



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
**Programa de Pós-Graduação em
Informática Aplicada**



Computação Evolutiva

AULA 04 – REPRESENTAÇÃO, RECOMBINAÇÃO E MUTAÇÃO

Roteiro

Representação e os operadores de variação

Representação binária

Representação inteira

Representação real ou de ponto-flutuante

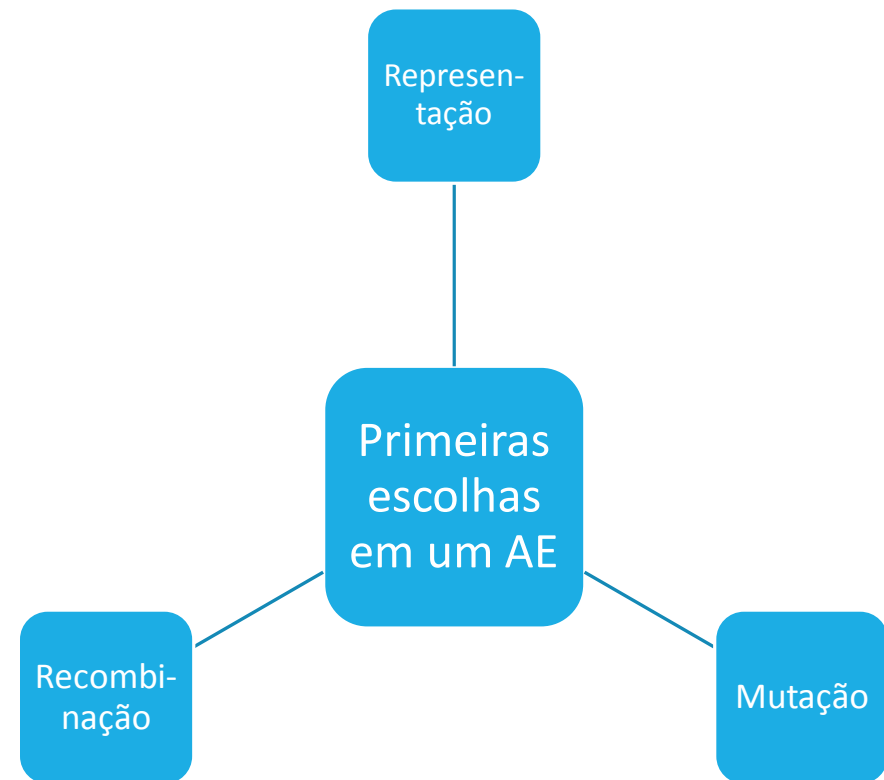
Representação de permutações

Representação em árvore

Representação e os operadores de variação

O primeiro passo na resolução de um problema usando AE é escolher a **representação** correta:

- Geralmente é possível resolver o mesmo problema usando mais de uma representação e a escolha ideal depende do entendimento do problema e da prática com Aes
- A escolha da representação está intimamente relacionada com a escolha dos operadores de variação da população a serem usados (**mutação** e **recombinação**)



Representação binária

É a representação mais simples:

- Um cromossomo é representado por uma sequência de 0s e 1s.
- Foi a representação inicialmente (e erroneamente) usada na maioria dos primeiros GAs
 - Essa representação era usada sempre nos primeiros estudos, independente das características do problema abordado
- Quando essa representação é adotada, é importante escolher uma quantidade de bits que permitam que todas as possíveis soluções sejam representadas
 - Soluções infactíveis também devem ser tratadas
- Nos dias atuais essa representação deve ser usada quando a informação em si for binária
 - Se a informação é numérica (inteiro ou ponto-flutuante) as outras representações devem ser adotadas



Representação binária: mutação

Vários operadores já foram propostos, mas o mais popular é baseado na inversão de bits:

- É conhecido como mutação bit a bit (*bitwise mutation*)
- O bit 0 é trocado para 1 e o bit 1 é trocado para 0 de acordo com uma pequena probabilidade p_m
- Considerando uma sequência de tamanho L , na média $L \times p_m$ posições são trocadas
 - O valor ideal para p_m deve ser descoberto por um estudo específico para cada problema, mas o mais popular é escolher um valor de p_m que leve à situação média na qual um gene por descendente é alterado em cada geração

