

ELASTİK DALGA YAYINIMI

(2016 - 10. Ders)

Prof.Dr. Eşref YALÇINKAYA

Geçtiğimiz ders;

- Cisim dalgaları (P ve S)
- Tabakalı ortamda yayılan sismik dalgalar
- Snell kanunu

Bu derste;

- Yüzey dalgaları (Rayleigh ve Love)
- Dispersion

$$\frac{\sin i_1}{\alpha_1} = \frac{\sin i_2}{\alpha_2} = \frac{\sin j_1}{\beta_1} = \frac{\sin j_2}{\beta_2} = \frac{1}{c}$$

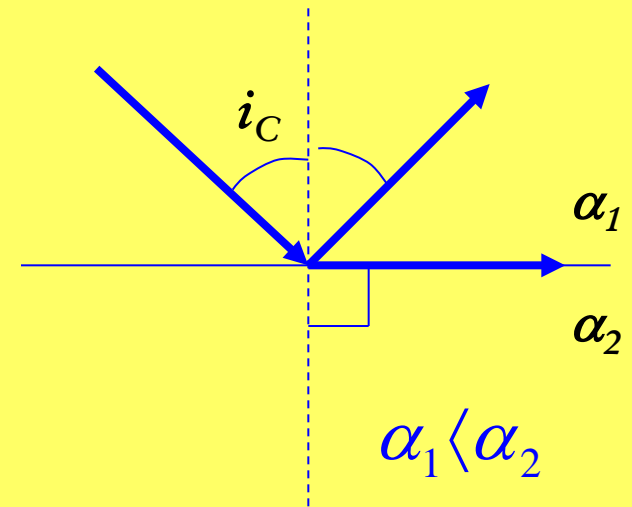
Snell kanunun

$$r_\alpha = (c^2 / \alpha^2 - 1)^{1/2}$$

$$r_\beta = (c^2 / \beta^2 - 1)^{1/2}$$

$$\frac{\sin i_c}{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{c}$$

Kritik açı



1.durum $i < i_c$

2.durum $i > i_c$

2.durum $i > i_c$

$$\frac{\sin(i > i_c)}{\alpha_1} = \frac{> 1}{\alpha_2} = \frac{1}{c}$$

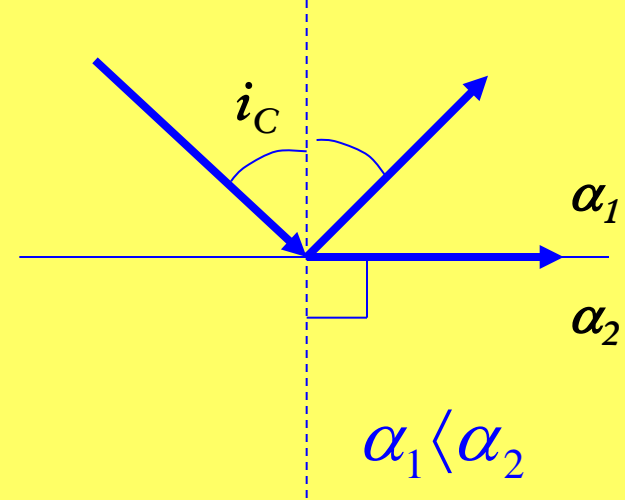
$$c < \alpha_2$$

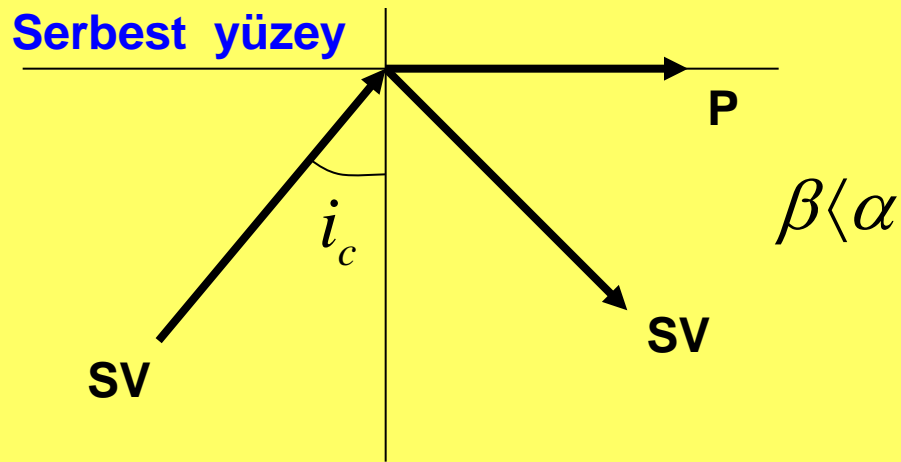
$$r_\alpha = \left(c^2 / \alpha^2 - 1 \right)^{1/2} \quad \text{Negatif kök içi}$$

İletilen dalga denklemi;

$$u_y(x, z, t) = B' \exp(i(\omega t - kx - kr_\alpha z))$$

Bu denklem x yönünde c hızıyla yayılan ve genliği z yönünde üssel olarak azalan bir dalgayı tanımlar. Bu dalgalar “inhomogeneous” veya “evanescent” dalgalar olarak adlandırılır.





