

ELASTİK DALGA YAYINIMI

(6. Ders-2016)

Prof.Dr. Eşref YALÇINKAYA

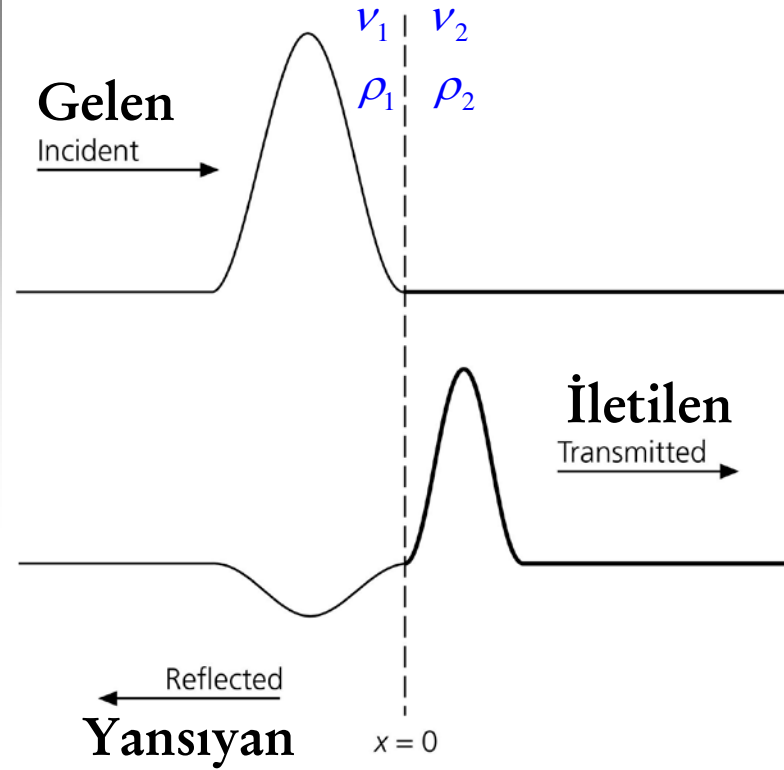
Geçtiğimiz ders;

- Tek boyutlu dalga denklemi ve çözümü
- Vize Sınavı

Bu derste;

- Yansıyan ve iletilen dalgalar

Figure 2.2-5: Transmitted and reflected wave pulses.



SOL TARAF İÇİN

$$u_1(x, t) = Ae^{i(\omega t - k_1 x)} + Be^{i(\omega t + k_1 x)}$$

GELEN

YANSIYAN

SAĞ TARAF İÇİN

$$u_2(x, t) = Ce^{i(\omega t - k_2 x)}$$

İLETİLEN

Yansıyan ve iletilen dalga genlikleri iki sınır koşulu uygulanarak bulunabilir. Birincisi; ara sınır boyunca yerdeğiştirmeler süreklidir:

$$u_1(0, t) = u_2(0, t)$$

$$Ae^{i\omega t} + Be^{i\omega t} = Ce^{i\omega t}$$

$$A + B = C$$

İkincisi; ara sınırın her iki tarafında gerilme kuvvetinin y bileşenleri eşit olmalıdır:

$$\tau \frac{\partial u_1(0, t)}{\partial x} = \tau \frac{\partial u_2(0, t)}{\partial x}$$

$$\tau k_1(A - B) = \tau k_2 C \quad v_i = (\tau / \rho_i)^{1/2} \quad k_i = \omega / v_i$$

$$\rho_1 v_1(A - B) = \rho_2 v_2 C$$

$$A + B = C$$

$$\underline{\rho_1 v_1 (A - B) = \rho_2 v_2 C}$$

$$\rho_1 v_1 (A - B) = \rho_2 v_2 (A + B)$$

$$A(\rho_1 v_1) - B(\rho_1 v_1) = A(\rho_2 v_2) + B(\rho_2 v_2)$$

$$A(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2) = B(\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)$$

$$\frac{(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2)}{(\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)} = \frac{B}{A} = R_{12} \quad \text{Yansıma katsayısı}$$

