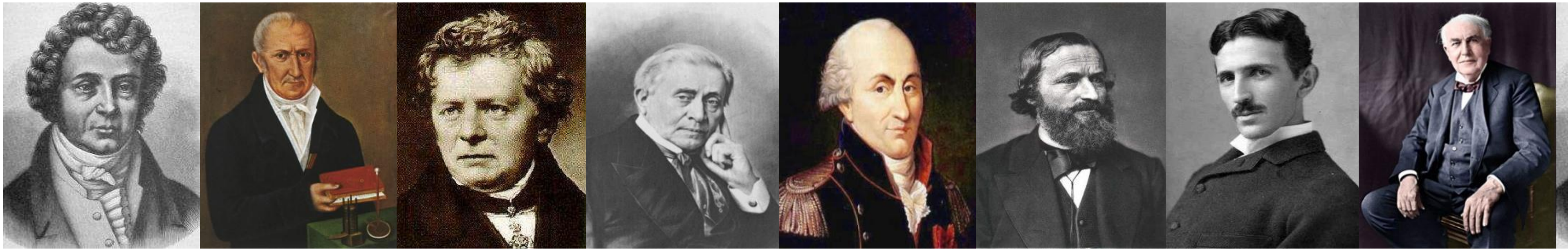
电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络

（Two-port Network）

2025年4月



问题的引出


变压器

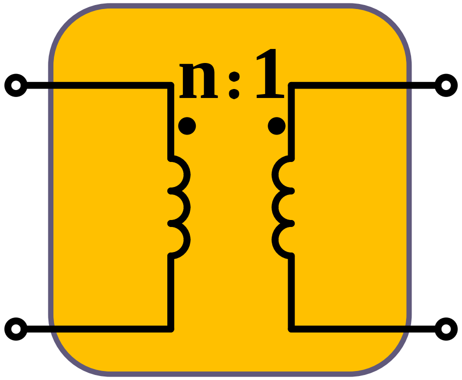

电力传输线


电源滤波器 SQ422-3
3A
50/60Hz
250VAC
-25℃~+85℃

滤波器


SEATC
Shixin Electronics
POWER
分支输出
有线电视信号放大器
SEATC91803A
★采用进口高频放大器件设计
★45-800MHz，增益22dB
分支输出
输入
增益调节
主输出
广东汕头市石新电子有限公司
GUANGDONG SHANTOU SHIXIN ELECTRONICS CO.,LTD