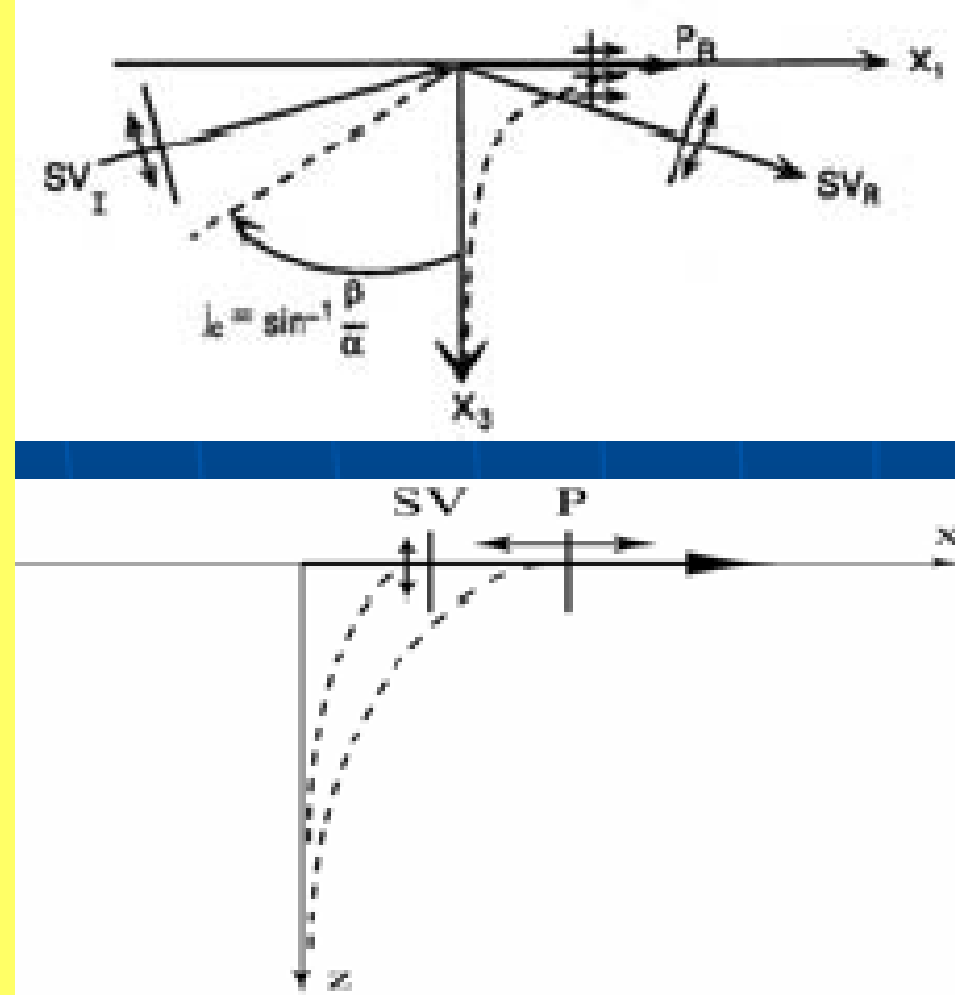
$i > i_c \longrightarrow$ “inhomogeneous” veya “evanescent” dalgalar

Yüzey dalgaları; bir serbest yüzeyle sınırlanan ortam içinde üretilen, yüzeye paralel yayılan ve genlikleri derinlikle azalan dalgalar olarak tanımlanır.

- Homojen, izotrop ve sınırsız bir elastik ortamda yalnızca **cisim dalgalar (P ve S)** yayılırlar. Ancak, ortamın sınırlı olması halinde yansıyan ve kırılan cisim dalgaları ile cismin yüzeyinde yayılan (veya sınır yüzeyi boyunca yayılan) **yüzey dalgaları** bulunur.
- Yarı sonsuz, homojen ve izotrop olan bir elastik ortamın yüzeyinde **Rayleigh** dalgaları, tabakalı bir ortamda ise hem Rayleigh hem de **Love** yüzey dalgaları meydana gelirler.

Rayleigh dalgaları

- Rayleigh dalgaları, **P** ve **SV** dalgalarının yerin serbest yüzeyinde girişimleri sonucu oluşurlar.



Homojen yarı sonsuz bir ortamda yayılan Rayleigh dalgaları periyod denklemi ;

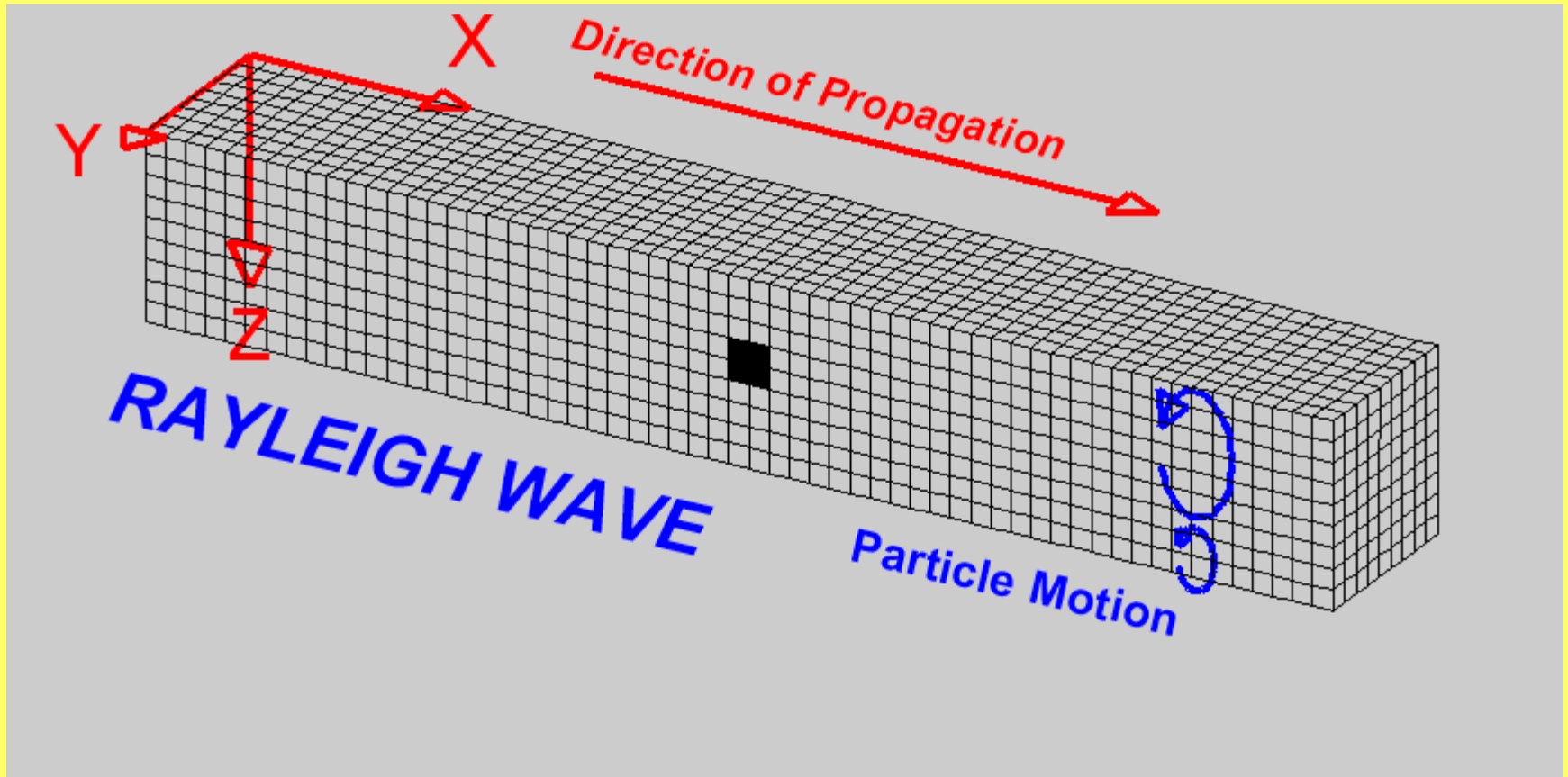
$$\frac{c^6}{\beta^6} - 8 \frac{c^4}{\beta^4} + \frac{56}{3} \frac{c^2}{\beta^2} - \frac{32}{3} = 0$$

Homojen yarı sonsuz bir ortamda yayılan Rayleigh dalga hızı;

$$c_R = 0.92\beta$$

Rayleigh Dalgaları

- Tanecik hareketi büyük eksenini düşey olan eliptik, retrograd bir harekettir.



