



## Produto $\otimes$ de autômatos finitos determinísticos

- Dados os DFA's  $D_1 = \langle \Sigma_1, S, s_0, \delta_1, F_1 \rangle$  e  $D_2 = \langle \Sigma_2, Q, q_0, \delta_2, F_2 \rangle$ , o produto  $\otimes$  de  $D_1$  e  $D_2$  é o autômato  $D_1 \otimes D_2 = \langle \Sigma_1 \cap \Sigma_2, S.Q, s_0.q_0, \delta, F_1.F_2 \rangle$ , onde:

$$(i) S.Q = \{s_i.q_j \mid (s_i, q_j) \in S \times Q\},$$

$$(ii) F_1.F_2 = \{s_i.q_j \mid (s_i, q_j) \in F_1 \times F_2\},$$

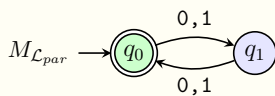
- (iii) Para  $s_i \in S$ ,  $q_j \in Q$  e  $a \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2$ , define-se

$$\delta(s_i.q_j, a) = \begin{cases} \delta_1(s_i, a). \delta_2(q_j, a), & \text{se } \delta_1(s_i, a) \text{ e } \delta_2(q_j, a) \text{ estão definidos;} \\ \emptyset, & \text{se } \delta_1(s_i, a) \text{ ou } \delta_2(q_j, a) \text{ não está definido.} \end{cases}$$

- $\mathcal{L}(D_1 \otimes D_2) = \mathcal{L}(D_1) \cap \mathcal{L}(D_2)$ .

$$\mathcal{L}_{par} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| = 2 \cdot k, k \in \mathbb{N}\}$$

- Autômato finito determinístico que reconhece as cadeias pertencentes à linguagem  $\mathcal{L}_{par}$ :



$$\mathcal{L}_1 = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_{01} > 0 \text{ ou } |w|_{10} > 0\}$$

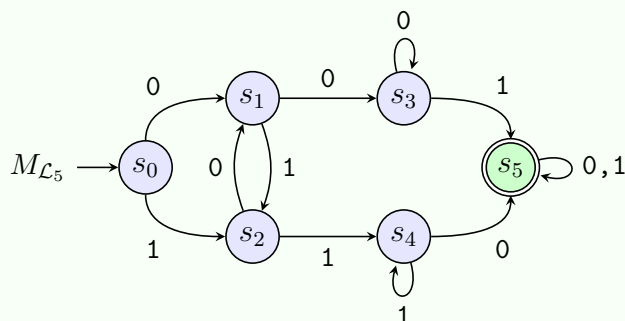
$$\mathcal{L}_2 = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ representa um número binário ímpar (sem zeros à esquerda)}\}$$

$$\mathcal{L}_3 = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ representa um número binário e } w \pmod{3} = 1\}$$

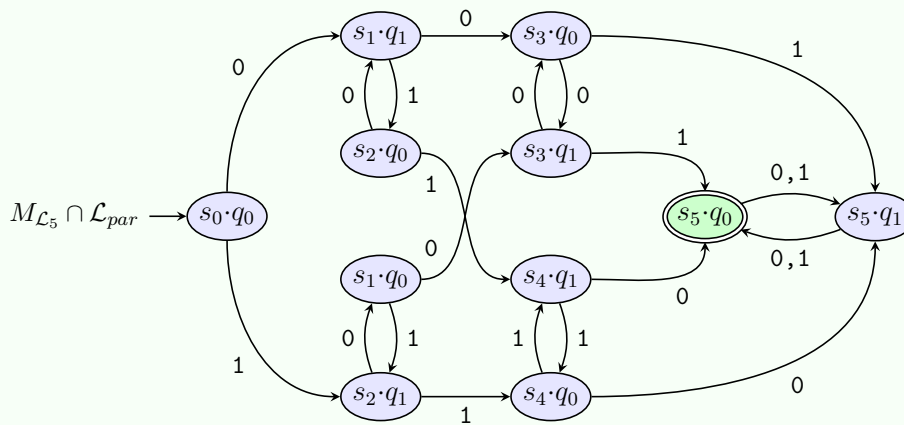
$$\mathcal{L}_4 = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ representa um número binário e } w \geq 7\}$$

$$\mathcal{L}_5 = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém } 001 \text{ ou } 110\}$$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_5$ :

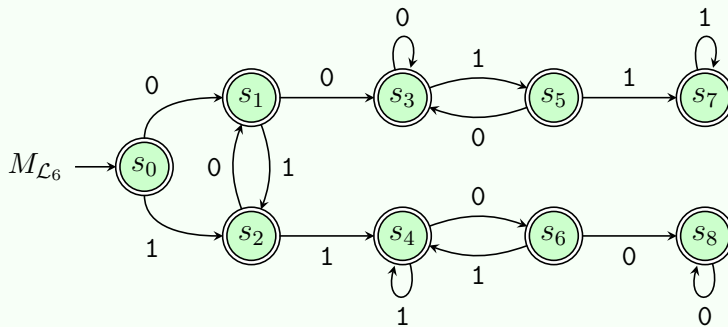


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_5 \cap \mathcal{L}_{par}$ :

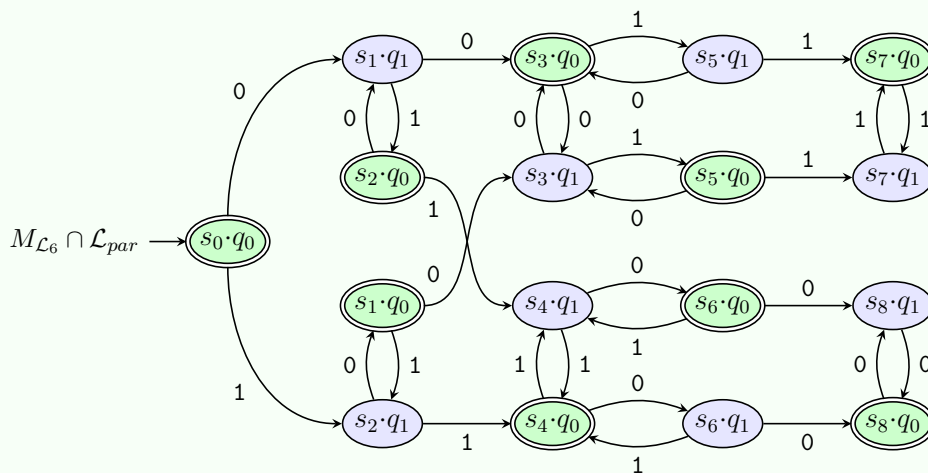


$\mathcal{L}_6 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não contém } 001 \text{ ou não contém } 110\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_6$ :

