谐波而言，三相电压仍对称：

$$U_{l1} = \sqrt{3} U_{ph1} \quad U_{l5} = \sqrt{3} U_{ph5} \quad U_{l7} = \sqrt{3} U_{ph7} \quad U_{l11} = \sqrt{3} U_{ph11} \quad \cdots\cdots$$

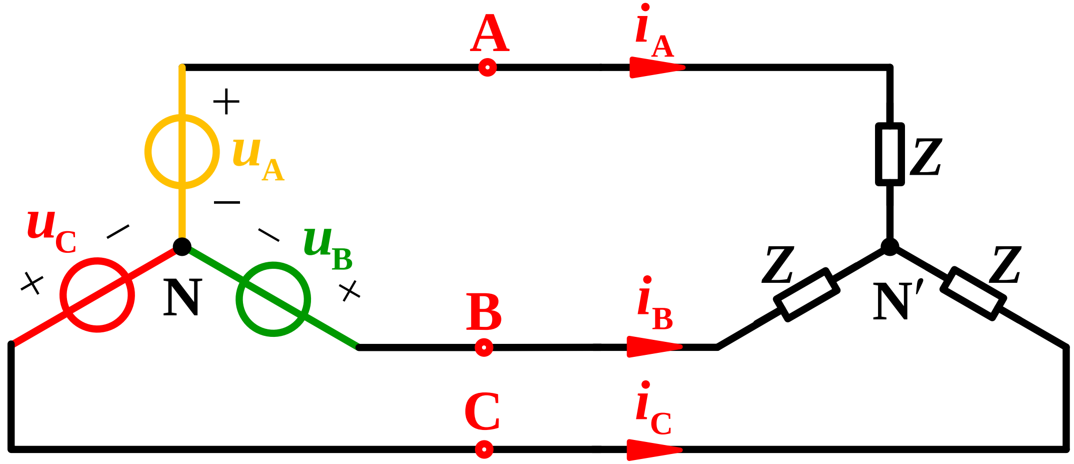
电源侧线电压: $U_l = \sqrt{U_{l1}^2 + U_{l5}^2 + U_{l7}^2 + \cdots} = \sqrt{3}\sqrt{U_{ph1}^2 + U_{ph5}^2 + U_{ph7}^2 + \cdots}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

1. Y/Y型

b. 负载侧



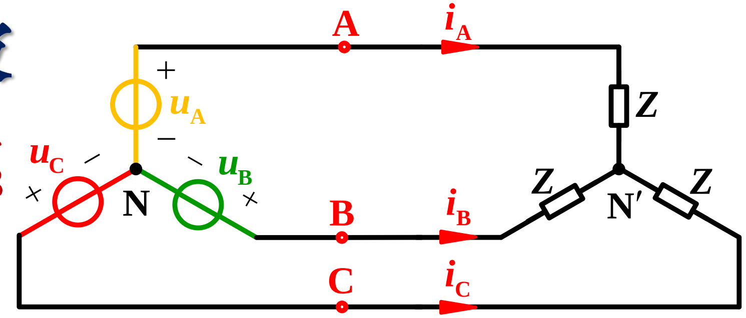
$$U_l = \sqrt{3} U_{ph}$$

		正序	负序	零序
负载侧	相电压	有	有	无
	线电压	有	有	无
线、相电流		有	有	无

加在负载侧的线电压无零序谐波，则负载侧的相电压也无零序谐波。

中性点间电压: $U_{N'N} = \sqrt{U_{ph3}^2 + U_{ph9}^2 + U_{ph15}^2 + \cdots}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波



二、线/相电压关系和线/相电流关系

1. Y/Y型

		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无
负载侧	相电压	有	有	无
	线电压	有	有	无
线、相电流		有	有	无
中性点间电压		无	无	有