问题的引出

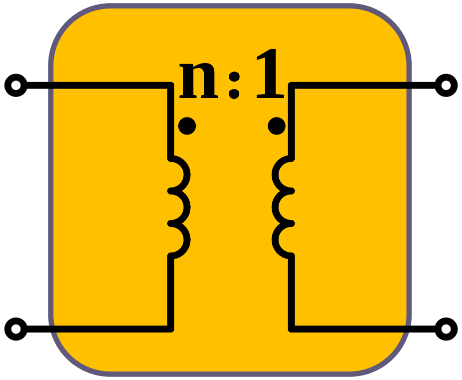


变压器

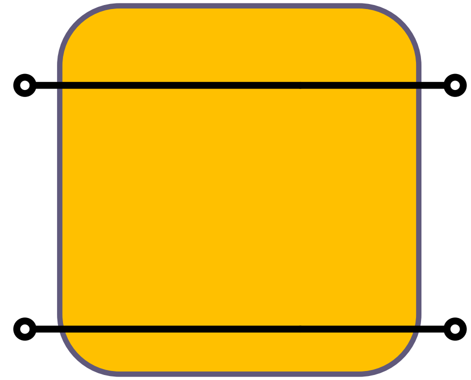
电力传输线

滤波器

问题的引出



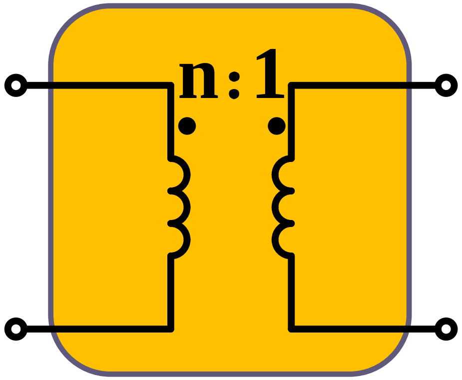
变压器



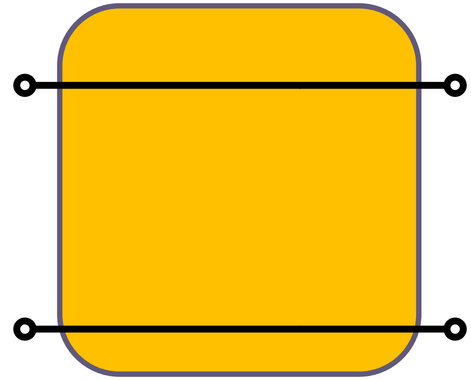
传输线

滤波器

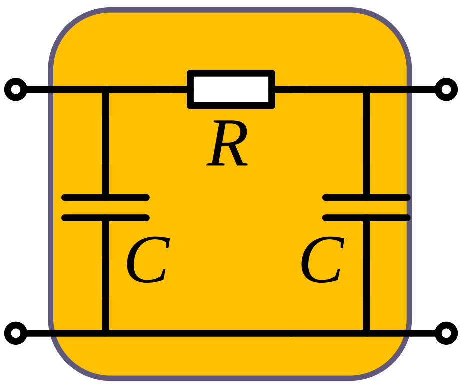
问题的引出



变压器

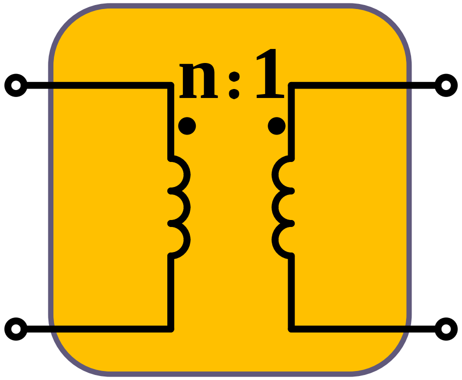


传输线

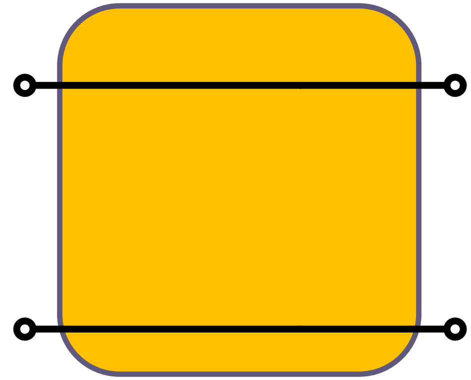


滤波器

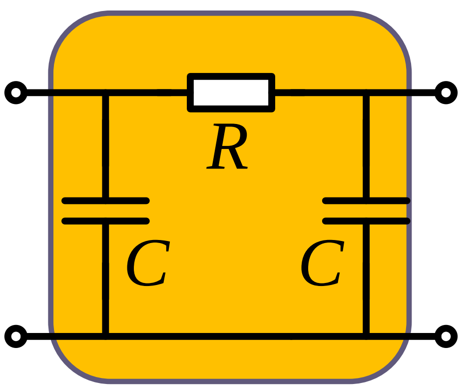
问题的引出



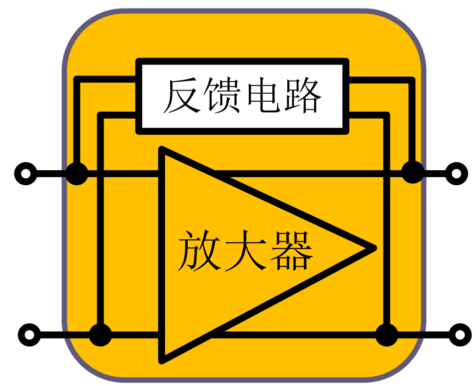
变压器



传输线

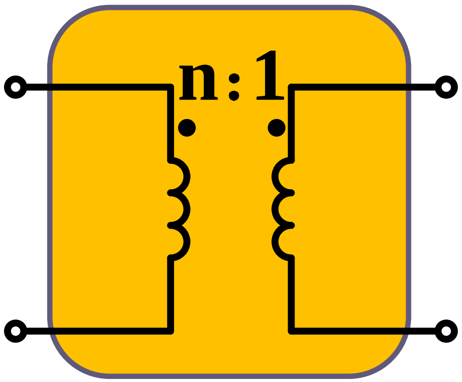


滤波器

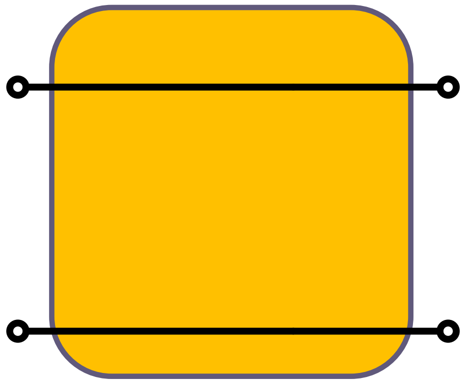


放大器

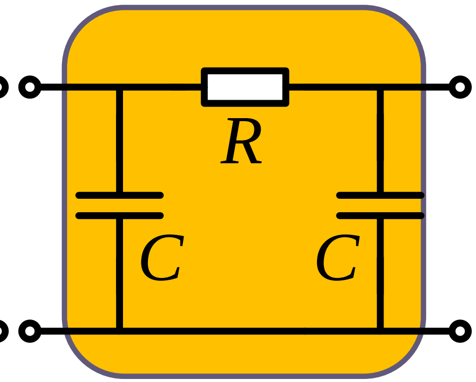
问题的引出



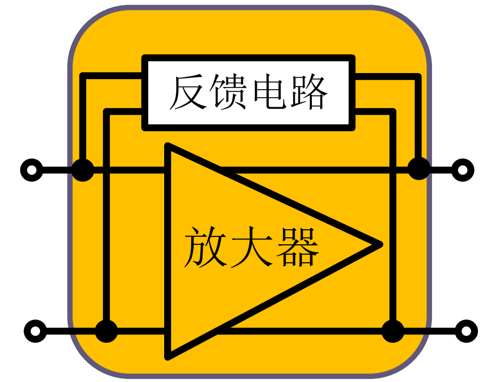
变压器



传输线

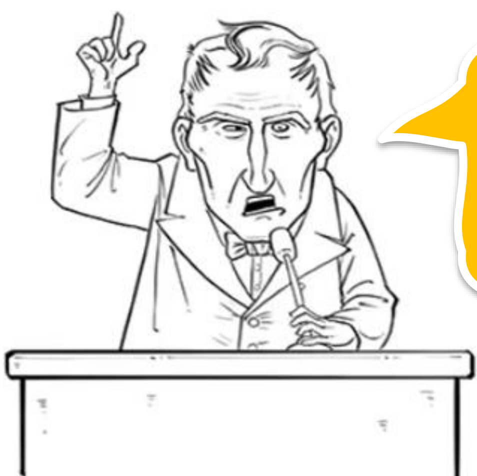


滤波器



放大器

共同特点： 对能量或信号进行处理，共四个接线端，一端为输入，另一端为输出。



其实啊，我们更关心**输入与输出的关系**，而并不太关心其内部的元件特性及连接特性。

电 路 理 论

Principles of Electric Circuits

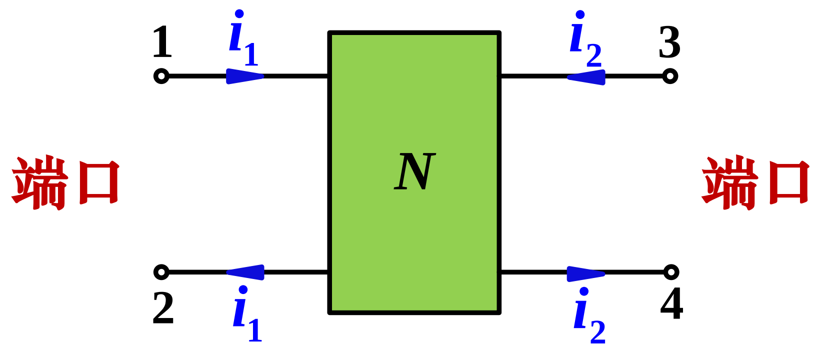
第五章 双口网络

（Two-port Network）

§5.1 双口网络的基本概念

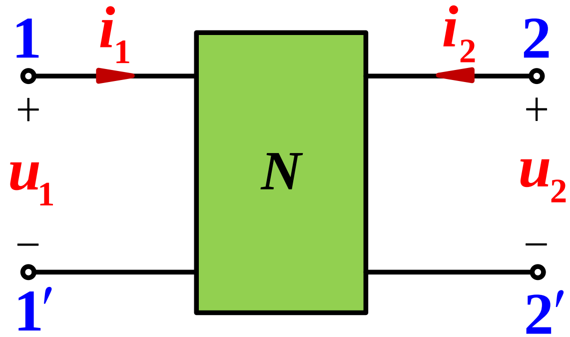
§ 5.1 双口网络的基本概念

一、双口网络



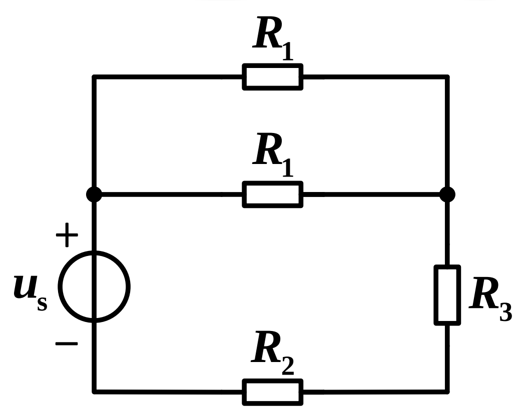
§ 5.1 双口网络的基本概念

一、双口网络



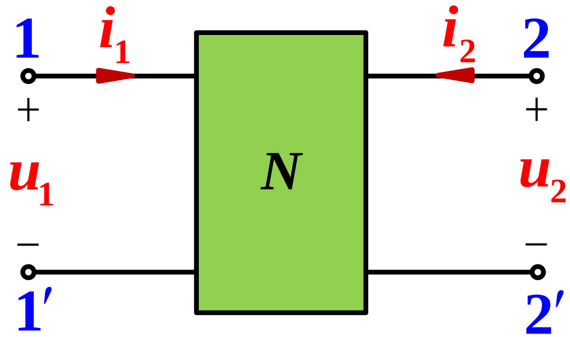
双口网络（二端口网络）

是不是四端网络就一定能构成双口网络？



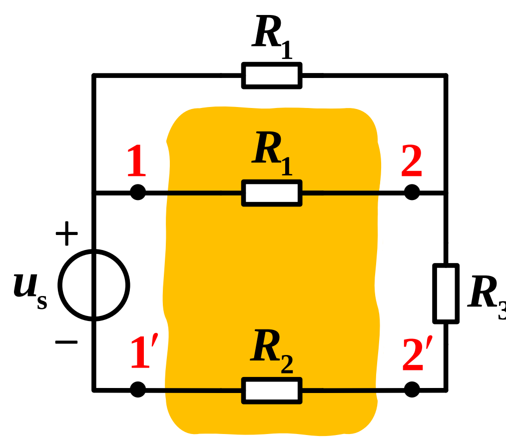
§ 5.1 双口网络的基本概念

一、双口网络



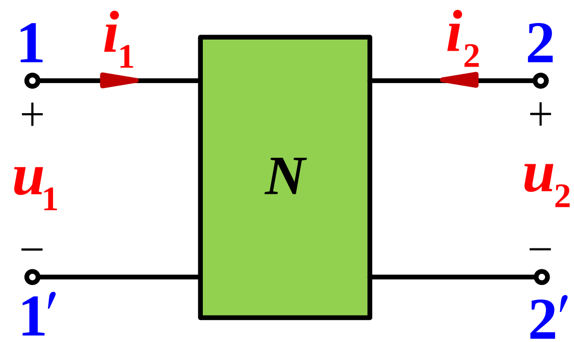
双口网络（二端口网络）

是不是四端网络就一定能构成双口网络？



是四端网络
但并非双口网络

二、关于所讨论双口网络的约定



约定：

1. 网络N内部不含独立源；
2. 网络N仅包含线性电阻或受控源；
3. 网络N端口电压电流取关联参考方向。

如何用**电路语言**来描述一个双口网络？

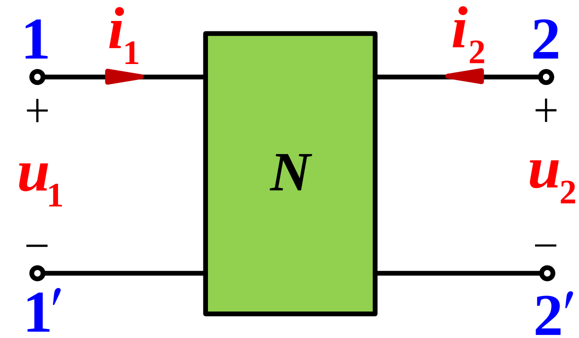
电 路 理 论
Principles of Electric Circuits

第五章 双口网络
（Two-port Network）

§ 5.2 双口网络的参数及其方程

§ 5.2 双口网络的参数及其方程

用**两个端口电压电流关系方程**（即端口VAR约束方程）来描述该双口网络。

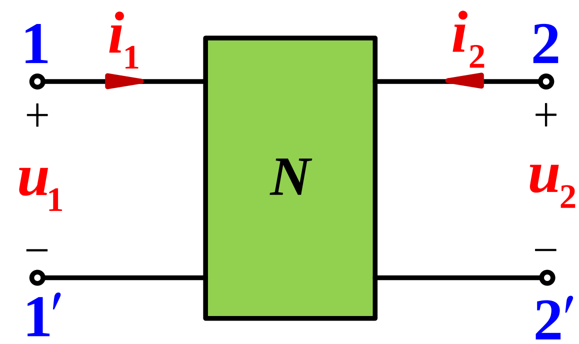