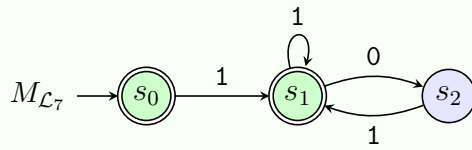


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_6 \cap L_{par}$ :

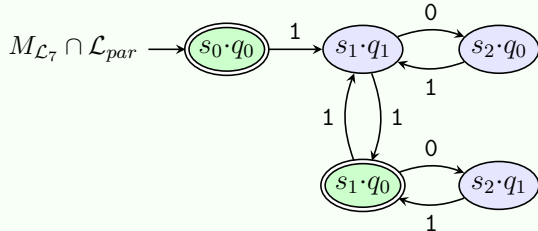


$\mathcal{L}_7 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid \text{todo } 0 \text{ em } w \text{ é adjacente à esquerda e à direita a um } 1\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_7$ :

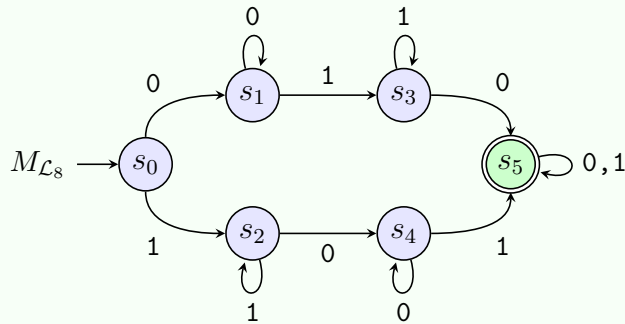


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_7 \cap \mathcal{L}_{par}$ :

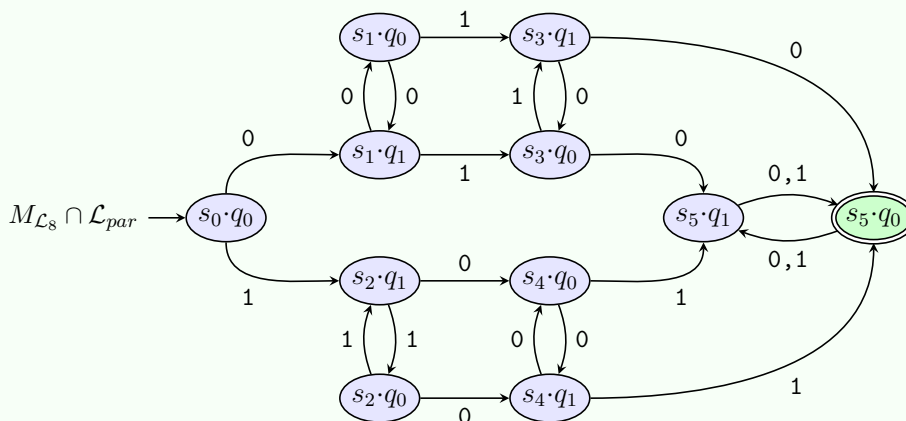


$\mathcal{L}_8 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém as subcadeias } 01 \text{ e } 10\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_8$ :

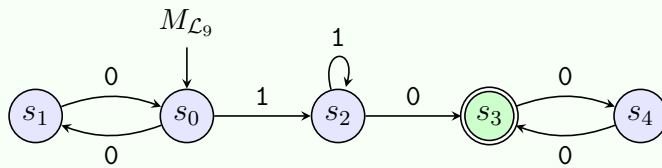


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_8 \cap \mathcal{L}_{par}$ :

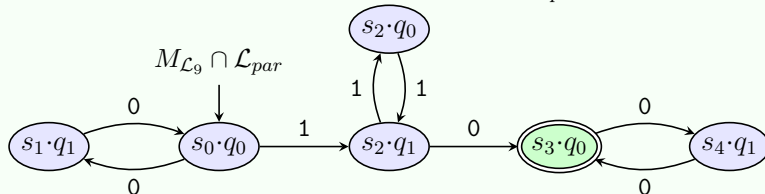


$\mathcal{L}_9 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xyz, \text{ com } x \in \{0\}^*, |x| = 2k, y \in \{1\}^+ \text{ e } z \in \{0\}^*, |z| = 0 \text{ ou } |z| = 2k' + 1; k, k' \in \mathbb{N}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_9$ :

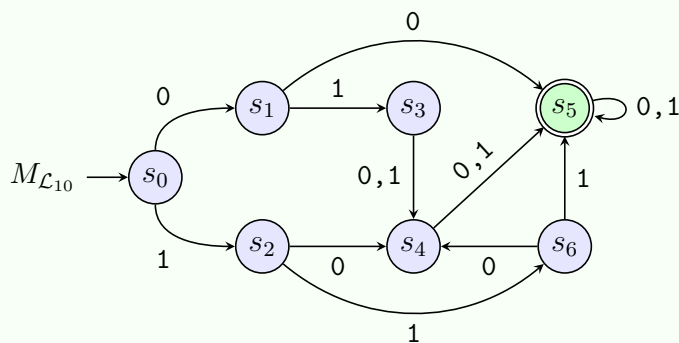


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_9 \cap \mathcal{L}_{par}$ :

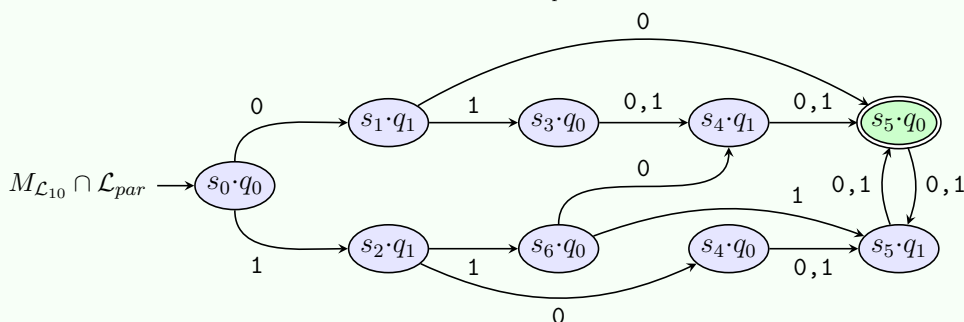


$\mathcal{L}_{10} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = x0y0z \text{ com } |y| = 2k \text{ ou } w = x1y1z \text{ com } |y| = 2k' + 1; x, y, z \in \Sigma^*; k, k' \in \mathbb{N}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{10}$ :