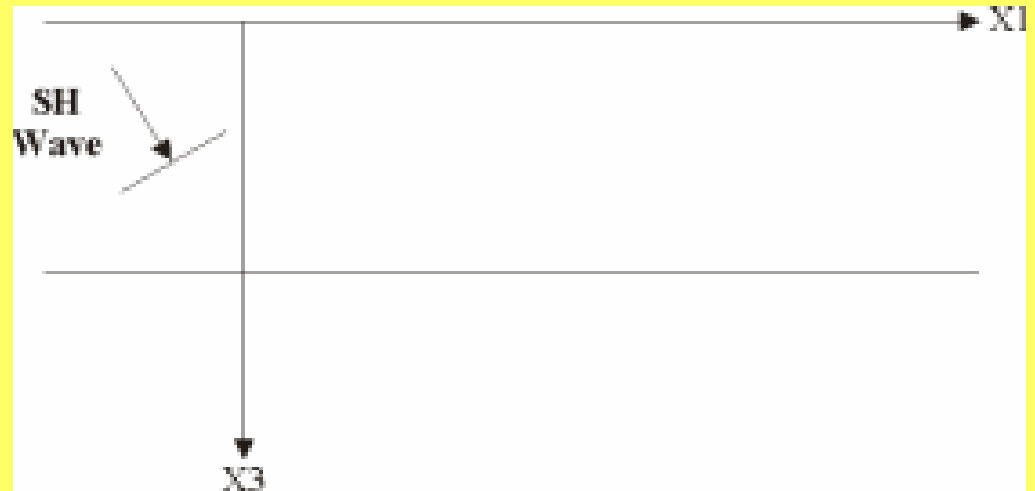
Rayleigh dalgalarının özellikleri:

- 1. Yarı sonsuz homojen bir ortamın serbest yüzeyinde veya tabakalı bir ortamda meydana gelebilirler.**
- 2. Dalgaların yayılması sırasında tanecik hareketi büyük eksenini düşey olan bir elips çizer, hareket yayılma doğrultusuna ters yönde (retrograd) bir harekettir. Elipsin küçük ekseninin büyük eksenine oranı $1/3$ tür.**

- 3. Hareketin genliği derinlik ile üstel olarak azalır.**
- 4. Hareketin hem düşey hem de yayılma doğrultusunda yatay bileşeni vardır, dolayısı ile hem düşey hem de yatay bileşen sismograflarında kayıt edilirler.**
- 5. Yarı sonsuz homojen bir ortamda oluşan Rayleigh dalgaları dispersiyon göstermezler, fakat tabakalı bir ortamda meydana gelen Rayleigh dalgaları dispersiyon gösterirler.**

Love dalgaları

- Love dalgaları, **SH** dalagalarının yüzey tabakası içinde kapanlanması sonucu oluşurlar.



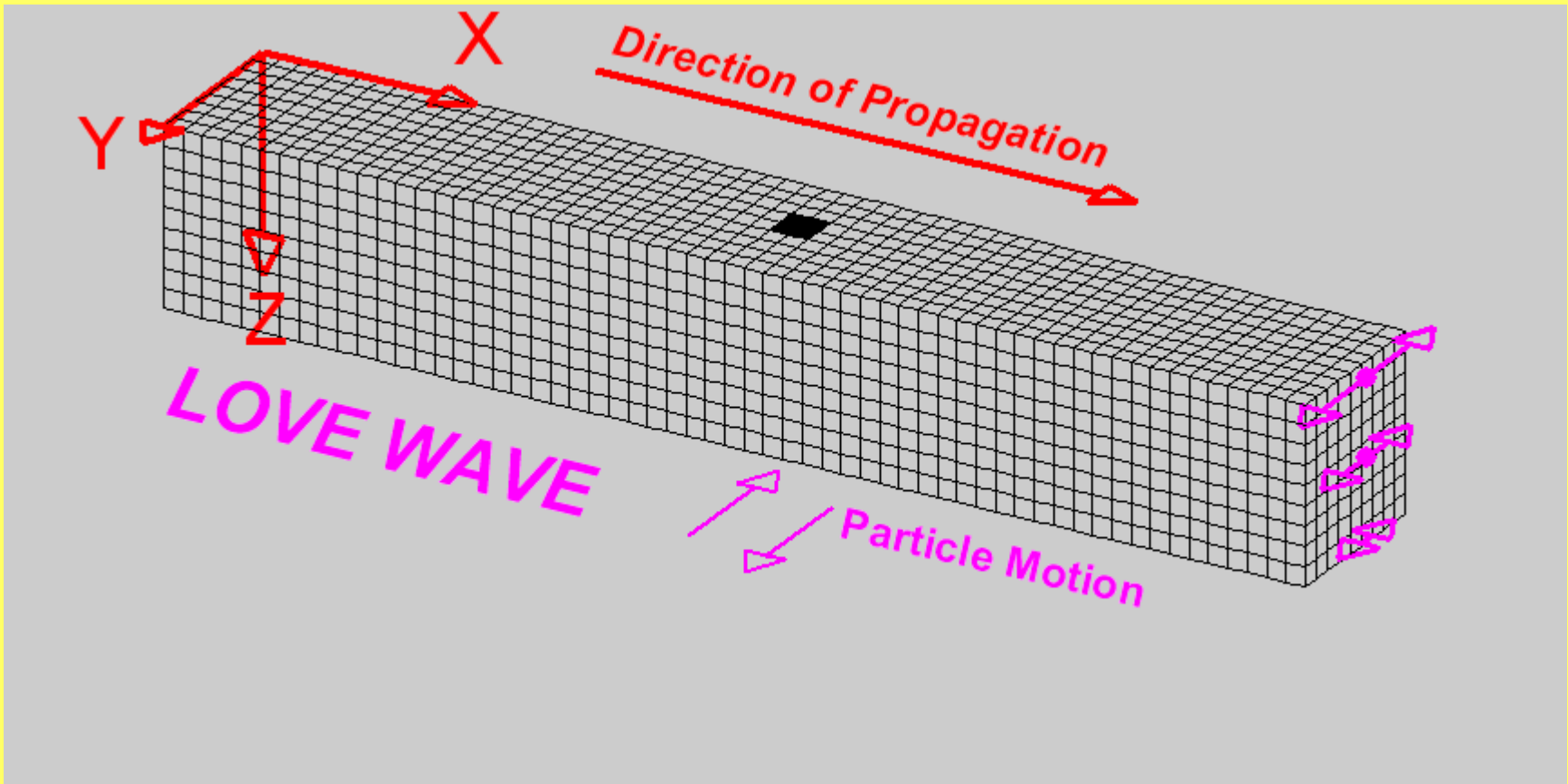
Love dalgaları periyod denklemi ;

