Исследование схем правдоподобных рассуждений в системах искусственного интеллекта

Луценко Юрий Юрьевич

МГУ им. М.В.Ломоносова, факультет ВМиК, группа м114

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Соловьев С.Ю.

2016 г.

Задачей данной работы является исследование изоморфных преобразований схемы правдоподобных рассуждений Шортлиффа, используемой в системе MYCIN, и составление их перечня.

Схема Шортлиффа (MYCIN)

- Вычисляет, используя продукционные правила, суждения о гипотезах на основании суждений о фактах
- Поддерживает "интеллектуальный" диалог экспертной системы с пользователем с целью получения оценочных суждений о фактах
- Существенно использует модель вычисления так называемых коэффициентов уверенности
    - Коэффициенты уверенности правил - числа из полуинтервала $(0, 1]$
    - Коэффициенты уверенности фактов и гипотез - числа из отрезка $[-1, 1]$
    - Важно выделить особые точки $\{-1,\ -0.2,\ 0,\ 0.2,\ 1\}$

Продукционные правила

Используются правила вида

$$\textit{if}\ \text{Антецедент}\ \textit{then}\ \text{Гипотеза}\ \textit{with CF}$$

- Антецедент - формула, построенная из фактов и гипотез с помощью операций конъюнкции, дизъюнкции и отрицания
- Гипотеза - одна из гипотез продукционной системы
- CF - коэффициент уверенности правила

Операции над коэффициентами уверенности

В схеме Шортлиффа используется следующий фиксированный набор операций над коэффициентами уверенности:

(i) $min(a, b)$ (Конъюнкция)

(ii) $max(a, b)$ (Дизъюнкция)

(iii) $not(a) = -a$ (Отрицание)

(iv) $rge(a) = \mathbb{I}(a \geqslant 0.2)$, $rle(a) = \mathbb{I}(a \leqslant -0.2)$ (Управление вычислительным процессом)

(v) $tms(a, b) = a \cdot b$ (Функция ослабления)

(vi) $cmb(a, b) = \begin{cases} a + b - a \cdot b, & a \geqslant 0, b \geqslant 0 \\ \frac{a+b}{1-min(|a|,|b|)}, & a \cdot b < 0 \\ a + b + a \cdot b, & a \leqslant 0, b \leqslant 0 \end{cases}$ (Функция комбинирования)

Свойства функции комбинирования

- Область определения $D_{cmb} = [-1, 1]^2 \setminus \{(-1, 1), (1, -1)\}$
- $cmb(a, b) = cmb(b, a)$
- $cmb(a, cmb(b, c)) = cmb(cmb(a, b), c)$
- $cmb(a, b) = -cmb(-a, -b)$
- $cmb(a, b) \in C(D_{cmb})$
- $\forall l \ cmb(a, l) \leqslant cmb(b, l), a \leqslant b$
- $-1 \leqslant cmb(a, b) \leqslant 1$
- $cmb(a, -a) = 0$
- $cmb(a, 0) = a$
- $cmb(1, 1) = 1, \ cmb(-1, -1) = -1$

Трансформации схемы Шортлиффа

Идея трансформации схемы Шортлиффа заключается в том, чтобы преобразовать имеющиеся операции таким образом, что появляется возможность оперировать с множеством A, отличным от отрезка $[-1, 1]$.
Для этого мы будем рассматривать взаимно однозначную монотонно возрастающую функцию $h : [-1, 1] \to A$.

Семейство трансформаций №1

Трансформации из семейства $G_1(\alpha)$, где $\alpha > 0$, переводят комбинирование в умножение, а умножение - в его изоморфный образ. Каждый элемент этого семейства - функция $g_1 : [-1, 1] \to [0, +\infty]$.

$$g_1(x) = \begin{cases} (1+x)^{\alpha}, & -1 \leqslant x < 0 \\ (1-x)^{-\alpha}, & 0 \leqslant x < 1 \\ +\infty, & x = 1 \end{cases}$$

Обратная функция $g_1^{-1} : [0, +\infty] \to [-1, 1]$ выглядит следующим образом:

$$g_1^{-1}(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{\alpha}} - 1, & 0 \leqslant x < 1 \\ 1 - x^{-\frac{1}{\alpha}}, & 1 \leqslant x < +\infty \\ 1, & x = +\infty \end{cases}$$

- $cmb(A, B) = A \cdot B$
- $tms(A, B) =$

$$\begin{cases} 0, & (A, B) \in \{(0, +\infty), (+\infty, 0)\} \\ +\infty, & (A, B) \in \{(0, 0), (+\infty, +\infty)\} \\ \frac{1}{A}, & A \in (0, +\infty), B = 0 \\ A, & A \in (0, +\infty), B = +\infty \\ \frac{1}{B}, & B \in (0, +\infty), A = 0 \\ B, & B \in (0, +\infty), A = +\infty \\ (A^{-\frac{1}{\alpha}} + B^{\frac{1}{\alpha}} - A^{-\frac{1}{\alpha}} B^{\frac{1}{\alpha}})^{\alpha}, & (A, B) \in (1, +\infty) \times (0, 1] \\ (A^{-\frac{1}{\alpha}} + B^{-\frac{1}{\alpha}} - A^{-\frac{1}{\alpha}} B^{-\frac{1}{\alpha}})^{-\alpha}, & (A, B) \in (1, +\infty) \times (1, +\infty) \\ (A^{\frac{1}{\alpha}} + B^{\frac{1}{\alpha}} - A^{\frac{1}{\alpha}} B^{\frac{1}{\alpha}})^{-\alpha}, & (A, B) \in (0, 1] \times (0, 1] \\ (A^{\frac{1}{\alpha}} + B^{-\frac{1}{\alpha}} - A^{\frac{1}{\alpha}} B^{-\frac{1}{\alpha}})^{\alpha}, & (A, B) \in (0, 1] \times (1, +\infty) \end{cases}$$