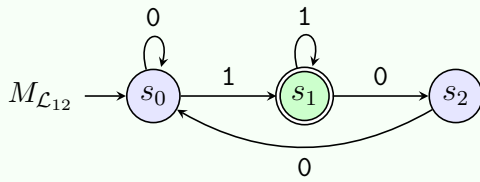
- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{10} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



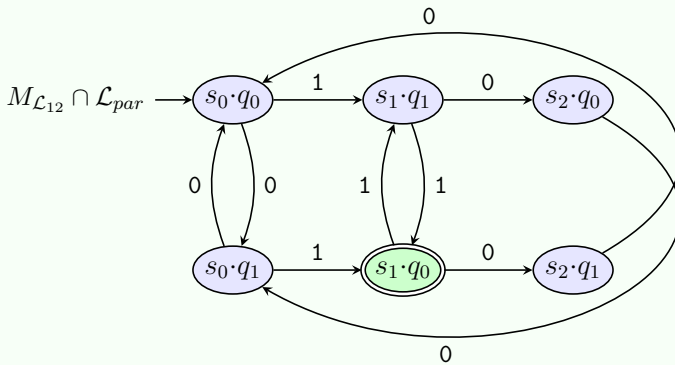
$\mathcal{L}_{11} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid \text{pelo menos um } 0 \text{ em } w \text{ não é seguido de } 1\}$

$\mathcal{L}_{12} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não contém } 101 \text{ e termina com } 1\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{12}$ :

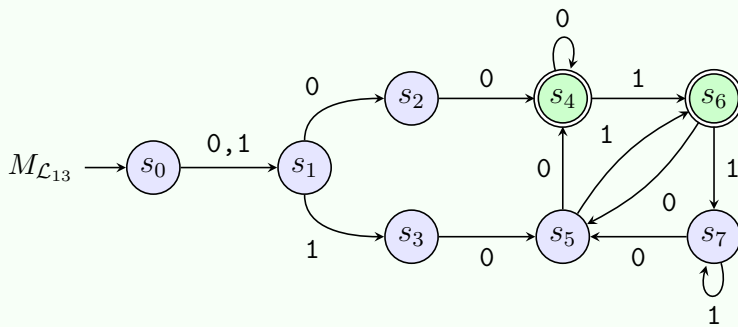


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{12} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

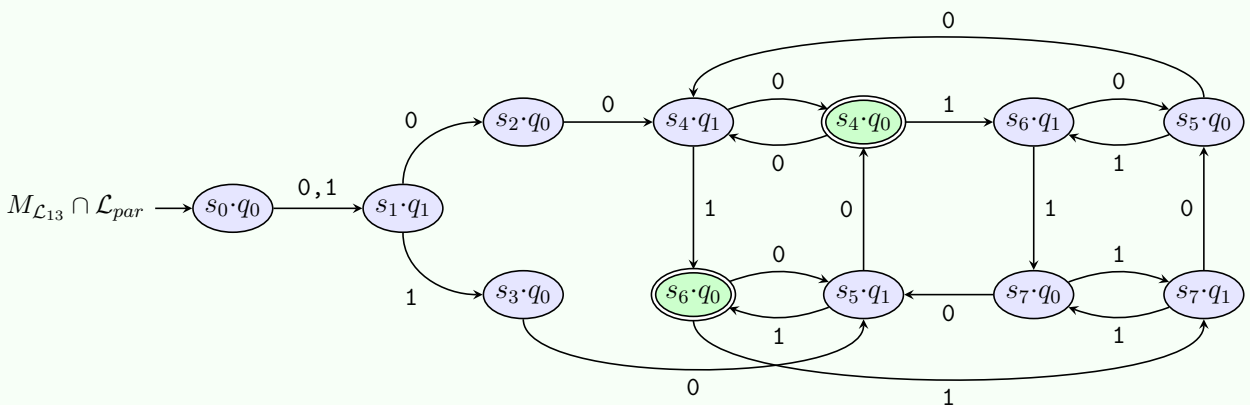


$\mathcal{L}_{13} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ e o terceiro e o penúltimo símbolos de } w \text{ não são } 1\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{13}$ :



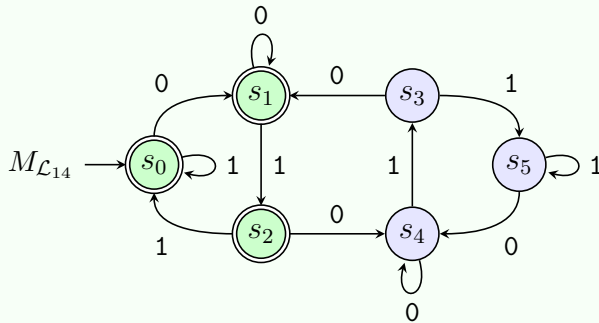
- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{13} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



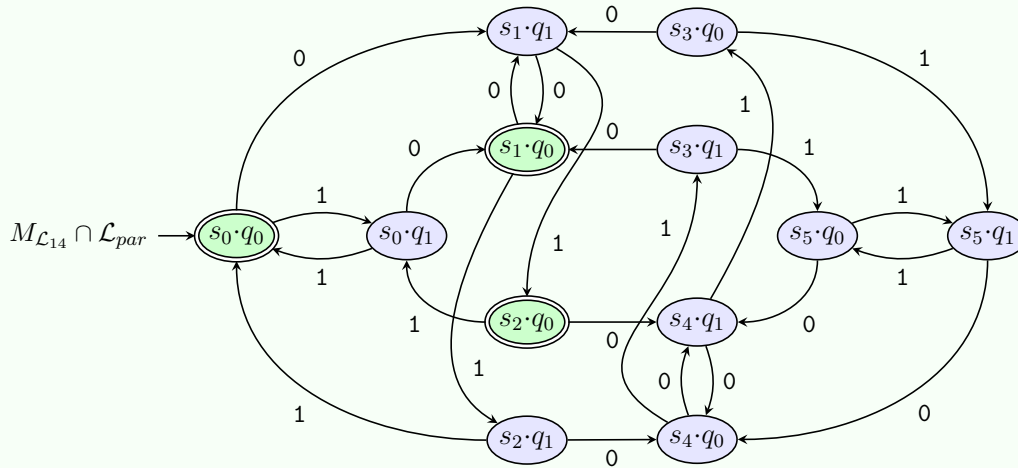


$\mathcal{L}_{14} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém uma quantidade par da subcadeia } 010\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{14}$ :