总结：

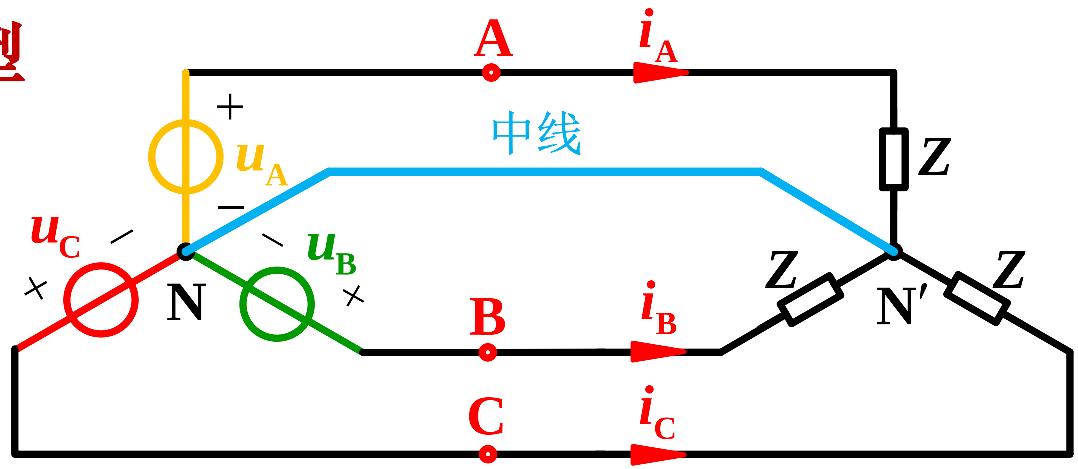
除了**中性点间电压**和**电源相电压**中含有零序组电压分量外，电路中其余部分的电压、电流都不含零序组分量。

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

2. Y_0/Y_0型

a. 电源侧



$$\begin{cases} u_{AB} = u_A - u_B \\ u_{BC} = u_B - u_C \\ u_{CA} = u_C - u_A \end{cases}$$

		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无

对于正序、负序谐波而言，三相电压仍对称：

$$U_{l1} = \sqrt{3}U_{\mathrm{ph1}} \quad U_{l5} = \sqrt{3}U_{\mathrm{ph5}} \quad U_{l7} = \sqrt{3}U_{\mathrm{ph7}} \quad U_{l11} = \sqrt{3}U_{\mathrm{ph11}} \quad \cdots\cdots$$

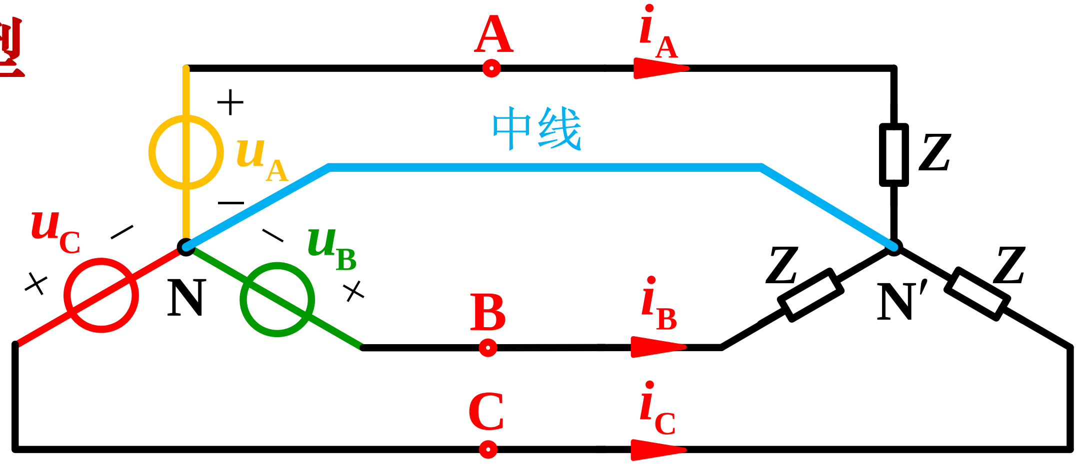
电源侧相电压：$U_{\mathrm{ph}} = \sqrt{U_{\mathrm{ph1}}^2 + U_{\mathrm{ph3}}^2 + U_{\mathrm{ph5}}^2 + U_{\mathrm{ph7}}^2 + \cdots}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

2. Y_0/Y_0型

a. 电源侧



$$\begin{cases} u_{AB} = u_A - u_B \\ u_{BC} = u_B - u_C \\ u_{CA} = u_C - u_A \end{cases}$$