因变量		自变量
u_1 u_2		i_1 i_2
i_1 i_2		u_1 u_2
i_2 u_2	$\xleftarrow{\text{表示}}$	i_1 u_1
i_1 u_2		i_2 u_1
i_1 u_1		i_2 u_2
i_2 u_1		i_1 u_2

$$C_4^2$$

共6种参数形式

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— R参数



用i_1和i_2来表示u_1和u_2

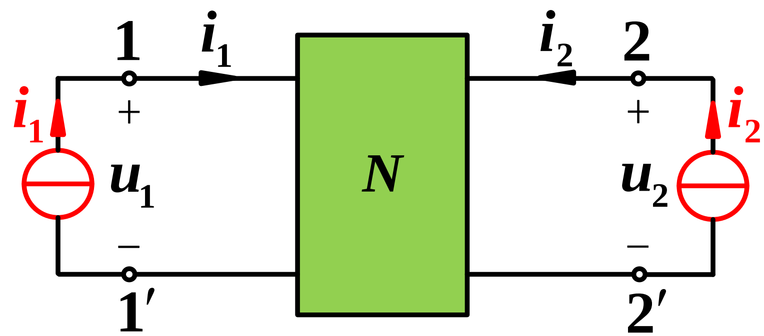
在两个端口分别施加一个电流源

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— R参数

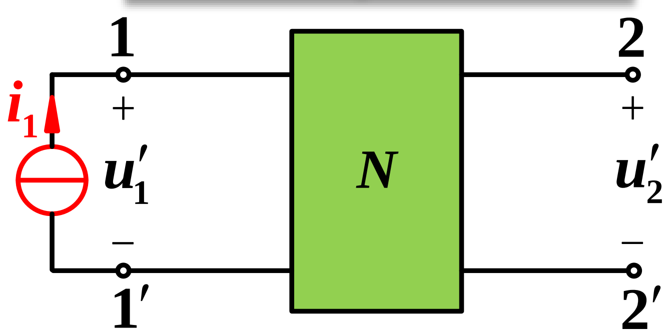
一、开路电阻参数（R 参数）

用i_1和i_2来表示u_1和u_2

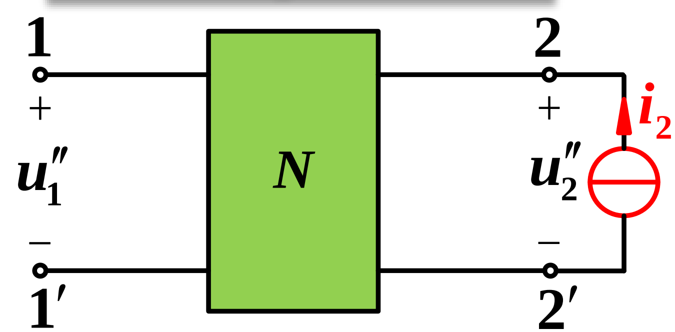
在两个端口分别施加一个电流源



电流源 i_1单独作用



电流源 i_2单独作用



则：
$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases}$$

R 参数方程

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

R 参数方程的矩阵形式

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— R参数

R参数的计算

$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases}$$

如何获得R 参数?

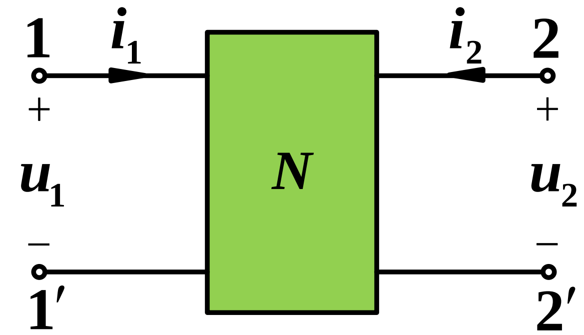
定义式法

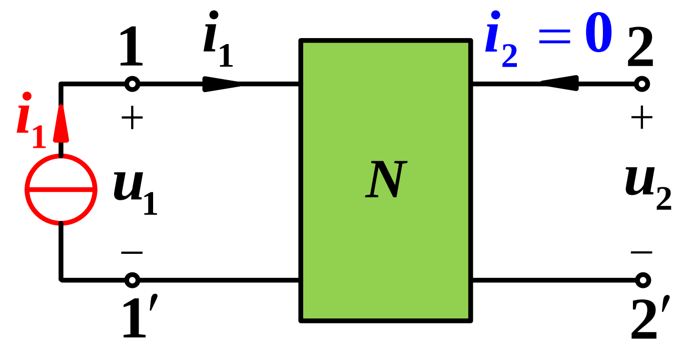
$R_{11} = \left.\dfrac{u_1}{i_1}\right|_{i_2=0}$ 输入电阻

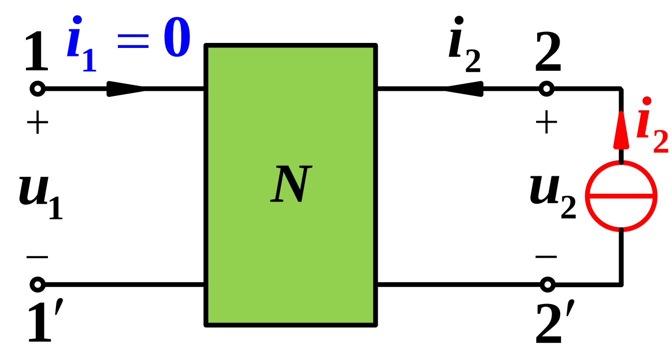
$R_{21} = \left.\dfrac{u_2}{i_1}\right|_{i_2=0}$ 转移电阻

$R_{12} = \left.\dfrac{u_1}{i_2}\right|_{i_1=0}$ 转移电阻

$R_{22} = \left.\dfrac{u_2}{i_2}\right|_{i_1=0}$ 输入电阻

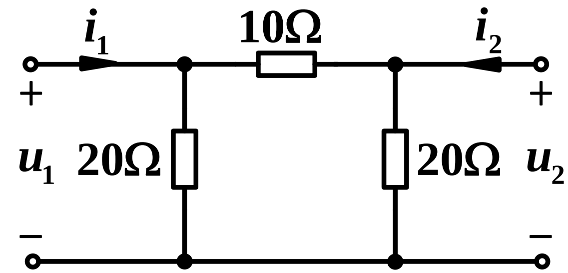






§5.2 双口网络的参数及其方程— R参数

【例】求图示双口网络的开路电阻参数。

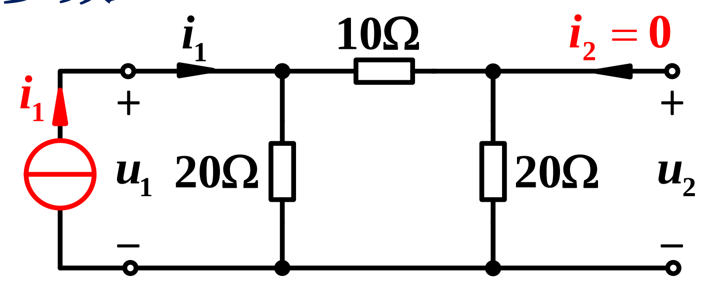


解：

由定义式求R参数

1）令端口2开路

【例】求图示双口网络的开路电阻参数。



解：

由定义式求R参数

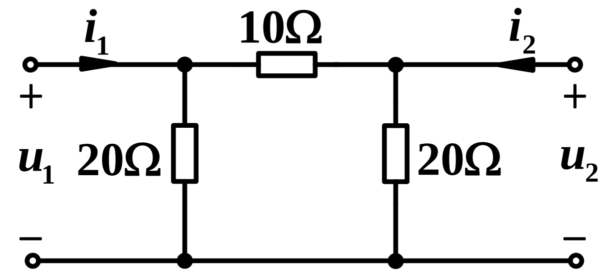
1）令端口2开路

$$R_{11}=\frac{u_1}{i_1}\bigg|_{i_2=0}=20//(10+20)=12\,\Omega$$

$$R_{21}=\frac{u_2}{i_1}\bigg|_{i_2=0}=\frac{\frac{2}{3}u_1}{\frac{u_1}{12}}=8\,\Omega$$

$$u_2=\frac{20}{10+20}u_1=\frac{2}{3}u_1 \qquad i_1=\frac{u_1}{R_{11}}=\frac{u_1}{12}$$