↗ yansıyan dalganın genliği
↘ gelen dalganın genliği

$$A + B = C$$

$$\rho_1 v_1 (A - B) = \rho_2 v_2 C$$

$$\rho_1 v_1 (A - (C - A)) = \rho_2 v_2 C$$

$$\rho_1 v_1 (2A - C) = \rho_2 v_2 C$$

$$2A\rho_1 v_1 - C\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 C$$

$$2A\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 C + C\rho_1 v_1$$

$$2A\rho_1 v_1 = C(\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)$$

$$\frac{2\rho_1 v_1}{(\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)} = \frac{\overset{\text{iletilen dalganın genliği}}{\textcircled{C}}}{\underset{\text{gelen dalganın genliği}}{\textcircled{A}}} = T_{12} \quad \text{iletme katsayısı}$$

$$R_{12} = \frac{B}{A} = \frac{(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2)}{(\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)}$$

$$T_{12} = \frac{C}{A} = \frac{2\rho_1 v_1}{(\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)}$$

$$R_{12} = -R_{21}$$

$$T_{12} + T_{21} = 2$$

$$-1 \leq R \leq +1$$

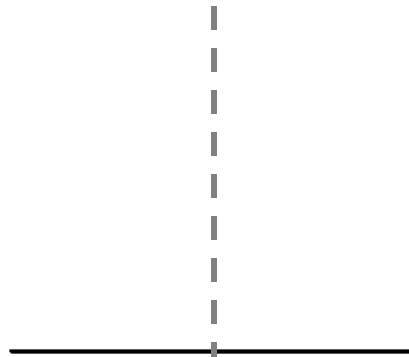
$$0 \leq T \leq 2$$

$$1 + R_{12} = T_{12}$$

Akustik veya sismik empedans = ρv

Ara sınırın her iki tarafı aynı ise ;

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 = \rho_2 \\ v_1 = v_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} R = 0 \\ T = 1 \end{array}$$



Dalga sabit bir sona rastlarsa ;

$$R_{12} = \frac{B}{A} = \frac{(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2)}{(\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)}$$

$$T_{12} = \frac{C}{A} = \frac{2\rho_1 v_1}{(\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)}$$

$$R_{sabit} = \frac{\rho_1 v_1 - \infty}{\rho_1 v_1 + \infty} = -1$$

$$T = 0$$



Dalga serbest bir sona rastlarsa ;

$$R_{12} = \frac{B}{A} = \frac{(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2)}{(\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1)}$$

$$T_{12} = \frac{C}{A} = \frac{2\rho_1 v_1}{(\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)}$$

$$R_{serbest} = \frac{\rho_1 v_1 - 0}{\rho_1 v_1 + 0} = +1$$

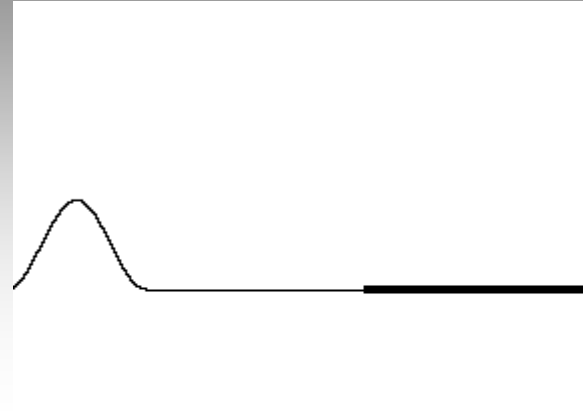
$$T = 2$$



!!Serbest yüzey büyütmesi!!