$U_l < \sqrt{3}U_{ph}$

		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无

对于正序、负序谐波而言，三相电压认为对称：

$$U_{l1} = \sqrt{3}U_{ph1} \quad U_{l5} = \sqrt{3}U_{ph5} \quad U_{l7} = \sqrt{3}U_{ph7} \quad U_{l11} = \sqrt{3}U_{ph11} \quad \cdots\cdots$$

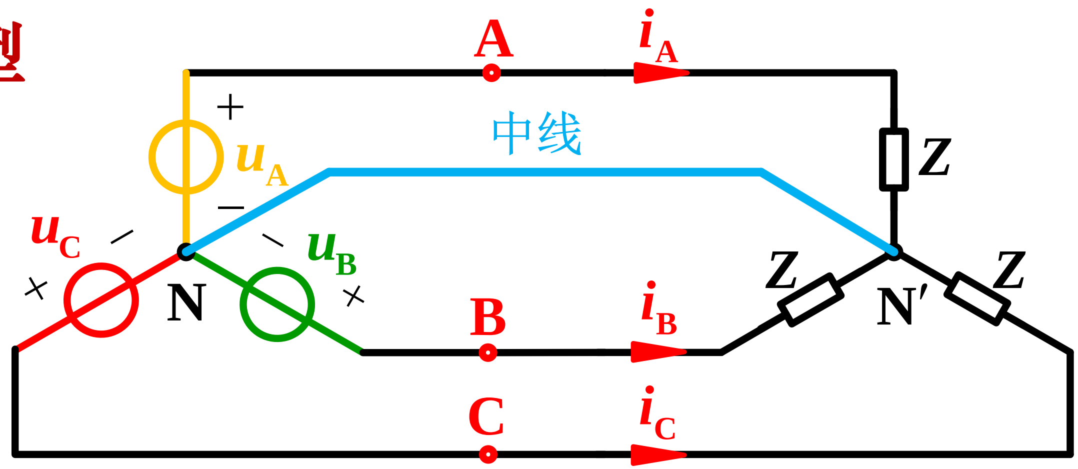
电源侧线电压：$U_l = \sqrt{U_{l1}^2 + U_{l5}^2 + U_{l7}^2 + \cdots} = \sqrt{3}\sqrt{U_{ph1}^2 + U_{ph5}^2 + U_{ph7}^2 + \cdots}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

2. Y_0/Y_0型

b. 负载侧



$$\begin{cases} u_{AB} = u_A - u_B \\ u_{BC} = u_B - u_C \\ u_{CA} = u_C - u_A \end{cases}$$

$U_l < \sqrt{3}U_{ph}$

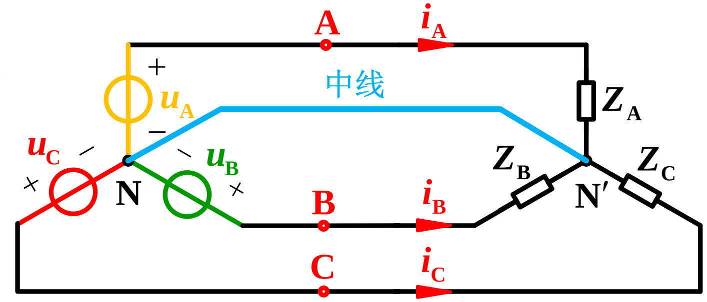
		正序	负序	零序
负载侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无
线、相电流		有	有	有

电源侧相电压零序谐波将被传至负载侧，则负载侧相电压有零序谐波。

中线电流： $I_{N'N3} = 3I_{ph3}$ $I_{N'N9} = 3I_{ph9}$ $I_{N'N15} = 3I_{ph15}$ ……

$$I_{N'N} = 3\sqrt{I_{ph3}^2 + I_{ph9}^2 + I_{ph15}^2 + \cdots}$$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波



二、线/相电压关系和线/相电流关系

2. Y_0/Y_0型

		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无
负载侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无
线、相电流		有	有	有
中线电流		无	无	有