【例】求图示双口网络的开路电阻参数。

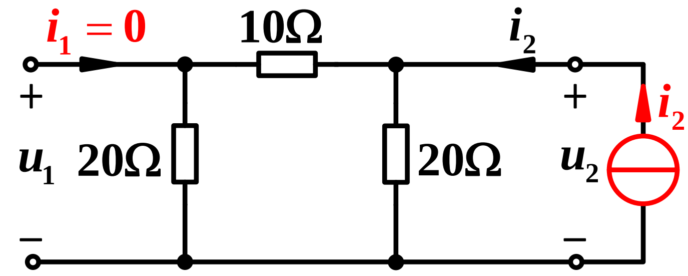


解:

2）令端口1开路

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— R参数

【例】求图示双口网络的开路电阻参数。



解：

2）令端口1开路

$$R_{22}=\frac{u_2}{i_2}\bigg|_{i_1=0}=20//(10+20)=12\ \Omega$$

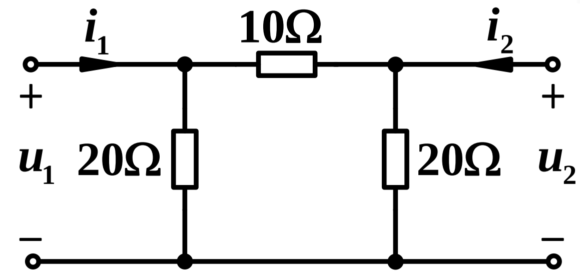
$$R_{12}=\frac{u_1}{i_2}\bigg|_{i_1=0}=\frac{\frac{2}{3}u_1}{\frac{u_1}{12}}=8\ \Omega$$

$$u_1=\frac{20}{10+20}u_2=\frac{2}{3}u_2 \qquad i_2=\frac{u_2}{R_{22}}=\frac{u_2}{12}$$

§ 5.2 双口网络的参数及其方程

为什么会是这样，仅仅是巧合吗？

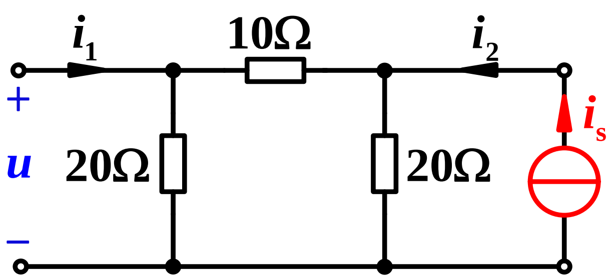
【例】求图示双口网络的开路电阻参数。



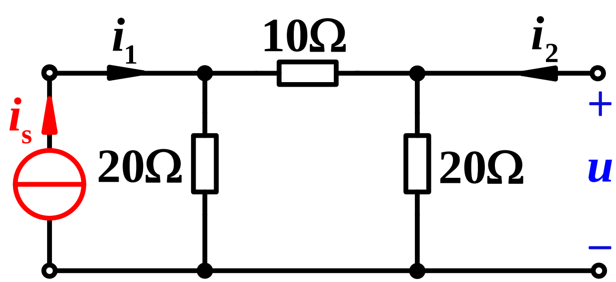
解：

$$R=\begin{bmatrix}R_{11} & R_{12}\\ R_{21} & R_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 8\\ 8 & 12\end{bmatrix}\ \Omega$$

互易双口：无论激励加在哪一侧，在**对侧**产生的响应均相同。



$$R_{12}=\left.\frac{u_1}{i_2}\right|_{i_1=0}=\frac{u}{i_s}$$



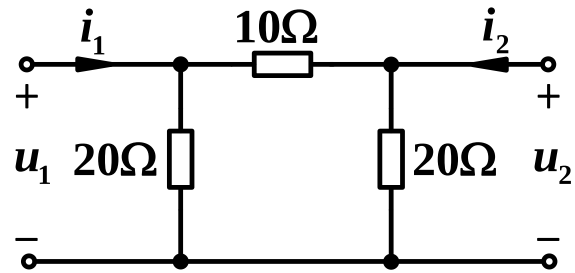
$$R_{21}=\left.\frac{u_2}{i_1}\right|_{i_2=0}=\frac{u}{i_s}$$

$$R_{12}=R_{21}$$

★ 具有互易性的双口网络最多只有三个独立的R参数

由纯电阻构成的双口网络一定是“互易双口”

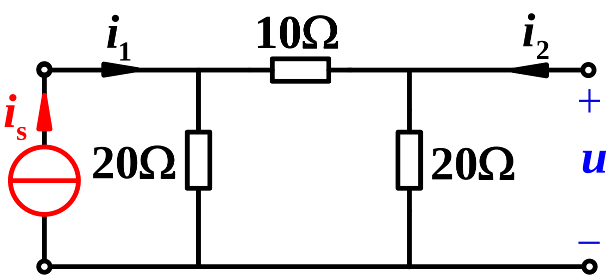
【例】求图示双口网络的开路电阻参数。

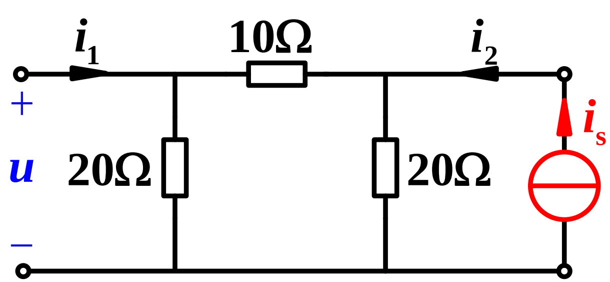


解:

$$R=\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}\Omega$$

对称双口：从任何一侧看进去，端口**电气特性（外特性）**均相同。





$$R_{11}=\left.\frac{u_1}{i_1}\right|_{i_2=0}$$

$$R_{21}=\left.\frac{u_2}{i_1}\right|_{i_2=0}$$

$$R_{22}=\left.\frac{u_2}{i_2}\right|_{i_1=0}$$

$$R_{12}=\left.\frac{u_1}{i_2}\right|_{i_1=0}$$

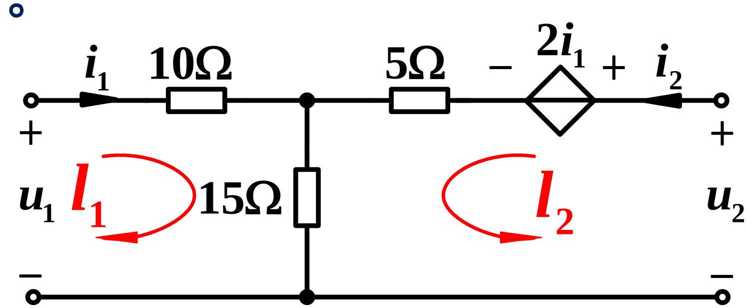
$R_{12}=R_{21}$且$R_{11}=R_{22}$

★ 具有对称性的双口网络最多只有两个独立的*R*参数。

对称双口一定是互易的，互易双口不一定是对称的。

R 参数的另一种求解方法—回路法

【例】求图示双口网络的开路电阻参数。



解：

根据回路电流法直接列写出流控型的端口伏安关系方程。

$$u_1 = 10i_1 + 15(i_1 + i_2)$$

$$u_2 = 2i_1 + 5i_2 + 15(i_1 + i_2)$$

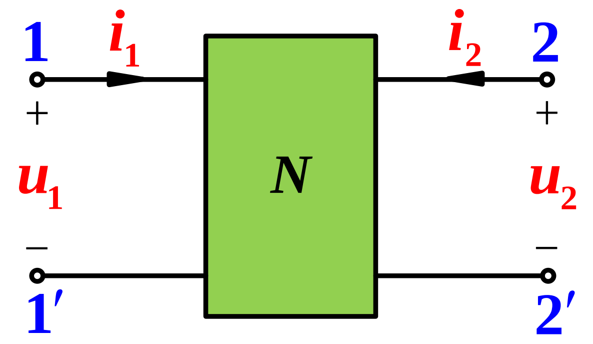
$$\longrightarrow \begin{cases} u_1 = 25i_1 + 15i_2 \\ u_2 = 17i_1 + 20i_2 \end{cases}$$

