

### Expressões regulares sobre um alfabeto $\Sigma$

**Base**:  $\emptyset$ ,  $\varepsilon$  e a, para todo  $a \in \Sigma$ , são expressões regulares sobre  $\Sigma$ .

**Recursão :** Se  $\alpha$  e  $\beta$  são expressões regulares sobre  $\Sigma$ , então  $\alpha \cup \beta$ ,  $\alpha\beta$  e  $\alpha^*$  também são expressões

regulares sobre  $\Sigma$ .

**Fecho**:  $\alpha$  é uma expressão regular sobre  $\Sigma$  se pode ser obtida, a partir das expressões regulares

básicas, com a aplicação da recursão um número finito de vezes.

```
\mathcal{L}_1 = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} > 0 \text{ ou } |w|_{10} > 0 \}
```

 $CR(\mathcal{L}_1)$ :  $(((0^*1^*)^*01) \cup ((0^*1^*)^*10))(0 \cup 1)^*$ .

 $\mathcal{L}_2 = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário ímpar (sem zeros à esquerda)} \}$ 

 $\mathcal{L}_3 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário e } w \pmod{3} = 1\}$ 

 $\mathcal{L}_4 = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ representa um número binário e } w \geqslant 7 \}$ 

 $\mathcal{L}_5 = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém } 001 \text{ ou } 110 \}$ 

 $\mathcal{L}_6 = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não contém } 001 \text{ ou não contém } 110 \}$ 

 $\mathcal{L}_7 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid \text{ todo } 0 \text{ em } w \text{ \'e adjacente \`a esquerda e \`a direita a um } 1\}$ 

 $CR(\mathcal{L}_7) : (\{1\}^+ \circ \{0\})^+ \circ \{1\}^+ \cup \{1\}^*.$ 

 $\mathcal{L}_8 = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ cont\'em as subcadeias } 01 \text{ e } 10 \}$ 

 $\mathcal{L}_9 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xyz, \text{ com } x \in \{0\}^*, |x| = 2k, y \in \{1\}^+ \text{ e } z \in \{0\}^*, |z| = 0 \text{ ou } |z| = 2k' + 1; \ k, k' \in \mathbb{N}\}$ 

 $\mathcal{L}_{10} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = x0y0z \text{ com } |y| = 2k \text{ ou } w = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; \ x,y,z \in \Sigma^*; \ k,k' = x1y1z \text{ com } |y| = x1y1z$ 

 $\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{10})$ :  $(0 \cup 1)^*(0(00 \cup 01 \cup 10 \cup 11)^*0 \cup 1(0 \cup 1)(00 \cup 01 \cup 10 \cup 11))^*1)(0 \cup 1)^*$ .

 $\mathcal{L}_{11} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid \text{pelo menos um } 0 \text{ em } w \text{ não é seguido de } 1 \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{11})$ :  $(01 \cup 1)^*(00(0 \cup 1)^* \cup 0)$ .

 $\mathcal{L}_{12} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém } 101 \text{ e termina com } 1\}$ 

 $\mathcal{L}_{13} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 3 \text{ e o terceiro e o penúltimo símbolos de } w \text{ não são } 1 \}$ 

 $\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{13}): (0 \cup 1)00^{+}(\varepsilon \cup 1) \cup ((0 \cup 1)10 \cup (0 \cup 1)00^{+}1(0 \cup 1^{+}))(1(0 \cup 1^{+}0) \cup 0^{+}1(0 \cup 1^{+}0))^{*}(1 \cup 0^{+}(\varepsilon \cup 1)).$ 

# $\mathcal{L}_{14} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ cont\'em uma quantidade par da subcadeia } 010\}$

# $\mathcal{L}_{15} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém uma quantidade par da subcadeia } 000 \}$

 $\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{15}): (((0 \cup (00)^*)1)^*000(00)^*1((0 \cup (00)^*)1)^*000(00)^*1)^*((0 \cup (00)^*)1)^*(0 \cup (00)^*).$ 

### $\mathcal{L}_{16} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \pmod{3} = 1 \}$

 $CR(\mathcal{L}_{16}): (1*01*01*0)*1*01*.$ 

# $\mathcal{L}_{17} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \geqslant 3 \text{ e } |w|_1 \leqslant 2 \}$

 $\mathcal{CR}(\mathcal{L}_{17}): (1100 \cup 1010 \cup 1001 \cup 0110 \cup 0101 \cup 0011)0^{+} \cup (100 \cup 010 \cup 001)0^{+}(\varepsilon \cup 10^{*}) \cup 0000^{*}(\varepsilon \cup 10^{*} \cup 10^{*}10^{*}).$ 

### $\mathcal{L}_{18} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 \geqslant 3 \text{ ou } |w|_1 = 2, \text{ e } w \text{ não contém } 11 \}$

### $\mathcal{L}_{19} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém exatamente uma ocorrência de 00 ou de 11} \}$

 $CR(\mathcal{L}_{19}): (01 \cup 1)^*00(10 \cup 1)^* \cup (10 \cup 0)^*11(01 \cup 0)^*.$ 

## $\mathcal{L}_{20} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w| \geqslant 3 \text{ e o penúltimo símbolo é } 0 \}$

 $CR(\mathcal{L}_{20}) : (0 \cup 1)^{+}0(0 \cup 1).$ 

$$\mathcal{L}_{21} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_{00} \geqslant 1 \text{ e } |w|_{11} = 0 \}$$

