SOMMAIRE

1 INTI	RODUCTION	3
2 NOT	TION DE TORSEUR	3
2.1 De	éfinition	3
2.1.1	Propriétés liées aux torseurs	4
2.1.2	Produit ou comoment de deux torseurs	4
2.2 To	orseurs élémentaires	4
2.2.1	Torseur couple	4
2.2.2	Torseur glisseur	4
	es torseurs de la mécanique du solide parfait	4
2.3.1	Torseur des efforts extérieurs	4
2.3.2	Torseur cinématique	5 5 5
2.3.3	•	5
2.3.4	Torseur dynamique	5
3 CIN	EMATIQUE	6
3.1 In	troduction	6
3.1.1	Définition	6
3.1.2	Notion de temps	6
3.1.3	Notion de mouvement	6
3.1.4	Trajectoire	6
3.2 R	epérage d'un solide ou d'un système de solides parfaits	6
3.2.1	1 0 1	6
3.2.2	Repérage d'un solide	6
3.3 Vi	itesse	7
3.3.1	Vecteur vitesse moyenne	7
3.3.2	Vecteur vitesse instantanée	8
3.3.3	Projection de \overrightarrow{Vr} dans un repère cartésien	8
3.3.4	Projection de dans un repère cylindrique	8
3.3.5	Vecteur rotation	8
3.3.6	Dérivation en repère mobile	9
3.3.7	Composition des vitesses	10
	ccélération	10
3.4.1	Vecteur accélération moyenne	10
3.4.2	Vecteur accélération instantanée	11
3.4.3	Composition des accélérations	11

3.5 T	orseur cinématique	12
3.6 L	iaisons usuelles entre deux solides – Torseurs associés	12
3.6.1	Liaison pivot (rotoïde)	12
3.6.2	Liaison glissière	13
3.6.3	Liaison pivot glissant	13
3.6.4	Liaison hélicoïdale	13
3.7 C	inématique du contact ponctuel entre deux solides	13
3.7.1	Torseur cinématique du contact ponctuel	14
3.7.2	Roulement sans glissement entre S1 et S2	14

1 Introduction

Dans le but de simplifier la présentation des grandeurs telles que les vecteurs ou champs de vecteurs, les moments, ainsi que les principes de la Mécanique, nous avons choisi un formalisme lié à la notion de torseurs qui permet par sa représentation systématique de simplifier la manipulation tout en donnant une certaine unité aux principaux résultats.

2 Notion de torseur

2.1 Définition

Un torseur est par définition constitué d'un champ antisymétrique (champ de moments) et d'un vecteur associé appelé résultante \overrightarrow{R} .

Un torseur se note alors :
$$T(M)$$
 \overrightarrow{R} \overrightarrow{R} et $\overrightarrow{M}_{(M)}$ étant alors appelés les **éléments de**

réduction du torseur au point M

Dans le cadre de la mécanique des solides parfaits (non déformables), il est possible de définir à partir de la connaissance du moment en un point M d'un solide S (indéformable), le moment de tous points **appartenant** ou **lié** à S par la relation suivante appelée aussi loi de distribution :

$$\overrightarrow{M}_{(M)} = \overrightarrow{M}_{(A)} + \overrightarrow{M} \overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{R}$$

Ainsi, connaissant la valeur du champ en un point et sa résultante, il possible de calculer tout le champ en tout point à l'aide de la formule précédente. Dans le cas plus particulier d'un système de solides parfaits, on pourra appliquer cette relation et calculer le champ de moments en tout points du systèmes si ces points appartiennent au même solide ou bien si ces solides sont liés entre eux par des liaisons mécaniques.

Cette relation nous permettra par exemple de déterminer le champ de vitesse en tout point d'un solide ou d'un système de solides.

Cas particulier: pour un effort exercé en un point quelconque d'un solide ou système de solides, le moment en ce même point est nul. En effet:

 $\overrightarrow{M}_{(A)} = \overrightarrow{AA} \wedge \overrightarrow{R} = 0$ Cette propriété est très souvent utilisée pour résoudre un système mécanique pour lequel certains efforts restent inconnus.

2.1.1 Propriétés liées aux torseurs

Deux torseurs sont égaux si leurs éléments de réduction sont égaux en un point.

Le produit scalaire \overrightarrow{R} . $\overrightarrow{M}_{(M)}$ constitue un invariant, c'est **l'invariant scalaire** du torseur.

2.1.2 Produit ou comoment de deux torseurs

Soit deux torseurs
$$T_1(M)$$
 et $T_2(M)$ et $T_2(M)$ le produit appelé aussi comoment (C) de ces $M_{1(M)}$

deux torseurs est indépendant du point M et calculé de la façon suivante :

$$C = \overrightarrow{R_1}.\overrightarrow{M_{2(M)}} + \overrightarrow{R_2}.\overrightarrow{M_{1(M)}}$$

On peut noter aussi que le produit ou comoment du torseur par lui-même s'appelle l'automoment.

