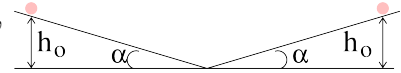


1. Una caja se encuentra sobre una plataforma que vibra a razón de 2 oscilaciones por segundo. El coeficiente de rozamiento estático entre la plataforma y la caja es 0.5. ¿Cuál es la máxima amplitud con la que puede vibrar la plataforma para que la caja no resbale? Si la vibración de la plataforma fuera vertical y de amplitud 25 mm, ¿cuál sería la frecuencia máxima del oscilador, para que la caja no se separe de la plataforma?

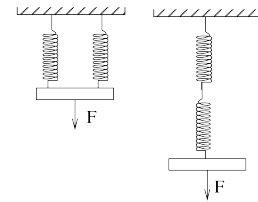
2. Una partícula resbala sin rozamiento hacia adelante y hacia atrás, entre los dos planos inclinados de la figura.



- a) Encontrar el periodo del movimiento, si la altura inicial es  $h_0$ .  
b) ¿Es un movimiento oscilatorio? ¿Es armónico simple?

3. Supongamos que la elongación en el equilibrio de un muelle al que se le ha suspendido una masa  $m$  es  $l$ . Demostrar que si se perturba el sistema, obtenemos el mismo movimiento que el de un péndulo simple de longitud  $l$ .

4. Obtener la constante recuperadora del sistema formado por dos muelles de constantes  $k_1$  y  $k_2$ , cuando los muelles se colocan en serie y cuando se colocan en paralelo (ver figura).



5. Una masa de 2 kg está unida al extremo de un muelle. La longitud propia del muelle es 8 cm, pero cuando la masa se sitúa encima del muelle, la longitud del muelle es 5 cm. Desde esta posición de equilibrio, se le da un golpe hacia abajo y la partícula empieza a oscilar con una velocidad de 0.3 m/s.

- a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la masa?  
b) ¿Cuánto tiempo necesita la masa para alcanzar la altura máxima por primera vez?  
c) ¿Estará el muelle sin comprimir en algún instante?  
d) ¿Cuál debe ser la velocidad inicial de la partícula para que el muelle esté sin comprimir en algún instante?

6. Una masa unida a un muelle horizontal oscila con un periodo de 4 s. Si suspendemos la masa del mismo muelle, pero ahora en posición vertical y sin oscilar, ¿cuál es la elongación del muelle?

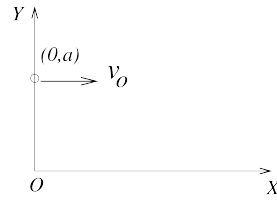
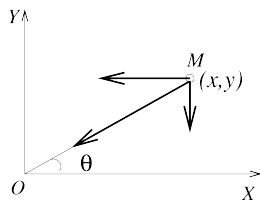
7. Una masa de 40 g realiza un movimiento armónico simple de periodo  $T=0.32$  s. ¿Cuál es la amplitud del movimiento si la fuerza máxima que produce el movimiento vale 10 N?

8. Un bloque de densidad relativa  $\rho_r$  tiene forma de paralelepípedo de dimensiones  $a$ ,  $b$  y  $c$ . El bloque está sobre agua, siendo el lado de longitud  $a$  el vertical. Desde su posición de equilibrio, se le da un pequeño golpe. Comprobar que el movimiento es armónico y calcular la frecuencia angular de las oscilaciones. Ignorar el rozamiento. Ayuda: Escribir la segunda Ley de Newton para describir el movimiento del bloque.

9. Cuando una masa de 2 kg se suspende de un muelle vertical lo alarga 10 cm. Unimos la masa al mismo muelle y se pone sobre una mesa horizontal y sin rozamiento, fijando el extremo del muelle que no tiene la masa a un punto fijo. Separamos la masa 5 cm de su posición de equilibrio y la soltamos cuando  $t=0$ .