则：$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 15 \\ 17 & 20 \end{bmatrix} (\Omega)$

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— G参数

用u_1和u_2来表示i_1和i_2

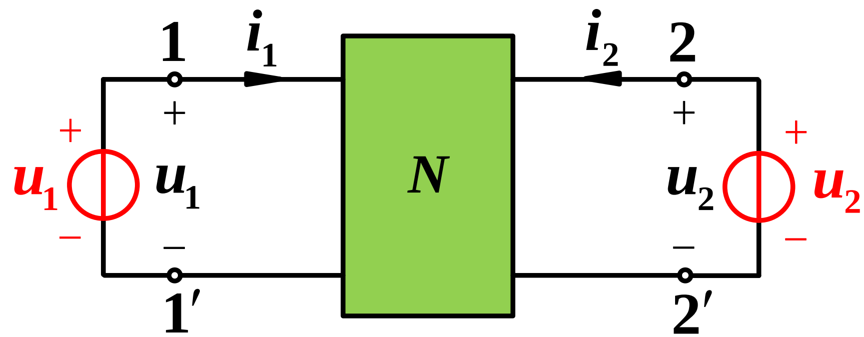
在两个端口分别施加一个电压源



二、短路电导参数（G参数）

用u_1和u_2来表示i_1和i_2

在两个端口分别施加一个电压源



$$\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases}$$

G 参数方程

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

G 参数方程的矩阵形式

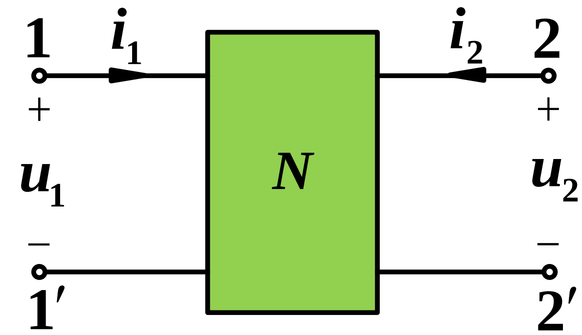
由R 参数方程可以求出G 参数

$$\begin{cases} u_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 \\ u_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{可得}} \begin{cases} i_1 = \dfrac{R_{22}}{\Delta}u_1 + \dfrac{-R_{12}}{\Delta}u_2 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = \dfrac{-R_{21}}{\Delta}u_1 + \dfrac{R_{11}}{\Delta}u_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases}$$

其中：$\Delta = R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21}$

G 参数的计算

$$\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases}$$



如何获得G参数？

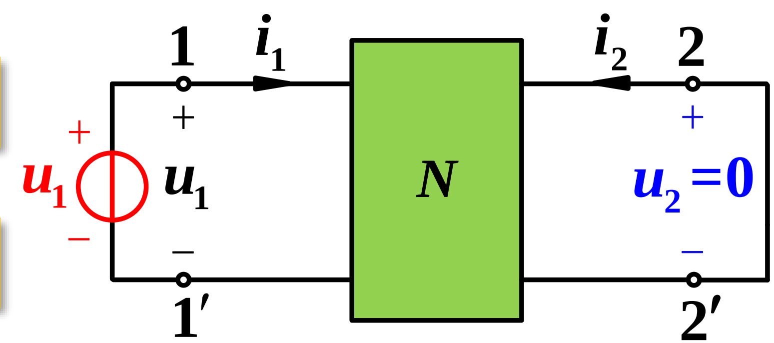
定义式法

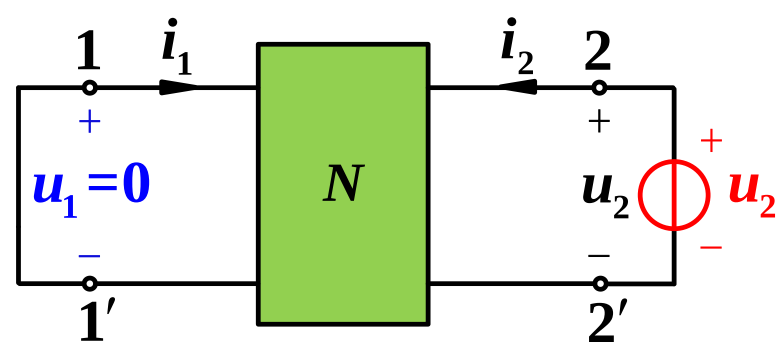
$$G_{11} = \left.\frac{i_1}{u_1}\right|_{u_2=0}$$ 输入电导

$$G_{21} = \left.\frac{i_2}{u_1}\right|_{u_2=0}$$ 转移电导

$$G_{12} = \left.\frac{i_1}{u_2}\right|_{u_1=0}$$ 转移电导

$$G_{22} = \left.\frac{i_2}{u_2}\right|_{u_1=0}$$ 输入电导

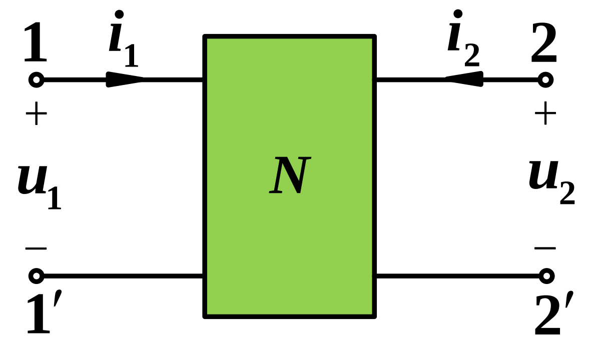




§ 5.2 双口网络的参数及其方程— G参数

互易性和对称性

$$\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases}$$



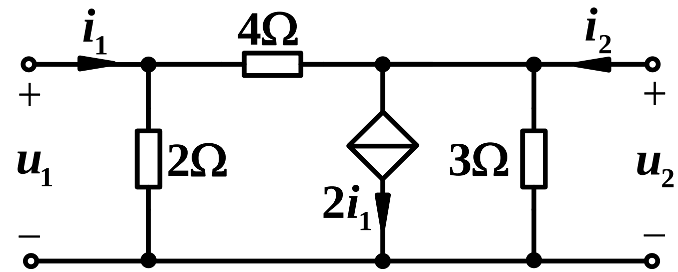
互易双口： $G_{12} = G_{21}$

★ 互易双口网络最多只有三个独立的G参数。

对称双口： $G_{12} = G_{21}, G_{11} = G_{22}$

★ 对称双口网络最多只有两个独立的G参数。

【例】求图示双口网络的短路电导参数。



解：

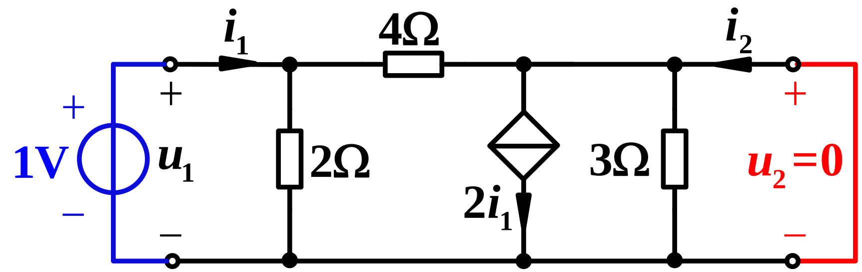
利用定义式法求解

1）端口1外加1V电压源，令端口2短路

【例】求图示双口网络的短路电导参数。

解：

利用定义式法求解



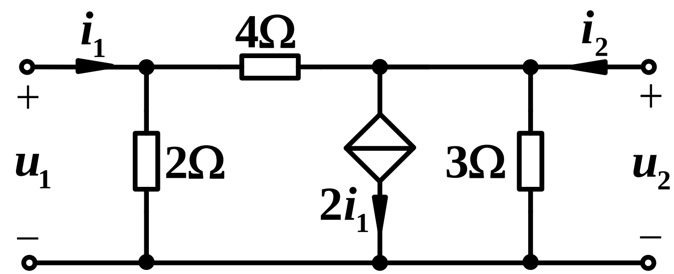
1）端口1外加1V电压源，令端口2短路

$$G_{11}=\frac{i_1}{u_1}\bigg|_{u_2=0}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{1}=\frac{3}{4}\mathrm{S}$$

$$G_{21}=\frac{i_2}{u_1}\bigg|_{u_2=0}=\frac{i_2}{1}=\frac{2i_1-\frac{1}{4}}{1}=\frac{5}{4}\mathrm{S}$$