2.2 Torseurs élémentaires

Ce sont des torseurs dont **l'invariant scalaire est nul**, il en existe deux : le torseur « couple » et le torseur « glisseur ».

2.2.1 Torseur couple

Le torseur « couple » est un torseur dont la résultante est nulle et dont le moment est non nul en un point de l'espace. Le champ de moment d'un couple est uniforme et ne dépend pas du point d'observation.

2.2.2 Torseur glisseur

On appelle torseur « glisseur » , un torseur dont la résultante est non nulle mais dont le moment est nul en tout point d'une droite parallèle à la résultante \overrightarrow{R} . Cette droite est appelée axe central du torseur. Elle vérifie la relation suivante $\overrightarrow{R} \wedge \overrightarrow{M} = 0$

2.3 Les torseurs de la mécanique du solide parfait

Dans la suite, nous utiliserons une notation basée sur la définition de différents torseurs, nous serons donc amenés à définir les torseurs suivants : torseur des efforts extérieurs, torseur cinématique, torseur cinétique, torseur dynamique.

2.3.1 Torseur des efforts extérieurs

$$F_e(M)$$
 $\stackrel{
ightarrow}{\stackrel{
ightarrow}{R}}$ $\stackrel{
ightarrow}{\stackrel{
ightarrow}{M}_{(M)}}$

2.3.2 Torseur cinématique

$$V(M)$$
 $\overrightarrow{\Omega}$ $\overrightarrow{V}_{(M)}$

2.3.3 Torseur cinétique

$$C(M)$$
 $\stackrel{\overrightarrow{P}}{\underset{\sigma_{(M)}}{\longrightarrow}}$

2.3.4 Torseur dynamique

$$D(M) \begin{vmatrix} \overrightarrow{A} \\ \overrightarrow{\delta}_{(M)} \end{vmatrix}$$

Ces différents torseurs seront définis dans les chapitres suivants

3 Cinématique

3.1 Introduction

3.1.1 Définition

La cinématique est l'étude des mouvements dans leur rapport avec le temps. On ne s'occupe pas des causes susceptibles de provoquer le mouvement.

3.1.2 Notion de temps

Le temps est une variable indépendante t, toujours croissante à partir de zéro, on définit alors un sens positif du temps qui est celui à venir, par rapport à une origine des temps qui est l'instant initial noté souvent to.

3.1.3 Notion de mouvement

C 'est une notion essentiellement relative. On dira qu'un point est en mouvement par rapport à un trièdre de référence si l'une de ses coordonnées au moins varie avec le temps. On ne précisera pas si ce trièdre de référence est au repos ou en mouvement par rapport à un autre référentiel.

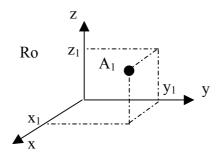
3.1.4 Trajectoire

On appelle trajectoire d'un point en mouvement le lieu géométrique des positions effectivement occupées par une particule ou un point d'un solide quand le temps s'écoule.

3.2 Repérage d'un solide ou d'un système de solides parfaits

3.2.1 Repérage d'un point

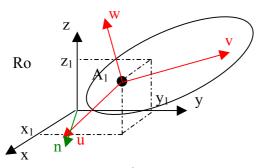
Pour repérer une point A_1 dans un repère Ro(0,x,y,z), il suffit de 3 paramètres qui sont ses coordonnées (x_1,y_1,z_1) .



3.2.2 Repérage d'un solide

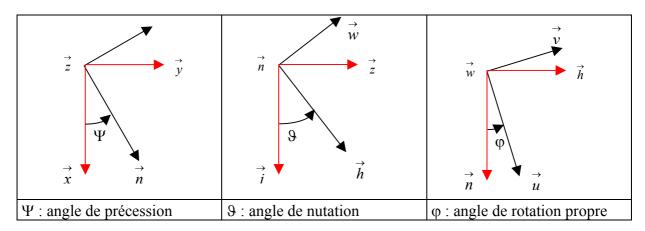
Le repérage d'un solide ou d'un système de solide dans un repère Ro nécessite plus d'information. En effet, le positionnement d'un solide auquel on lie un repère R nécessite

d'introduire les angles caractéristiques : on peut utiliser par exemple les angles d'Euler permettant de repérer R par rapport à Ro.