$$\mu_2 \left[1 - \frac{c^2}{\beta_2^2} \right]^{1/2} - \mu_1 \left[\frac{c^2}{\beta_1^2} - 1 \right]^{1/2} \tan kH \left[\left(\frac{c^2}{\beta_1^2} - 1 \right)^{1/2} \right] = 0$$

Görüldüğü gibi periyod denklemi dalga sayısına ($k = 2\pi / \lambda$) dalga boyuna yani frekansa veya periyoda bağlıdır.

Love Dalgaları

- Tanecik hareketi dalga yayılım yönüne dik, enine (transvers) yatay düzlemdeyir.



Love dalgalarının özellikleri :

- 1. Sadece tabakalı ortamda oluşabilirler.**
- 2. Yatay yönde polarize olmuş SH dalgalarından meydana gelirler.**
- 3. Hareketin düşey ve yayılma doğrultusunda yatay bileşeni yoktur.**
- 4. Yalnızca yatay bileşen sismograflarda kaydedilebilirler.**

- 5. Daima dispersiyon gösterirler, yani periyot arttıkça hız artar.**
- 6. Love dalgalarının hızı Rayleigh dalgalarının hızından büyük S dalgalarının hızından küçüktür. Sismogramlarda S dalgalarından sonra, Rayleigh dalgalarından önce görülürler.**

Figure 2.7-1: Seismograms recorded at a distance of 110°, showing surface waves.

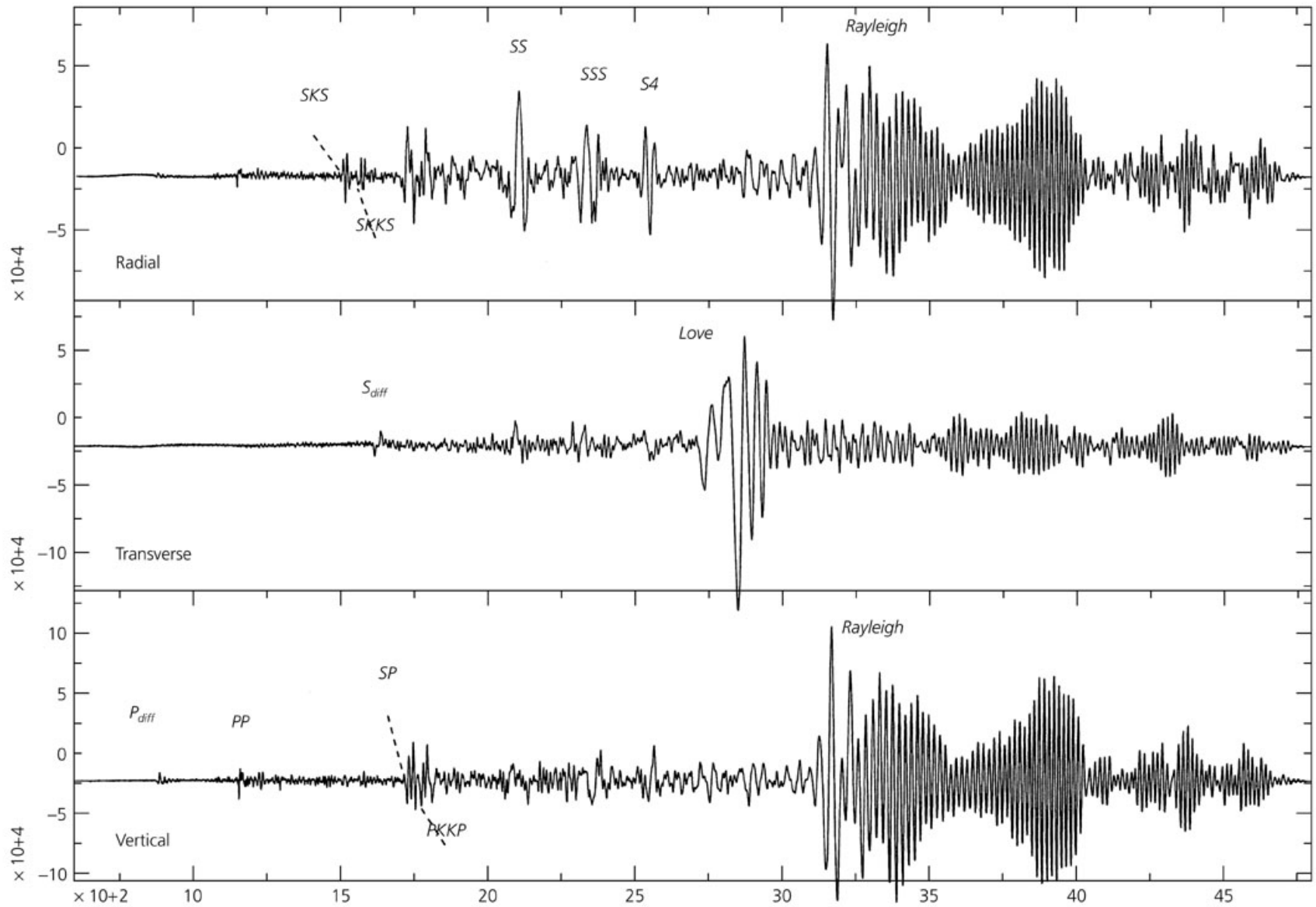
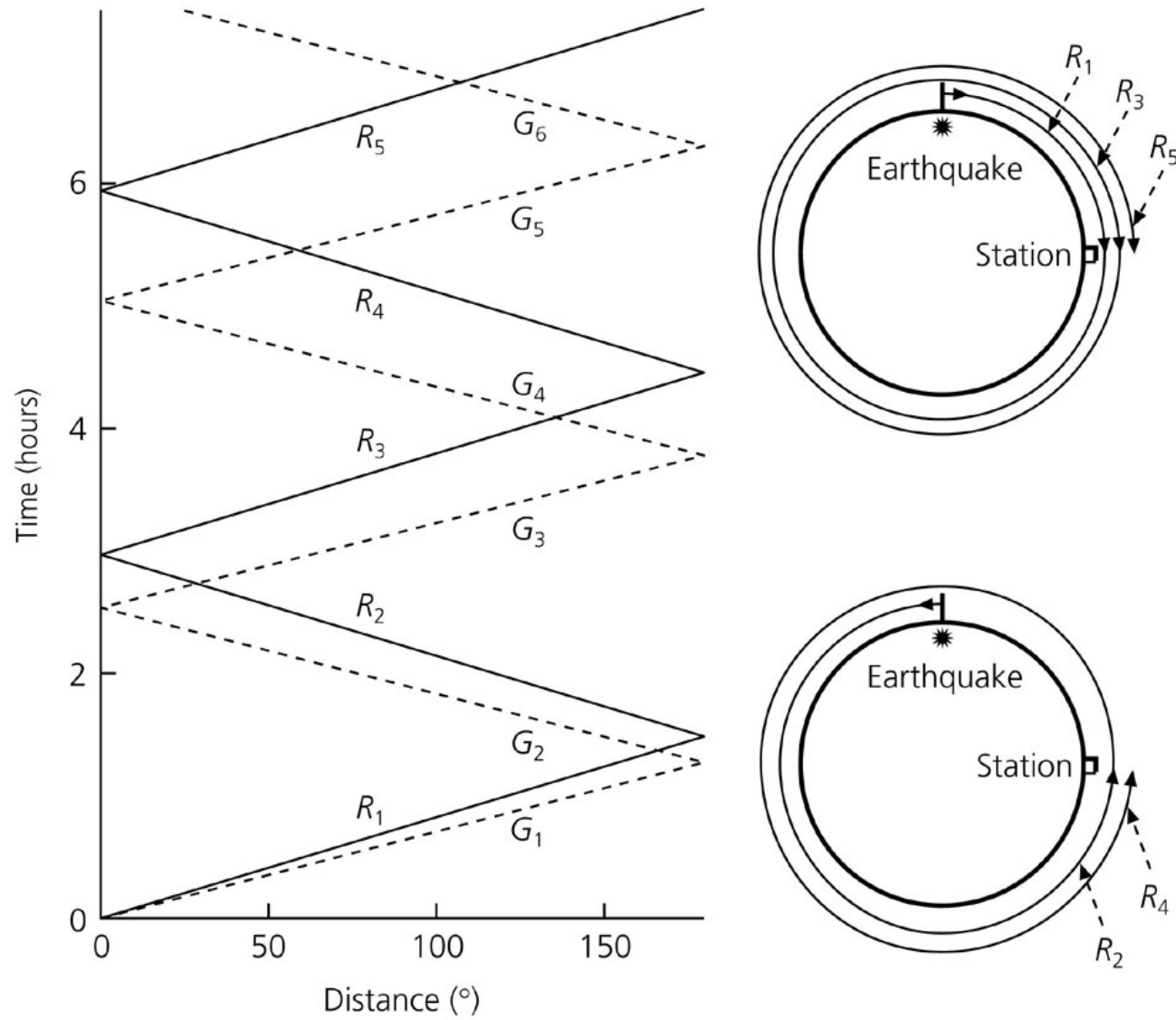