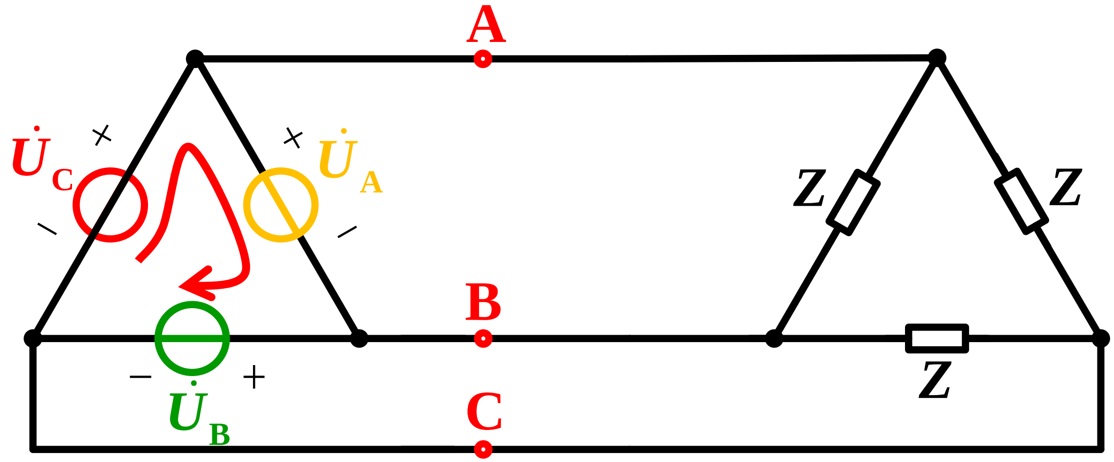
★ **总结：**

除**电源侧**和**负载侧的线电压**不含有零序组电压分量外，电路中其余部分的电压、电流中都含有零序组分量。

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

3. Δ /Δ型



电源回路中，正序、负序组对称电压之和为零，电源相电压的零序谐波沿电源回路之和将不为零。

零序环流： $I_3=\dfrac{3U_{ph3}}{3Z_3}=\dfrac{U_{ph3}}{Z_3}$　$I_9=\dfrac{U_{ph9}}{Z_9}$　$I_{15}=\dfrac{U_{ph15}}{Z_{15}}$　……

零序环流在内阻抗上的压降和电源相电压的零序谐波代数和为零

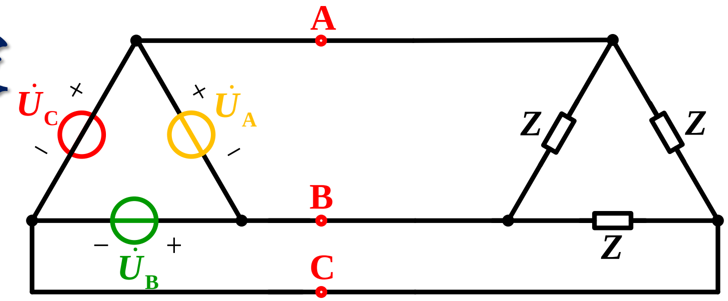
电源侧相电压： $U_{ph}=\sqrt{U_{ph1}^2+U_{ph3}^2+U_{ph5}^2+U_{ph7}^2+\cdots}$

电源侧线电压： $U_l=\sqrt{U_{ph1}^2+U_{ph5}^2+U_{ph7}^2+\cdots}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

二、线/相电压关系和线/相电流关系

3. Δ /Δ型



		正序	负序	零序
电源侧	相电压	有	有	有
	线电压	有	有	无
	相电流	有	有	有
负载侧	相电压	有	有	无
	线电压	有	有	无
	相电流	有	有	无
线电流		有	有	无