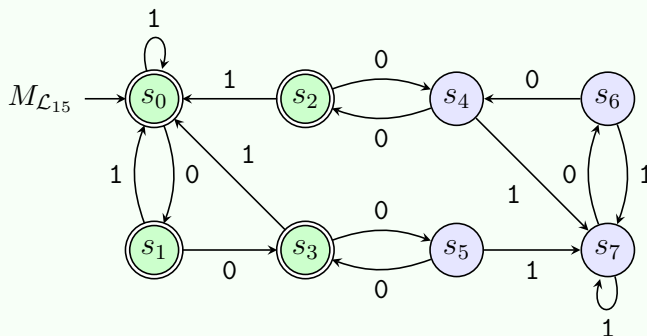


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{14} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

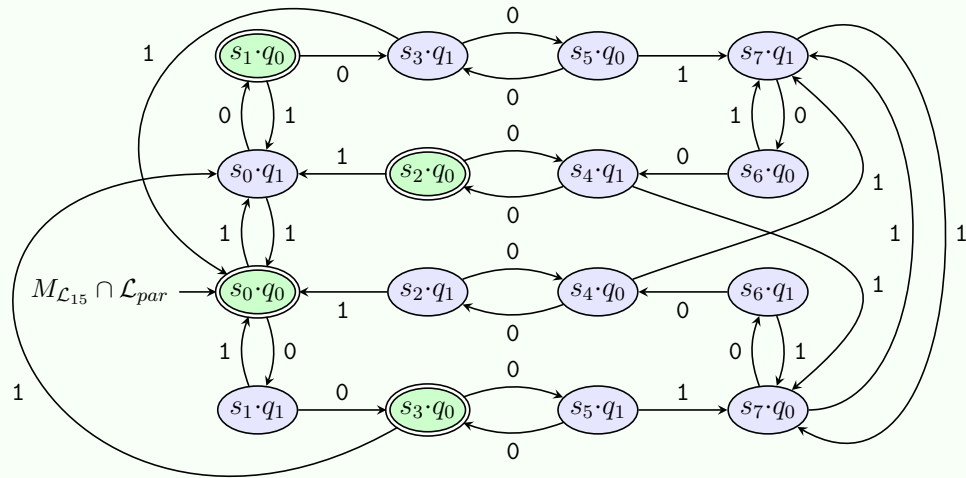


$\mathcal{L}_{15} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém uma quantidade par da subcadeia } 000\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{15}$ :

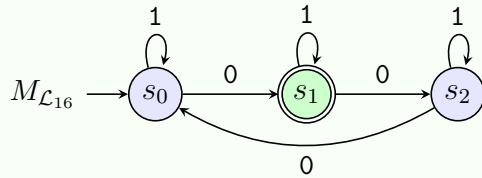


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{15} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

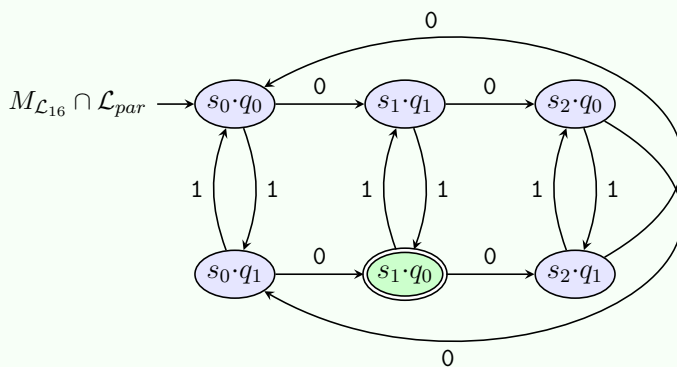


$$\mathcal{L}_{16} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \pmod 3 = 1\}$$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{16}$ :

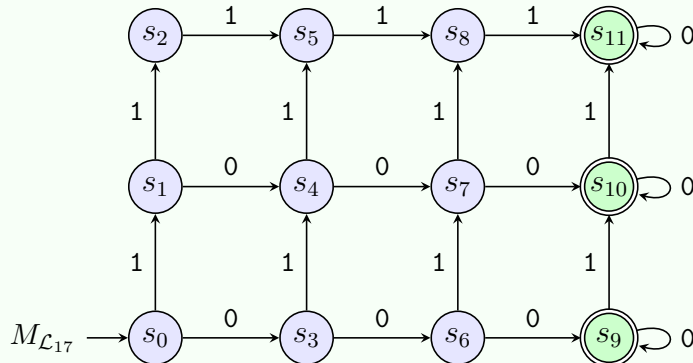


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{16} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

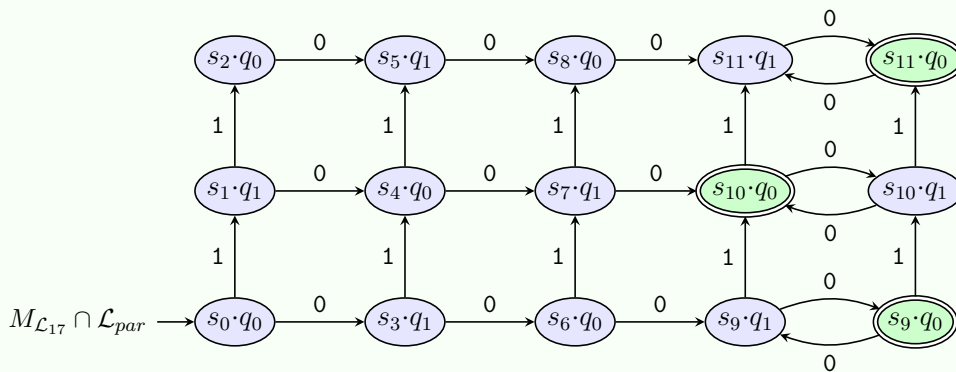


$\mathcal{L}_{17} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 \geq 3 \text{ e } |w|_1 \leq 2\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{17}$ :



- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{17} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

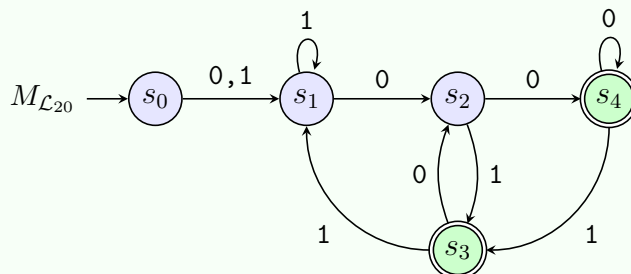


$\mathcal{L}_{18} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 \geq 3 \text{ ou } |w|_1 = 2, \text{ e } w \text{ não contém } 11\}$