1	0	1	0	0	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---



1	0	0	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Representação binária: recombinação

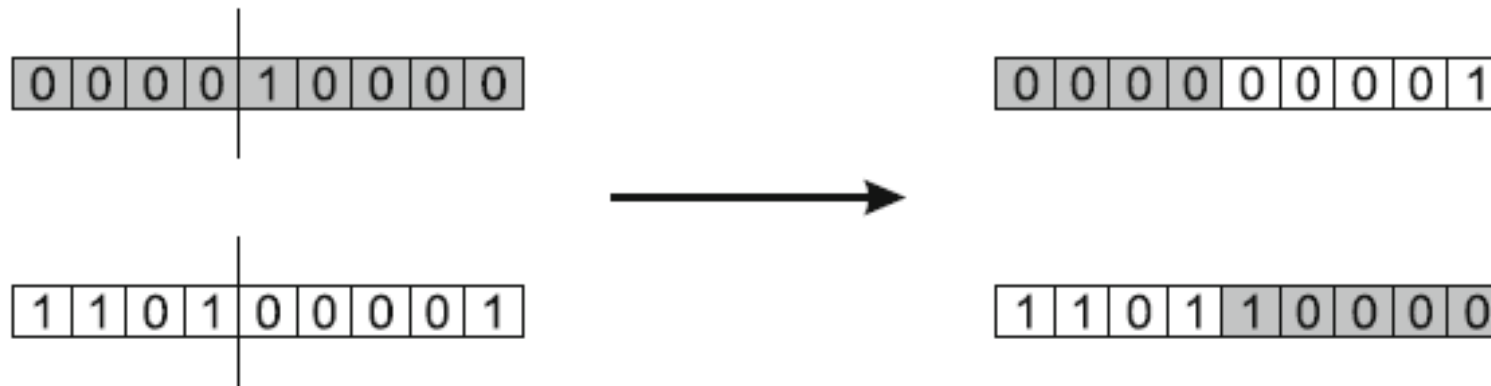
Existem 3 formas básicas de recombinar indivíduos usando a representação binária:

- Crossover de um ponto
- Crossover de n-pontos
- Crossover uniforme

Representação binária: recombinação

Crossover de um ponto

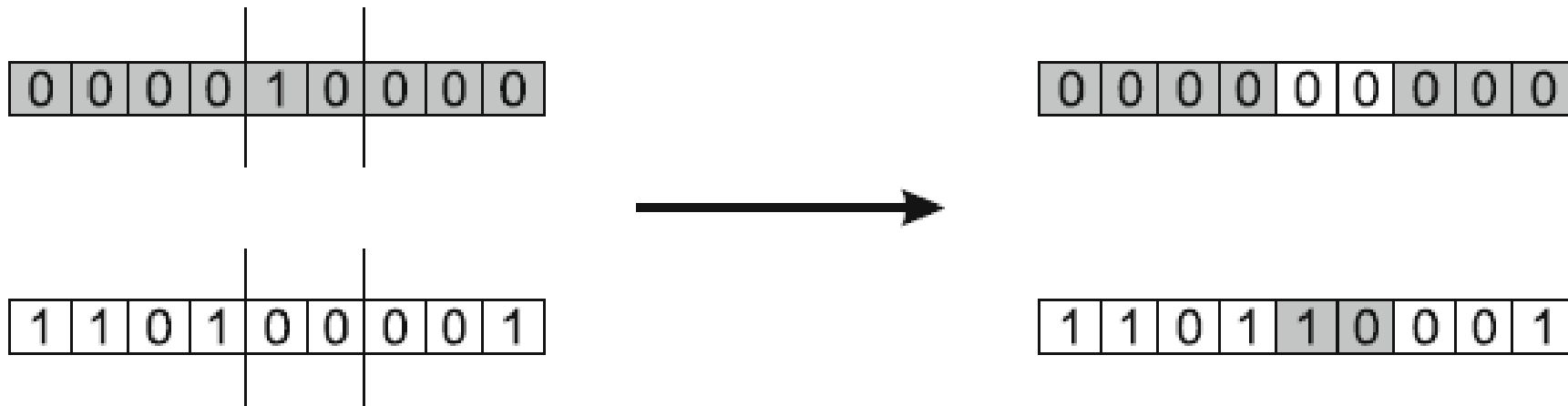
- Um número aleatório é escolhido no intervalo $[1, L-1]$, os pais são partidos neste ponto e os dois filhos são criados por meio da combinação das pontas dos dois pais
- Note que é importante evitar que o ponto de corte seja a primeira posição ou a última (por isso o intervalo começa na segunda e termina na penúltima)