§ 5.2 双口网络的参数及其方程 — G参数

【例】求图示双口网络的短路电导参数。



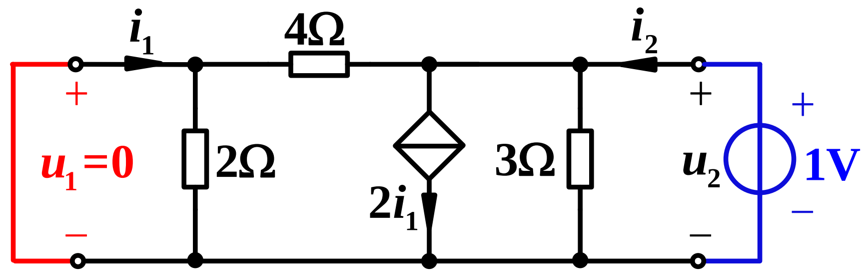
解:

利用定义式法求解

2）端口2外加1V电压源，令端口1短路

【例】求图示双口网络的短路电导参数。

解：



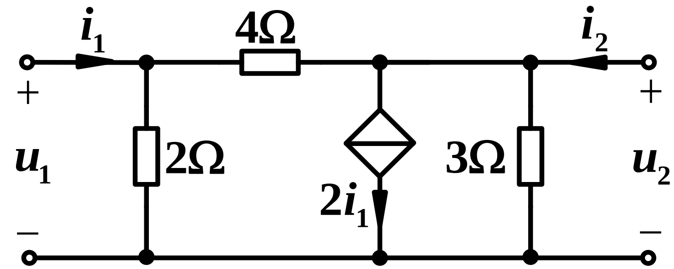
利用定义式法求解

2）端口2外加1V电压源，令端口1短路

$$G_{12}=\frac{i_1}{u_2}\bigg|_{u_1=0}=\frac{i_1}{1}=\frac{-\frac{1}{4}}{1}=-\frac{1}{4}\mathrm{S}$$

$$G_{22}=\frac{i_2}{u_2}\bigg|_{u_1=0}=\frac{i_2}{1}=\frac{2i_1+\frac{1}{3}-i_1}{1}=\frac{1}{12}\mathrm{S}$$

【例】求图示双口网络的短路电导参数。



解：

利用定义式法求解

1）端口1外加1V电压源，令端口2短路

$$G_{11}=\frac{i_1}{u_1}\bigg|_{u_2=0}=\frac{3}{4}\text{S}\qquad G_{21}=\frac{i_2}{u_1}\bigg|_{u_2=0}=\frac{5}{4}\text{S}$$

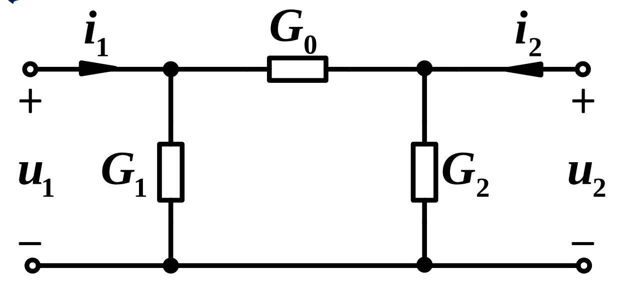
2）端口2外加1V电压源，令端口1短路

$$G_{12}=\frac{i_1}{u_2}\bigg|_{u_1=0}=-\frac{1}{4}\text{S}\qquad G_{22}=\frac{i_2}{u_2}\bigg|_{u_1=0}=\frac{1}{12}\text{S}$$

则：$$G=\begin{bmatrix}G_{11} & G_{12}\\ G_{21} & G_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\\ \frac{5}{4} & \frac{1}{12}\end{bmatrix}(\text{S})$$

G 参数的另一种求解方法—节点法

【例】求图示双口网络的短路电导参数。



解：

根据节点电压法直接列写出压控型的端口伏安关系方程。

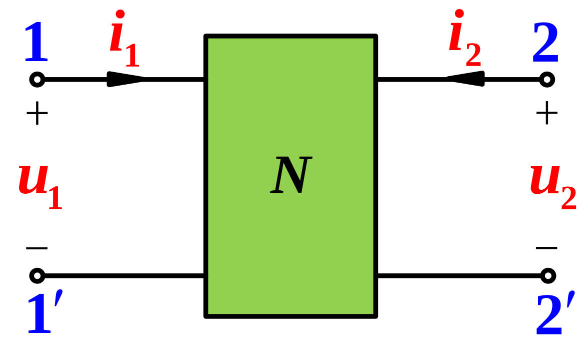
$$i_1 = (G_1 + G_0)u_1 - G_0 u_2$$

$$i_2 = -G_0 u_1 + (G_2 + G_0)u_2$$

则：$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_0 & -G_0 \\ -G_0 & G_2 + G_0 \end{bmatrix}$ (S)

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— T参数

三、传输参数（T参数）



如何用u_2和$-i_2$来表示u_1和i_1？

定义：
$$\begin{cases} u_1 = Au_2 + B(-i_2) \\ i_1 = Cu_2 + D(-i_2) \end{cases}$$

T 参数方程

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

T 参数方程的矩阵形式

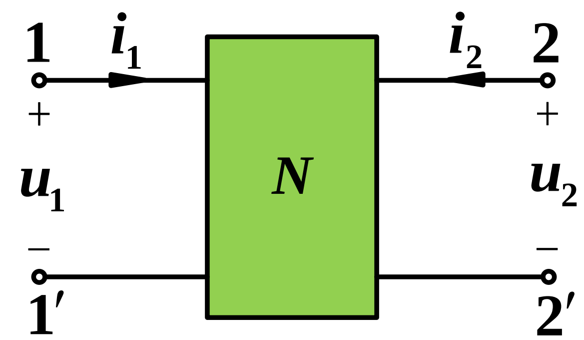
$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

T 参数矩阵

T 参数的计算

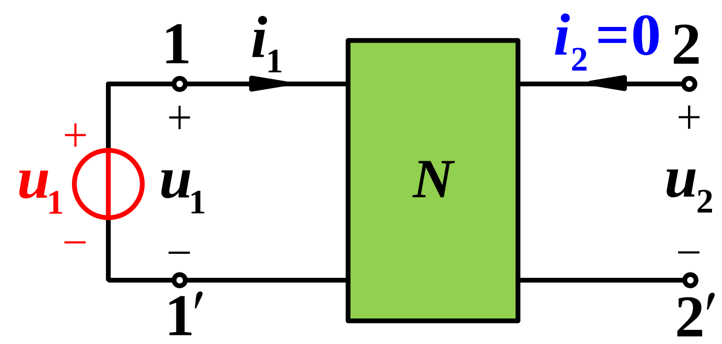
$$\begin{cases} u_1 = Au_2 + B(-i_2) \\ i_1 = Cu_2 + D(-i_2) \end{cases}$$

如何获得T 参数?



$$A = \left.\frac{u_1}{u_2}\right|_{i_2=0}$$

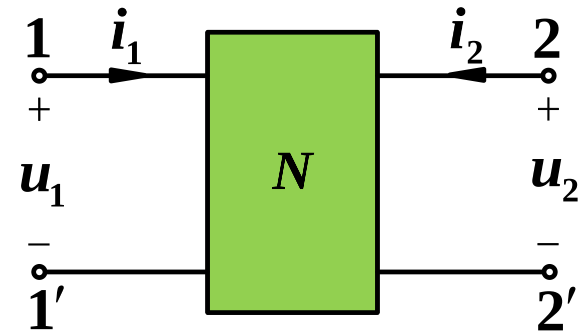
电压比



§ 5.2 双口网络的参数及其方程— T参数

T 参数的计算

$$\begin{cases} u_1 = Au_2 + B(-i_2) \\ i_1 = Cu_2 + D(-i_2) \end{cases}$$



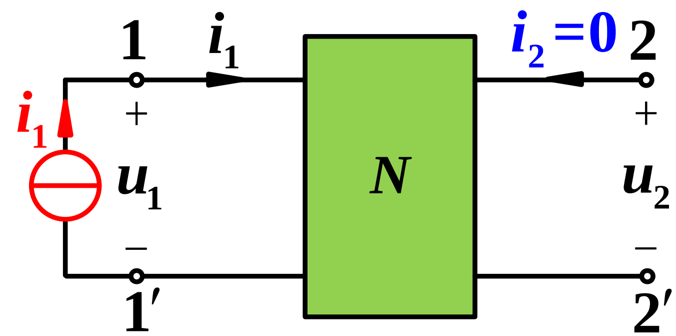
如何获得T 参数?

