Conjuntos regulares sobre um alfabeto Σ

Base : $\varnothing$, $\{\varepsilon\}$ e $\{a\}$, para todo $a \in \Sigma$, são conjuntos regulares sobre Σ.

Recursão : Se $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ são conjuntos regulares sobre Σ, então $\mathcal{A}\cup\mathcal{B}$, $\mathcal{A}\circ\mathcal{B}$ e $\mathcal{A}^*$ também são conjuntos regulares sobre Σ.

Fecho : $\mathcal{A}$ é um conjunto regular sobre Σ se pode ser obtido, a partir dos conjuntos regulares básicos, com a aplicação da recursão um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_1 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_{01} > 0 \text{ ou } |w|_{10} > 0\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_1)$ **:** $((\{0\}^*\circ\{1\}^*)^*\circ\{01\} \cup (\{0\}^*\circ\{1\}^*)^*\circ\{10\})\circ\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_2 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ representa um número binário ímpar (sem zeros à esquerda)$\}$

$\mathcal{L}_3 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ representa um número binário e $w \pmod 3 = 1\}$

$\mathcal{L}_4 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ representa um número binário e $w \geqslant 7\}$

$\mathcal{L}_5 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém 001 ou 110$\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_5)$ **:** $\{0,1\}^*\circ\{001,110\}\circ\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_6 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não contém 001 ou não contém 110$\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_6)$ **:** $\{01,1\}^*\circ\{0\}^* \cup \{10,0\}^*\circ\{1\}^*$.

$\mathcal{L}_7 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid$ todo 0 em w é adjacente à esquerda e à direita a um 1$\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_7)$ **:** $(\{1\}^+\circ\{0\})^+\circ\{1\}^+ \cup \{1\}^*$.

$\mathcal{L}_8 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém as subcadeias 01 e 10$\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_8)$ **:** $(\{0\}^+\circ\{1\}^+\circ\{0\} \cup \{1\}^+\circ\{0\}^+\circ\{1\})\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_9 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xyz,$ com $x \in \{0\}^*, |x| = 2k, y \in \{1\}^+$ e $z \in \{0\}^*, |z| = 0$ ou $|z| = 2k'+1;\ k,k' \in \mathbb{N}\}$

$\mathcal{L}_{10} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = x0y0z$ com $|y| = 2k$ ou $w = x1y1z$ com $|y| = 2k'+1;\ x,y,z \in \Sigma^*;\ k,k'$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{10})$ **:** $\{0,1\}^*\circ(\{0\}\circ\{00,01,10,11\}^*\circ\{0\} \cup \{1\}\circ\{0,1\}\circ\{00,01,10,11\})^*\circ\{1\})\circ\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_{11} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid$ pelo menos um 0 em w não é seguido de 1$\}$

$\mathcal{L}_{12} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não contém 101 e termina com 1$\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{12})$ **:** $(\{0\} \cup \{1\}^+\circ\{00\})^*\circ\{1\}^+$.

$\mathcal{L}_{13} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 3$ e o terceiro e o penúltimo símbolos de w não são $1\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{13})$: $\{0,1\}\circ\{0\}\circ\{0\}^+\circ\{\varepsilon,1\} \cup (\{0,1\}\circ\{10\} \cup \{0,1\}\circ\{0\}\circ\{0\}^+\{1\}\circ(\{0\} \cup \{1\}^+))\circ(\{1\}\circ(\{0\} \cup \{1\}^+\circ\{0\}) \cup \{0\}^+\circ\{1\}\circ(\{0\} \cup \{1\}^+\circ\{0\}))^*\circ(\{1\} \cup \{0\}^+\circ\{\varepsilon,1\})$.

$\mathcal{L}_{14} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém uma quantidade par da subcadeia $010\}$

$\mathcal{L}_{15} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém uma quantidade par da subcadeia $000\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{15})$: $(((\{0\} \cup \{00\}^*)\circ\{1\})^*\circ\{000\}\circ\{00\}^*\circ\{1\}\circ((\{0\} \cup \{00\}^*)\circ\{1\})^*\circ\{000\}\circ\{00\}^*\circ\{1\})^*\circ((\{0\} \cup \{00\}^*)\circ\{1\})^*\circ(\{0\} + \circ\{00\}^*)$.

$\mathcal{L}_{16} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 \pmod 3 = 1\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{16})$: $(\{1\}^*\circ\{0\}\circ\{1\}^*\circ\{0\}\circ\{1\}^*\circ\{0\})^*\circ\{1\}^*\circ\{0\}\circ\{1\}^*$.

$\mathcal{L}_{17} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 \geqslant 3$ e $|w|_1 \leqslant 2\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{17})$: $\{1100, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011\}\circ\{0\}^+ \cup \{100, 010, 001\}\circ\{0\}^+\circ(\{\varepsilon\} \cup \{1\}\circ\{0\}^*) \cup \{000\}\circ\{0\}^*\circ(\{\varepsilon\} \cup \{1\}\circ\{0\}^* \cup \{1\}\circ\{0\}^*\circ\{1\}\circ\{0\}^*)$.

$\mathcal{L}_{18} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 \geqslant 3$ ou $|w|_1 = 2,$ e w não contém $11\}$

$\mathcal{L}_{19} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém exatamente uma ocorrência de 00 ou de $11\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{19})$: $\{01,1\}^*\circ\{00\}\circ\{10,1\}^* \cup \{10,0\}^*\circ\{11\}\circ\{01,0\}^*$.

$\mathcal{L}_{20} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 3$ e o penúltimo símbolo é $0\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{20})$: $\{0,1\}^+\circ\{0\}\circ\{0,1\}$.