**Empedansı daha yüksek bir
ortama geçen dalga**

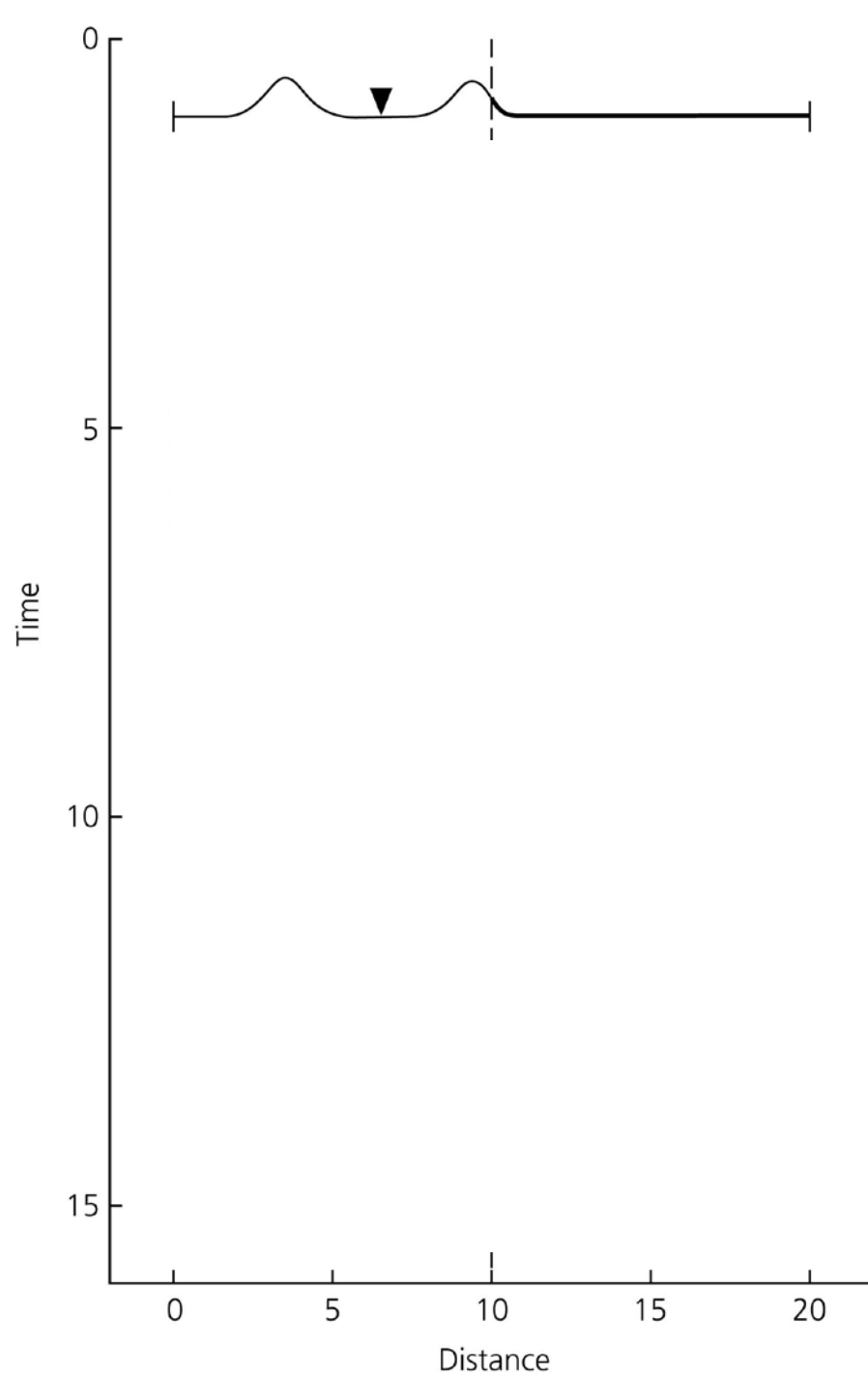
$$\rho_1 v_1 < \rho_2 v_2$$



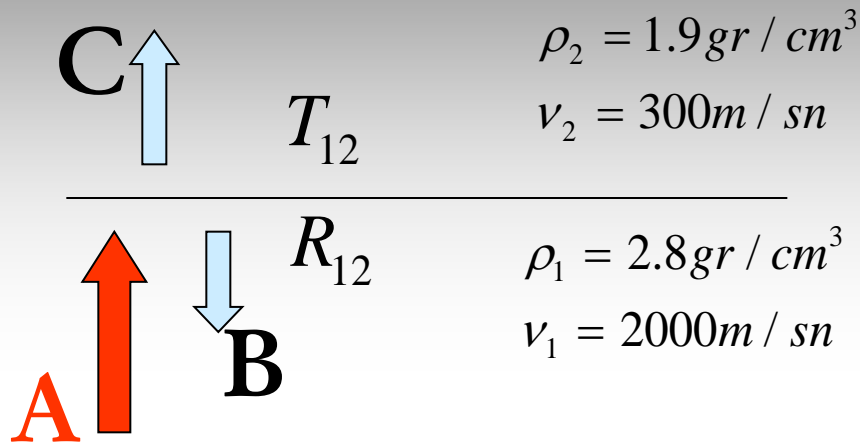
**Empedansı daha düşük bir
ortama geçen dalga**

$$\rho_1 v_1 > \rho_2 v_2$$





Genlikler ;