Representação binária: recombinação

Crossover de n-pontos

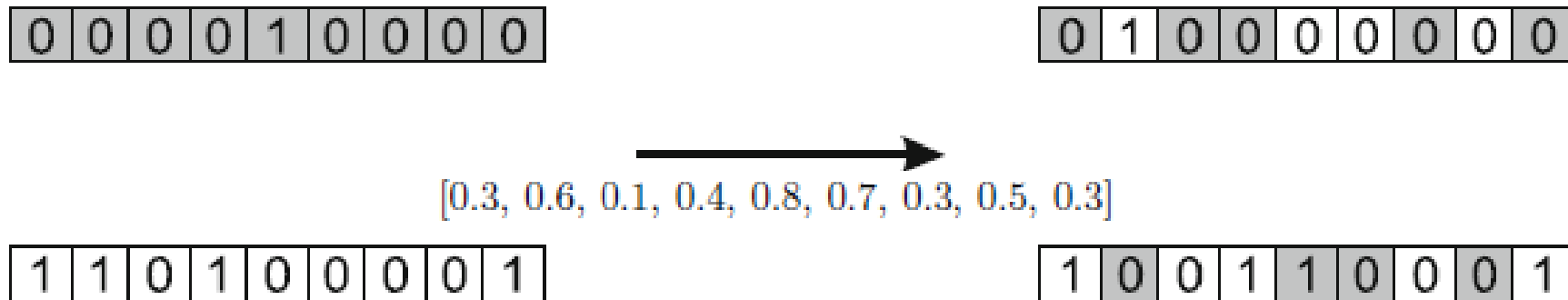
- Generalização do crossover de um ponto na qual os cromossomos são quebrados em mais de dois segmentos de genes contíguos e os filhos são criados pela alternância de partes dos pais
- Crossover uniforme: trata cada gene de forma independente e faz uma escolha aleatória sobre qual posição deve ser herdada de cada pai (sem considerar contiguidade)



Representação binária: recombinação

Crossover uniforme

- Trata cada gene de forma independente e faz uma escolha aleatória sobre qual posição deve ser herdada de cada pai (sem considerar contiguidade)
- Uma sequência aleatória de L elementos entre $[0; 1]$ é gerada e caso o número gerado seja acima de um limiar (como 0,5) o descendente herda o valor do primeiro pai, caso contrário herda o gene do segundo
 - O segundo descendente usa a regra invertida

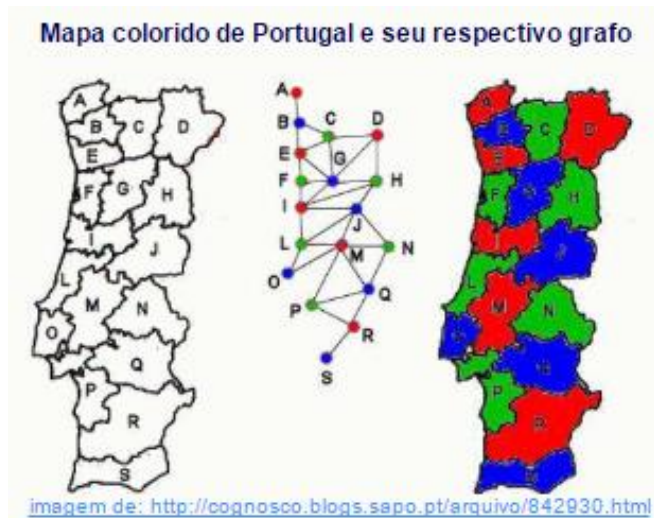


Representação binária: recombinação

Existem 3 formas básicas de recombinar indivíduos usando a representação binária, qual usar?