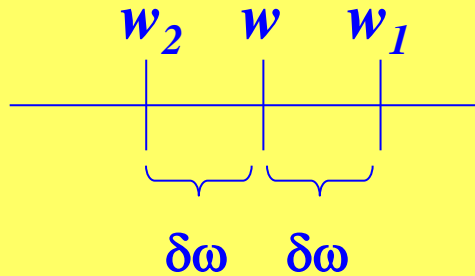
Figure 2.7-4: Six-hour stacked IDA record section.



Faz hızı, Grup hızı

Açısal frekansları ve dalga sayıları arasında küçük farklar bulunan iki harmonik dalganın toplamını düşünelim :

$$u(x, t) = \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$



$$\omega_1 = \omega + \delta\omega, \quad \omega_2 = \omega - \delta\omega, \quad \omega \gg \delta\omega$$

$$k_1 = k + \delta k, \quad k_2 = k - \delta k, \quad k \gg \delta k$$

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \cos(\omega t + \delta\omega t - kx - \delta kx) \\ &\quad + \cos(\omega t - \delta\omega t - kx + \delta kx) \\ &= 2 \cos(\omega t - kx) \cos(\delta\omega t - \delta kx) \end{aligned}$$

$$u(x, t) = 2 \underbrace{\cos(\omega t - kx)}_{\text{I. terim}} \underbrace{\cos(\delta\omega t - \delta kx)}_{\text{II. terim}}$$

Böylece toplam, iki kosinüs fonksiyonunun çarpımı şekline gelir. Argümanlarına bakıldığında her ikisi de yayılan dalgadır. $\delta\omega$, ω 'dan daha küçük olduğundan ikinci terim daha küçük bir frekansa sahiptir ve birinciye göre zamanla daha yavaş değişir.

Benzer olarak δk , k 'dan daha küçük olduğundan ikinci terim birinciye göre uzay boyutunda da daha yavaş değişir.