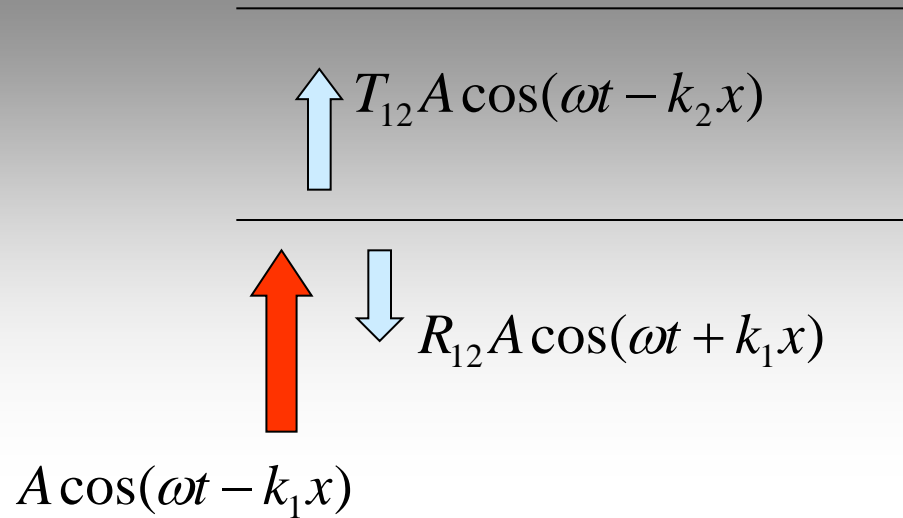


$$R_{12} = \frac{B}{A} = \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} = 0.82$$

$$T_{12} = \frac{C}{A} = \frac{2\rho_1 v_1}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} = 1.82$$

!!! DİKKAT!!! T_{12} ; 1'den büyük olduğundan iletilen dalga, gelen dalgadan yani onu oluşturan dalgadan daha büyük genliğe sahip.

Enerji ;



$$E_{gelen} = A^2 \omega^2 \rho_1 v_1 / 2$$

$$E_{gelen} = E_{yan} + E_{ilet}$$

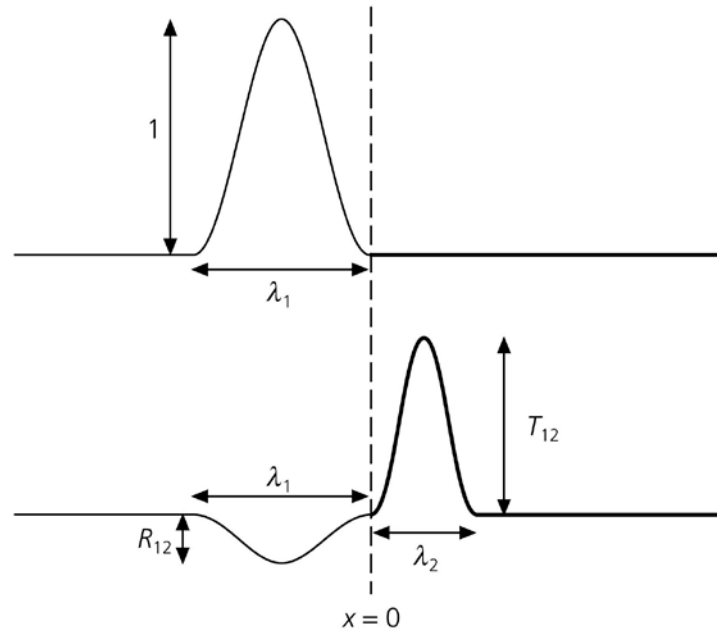
$$E_{yan} + E_{ilet} = R_{12}^2 A^2 \omega^2 \rho_1 v_1 / 2 + T_{12}^2 A^2 \omega^2 \rho_2 v_2 / 2$$

$$E_{yan} + E_{ilet} = (A^2 \omega^2 / 2) [R_{12}^2 \rho_1 v_1 + T_{12}^2 \rho_2 v_2]$$

$$E_{yan} + E_{ilet} = A^2 \omega^2 \rho_1 v_1 / 2 = E_{gelen}$$

Dalga boyu ;

Figure 2.2-7: Reflected and transmitted amplitudes.



Ara sınırın her iki yanında gelen ve iletilen dalgaların açısal frekansları aynıdır.