- Crossover de um ponto e crossover de n-pontos tendem a apresentar o conceito de viés de posição (*positional bias*), ou seja, bits próximos são mantidos no decorrer das gerações
- Crossover uniforme apresenta um viés de distribuição (*distributional bias*), ou seja, a informação entre bits adjacentes é distribuída/perdida quando o operador é usado
- Como cada estilo de operador apresenta um viés diferente, deve ser feito um estudo para o problema em questão sobre qual dos dois apresenta melhores resultados

Representação inteira



A representação binária não é a melhor opção a considerar quando a informação em si não for binária!

- A representação inteira deve ser preferida quando o problema consiste na busca por uma sequência de valores inteiros ótimos
- Exemplo: no problema de k -coloração de grafos, é necessário determinar os k inteiros que serão usados em cada vértice (cada inteiro estará associado a uma cor)
 - Se $k = 3$ e for usada uma representação binária usando 2 bits, um dos valores obtido pelo AE será inválido!
- Os operadores de recombinação para a representação inteira podem ser os mesmos usados para a representação binária
 - Alguns operadores de mutação especiais podem ser usados

Representação inteira: mutação

Há duas formas populares de perturbar uma solução inteira, usando uma probabilidade p_m por gene:

- Inicialização aleatória de um gene (*random resetting*).
- Mutação por incrementos lentos (*creep mutation*).

Representação inteira: mutação

Inicialização aleatória de um gene (*random resetting*).

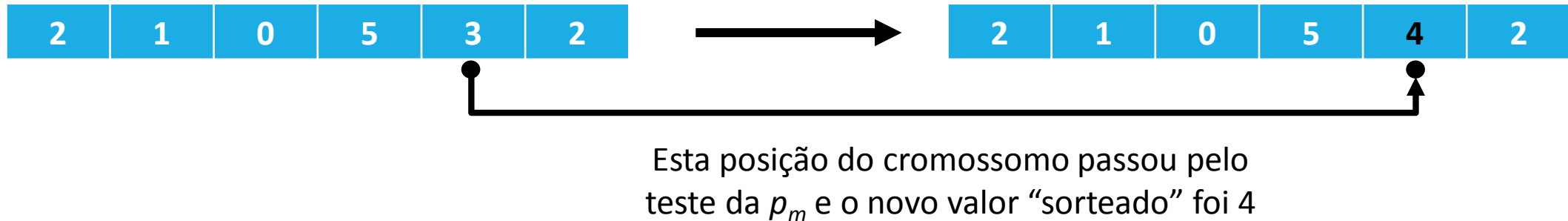
- É uma generalização do operador de mutação bit a bit usado na codificação binária.
- Este operador modifica o valor de um gene para outro número inteiro no domínio do problema, de acordo com a probabilidade p_m .



Representação inteira: mutação

Inicialização aleatória de um gene (*random resetting*).

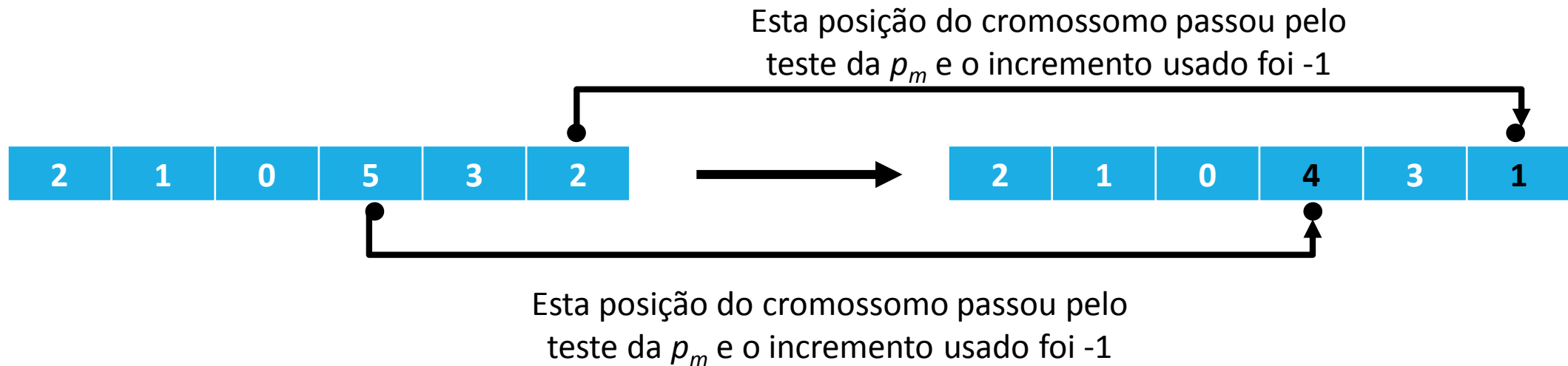
- É uma generalização do operador de mutação bit a bit usado na codificação binária.
- Este operador modifica o valor de um gene para outro número inteiro no domínio do problema, de acordo com a probabilidade p_m .