 $\mathcal{L}_{22} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 2 \text{ e os dois primeiros símbolos de } w \text{ são iguais aos dois últimos} \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{22}): 00(\varepsilon \cup 0 \cup (0 \cup 1)^*00) \cup 11(\varepsilon \cup 1 \cup (0 \cup 1)^*11) \cup (01 \cup 10)(0 \cup 1)^*(01 \cup 10).$ 

 $\mathcal{L}_{23} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não começa com } 10, \text{ mas termina com } 10 \}$ 

 $\mathcal{L}_{24} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém pelo menos um } 0 \text{ e pelo menos dois 1's} \}$ 

 $\mathcal{L}_{25} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = 0u \text{ e } |w| \text{ \'e par ou } w = 1u' \text{ e } |u'| \text{ \'e par, com } u, u' \in \Sigma^* \}$ 

 $\mathcal{L}_{26} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 + |w|_1 = 2k+1, \ k \in \mathbb{N} \text{ e } w \text{ n\~ao cont\'em } 10\}$ 

 $\mathcal{L}_{27} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xyz, \ x,z \in \{0\}^*, \ y \in \{1\}^+; \ |x|_0 + |z|_0 = 2k, \ |y|_1 = 2k'+1, \ k,k' \in \mathbb{N} \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{27}) : (00)*1(11)*(00)* \cup 0(00)*1(11)*0(00)*.$ 

```
\mathcal{L}_{28} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = xcycz, \ c \in \Sigma, \ x, y, z \in \Sigma^*; \ |x| = 2k + 1, \ |z| = 2k', \ k, k' \in \mathbb{N}; \ |y| = 2 \}
```

 $\mathcal{L}_{29} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém uma, duas ou três ocorrências do símbolo } 0\}$ 

 $\mathcal{L}_{30} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = u01^n, \ u \in \Sigma^*, \ n \in \mathbb{N}^+ \}$ 

 $\mathcal{L}_{31} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não começa com } 0 \text{ e não termina com } 000 \}$ 

 $\mathcal{L}_{32} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = uc, \ u \in \Sigma^*, \ c \in \Sigma, \ |u|_c \le 2 \}$ 

 $\mathcal{L}_{33} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não contém } 0110 \text{ e não termina com } 01 \}$ 

 $\mathcal{L}_{34} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 4$ , começa com 0 e contém pelo menos um 1 do terceiro ao penúltimo símbolo $\}$ 

 $\mathcal{L}_{35} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k+1, \ k \in \mathbb{N}, \ w \text{ termina com 1 e contém pelo menos mais um 1} \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{35}): (00 \cup 01 \cup 10 \cup 11)^*(01 \cup 10 \cup 11)(00 \cup 01 \cup 10 \cup 11)^*1.$ 

 $\mathcal{L}_{36} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w| = 2k, \ k \in \mathbb{N}, \ w \text{ não contém } 11 \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{36}): (10 \cup 0(10)^*0)^*(\varepsilon \cup 0(10)^*1).$ 

 $\mathcal{L}_{37} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = u11, \ u \in \Sigma^* \text{ e todo } 0 \text{ em } u \text{ \'e seguido de um par de símbolos distintos} \}$ 

 $CR(L_{37}): 11^+.$ 

 $\mathcal{L}_{38} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém os símbolos } 0 \text{ e } 1, \text{ mas não contém } 00 \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{38}): 1^+0 \cup (01 \cup 1^+01)(1 \cup 01)^*(\varepsilon \cup 0).$ 

 $\mathcal{L}_{39} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém pelo menos um 1, mas não contém } 11 \}$ 

 $\mathcal{L}_{40} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém } 00, \text{ mas não contém } 011 \}$ 

 $\mathcal{L}_{41} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém pelo menos um } 00, \text{ mas não contém } 11 \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{41})$ :  $(0 \cup 10)(10)^*0(0 \cup 10)^*(\varepsilon \cup 1)$ .

 $\mathcal{L}_{42} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ começa com } 0 \text{ e contém } 010 \text{ ou } w \text{ começa com } 1 \text{ e contém } 101 \}$ 

 $\mathcal{L}_{43} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém dois 1's separados por uma quantidade par de símbolos}\}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{43}): 0*1(00 \cup 01)*1(0 \cup 1)*.$ 

 $\mathcal{L}_{44} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2k, \ k \in \mathbb{N}, \ \text{e cada 0 \'e seguido de pelo menos dois 1's consecutivos}\}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{44}): (11)^*(1011 \cup 011(1 \cup 011))((1 \cup 011)(1 \cup 011))^*.$ 

 $\mathcal{L}_{45} = \{ w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k, \ k \in \mathbb{N}, \ \mathbf{e} \ w \ \mathbf{começa} \ \mathbf{com} \ 1 \ \mathbf{ou} \ \mathbf{termina} \ \mathbf{com} \ 11 \}$ 

 $\mathcal{L}_{46} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ \'e diferente de } 0, 00, 1, 11 \text{ e } 010 \}$ 

 $CR(\mathcal{L}_{46}) : \varepsilon \cup 01 \cup (10 \cup (11 \cup 00)(0 \cup 1) \cup 01(1 \cup 0(0 \cup 1)))(0 \cup 1)^*.$ 

 $\mathcal{L}_{47} = \{ w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = 2k \ \mathbf{e} \ |w|_1 = 3k', \ k, k' \in \mathbb{N} \}$