Grup hızı

$$U = \delta\omega / \delta k$$

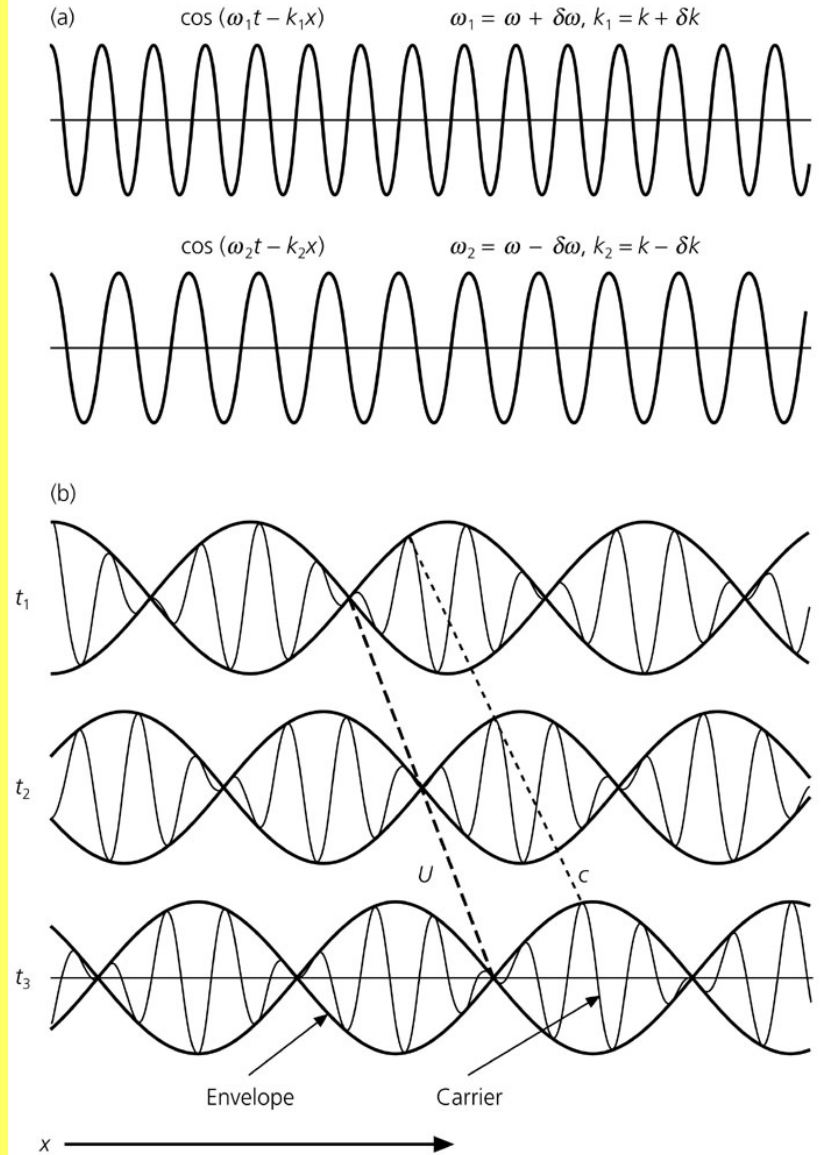
Faz hızı

$$c = \omega / k$$

$$U = \frac{\delta\omega}{\delta k} = \frac{\delta(ck)}{\delta k}$$
$$= c + k \frac{\delta c}{\delta k} = c - \lambda \frac{\delta c}{\delta \lambda}$$

Bir dalga dispersif değilse, farklı dalga boyları aynı faz hızıyla seyahat ederler. Bu durumda $dc/d\lambda=0$, ve faz ve grup hızları eşit olur.

Figure 2.8-1: Demonstration of group and phase velocities for the sum of two sine waves.



<http://webphysics.davidson.edu/applets/Superposition/GroupVelocity.html>

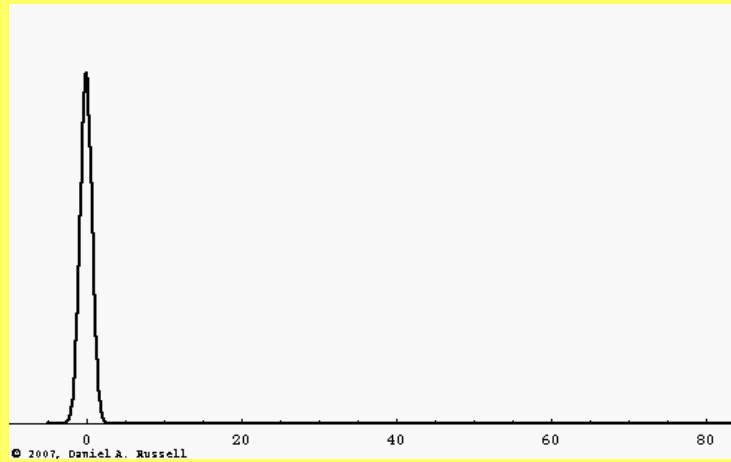
<https://www.youtube.com/watch?v=v9DPzMoWpc0>

http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/Applets/sines/GroupVelocity.html

Dispersiyon

Dalga hızının dalga boyuna (veya frekansına) bağlı olmasına **dispersiyon denir. Dispersif dalgada dalganın şekli zamanla değişir.**

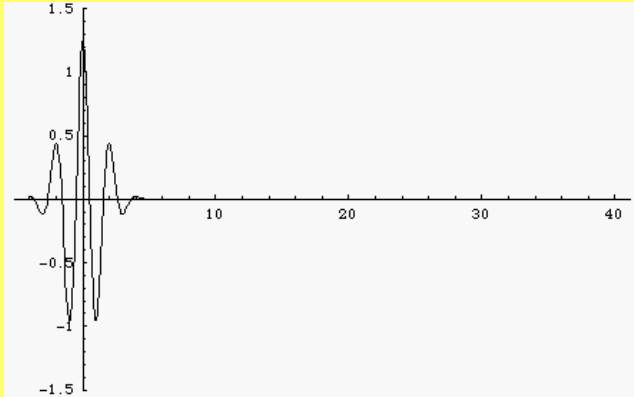
Dispersiyon gösteren dalgalarda bütün dalga grubu aynı zamanda istasyona ulaşmaz. Kural olarak dalga boyu en büyük olanlar daha hızlı yayılırlar, dolayısı ile istasyona daha önce gelirler.



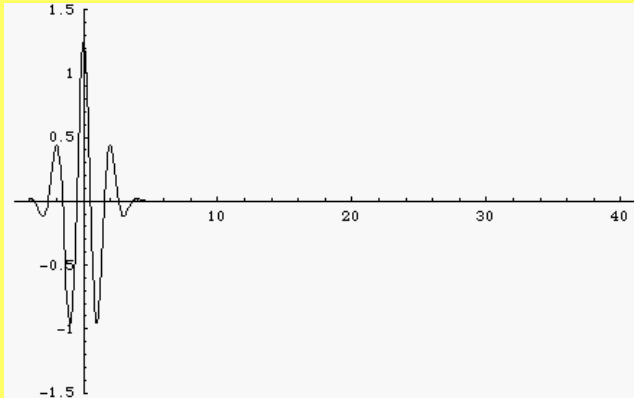
Dalga hızı sadece ortamın fiziksel özelliklerine bağlıysa, o zaman dalga hızı sabit ve frekanstan bağımsızdır. Bu tür ortamlar **non-dispersive** ortamlar olarak adlandırılır ve dalga şekli seyahat süresince aynı kalır (siyah eğri).