Representação inteira: mutação

Mutação por incrementos lentos (*creep mutation*):

- Um inteiro pequeno é usado para incrementar ou decrementar a posição de um gene, usando uma probabilidade p_m .
- É especialmente útil em problemas que trabalham com valores ordinais



Representação real ou de ponto-flutuante

Muitas vezes as informações usadas no processo de busca correspondem às grandezas físicas contínuas, como comprimento, velocidade, massa, etc.

- A representação binária também não é a melhor opção nestes casos
- O termo “representação de ponto-flutuante” é empregado para lembrar que a precisão da solução oferecida estará relacionada à precisão dos tipos de dados usados nas linguagens de programação

2,1	1,5	0,2	5,6	3,8	2,2
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Representação real ou de ponto-flutuante: mutação

Podem assumir dois tipos básicos:

- Mutação uniforme
- Mutação não-uniforme
- Mutação auto-adaptativa

Representação real ou de ponto-flutuante: mutação

Mutação uniforme:

- É parecido com o operador de mutação bit a bit e o operador random resetting.
- A posição de um gene i é substituída por um novo valor aleatório de ponto-flutuante, no intervalo $[L_i, H_i]$, obedecendo a probabilidade de mutação p_m .



Esta posição do cromossomo passou pelo teste da p_m e o novo valor “sorteado” no intervalo $[0; 6,0]$ foi 0,7

Representação real ou de ponto-flutuante: mutação

Mutação não-uniforme:

- A forma mais popular de mutação uniforme para ponto-flutuante se parece com o operador *creep mutation*.
 - Um incremento do tipo ponto-flutuante é usado para incrementar ou decrementar o valor de uma posição do cromossomo
- A posição de um gene i pode ser incrementada por um valor aleatório de ponto-flutuante, obtido por uma distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão escolhido pelo usuário.
 - O desvio padrão σ geralmente é chamado de **passo de mutação** e interfere no impacto que este operador oferece ao AE
- Os valores obtidos após o incremento/decremento podem ser truncados para respeitar $[L_i, H_i]$



Esta posição do cromossomo passou pelo teste da p_m e o valor obtido pela distribuição Gaussiana foi -0,4

Representação real ou de ponto-flutuante: mutação

É comum usar operadores de mutação auto-adaptativos:

- O conceito de **auto-adaptação** está relacionado ao ajuste automático dos parâmetros do AE em função do progresso durante uma execução
- O passo de mutação σ será usado para exemplificar este conceito, mas a mesma ideia pode ser aplicada aos outros operadores de mutação
- Uma ideia é alterar o valor de σ durante a execução de modo que σ passa a ser parte das soluções e evolui com elas
 - O conceito chave é que σ não é previamente escolhido pelo usuário, mas coevolui com as soluções do algoritmo
 - O valor de σ pode ser modificado antes da mutação em si e a aptidão do descendente gerado após a mutação pode ser usada não apenas para influenciar na seleção de sobreviventes, mas também para confirmar que a alteração feita em σ é promissora

Representação real ou de ponto-flutuante: recombinação

Existem 2 tipos principais de operadores de recombinação para sequências de ponto-flutuante:

- Recombinação discreta.
- Recombinação aritmética.

