

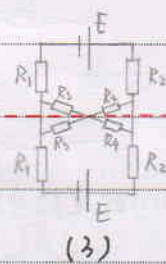
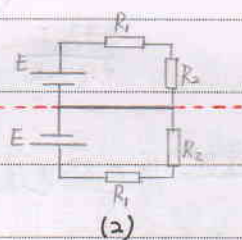
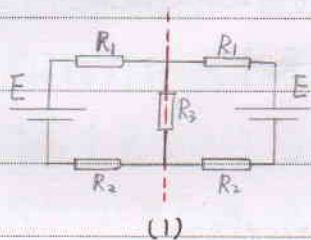


* 至此,前两页的理论已几乎完全被否认推翻.

以下推出更加准确的总结.

一、严格翻转对称

翻转对称轴位于电路所在平面内,电路绕轴旋转 180° (翻转)后,可以与原电路完全重合(包括电压源或电流源的方向),则称该电路具有严格翻转对称性.



上图为三个严格翻转对称电路. 包括大小、方向

性质: 对应部分电流相等 (电流对称相同)

化简方法: 可以沿对称轴将原电路分割成两个独立半电路, 并且在分割时遵循以下原则: ① 在对称轴的一侧, 观察被截断的支路的电流大小与方向(对应部分电流相等), 电流大小相等且流向一致的半支路可以相连接, 否则就保持开路.

② 可以先对原电路进行适当不破坏对称性的变形, 降低分割难度.

③ 原电路中各支路电流等于两个半电路在相应部分产生电流的叠加.

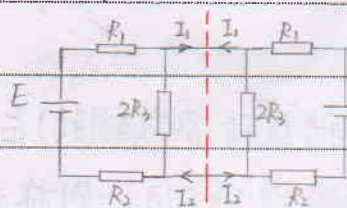
为了方便叙述, 将①②③统称为“对称电路分割原则”, 简称“分割原则”.

对①的补充说明: 支路电流均为0, 不属于“电流大小相等且流向一致”, 应使其保持开路, 即应首先去除无电流支路.



以上页 (1) (2) (3) 为例.

(1) 变形:



这里我们遇到一个问题.

分割原则

如何确定电流方向?

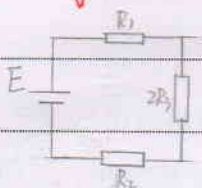
先对某些支路的电流方向作出合理的假设,

并由对称性导出其他支路电流,如左图.

分割原则

$$I_1 = I_2 = 0 \quad \text{出现矛盾}$$

(~~况且且不考虑这样的电流分布是否存在~~)



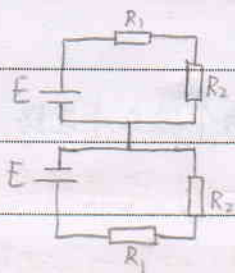
由于 I_1, I_2 不是相等

再利用分割原则

则此电路可解 $\xrightarrow{\text{叠加}}$ 原电路电流分布.

* (1) 电路可以有更简单的解法, 这里是为了突出“分割原则”.

(2) 变形:



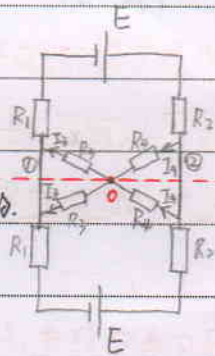
结果是显然的.

(3) 直接应用分割原则

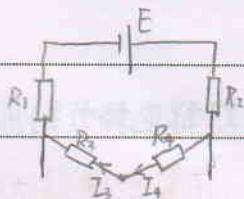
由对(1)的分析, ①②支路是显然无电流的.

而对于节点0, 有 $2I_3 - 2I_4 = 0$

即 $I_3 = I_4$, 电流相等且流向一致.



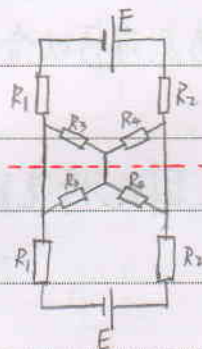
所以得到



可解.