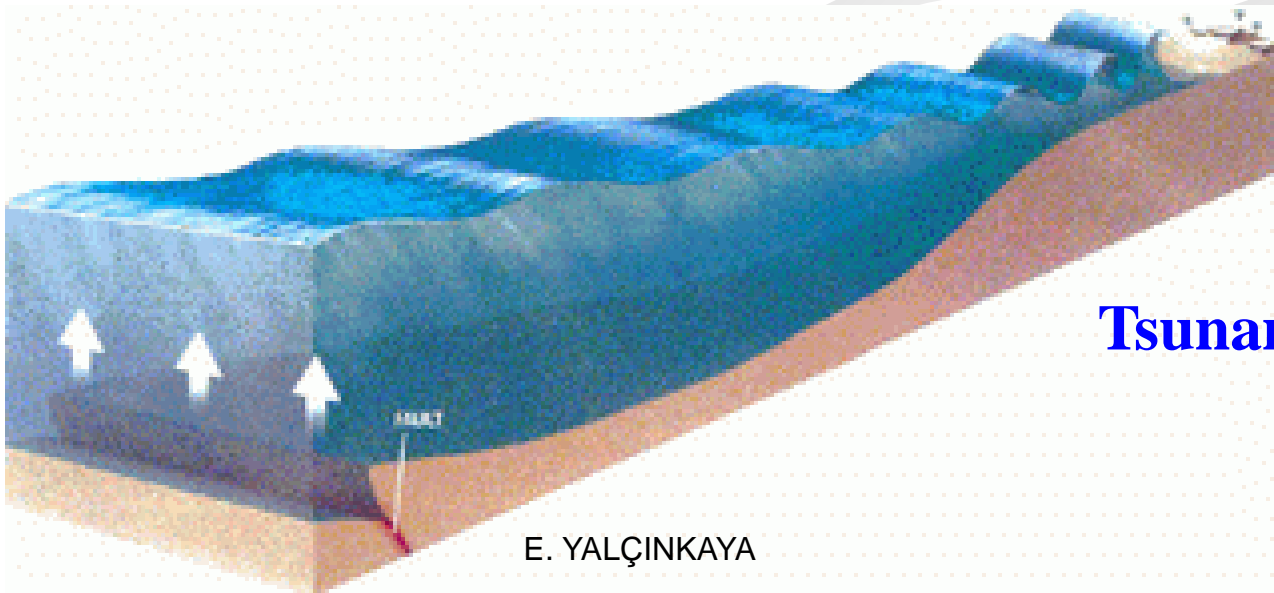
$$v_1 > v_2$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$v_1 k_1 = v_2 k_2 \quad k_1 < k_2$$

$$v_1 \frac{2\pi}{\lambda_1} = v_2 \frac{2\pi}{\lambda_2} \quad \lambda_1 > \lambda_2$$

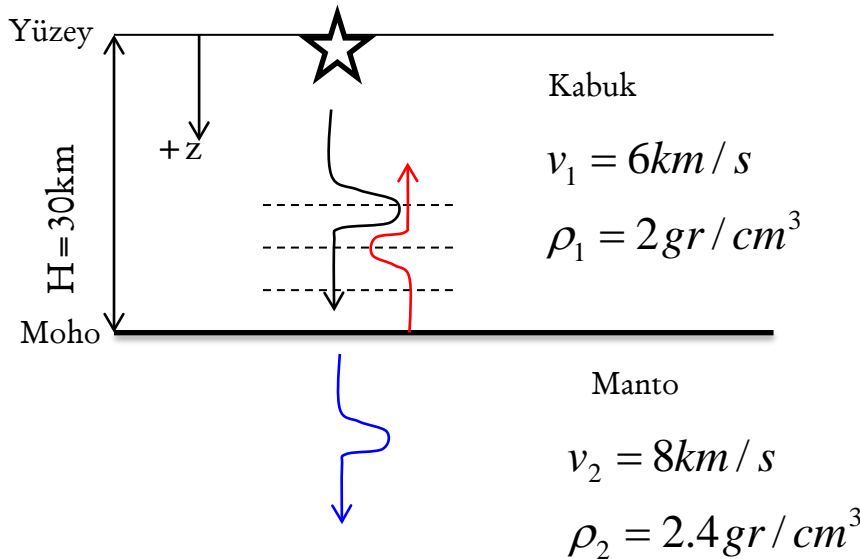
Dalga boyu, hızın düşük olduğu tarafta daha kısadır.