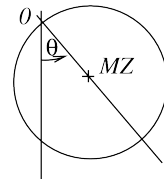
- Obtener la amplitud, frecuencia angular, frecuencia y periodo.
- Calcular la velocidad máxima de la masa. ¿Cuándo ocurre?
- Unimos una masa de 2 kg a un muelle de características similares pero se separa 10 cm de su posición de equilibrio. ¿Cuál de las dos masas llegará antes a su posición de equilibrio? ¿Por qué?
- Separamos de nuevo la masa de su posición de equilibrio 3 cm y se suelta con una velocidad inicial de  $-25$  cm/s, ¿cuál es la amplitud de las oscilaciones y la fase inicial?

10. Una masa  $M$  está sometida a 3 fuerzas: La primera es perpendicular al eje  $OY$  y vale  $k_1 x$ . La segunda es perpendicular al eje  $OX$  y vale  $k_1 y$ . La tercera está dirigida a  $O$  y vale  $k_2 r$ , donde  $r$  es la distancia al origen de coordenadas.  $k_1$  y  $k_2$  son valores constantes. Si la posición inicial de la masa es  $(0, a)$  y su velocidad inicial,  $v_0$ , es paralela al eje  $OX$ , encontrar:

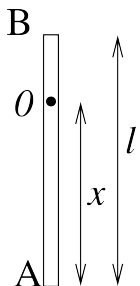


- El tipo de movimiento y su periodo
- Las ecuaciones paramétricas del movimiento (posición y velocidad en cualquier instante)
- La ecuación de la trayectoria. ¿Qué tipo de curva es?

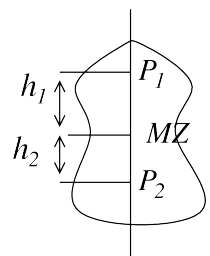
11. El anillo de la figura de masa  $m$  y radio  $R$ , se suspende del punto  $O$  y realiza pequeñas oscilaciones en el plano vertical. ¿Cuál es el periodo de las oscilaciones?



12. Una barra pesada está suspendida del punto  $O$  y realiza pequeñas oscilaciones en la vertical alrededor de un eje perpendicular que pasa por  $O$ . ¿Cuál debe ser la distancia  $x$  indicada en el dibujo, para que el periodo de las oscilaciones sea mínimo?



13. Un objeto plano tiene momento de inercia  $I$  respecto del eje perpendicular que pasa por su centro de masas. Cuando oscila alrededor del punto  $P_1$  (ver figura) su periodo es  $T$ . Al otro lado del centro de masas, puede encontrarse otro punto,  $P_2$ , respecto del cual el periodo de oscilación también es  $T$ . Demostrar que la distancia entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$  es  $gT^2/(4\pi^2)$ .



14. El periodo de un péndulo simple vale 2,5 s cuando realiza pequeñas oscilaciones. En un momento dado la amplitud del movimiento vale  $2^\circ$ . A causa del rozamiento, la amplitud va disminuyendo hasta que al cabo de 10 oscilaciones la amplitud vale  $1,5^\circ$ . Obtener el factor de amortiguamiento.
15. El tiempo de relajación de un oscilador amortiguado se define como:  $\tau = 1/(2\gamma)$ , donde  $\gamma$  es el factor de amortiguamiento. ¿Cuáles son las unidades del tiempo de relajación? ¿Cuál es el cambio en la amplitud del oscilador al cabo de un tiempo  $\tau$ ?

## Resultados

1. a)  $x \leq 0,031$  m; b)  $\nu_{max} = 3,16$  s $^{-1}$
2.  $T = \frac{4}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$
4.  $K_{par} = k_1 + k_2$ ;  $\frac{1}{K_{ser}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
5. a)  $h_{max} = 17$  mm, b) 0.26 s, d) 0,54 m/s
6.  $x = 3,97$  m
7.  $A = 65$  cm
8.  $\omega = \sqrt{g/(\rho_r a)}$
9. a)  $A = 5$  cm,  $f = 1.58$  Hz,  $T = 0,6347$  s b)  $v_{max} = 0.495$  m/s,  $t = 0.158$  s d)  $\varphi = 2.26$  rad,  $A = 3.91$  cm
11.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$ ; ( $I = 2MR^2$ )
12.  $x = l \frac{3+\sqrt{3}}{6}$ ; ( $I = \frac{1}{12}ml^2 + m(x - l/2)^2$ )
14.  $\gamma = 0,0115$  s $^{-1}$
15. 0,606