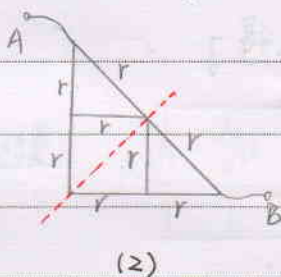
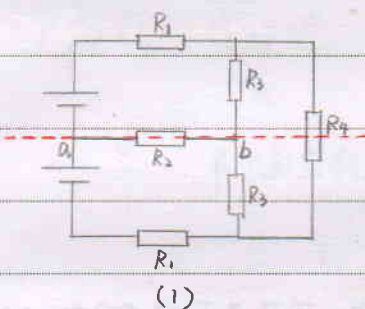
ii. 先变形:



也可以得到 i. 中的结果.

二、非严格翻转对称

翻转对称轴在电路所在平面内, 电路绕轴旋转 180° (翻转) 后, 电路中无方向性的元件 (如电阻) 与原电路重合, 而具有方向性的成分 (如电压源、电流源) 的方向与原来相反, 则称该电路具有非严格翻转对称性, 或者说, 它具有平衡对称性.



上图为两个平衡对称电路.

性质 ① 电流大小对称相等, 方向对称相反.

② 电路中, 与对称轴的交点均为等势点.

化简方法: (-) 利用等势点性质.

由性质 ②, 可以找出电路中的等势点. 在这些等势点中, 任意两等势点间可以增添或删除导线;

连接三条支路或三条以上的等势点可拆分, 拆分时应



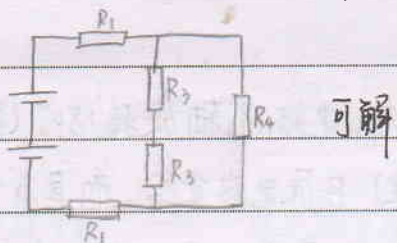
注意，只能沿轴的方向拆分；等势点亦可以合并。

(二) 利用分割原则。

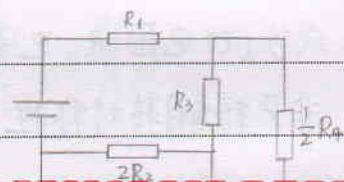
平衡对称电路中存在着等势点，因此将电路分割后，还需将等势点互相短接。

以上页 (1) (2) 为例。

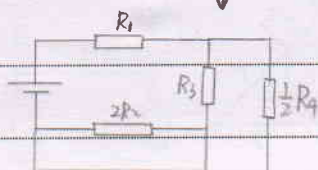
(1) i/. 用方法 (-). 节点 a, b 等势，删去 a, b 间的导线，得



ii/. 方法 (二): 分割原则得到 (先适当变形)



再短接等势点得



叠加 → 原电路电流分布。

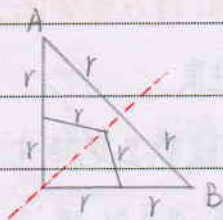
(2) 首先，弄清楚为何 (2) 是非严格翻转对称，而不是严格翻转对称。

如果将电流 I 从 A 端注入，B 端流出，则该电路含电流源，并且符合非严格翻转对称的概念；或者，更容易理解。

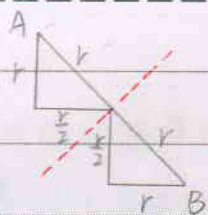


i/. 等势点性质

a. 拆分等势点 → $R_{AB} = \frac{b}{5} r$



b. 合并等势点 →

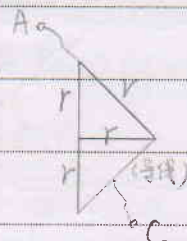


$$\rightarrow R_{AB} = \frac{6}{5}r$$

ii. 分割原则 →



短接
等势点



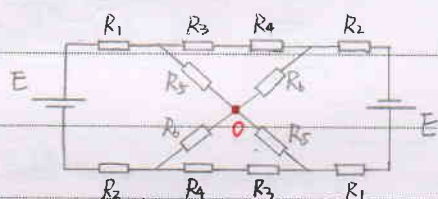
$$\rightarrow R_{AC} = \frac{3}{5}r$$

↓ R_{AC}, R_{CB} 串联

$$R_{AB} = R_{AC} + R_{CB} = \frac{6}{5}r$$

三、严格旋转对称

旋转对称轴垂直于电路所在的平面，电路绕轴旋转 180° 后，可以与原电路完全重合（包括电压源和电流源），则称该电路具有严格旋转对称性。



(1)