Bunun yanında, değişik sebeplerle birçok **dispersive** ortam bulunur ve bu ortamlarda dalga hızı dalga frekansına bağlıdır. Bu durumda dalga şekli seyahat sırasında değişir, çünkü farklı frekanslar farklı hızlarda seyahat ederler (mavi eğri).

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/Dispersion/dispersion.html>



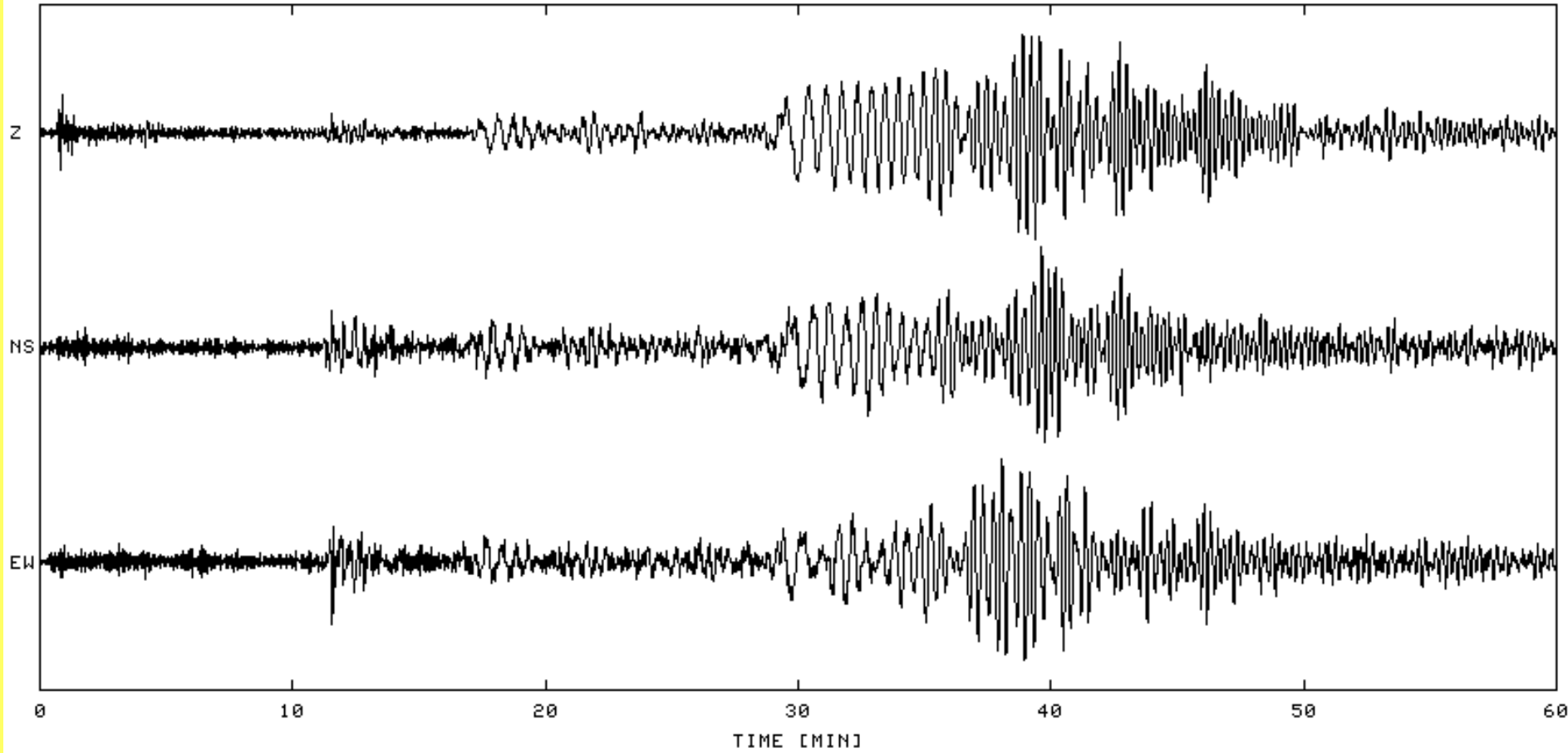
Animasyon gösterilen dalga paketi farklı frekanslara sahip 100 adet harmonik fonksiyonunun toplamından oluşur. Non-dispersive (dispersif olmayan) ortamlarda tüm frekans bileşenleri aynı hızda yayılır ve dalganın şekli ilerleme sırasında değişmez.



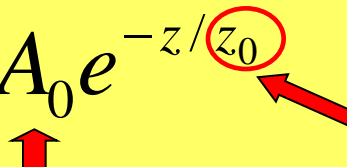
Aynı dalga paketi bu kez dispersif bir ortamda yayılmaktadır. Bu kez farklı frekans bileşenleri farklı hızda yayılmakta ve dalga şekli seyahat sırasında değişmektedir. Grup hızını ve faz hızını ayırt edebilirsiniz. Bu dispersiyon örneğinde düşük frekanslı bileşenler yüksek frekanslı bileşenlerden daha hızlı yayılmaktadırlar. Sonuçta, dalga paketi ilerledikçe genişler, daha uzun dalga boylu bileşenler paketin önünde görülürler.

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/Dispersion/dispersion.html>

22/12/03 19:28:00UT



Genlik ; $A(z) = A_0 e^{-z/z_0}$



Yüzeydeki genlik

karakteristik nüfuz derinliği

$z = z_0$ 'da ; $A(z) = A_0 e^{-1} = A_0 / e = A_0 / 2$

Karakteristik nüfuz derinliği, yüzey dalgasının dalga boyu ile orantılıdır.

$$Z_0 \propto \lambda \propto T \propto 1/f$$

Daha uzun dalga boylu dalgalar daha derine nüfuz ederler

Örneğin; $T=20\text{sn}$ olan bir yüzey dalgası için ortam hızı $v=4\text{km/sn}$ ise, bu durumda dalga boyu $\lambda=80\text{km}$ olacak demektir. Bu durumda karakteristik nüfus derinliği yaklaşık 40km kabul edilebilir (dalga boyunun yarısı-yüzey genliğinin yarıya düştüğü derinlik).

Eğer $T=0.1\text{sn}$ olan bir yüzey dalgası için ortam hızı $v=0.5\text{km/sn}$ ise, bu durumda dalga boyu $\lambda=50\text{m}$ olacak demektir. Bu durumda karakteristik nüfus derinliği yaklaşık 20m kabul edilebilir.