Tsunami waves

Ödev 1:

Yeryüzünde bir nükleer patlatma ile oluşturulan sismik puls dalganın fonksiyonu (U_G) aşağıda verilmektedir. Dalganın genliği $A=10$ mm olmak üzere, şeklini $z=25$ km'de (yüzeyden 25km derinde), $t=0$ sn'den 10 sn'ye kadar 0.01 sn aralıklarla çizdiriniz. Kabuk içinde seyahat eden sismik puls 30 km derinde Manto-Kabuk sınırını oluşturan Moho süreksizliğine çarpmış ve enerjisinin bir kısmı manto içinde yoluna devam ederken, diğer kısmı kabuk içine geri yansımıştır. Bu durumda yansıyan dalganın (U_Y) $z=-35$ km'de (moho sınırına çarpıp 5 km kabuk içine geri geldiği nokta) ve iletilen dalganın (U_I) $z=35$ km'de (moho sınırını geçip 5 km manto içine girdiği nokta) şekillerini çizdiriniz.



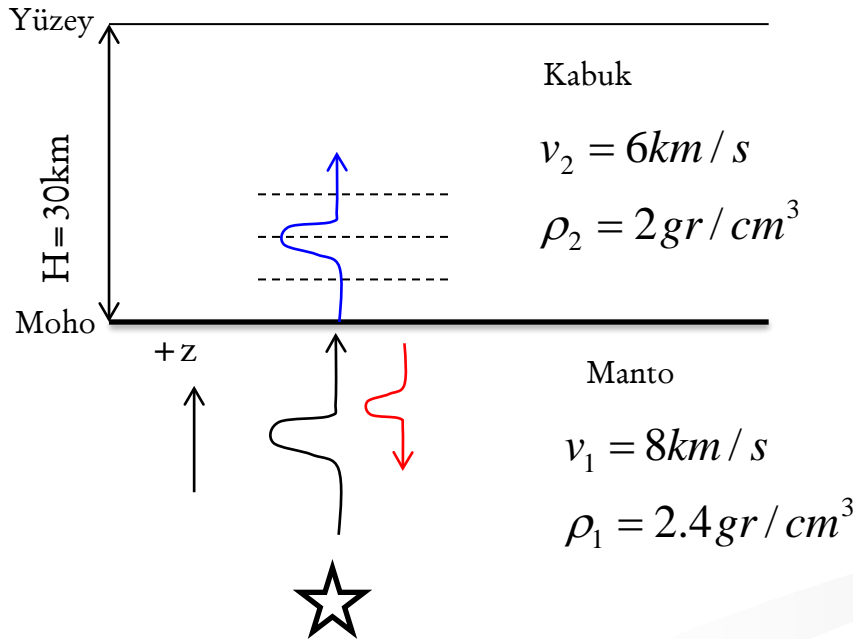
$$u_G(z, t) = Ae^{-b(z-v_1t)^2}$$

$$u_Y(z, t) = Be^{-b(z+v_1t)^2}$$

$$u_I(z, t) = Ce^{-b(z-v_2t)^2}$$

Ödev 2:

Bu kez dalganın Manto içerisinde gelip kabuk içerisine geçtiğini düşünelim. Gelen dalganın (U_G) genliği $A=10$ mm olmak üzere, şeklini $z=5$ km'de (Manto içinde moho sınırına 5km uzaktaki nokta), $t=0$ sn'den 10 sn'ye kadar 0.01 sn aralıklarla çizdiriniz. Manto içinde seyahat eden sismik puls 30 km derinde Manto-Kabuk sınırını oluşturan Moho süreksizliğine çarpmış ve enerjisinin bir kısmı kabuk içinde yoluna devam ederken, diğer kısmı manto içine geri yansımıştır. Bu durumda yansıyan dalganın (U_Y) $z= -5$ km'de (moho sınırına çarpıp 5 km manto içine geri geldiği nokta) ve iletilen dalganın (U_i) $z= 10$ km'de (moho sınırını geçip 5 km kabuk içine girdiği nokta) şekillerini çizdiriniz.



$$u_G(z, t) = Ae^{-b(z-v_1t)^2}$$

$$u_Y(z, t) = Be^{-b(z+v_1t)^2}$$

$$u_i(z, t) = Ce^{-b(z-v_2t)^2}$$