上图为严格旋转对称电路。

性质：电流（旋转）对称相同。

化简步骤：i. 选定分割线：①分割线过对称中心 ②分割线可以是直线、折线或曲线 ③分割线两侧的电路仍关于对称中心对称 ④一般选定一条垂直于某些支路的直线作为分割线。

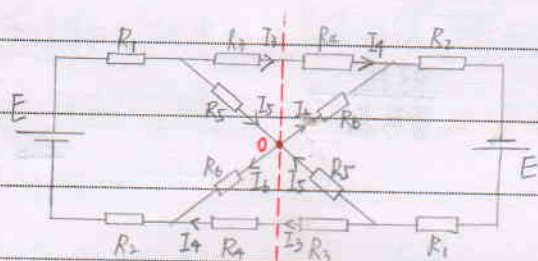
ii. 利用“分割原则”，沿分割线将电路分割。

iii. 分别求解各半电路，叠加得原电路性质。

以上页(1)为例.

A. 介绍两种分割.

I.



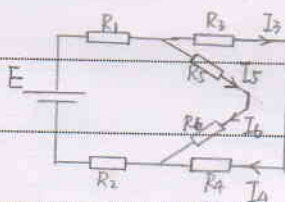
对于节点 0,

$$2I_6 - 2I_5 = 0.$$

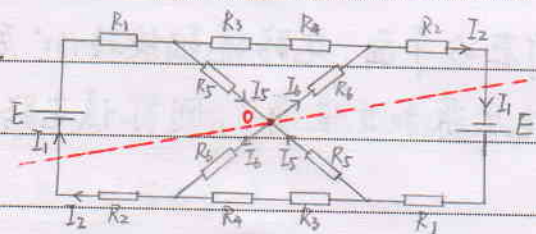
$$\text{即 } I_6 = I_5$$

且显然, $I_3 = I_4$

因此由分割原则得

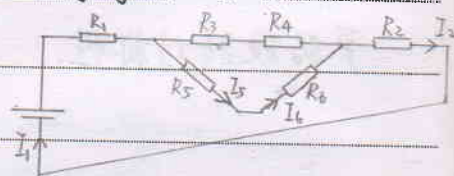


II.



同样地, 有 $I_5 = I_6, I_2 = I_1$.

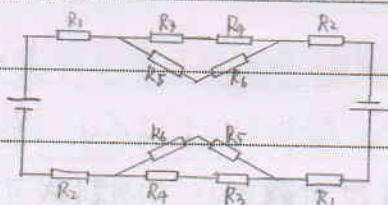
因此可得,



B. 不分割法: 拆点.

既然得出了 $I_5 = I_6$, 则可化简为:

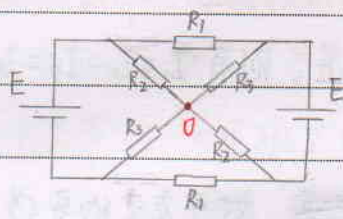
I.



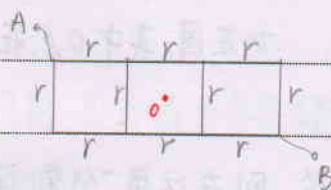
II. 亦可以左右拆点, 但未完全达到简化效果.

四. 非严格旋转对称

旋转对称轴垂直于电路所在平面，电路绕轴旋转 180° 后，电路中无方向性的元件与原电路重合，而具有方向性的成分的方向与原来相反，则称该电路具有非严格旋转对称性。



(1)



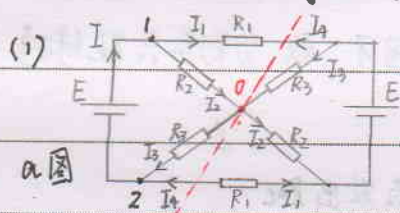
(2)