$\mathcal{L}_{21} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_{00} \geqslant 1$ e $|w|_{11} = 0\}$

$\mathcal{L}_{22} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 2$ e os dois primeiros símbolos de w são iguais aos dois últimos$\}$

$\mathcal{L}_{23} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não começa com 10, mas termina com $10\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{23})$: $(\{1\} \cup \{0\}^+)\circ\{1\}^+\circ\{0\}\circ(\{0\}^*\circ\{1\}^+\circ\{0\})^*$.

$\mathcal{L}_{24} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém pelo menos um 0 e pelo menos dois 1's$\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{24})$: $(\{1\}\circ\{1\}^+\circ\{0\} \cup (\{0\}^+\circ\{1\} \cup \{10\})\circ\{0\}^*\circ\{1\})\circ\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_{25} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = 0u$ e $|w|$ é par ou $w = 1u'$ e $|u'|$ é par, com $u, u' \in \Sigma^*\}$

$\mathcal{L}_{26} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 + |w|_1 = 2k+1,\ k \in \mathbb{N}$ e w não contém $10\}$

$\mathcal{L}_{27} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xyz,\ x, z \in \{0\}^*,\ y \in \{1\}^+;\ |x|_0 + |z|_0 = 2k,\ |y|_1 = 2k'+1,\ k, k' \in \mathbb{N}\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{27})$: $\{00\}^*\circ\{1\}\circ\{11\}^*\circ\{00\}^* \cup \{0\}\circ\{00\}^*\circ\{1\}\circ\{11\}^*\circ\{0\}\circ\{00\}^*$.

$\mathcal{L}_{28} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xcycz,\ c \in \Sigma,\ x, y, z \in \Sigma^*;\ |x| = 2k+1,\ |z| = 2k',\ k, k' \in \mathbb{N};\ |y| = 2\}$

$\mathcal{L}_{29} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém uma, duas ou três ocorrências do símbolo $0\}$

$\mathcal{L}_{30} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = u01^n,\ u \in \Sigma^*,\ n \in \mathbb{N}^+\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{30})$: $\{0,1\}^*\circ\{0\}\circ\{1\}^+$.

$\mathcal{L}_{31} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não começa com 0 e não termina com $000\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{31})$: $\{\varepsilon, 1, 10, 100\} \cup \{1\}\circ\{0,1\}^*\circ\{1, 10, 100\}$.

$\mathcal{L}_{32} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = uc,\ u \in \Sigma^*,\ c \in \Sigma,\ |u|_c \leqslant 2\}$

$\mathcal{L}_{33} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não contém 0110 e não termina com $01\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{33})$: $(\{1\} \cup \{0\}\circ\{0,10\}^*\circ\{111\})^*\circ(\{\varepsilon\} \cup \{0\}\circ\{0,10\}^*\circ\{\varepsilon, 11\})$.

$\mathcal{L}_{34} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 4$, começa com 0 e contém pelo menos um 1 do terceiro ao penúltimo

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{34})$: $\{0\}\circ\{0,1\}\circ\{0\}^*\circ\{1\}\circ\{0,1\}^+$.

$\mathcal{L}_{35} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k+1,\ k \in \mathbb{N},\ w$ termina com 1 e contém pelo menos mais um $1\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{35})$: $\{00, 01, 10, 11\}^*\circ\{01, 10, 11\}\circ\{00, 01, 10, 11\}^*\circ\{1\}$.

$\mathcal{L}_{36} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k,\ k \in \mathbb{N},\ w$ não contém $11\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{36})$: $(\{10\} \cup \{01\}^*\circ\{00\})^*\circ(\{\varepsilon\} \cup \{01\}^+)$.

$\mathcal{L}_{37} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = u11,\ u \in \Sigma^*$ e todo 0 em u é seguido de um par de símbolos distintos$\}$

$\mathcal{L}_{38} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém os símbolos 0 e 1, mas não contém $00\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{38})$: $\{1\}^+\circ\{0\} \cup (\{01\} \cup \{1\}^+\circ\{01\})\circ\{01, 1\}^*\circ\{\varepsilon, 0\}$.

$\mathcal{L}_{39} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém pelo menos um 1, mas não contém $11\}$

$\mathcal{L}_{40} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém 00, mas não contém $011\}$

$\mathcal{L}_{41} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém pelo menos um 00, mas não contém $11\}$

$\mathcal{L}_{42} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ começa com 0 e contém 010 ou w começa com 1 e contém $101\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{42})$: $(\{0\}\circ(\{0\} \cup \{1\}\circ\{1\}^+\circ\{0\})^*\circ\{10\} \cup \{1\}\circ(\{1\} \cup \{0\}\circ\{0\}^+\circ\{1\})^*\circ\{01\})\circ\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_{43} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém dois 1's separados por uma quantidade par de símbolos$\}$

$\mathcal{L}_{44} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2k,\ k \in \mathbb{N},$ e cada 0 é seguido de pelo menos dois 1's consecutivos$\}$

$\mathcal{L}_{45} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k,\ k \in \mathbb{N},$ e w começa com 1 ou termina com $11\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{45})$: $\{1\}\circ\{0,1\}\circ\{00,01,10,11\}^* \cup \{00,01,10,11\}^*\circ\{11\}$.

$\mathcal{L}_{46} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ é diferente de 0, 00, 1, 11 e $010\}$

$\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{46})$: $\{\varepsilon,01,10,000,001,011,100,101,110,111\} \cup \{0,1\}\circ\{0,1\}\circ\{0,1\}\circ\{0,1\}\circ\{0,1\}^*$.

$\mathcal{L}_{47} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2k$ e $|w|_1 = 3k',\ k,k' \in \mathbb{N}\}$