Atividade AA-18

Nesta tarefa deve-se selecionar uma das linguagens listadas na descrição da AA-18na disciplina INF0333A da plataforma Turing e demonstrar formalmente (com o auxílio do *Pumping Lemma* para linguagens livres de contexto) que a linguagem escolhida não é livre de contexto. A descrição da linguagem está disponível no arquivo "Lista de linguagens que não são livres de contexto" (vide Seção "Coletânea de exercícios", na disciplina INF0333A da plataforma Turing).

Iury Alexandre Alves Bo (202103735)

$\mathcal{L}_{15} = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n1^m0^{2m},\ m, n \in \mathbb{N}, n > m\}$.

A linguagem $\mathcal{L}_{15}$ não é livre de contexto.

Suponha que $\mathcal{L}_{15}$ seja livre de contexto. O *Pumping Lemma* para linguagens livres de contexto garante a existência de $p \in \mathbb{Z}^+$ (*pumping length*), tal que qualquer cadeia $w \in \mathcal{L}_{15}$, com $|w| \geqslant p$, pode ser subdividida em subcadeias u, v, x, y e z ($w = uvxyz$) satisfazendo $|vxy| \leqslant p$, $|vy| > 0$ ($v \neq \varepsilon$ e/ou $y \neq \varepsilon$) e $uv^ixy^iz \in \mathcal{L}_{15}$, para $i \geqslant 0$.

Contudo, considere a cadeia $w' = uvxyz = 0^{p+1}1^p0^{2p} \in \mathcal{L}_{15}$.

Se v e y contém, cada um, apenas um símbolo de Σ e x conter ao menos um 1, então $w' = uv^2xy^2z \notin \mathcal{L}_{15}$, pois w' conterá mais 0's finais do que duas vezes 1's ou 1's maior que a metade dos 0's finais. Se v ou y contém mais de um dos símbolos de Σ, novamente $w' = uv^2xy^2z \notin \mathcal{L}_{15}$, pois w' conterá sequências de 0's e 1's intercalados.

Logo, dadas as contradições ao *Pumping Lemma*, é falsa a suposição de que $\mathcal{L}_{15}$ é livre de contexto.

- -

OBS: Eu não acredito que posso definir que x contém ao menos um símbolo 1, por isso muito provavelmente a resposta está errada, mas não consegui provar que a linguagem não é livre de contexto sem ser desta forma.

Infelizmente não consegui chegar em condições válidas tais que $uvxyz$ contradissesse a linguagem. Por exemplo, se eu assumo $u = \varepsilon$, $x = \varepsilon$, sendo v e y os dois primeiros caracteres de **qualquer** cadeia e z sendo o resto, as cadeias sempre estarão dentro do estado de aceitação.

O que poderia invalidar a cadeia seria m e $2m$, já que $n > m$, encontraríamos uma regra que crescesse m até ser maior que n ou que a quantidade de 0's finais fosse diferente do dobro da quantidade de 1's e vice-versa.

Entretanto v^i e y^i estando no início contribuem para que $n > m$ já que estão na primeira parte da cadeia onde há apenas os 0's iniciais, então se todas as cadeias forem formadas dessa forma, não consigo provar w que não é livre de contexto, apenas para as que eu assumiria que houvesse um y na parte de uma cadeia em que já passou do primeiro 1, por isso x deveria conter ao menos um 1.

Posso ter entendido errado mas isso me deixou com muitas dúvidas e não encontrei o que pudesse me ajudar.