Representação real ou de ponto-flutuante: recombinação

Recombinação discreta:

- Funciona de forma semelhante ao operador de corte de n-pontos usado para sequências binárias, baseado em cortes e mistura das características dos pais
- Possui a desvantagem de não criar material genético novo, ou seja, o processo evolucionário fica muito dependente da mutação
 - Todos os operadores de recombinação anteriores possuem essa característica

Representação real ou de ponto-flutuante: recombinação

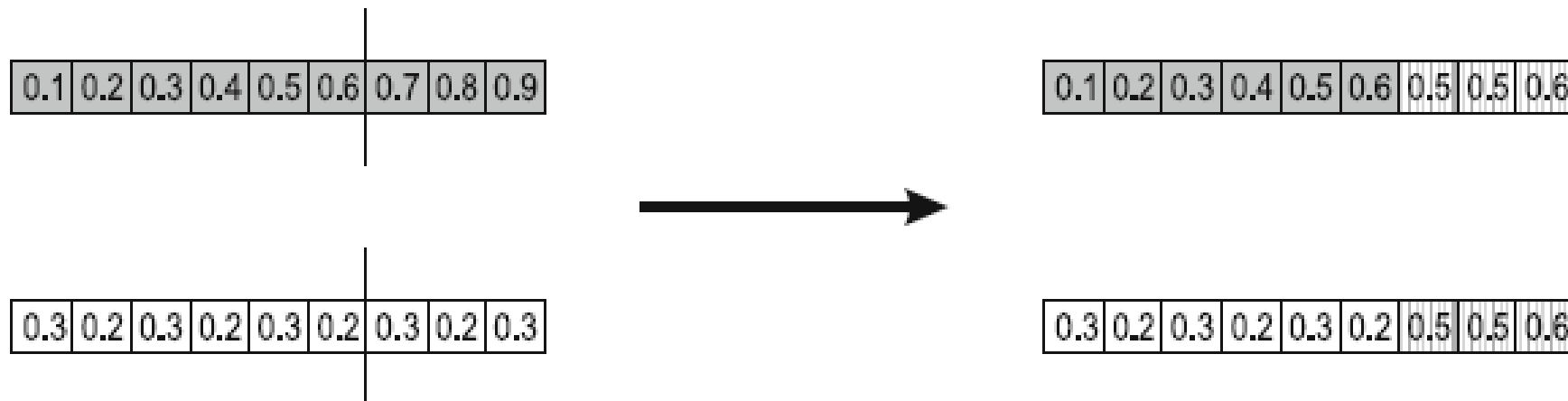
Recombinação aritmética:

- Cada nova posição i do cromossomo dos descendentes é gerada por meio de alguma operação aritmética que envolve os valores dos genes i dos dois pais
- Pode ser feita para todos os genes ou apenas em alguns deles, gerando várias variantes:
 - Recombinação aritmética simples com ponto de corte em k
 - Recombinação aritmética única no ponto k
 - Recombinação aritmética completa

Representação real ou de ponto-flutuante: recombinação

Recombinação aritmética simples com ponto de corte em k :

- Os valores dos genes $i < k$ são copiados dos pais e os valores seguintes são obtidos por média aritmética simples ($\alpha = 0,5$)
- Exemplo de recombinação aritmética simples, usando um ponto de corte $k = 6$:



Representação real ou de ponto-flutuante: recombinação

Recombinação aritmética única no ponto k :

- Os valores dos genes $i \neq k$ são copiados dos pais e o valor da posição k é definido por média aritmética simples ($\alpha = 0,5$)
- Exemplo de recombinação aritmética única no ponto $k = 8$:

0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.5	0.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.5	0.3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

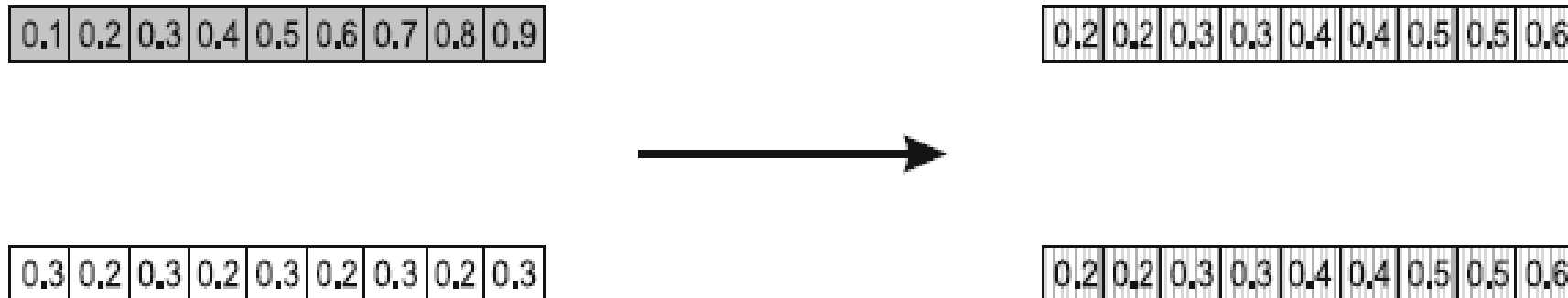
Representação real ou de ponto-flutuante: recombinação