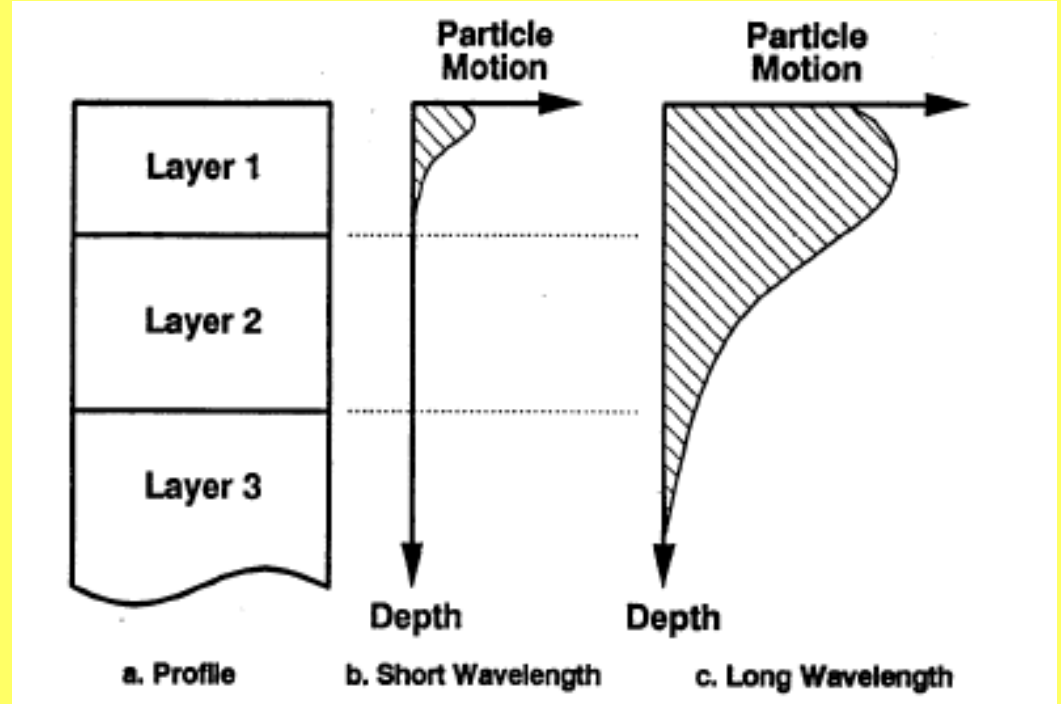
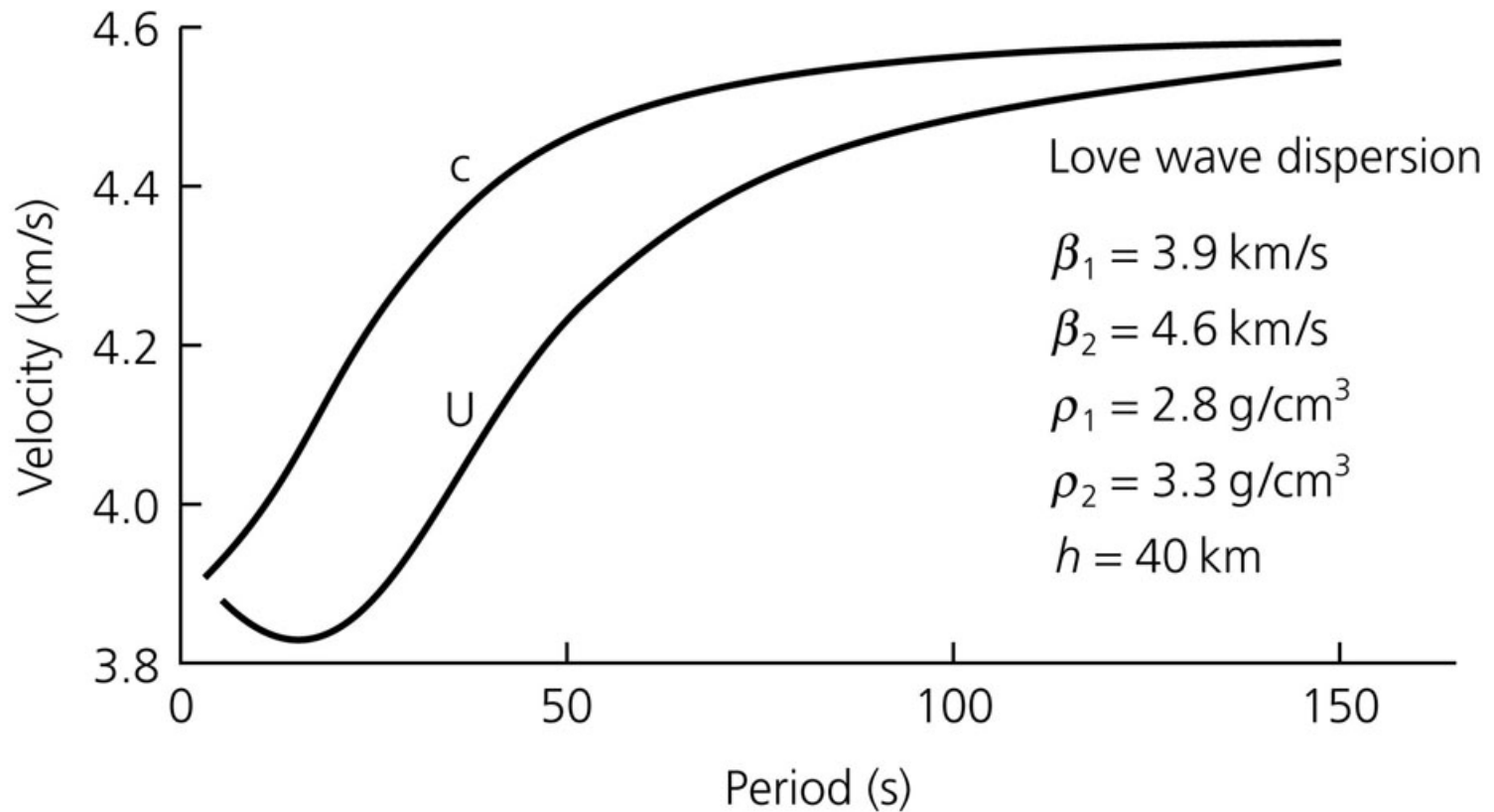


Figure 2.8-2: Fundamental mode Love wave group and phase velocities.



!! Dönem bitti !!!