$\mathcal{L}_{19} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém exatamente uma ocorrência de } 00 \text{ ou de } 11\}$

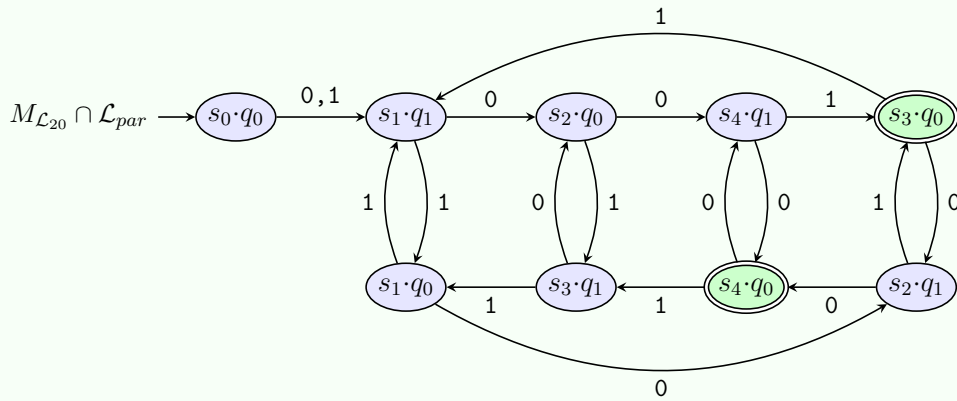
$\mathcal{L}_{20} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ e o penúltimo símbolo é } 0\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{20}$ :



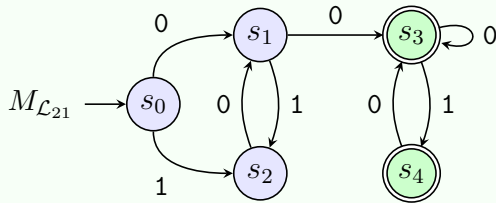
- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{20} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



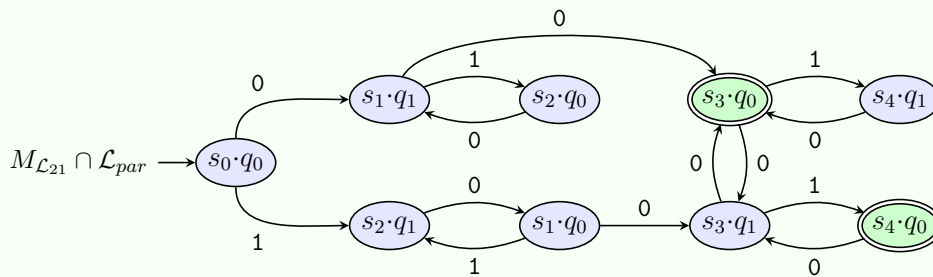


$$\mathcal{L}_{21} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_{00} \geq 1 \text{ e } |w|_{11} = 0\}$$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{21}$ :



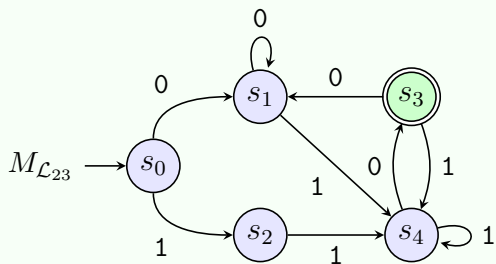
- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{21} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



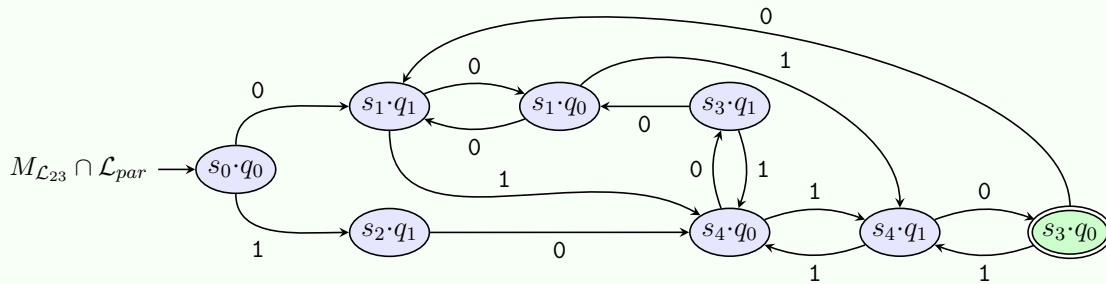
$$\mathcal{L}_{22} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geq 2 \text{ e os dois primeiros símbolos de } w \text{ são iguais aos dois últimos}\}$$

$$\mathcal{L}_{23} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não começa com } 10, \text{ mas termina com } 10\}$$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{23}$ :



- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{23} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



$\mathcal{L}_{24} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém pelo menos um } 0 \text{ e pelo menos dois } 1\text{'s}\}$

$\mathcal{L}_{25} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = 0u \text{ e } |w| \text{ é par ou } w = 1u' \text{ e } |u'| \text{ é par, com } u, u' \in \Sigma^*\}$

$\mathcal{L}_{26} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid |w|_0 + |w|_1 = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \text{ e } w \text{ não contém } 10\}$

$\mathcal{L}_{27} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = xyz, x, z \in \{0\}^*, y \in \{1\}^+; |x|_0 + |z|_0 = 2k, |y|_1 = 2k' + 1, k, k' \in \mathbb{N}\}$

$\mathcal{L}_{28} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = xcycz, c \in \Sigma, x, y, z \in \Sigma^*; |x| = 2k + 1, |z| = 2k', k, k' \in \mathbb{N}; |y| = 2\}$