Recombinação aritmética completa:

- É usado um valor α no intervalo $[0, 1]$ para atualizar o valor do gene i dos descendentes usando:

$$\text{Child 1} = \alpha \cdot \bar{x} + (1 - \alpha) \cdot \bar{y}, \quad \text{Child 2} = \alpha \cdot \bar{y} + (1 - \alpha) \cdot \bar{x}.$$

- É o operador mais comum



Se $\alpha = 0,5$ os dois filhos são iguais!

Representação de permutações

Muitos problemas estão relacionados à definição da ordem de ocorrência de eventos ou outras situações que envolvem a escolha de números inteiros que não se repetem em uma solução

- Estes problemas são melhor representados por permutações
- É basicamente uma representação inteira com a restrição de que o valor em uma posição i não pode aparecer em uma posição $j \neq i$
- O problema das oito rainhas é um exemplo clássico!



Representação de permutações: mutação

Os 3 operadores mais usados para mutação de permutações são:

- Operador de mutação por troca de genes (*swap mutation*)
- Mutação por inserção (*insert mutation*)
- Mutação por embaralhamento (*scramble mutation*)

Representação de permutações: mutação

Operador de mutação por troca de genes (*swap mutation*)

- Duas posições são escolhidas de forma aleatória para troca dos seus valores

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---



1	5	3	4	2	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Representação de permutações: mutação

Mutação por inserção (*insert mutation*)

- Duas posições são selecionadas aleatoriamente e a segunda é movida para perto da primeira posição, ajustando as demais posições, conforme exemplo abaixo:



Representação de permutações: mutação

Mutação por embaralhamento (*scramble mutation*)

- O cromossomo inteiro ou parte dele é escolhido para embaralhamento.
- No exemplo abaixo, foram escolhidas as posições 2-5:



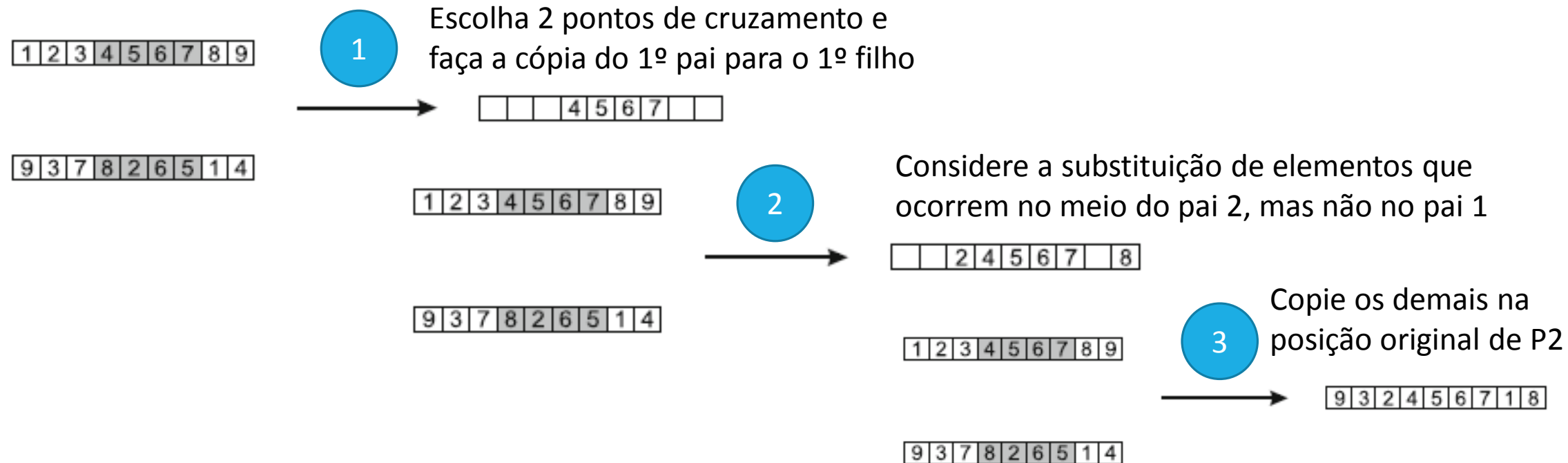
- Outra variante é escolher uma sequência de valores e alterar a ordem:



Representação de permutações: recombinação

O mais popular é o cruzamento com mapeamento parcial (*Partially Mapped Crossover - PMX*)

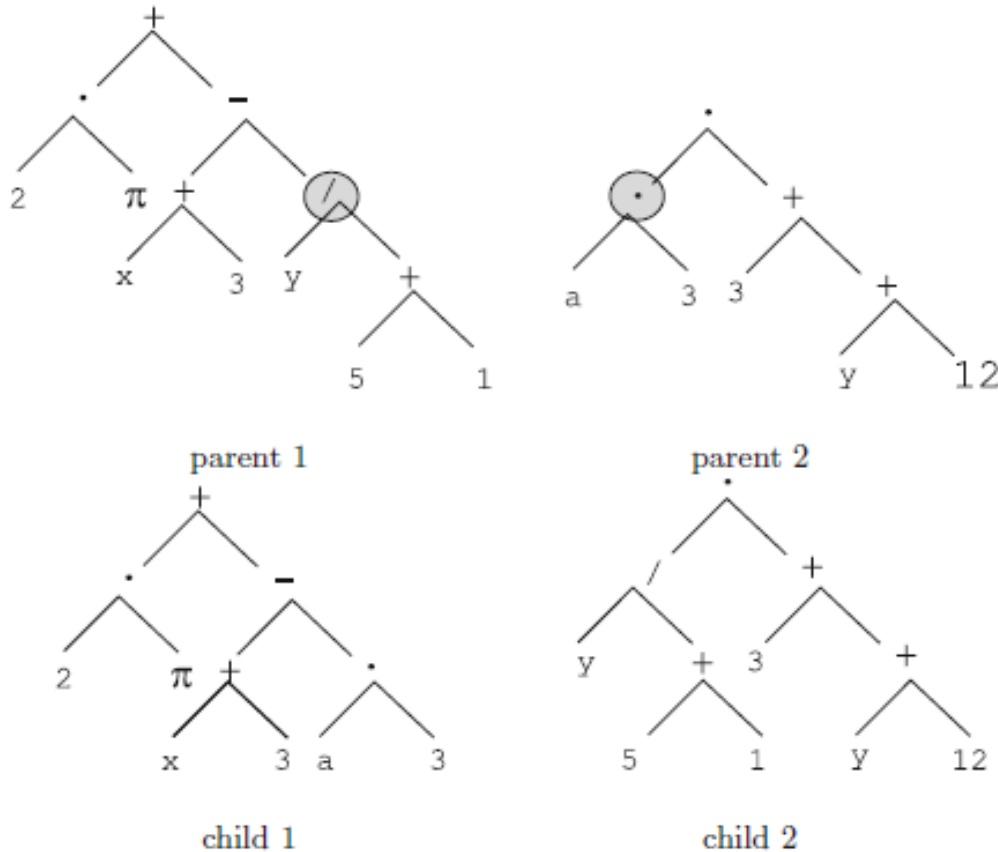
- Foi proposto inicialmente para o problema do caixeiro viajante
- Exemplo



Representação em árvore

É usada basicamente para representar soluções em algoritmos de programação genética (PG):

- O objetivo é representar expressões matemáticas ou mesmo o código-fonte de uma linguagem de programação
- Esta forma de representação e os operadores serão melhor explorados no estudo sobre PG





Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
**Programa de Pós-Graduação em
Informática Aplicada**



Computação Evolutiva

AULA 04 – REPRESENTAÇÃO, RECOMBINAÇÃO E MUTAÇÃO