$$A = \left.\frac{u_1}{u_2}\right|_{i_2=0}$$

电压比

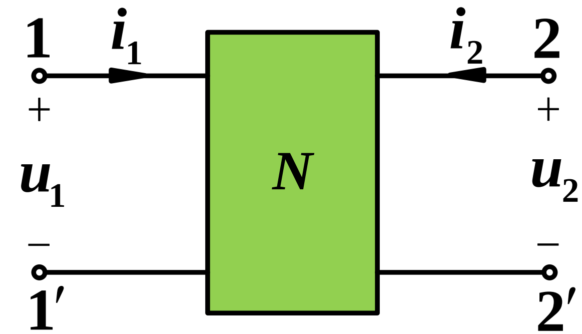
$$C = \left.\frac{i_1}{u_2}\right|_{i_2=0}$$

转移电导



§ 5.2 双口网络的参数及其方程— T参数

T 参数的计算

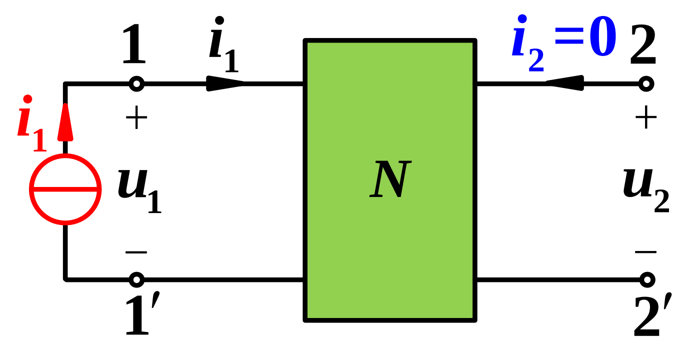


$$\begin{cases} u_1 = Au_2 + B(-i_2) \\ i_1 = Cu_2 + D(-i_2) \end{cases}$$

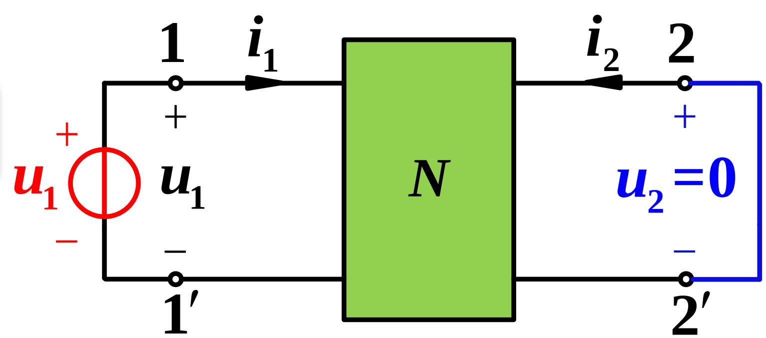
如何获得T 参数?

$$A = \frac{u_1}{u_2}\bigg|_{i_2=0}$$ 电压比

$$C = \frac{i_1}{u_2}\bigg|_{i_2=0}$$ 转移电导

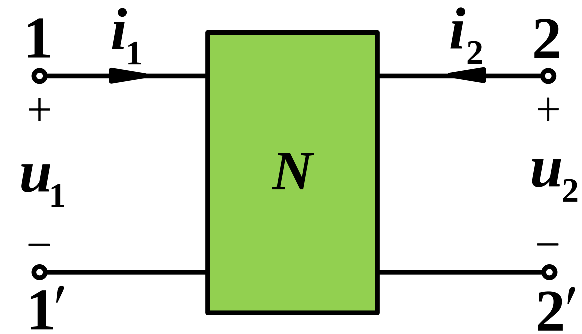


$$B = \frac{u_1}{-i_2}\bigg|_{u_2=0}$$ 转移电阻



T 参数的计算

$$\begin{cases} u_1 = Au_2 + B(-i_2) \\ i_1 = Cu_2 + D(-i_2) \end{cases}$$



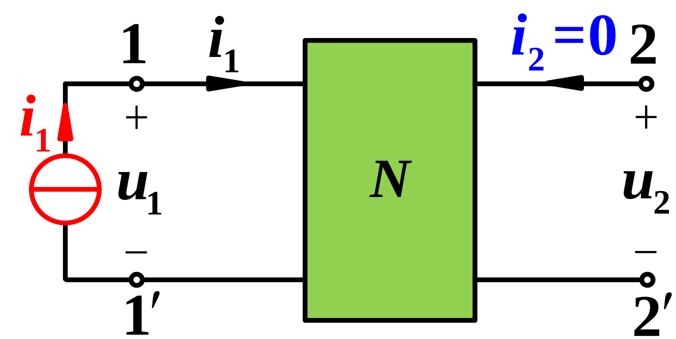
如何获得T 参数?

定义式法

$$A = \frac{u_1}{u_2}\bigg|_{i_2=0}$$ 电压比

$$C = \frac{i_1}{u_2}\bigg|_{i_2=0}$$ 转移电导

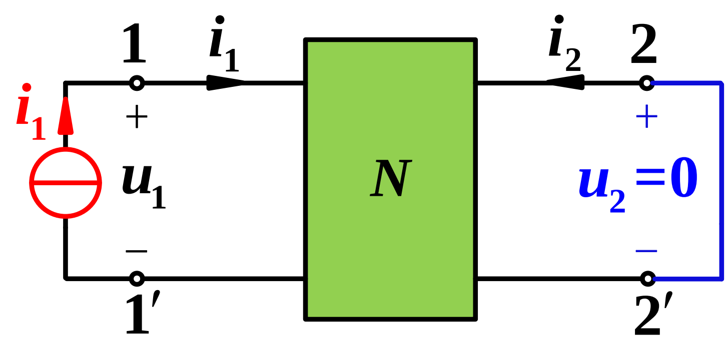
→ 开路参数



$$B = \frac{u_1}{-i_2}\bigg|_{u_2=0}$$ 转移电阻

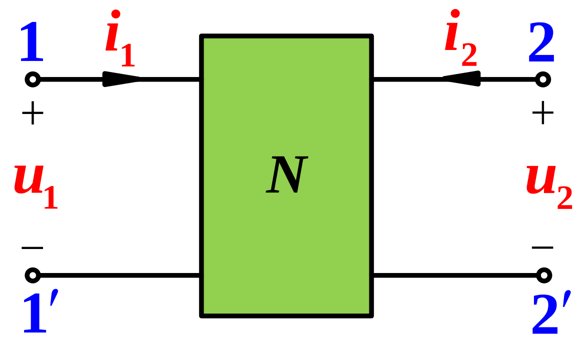
$$D = \frac{i_1}{-i_2}\bigg|_{u_2=0}$$ 电流比

→ 短路参数



§ 5.2 双口网络的参数及其方程— T参数

互易性和对称性



由 $\begin{cases} i_1 = G_{11}u_1 + G_{12}u_2 \\ i_2 = G_{21}u_1 + G_{22}u_2 \end{cases}$

推导出 $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{G_{22}}{G_{21}}u_2 + \dfrac{1}{G_{21}}i_2 \\ i_1 = \left(G_{12} - \dfrac{G_{11}G_{22}}{G_{21}}\right)u_2 + \dfrac{G_{11}}{G_{21}}i_2 \end{cases}$

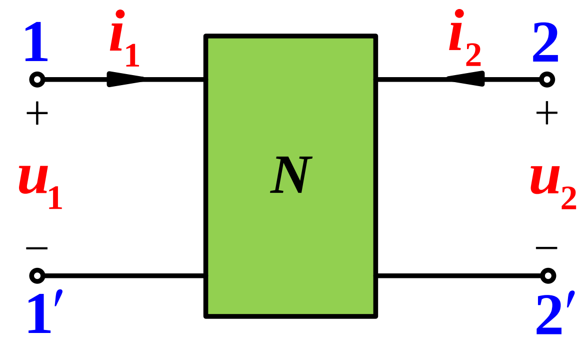
其中：

$$A = -\frac{G_{22}}{G_{21}} \quad B = \frac{-1}{G_{21}} \quad C = \frac{G_{12}G_{21} - G_{11}G_{22}}{G_{21}} \quad D = -\frac{G_{11}}{G_{21}}$$