上图为两个非严格对称旋转对称电路。

性质：电流大小对称相等，电流方向对称相反。

化简方法：选定分割线，分割。方法与之前所述相同。

以上图(1)(2)为例。



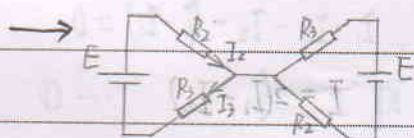
对于节点O，

$$I_2 + I_3 - I_2 - I_3 = 0, \text{ 得不出任何结论。}$$

于是， I_2, I_3 不一定相等。

那么 I_2, I_3 的关系真的无法确定吗？

首先，我们可以看到， R_1 所在支路的电流已产生了矛盾，因此 $I_1 = I_4 = 0$ 。



显然，中间支路无电流，从而 $I_2 = I_3$ 。

那为何从a图中无法直接判断 I_2, I_3 是否相等呢？

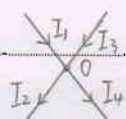
其实，我们只是忽略了其他条件。

$$\left. \begin{array}{l} \text{对于节点1, 有 } I_1 + I_2 - I = 0 \\ \text{对于节点2, 有 } I - I_3 - I_4 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} I_1 = I_4 = 0 \\ I_2 = I_3 \end{array}$$



由此, 总结之前的各种对称, 我们发现了“对称电路交叉线定理” (姑且这样命名. 特别鸣谢 Wthird, 其实可以叫做“W3定理”):

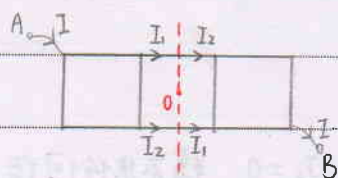
在(非)严格翻转电路对称电路、(非)严格旋转对称电路中, 如果有两支路的交点落在对称轴上, 不妨记交点为 O , 则对于节点 O , 必有两支电流流入, 两支电流流出, 且每支路上的电流大小都相等.



如左图, 其中 O 点在对称轴上, 则有 $I_1 = I_2 = I_3 = I_4$.

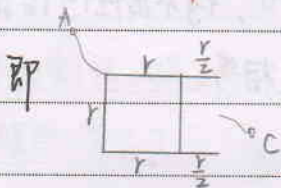
有了上述结论, 则在运用“分割原则”时 ~~需要~~, 对于交叉的导线, 只需考虑其电流的流向是否相同即可.

(2) 在平衡对称的示例中, 有采用分割电阻网络的方法求等效电阻的, 现在尝试着应用于此.



可以看到, $I_1 = I_2$.

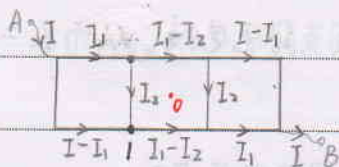
但由于电流方向不一致, 分割后只能保持开路.



AC间为开路, 无法求出 R_{AC} .

因此, 不能用 R_{AC} 与 R_{CB} 串联求得 R_{AB} .

故采用“电流对称性 + 电流注入法”求等效电阻.



对于节点 1 , $I_1 - I_2 - I_2 - (I - I_1) = 0$

$$\text{即 } I = 2(I_1 - I_2) \quad \dots \textcircled{1}$$

对于“ — ”支路, $U_{AB} = (I - I_1) \cdot 2r + (I_1 - I_2)r + I_1 r \quad \dots \textcircled{2}$

对于“ — ”支路, $U_{AB} = I_1 r + I_2 r + (I_1 - I_2)r + I_1 r \quad \dots \textcircled{3}$

联立①②③得 $I_1 = \frac{5}{8}I$, $I_2 = \frac{1}{8}I$, 则 $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{15}{8}r$



补充: 支路中无电流的判定方法

(一) 支路两端为等势点, 支路中无电流

(二) 在对称双源电路中, 分别设出在某支路上电源 E_1 、 E_2 各自产生的电流 I_1 、 I_2 , 并标明方向.

① 若 I_1 、 I_2 同向, 合理, 且 $I_1 = I_2$.

② 若 I_1 、 I_2 反向, 矛盾, 即 $I_1 = I_2 = 0$.

(三) 广义节点: 一个孤立的闭合回路只支出一条支路与其他电路相连, 则该支路无电流.

(四) 开路支路无电流.



补充: 支路中无电流的判定方法

(一) 支路两端为等势点, 支路中无电流

(二) 在对称双源电路中, 分别设出在某支路上电源 E_1 、 E_2 各自产生的电流 I_1 、 I_2 , 并标明方向.

① 若 I_1 、 I_2 同向, 合理, 且 $I_1 = I_2$.

② 若 I_1 、 I_2 反向, 矛盾, 即 $I_1 = I_2 = 0$.

(三) 广义节点: 一个孤立的闭合回路只支出一条支路与其他电路相连, 则该支路无电流.

(四) 开路支路无电流.