Семейство трансформаций №2

Главная особенность функции $h_1 : [-1, 1] \to [-\infty, +\infty]$ из семейства трансформации $H_1(\beta)$ при $\beta > 1$ заключается в переводе функции комбинации в сумму.

$$h_1(x) = \begin{cases} -\infty, & x = -1 \\ +\log_\beta(1 + x), & -1 < x < 0 \\ -\log_\beta(1 - x), & 0 \leqslant x < 1 \\ +\infty, & x = 1 \end{cases}$$

Ей соответствует обратная функция $h_1^{-1} : [-\infty, +\infty] \to [-1, 1]$:

$$h_1^{-1}(x) = \begin{cases} -1, & x = -\infty \\ \beta^x - 1, & -\infty < x < 0 \\ 1 - \beta^{-x}, & 0 \leqslant x < +\infty \\ 1, & x = +\infty \end{cases}$$

- $cmb(A,B) = A + B$
- $tms(A,B) =$

$$\begin{cases} -\infty, & (A,B) \in \{(-\infty,+\infty),(+\infty,-\infty)\} \\ +\infty, & (A,B) \in \{(-\infty,-\infty),(+\infty,+\infty)\} \\ -A, & A \in (-\infty,+\infty), B = -\infty \\ A, & A \in (-\infty,+\infty), B = +\infty \\ -B, & B \in (-\infty,+\infty), A = -\infty \\ B, & B \in (-\infty,+\infty), A = +\infty \\ \log_\beta(\beta^{-A} + \beta^{B} - \beta^{-A}\beta^{B}), & A \in (0,+\infty), B \in (-\infty,0] \\ -\log_\beta(\beta^{-A} + \beta^{-B} - \beta^{-A}\beta^{-B}), & A \in (0,+\infty), B \in (0,+\infty) \\ -\log_\beta(\beta^{A} + \beta^{B} - \beta^{A}\beta^{B}), & A \in (-\infty,0], B \in (-\infty,0] \\ \log_\beta(\beta^{A} + \beta^{-B} - \beta^{A}\beta^{-B}), & A \in (-\infty,0], B \in (0,+\infty) \end{cases}$$

Функция комбинирования Хамахера

Можно вывести и доопределить функцию комбинирования с использованием функции из семейства триангуляционных конорм Хамахера вида $\phi(a,b) = \frac{a+b+(r-2)ab}{1+(r-1)ab}$, $r > 0$. В этом случае отображение принимает следующий вид:

$$h_r(x) = \begin{cases} -\infty, & x = -1 \\ -\log_\beta(\frac{r}{1+x} + 1 - r), & -1 < x < 0 \\ +\log_\beta(\frac{r}{1-x} + 1 - r), & 0 \leqslant x < 1 \\ +\infty, & x = 1 \end{cases}$$

Обратное отображение выглядит так:

$$h_r^{-1}(x) = \begin{cases} -1, & x = -\infty \\ \frac{\beta^x - 1}{1+(r-1)\beta^x}, & -\infty < x < 0 \\ \frac{\beta^x - 1}{\beta^x + r - 1}, & 0 \leqslant x < +\infty \\ 1, & x = +\infty \end{cases}$$

Используя обозначенное выше отображение, можно вывести функцию комбинирования:

$$cmb_r(a,b) = \begin{cases} \frac{a+b-(r-2)ab}{1+(r-1)ab}, & a \geqslant 0, b \geqslant 0 \\ \frac{a+b}{1+(r-1)ab-(r-2)min(|a|,|b|)}, & a \cdot b < 0 \\ \frac{a+b+(r-2)ab}{1+(r-1)ab}, & a \leqslant 0, b \leqslant 0 \end{cases}$$

Схема Шортлиффа-Хамахера

С целью построения соответствующих функций tms_r строится отображение $h_{1r}(x) = h_r^{-1}(h_1(x))$:

$$h_{1r}(x) = \operatorname{sgn}(x)\frac{1-(1-|x|)^\gamma}{1+(r-1)(1-|x|)^\gamma}$$

$$h_{1r}^{-1}(x) = \operatorname{sgn}(x)\left(1-\left(\frac{1-|x|}{1+(r-1)|x|}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right)$$

Такие отображения образуют семейство, зависящее от параметра $\gamma = \log_{\beta_1}\beta_2$.

Таким образом, схема Шортлиффа-Хамахера - это преобразование схемы Шортлиффа с функцией cmb_r, в которой

$$tms_r(A, B) = h_{1r}(h_{1r}^{-1}(A) \cdot h_{1r}^{-1}(B)) = \mathrm{sgn}(AB) \cdot \Gamma(\delta(A) + \delta(B) - \delta(A) \cdot \delta(B))$$

- $\Gamma(x) = \frac{1 - x^\gamma}{1 + (r-1)x^\gamma}$
- $\delta(x) = \left(\frac{1 - |x|}{1 + (r-1)|x|}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

В дальнейшем планируется исследовать другие преобразования схемы Шортлиффа, а также составить их перечень.

Спасибо за внимание!