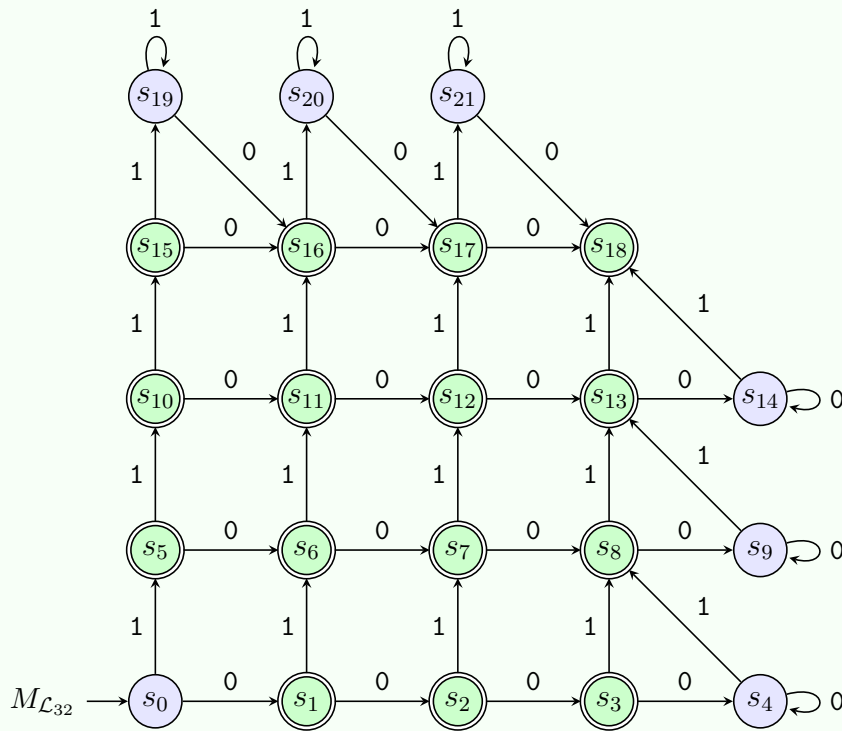
$\mathcal{L}_{29} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém uma, duas ou três ocorrências do símbolo } 0\}$

$\mathcal{L}_{30} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = u01^n, u \in \Sigma^*, n \in \mathbb{N}^+\}$

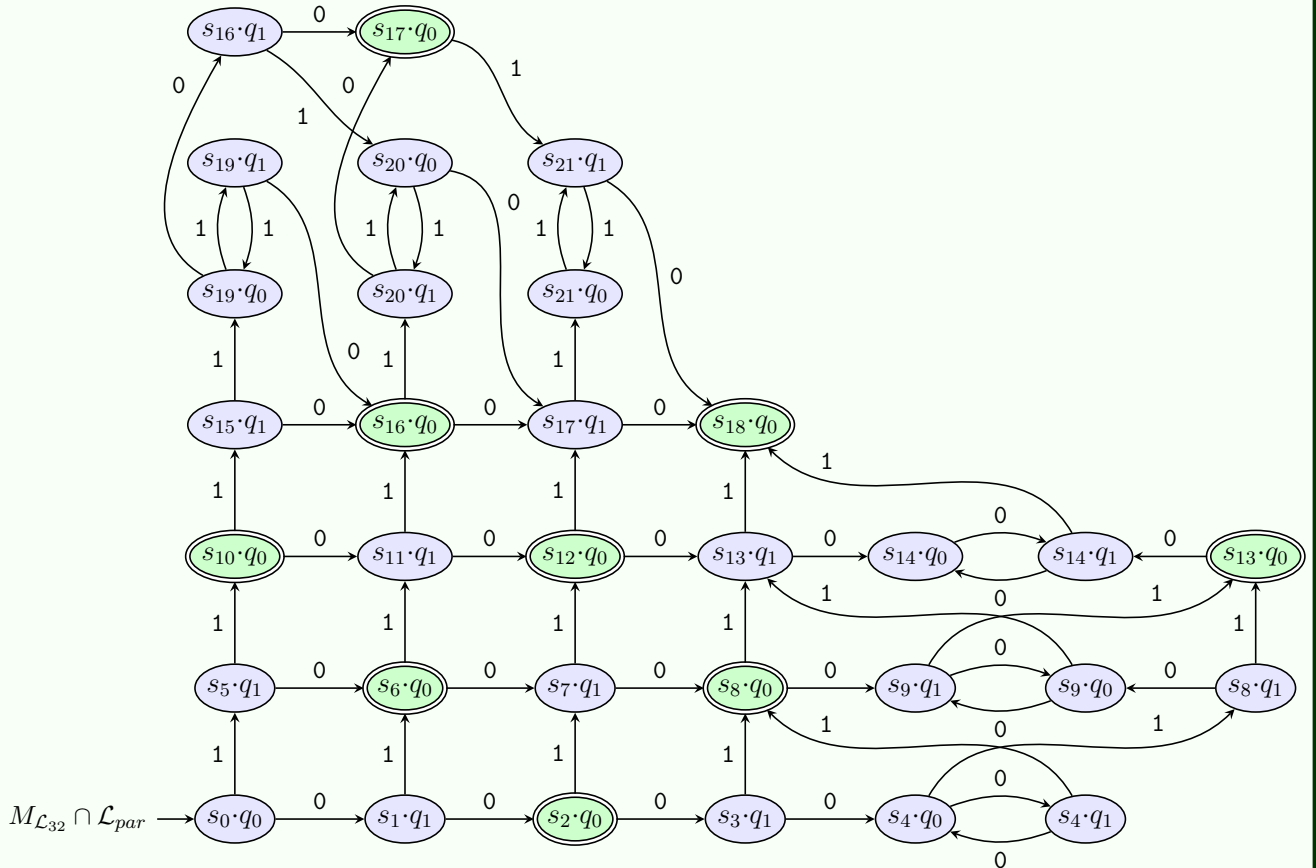
$\mathcal{L}_{31} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w \text{ não começa com } 0 \text{ e não termina com } 000\}$

$\mathcal{L}_{32} = \{w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \mid w = uc, u \in \Sigma^*, c \in \Sigma, |u|_c \leq 2\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{32}$ :



- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{32} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

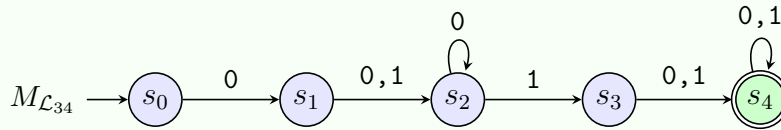


$$\mathcal{L}_{33} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ não contém } 0110 \text{ e não termina com } 01\}$$

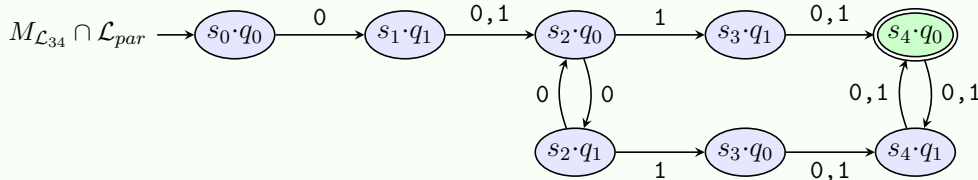


$\mathcal{L}_{34} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geq 4, \text{ começa com } 0 \text{ e contém pelo menos um } 1 \text{ do terceiro ao penúltimo símbolo}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{34}$ :



- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{34} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

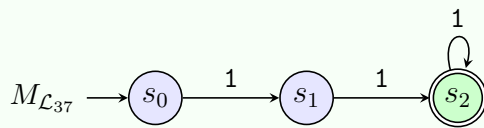


$\mathcal{L}_{35} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k + 1, k \in \mathbb{N}, w \text{ termina com } 1 \text{ e contém pelo menos mais um } 1\}$

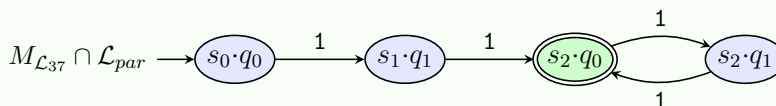
$\mathcal{L}_{36} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k, k \in \mathbb{N}, w \text{ não contém } 11\}$

$\mathcal{L}_{37} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = u11, u \in \Sigma^* \text{ e todo } 0 \text{ em } u \text{ é seguido de um par de símbolos distintos}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{37}$ :



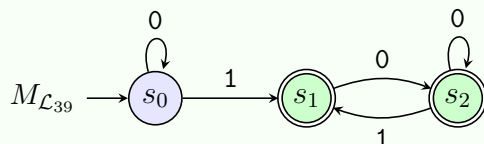
- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{37} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



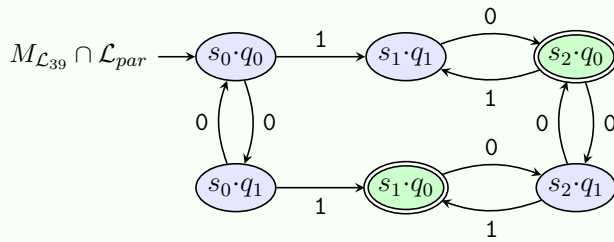
$\mathcal{L}_{38} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém os símbolos } 0 \text{ e } 1, \text{ mas não contém } 00\}$

$\mathcal{L}_{39} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém pelo menos um } 1, \text{ mas não contém } 11\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{39}$ :

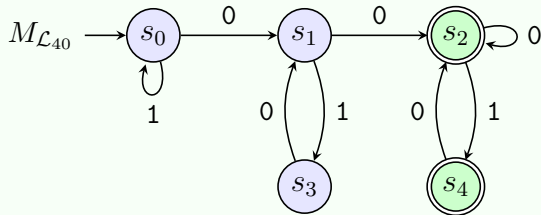


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{39} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

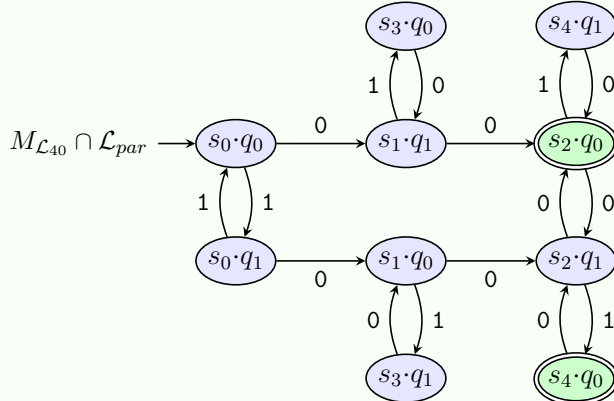


$\mathcal{L}_{40} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém } 00, \text{ mas não contém } 011\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{40}$ :

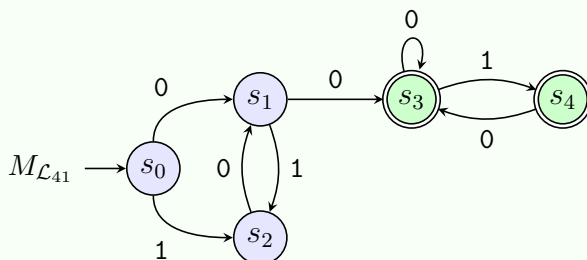


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{40} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

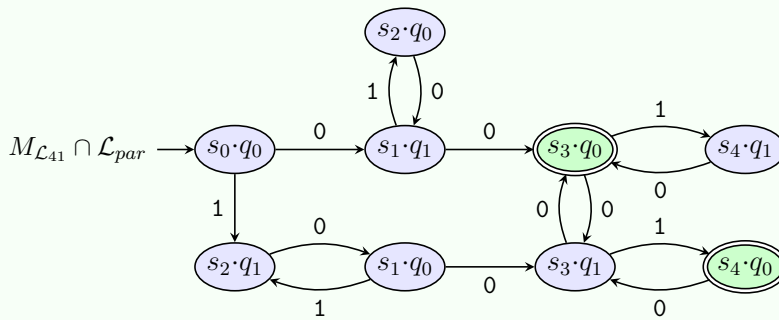


$\mathcal{L}_{41} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém pelo menos um } 00, \text{ mas não contém } 11\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{41}$ :

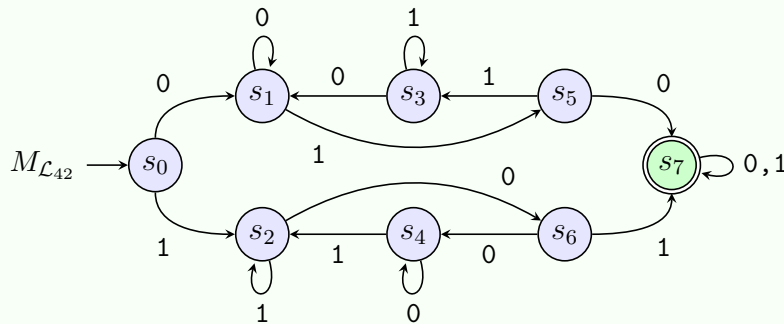


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{41} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