§ 5.2 双口网络的参数及其方程— T参数

互易性和对称性

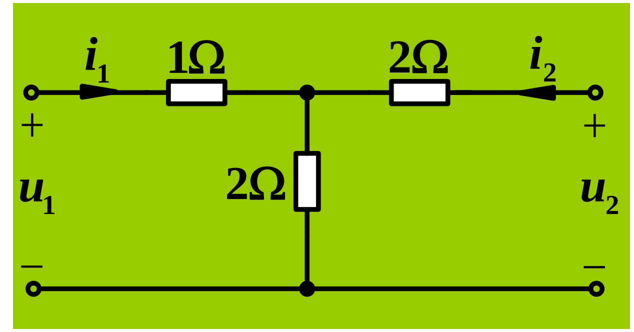
$$T=\begin{bmatrix} -\dfrac{G_{22}}{G_{21}} & \dfrac{G_{12}G_{21}-G_{11}G_{22}}{G_{21}} \\[2ex] \dfrac{-1}{G_{21}} & -\dfrac{G_{11}}{G_{21}} \end{bmatrix}$$



互易双口： $G_{12}=G_{21}$ ⟶ $AD-BC=1$

对称双口： $G_{12}=G_{21}$, $G_{11}=G_{22}$ ⟶ $AD-BC=1$ 且 $A=D$

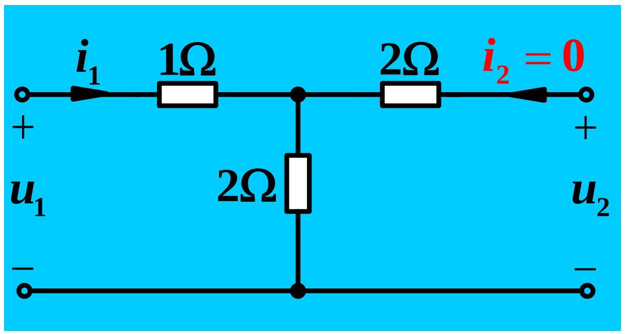
§ 5.2 双口网络的参数及其方程— T参数

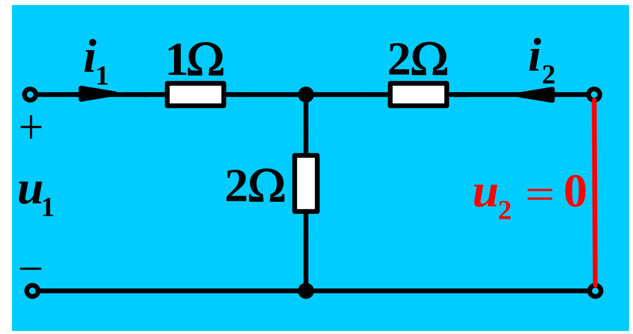


【例】求图示双口网络的传输参数。

解:

方法1 定义式法





$$A=\frac{u_1}{u_2}\bigg|_{i_2=0}=\frac{1+2}{2}=1.5$$

$$B=\frac{u_1}{-i_2}\bigg|_{u_2=0}=\frac{i_1[1+(2//2)]}{0.5i_1}=4\,\Omega$$

$$C=\frac{i_1}{u_2}\bigg|_{i_2=0}=0.5\,\text{S}$$

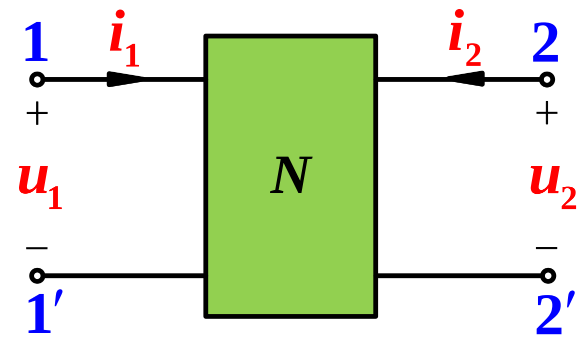
$$D=\frac{i_1}{-i_2}\bigg|_{u_2=0}=\frac{i_1}{0.5i_1}=2$$

方法2 先写出*G* 或*R* 参数，再解出*T* 参数

方法3 根据 KCL、KVL 列方程并整理

四、反向传输参数（T'参数）

若用u_1和i_1来表示u_2和$-i_2$



定义：
$$\begin{cases} u_2 = A'u_1 + B'i_1 \\ -i_2 = C'u_1 + D'i_1 \end{cases}$$

T'参数方程

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T' \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$$

T'参数方程的矩阵形式

$$T' = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$$

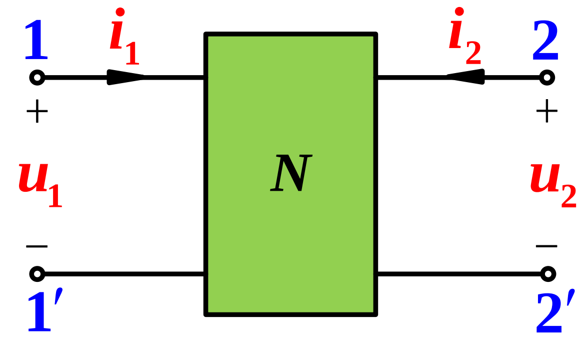
T'参数矩阵

T参数与T'参数的关系：
$$T' = T^{-1}$$

传输参数与反向传输参数互为逆矩阵

§5.2 双口网络的参数及其方程—H参数

五、混合参数（H 参数）



用i_1和u_2来表示u_1和i_2

定义：
$$\begin{cases} u_1 = h_{11} i_1 + h_{12} u_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} u_2 \end{cases}$$

H 参数方程

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

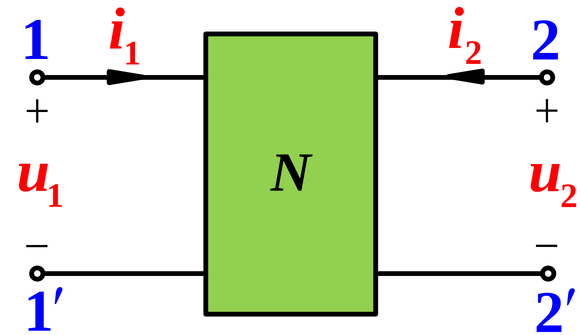
H 参数方程的矩阵形式

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

H 参数矩阵

§ 5.2 双口网络的参数及其方程—H参数

五、混合参数（H 参数）



$$\begin{cases} u_1 = h_{11} i_1 + h_{12} u_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} u_2 \end{cases}$$

定义式求法：

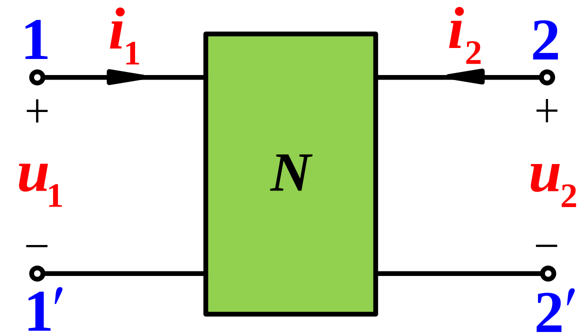
$h_{11} = \left.\dfrac{u_1}{i_1}\right|_{u_2=0}$ 输入电阻　　$h_{12} = \left.\dfrac{u_1}{u_2}\right|_{i_1=0}$ 转移电压比

$h_{21} = \left.\dfrac{i_2}{i_1}\right|_{u_2=0}$ 转移电流比　　$h_{22} = \left.\dfrac{i_2}{u_2}\right|_{i_1=0}$ 输入电导

互易双口：　$h_{12} = -h_{21}$

对称双口：　$h_{12} = -h_{21}$ 且 $h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21} = 1$

六、逆混合参数（H'参数）



用u_1和i_2来表示i_1和u_2

定义：
$$\begin{cases} i_1 = h'_{11}u_1 + h'_{12}i_2 \\ u_2 = h'_{21}u_1 + h'_{22}i_2 \end{cases}$$

H' 参数方程

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = H' \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

H' 参数方程的矩阵形式

$$H' = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix}$$

H 参数矩阵

H参数与H'参数的关系：
$$H' = H^{-1}$$

混合参数与逆混合参数互为逆矩阵