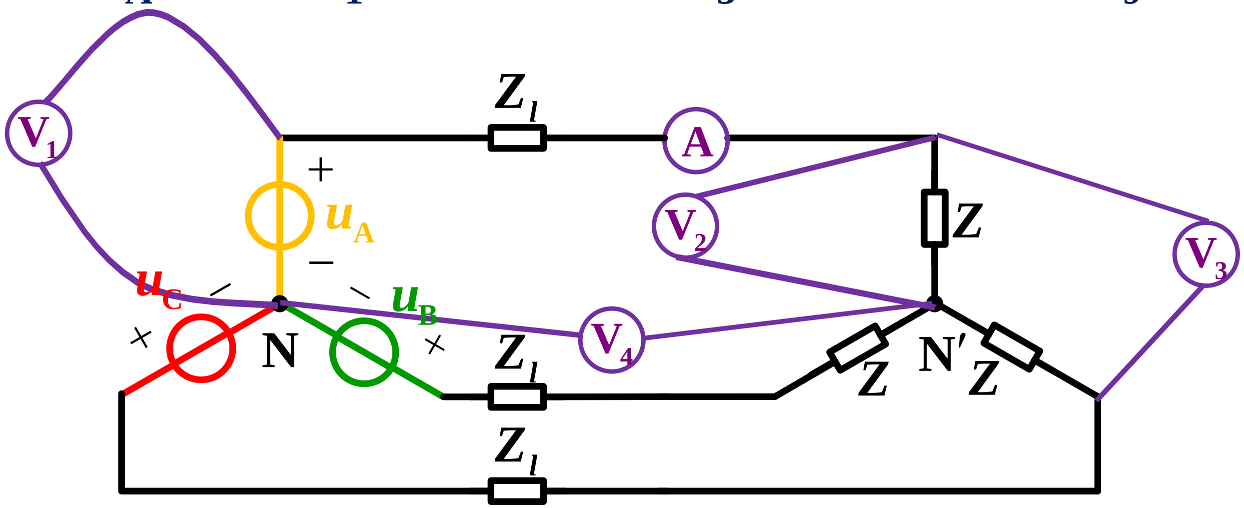
总结：

除电源侧相电压和相电流有零序组环流外，电路其余部分的电压、电流中将不含零序组分量

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

【例】对称三相电路中，求各个电压电流表的读数。

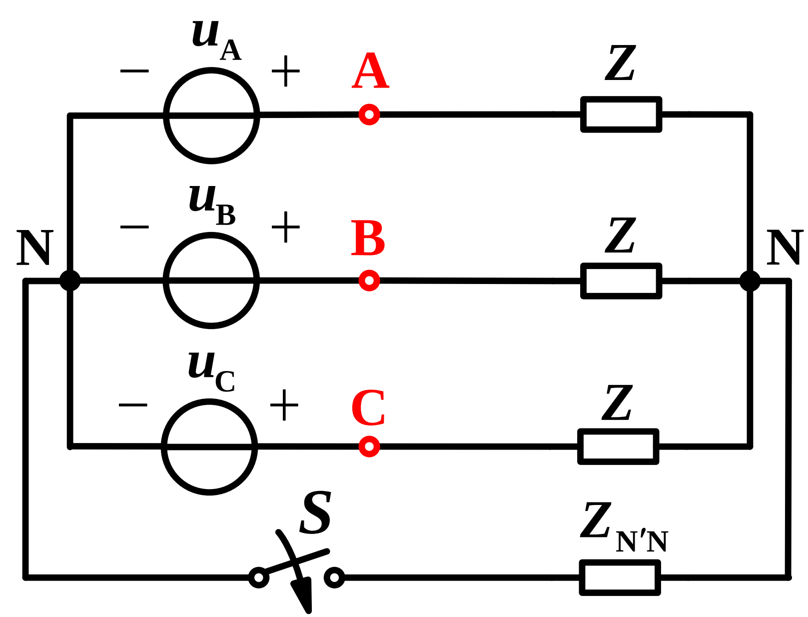
其中：$u_A = \sqrt{2}U_1 \sin\omega t + \sqrt{2}U_3 \sin 3\omega t + \sqrt{2}U_9 \sin 9\omega t$ V



	V1	A	V2	V3	V4
基波	U_1	$U_1/\lvert Z_l+Z\rvert$	$\lvert Z\rvert\times$ A	$\sqrt{3}\times$ V2	无
3次	U_3	无	无	无	U_3
9次	U_9	无	无	无	U_9
有效值	$\sqrt{U_1^2+U_3^2+U_9^2}$	$U_1/\lvert Z_l+Z\rvert$	$\lvert Z\rvert\times$ A	$\sqrt{3}\times$ V2	$\sqrt{U_3^2+U_9^2}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