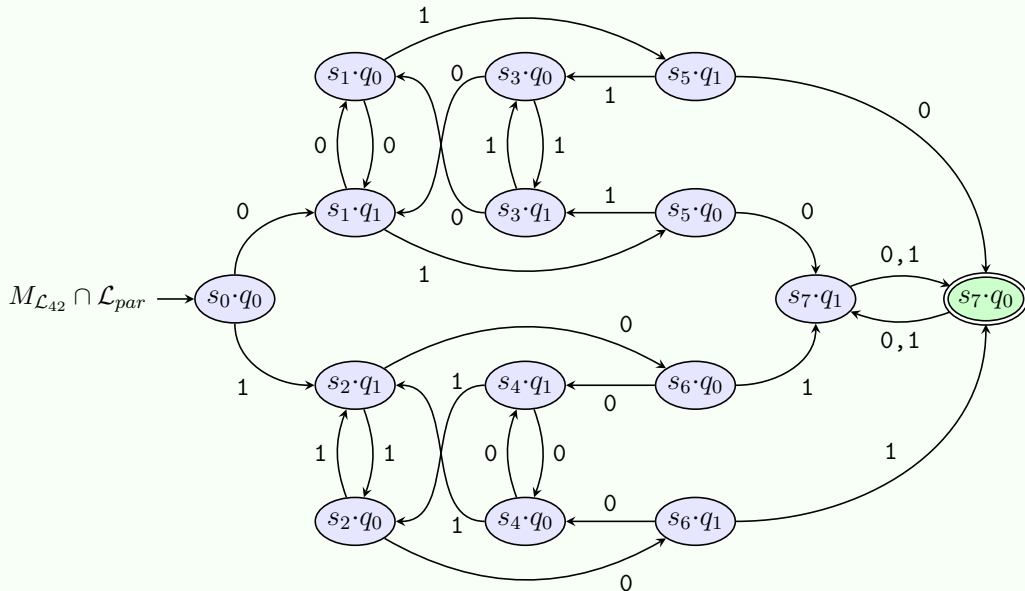


$\mathcal{L}_{42} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ começa com } 0 \text{ e contém } 010 \text{ ou } w \text{ começa com } 1 \text{ e contém } 101\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{42}$ :

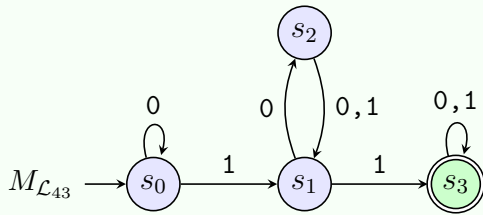


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{42} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

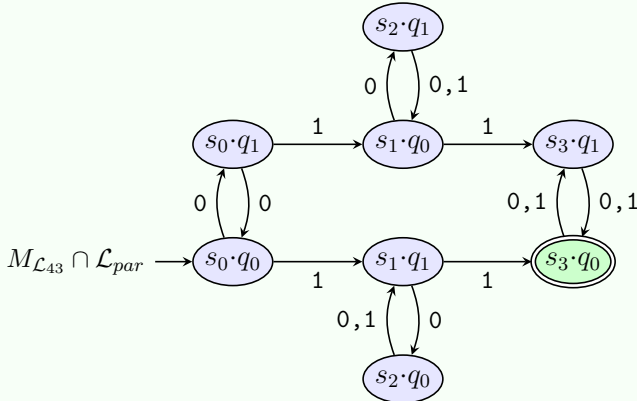


$\mathcal{L}_{43} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ contém dois } 1\text{'s separados por uma quantidade par de símbolos}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{43}$ :

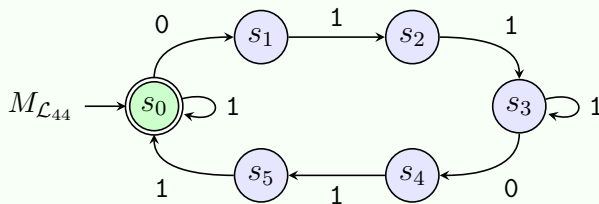


- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{43} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

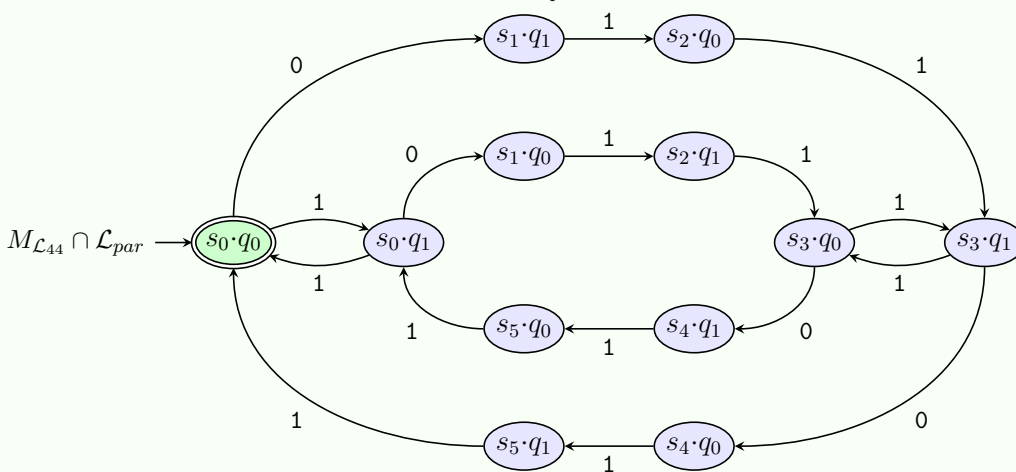


$\mathcal{L}_{44} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2k, k \in \mathbb{N}, \text{ e cada } 0 \text{ é seguido de pelo menos dois } 1\text{'s consecutivos}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{44}$ :



- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{44} \cap \mathcal{L}_{par}$ :



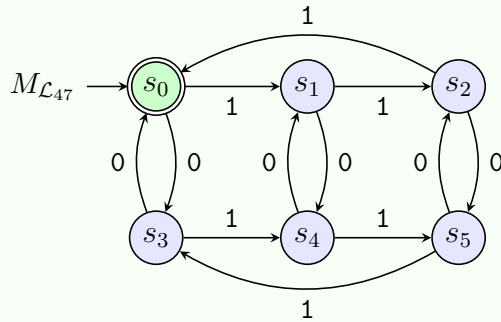
$\mathcal{L}_{45} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| = 2k, k \in \mathbb{N}, \text{ e } w \text{ começa com } 1 \text{ ou termina com } 11\}$



$\mathcal{L}_{46} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w \text{ é diferente de } 0, 00, 1, 11 \text{ e } 010\}$

$\mathcal{L}_{47} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2k \text{ e } |w|_1 = 3k', k, k' \in \mathbb{N}\}$

- DFA mínimo que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{47}$ :



- DFA que reconhece a linguagem  $\mathcal{L}_{47} \cap \mathcal{L}_{par}$ :