【例】对称三相电源只含有基波和3次谐波，且测得相电压有效值 $U_{ph}=125\text{V}$，线电压有效值 $U_l=208\text{V}$，基波对应的复阻抗 $Z_1=4+\text{j}1\Omega$，中性线阻抗 $Z_{N'N}=\text{j}1\Omega$，求开关S打开和闭合时的 $U_{N'N}$。



解：

（1）开关S打开

（线电压中不含3次谐波）

$$U_l=U_{l1}=208\text{V}$$

$$U_{ph1}=\frac{U_{l1}}{\sqrt{3}}=\frac{208}{\sqrt{3}}=120.09\text{V}$$

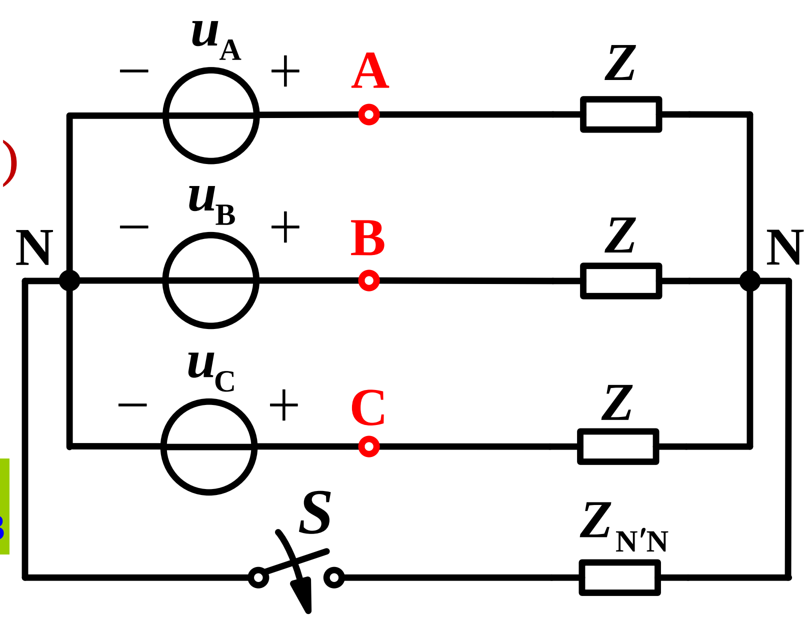
由 $U_{ph}=\sqrt{U_{ph1}^2+U_{ph3}^2}$

则 $U_{ph3}=\sqrt{U_{ph}^2-U_{ph1}^2}=\sqrt{125^2-120.09^2}=34.7\text{V}$

此时，中线电压 $U_{N'N}=U_{ph3}=34.7\text{V}$

§ 12.3 对称三相电路中的高次谐波

【例】对称三相电源只含有基波和3次谐波，且测得相电压有效值 $U_{ph}=125\,\text{V}$，线电压有效值 $U_l=208\,\text{V}$，基波对应的复阻抗 $Z_1=4+\text{j}1\Omega$，中性线阻抗 $Z_{N'N}=\text{j}1\Omega$，求开关S打开和闭合时的 $U_{N'N}$。



解：

（2）开关S闭合（负载相电压含3次谐波）

3次谐波时负载阻抗：$Z_3=4+\text{j}3\Omega$

3次谐波时中线阻抗：$Z_{N'N3}=\text{j}3\Omega$

$$\dot{U}_{ph3}=Z_3\dot{I}_{ph3}+Z_{N'N3}\dot{I}_{N'N}$$
$$=\left(Z_3+3Z_{N'N3}\right)\dot{I}_{ph3}$$

$$\dot{I}_{N'N}=3\dot{I}_{ph3}$$

则 $$\dot{I}_{ph3}=\frac{\dot{U}_{ph3}}{Z_3+3Z_{N'N3}}=\frac{34.7\angle 0^\circ}{4+\text{j}3+3\times \text{j}3}=2.74\angle -71.57^\circ\ \text{A}$$

此时，中线电流 $I_{N'N}=3I_{ph3}=3\times 2.74=8.22\text{A}$

$$U_{N'N}=\left|Z_{N'N3}\right|I_{N'N}=3\times 8.22=24.66\text{V}$$