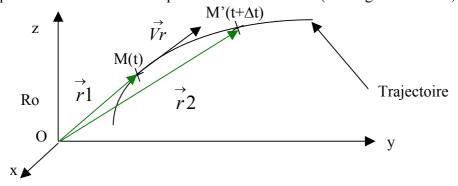
On définit le vecteur nodal \vec{n} , donné par l'intersection des sous espaces vectoriels $\{\vec{x}, \vec{y}\}$ et $\{\vec{u}, \vec{v}\}$

Le passage d'une base à l'autre peut se faire par composition de 3 rotation planes :



3.3 Vitesse

Soit deux points M et M' définis respectivement à t et $t + \Delta t$ (voir figure suivante):



3.3.1 Vecteur vitesse moyenne

Soit un point A mobile par rapport à Ro:

-à t=t1, A est en M,

-à t=t2, A est en M',

m

 \overrightarrow{r} 1 et \overrightarrow{r} 2 sont les vecteurs position de A avec \overrightarrow{r} 1= \overrightarrow{OM} et \overrightarrow{r} 2= \overrightarrow{OM}

$$\Delta t = t2 - t1$$
, le vecteur vitesse moyenne est donné par $Vm(t2,t1) = \frac{\overrightarrow{r2} - \overrightarrow{r1}}{t2 - t1} = \frac{\Delta \overrightarrow{r2},1}{\Delta t}$

$$\vec{Vm}(t2,t1) = \frac{\vec{r2} - \vec{r1}}{t2 - t1} = \frac{\Delta \vec{r2},1}{\Delta t}$$

3.3.2 Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur vitesse instantanée du point M est défini par : $\overrightarrow{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM}}{\Delta t}$

Soit 0, un point fixe
$$\overrightarrow{MM} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM} = \Delta \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta OM}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dOM}}{dt}, \quad \overrightarrow{V} \text{ est tangent à la trajectoire en M(t)}$$

On peut préciser par rapport à quel référentiel R le mouvement est étudié, dans ce cas, $\vec{Vr} = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)$ correspond à la vitesse du point M vis à vis du repère R; ce vecteur peut être projeté dans différents repère, cartésiens, cylindriques, sphérique. Son module a les dimensions [V]=[L] [T]

3.3.3 Projection de \overrightarrow{Vr} dans un repère cartésien

Soit un repère Ro $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé direct lié au référentiel R :

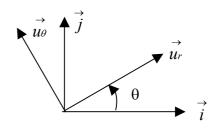
$$\overrightarrow{\Delta M} = x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} + z \overrightarrow{k}) \quad , \quad \overrightarrow{V_R} = \frac{dx}{dt} \overrightarrow{i} + \frac{dy}{dt} \overrightarrow{j} + \frac{dz}{dt} \overrightarrow{k} = x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} + z \overrightarrow{k}$$

3.3.4 Projection de dans un repère cylindrique

Soit un repère R' (O,u_r,u_θ,u_z) orthonormé direct non lié au référentiel Ro :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{rur} + z\overrightarrow{uz}$$
, $\overrightarrow{V_R} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{ur} + r\frac{d\overrightarrow{ur}}{dt} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{uz}$, avec $\frac{d\overrightarrow{ur}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{ur}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$

$$\overrightarrow{u_r} = \cos\theta \overrightarrow{i} + \sin\theta \overrightarrow{j} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{du_r}}{d\theta} = -\sin\theta \overrightarrow{i} + \cos\theta \overrightarrow{j} = \overrightarrow{u_\theta}$$



$$\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{u_r}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \stackrel{\bullet}{\theta} \stackrel{\rightarrow}{u_\theta}, \text{ de la même façon } \frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = -\stackrel{\bullet}{\theta} \stackrel{\rightarrow}{u_r}$$

3.3.5 Vecteur rotation

Nous avons écrit précédemment la relation suivante :

$$\frac{\overrightarrow{du\theta}}{\overrightarrow{dt}} = \frac{\overrightarrow{du\theta}}{\overrightarrow{d\theta}} \frac{\overrightarrow{d\theta}}{\overrightarrow{dt}} = -\overrightarrow{\theta} \overrightarrow{u_r}$$

D'une manière générale, nous écrirons : $\frac{d\overrightarrow{u}}{dt} = \Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge \overrightarrow{u}$ avec $\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow}$ vecteur rotation tel

que son axe porté par \vec{k} est perpendiculaire au plan où se produit la rotation, $\Omega_{R'/Ro}$ sera tel que : $\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} = \frac{d\theta}{dt} \vec{k}$, noté le plus souvent sous la forme $\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} = \frac{\theta}{\theta} \vec{k}$

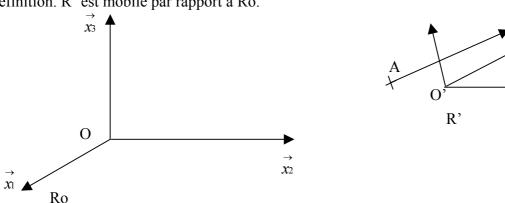
Exemple:

Cas d'un solide S dans Ro susceptible de tourner autour de $\overset{\checkmark}{\mathcal{X}}$ et $\overset{\checkmark}{Z}$ et dont la position est repérée par ϑ et ϕ respectivement.

$$\Omega_{S/Ro}^{\rightarrow} = \theta x + \varphi z \qquad \text{noté aussi} \qquad \Omega_{S/Ro}^{\rightarrow} \begin{pmatrix} \bullet \\ \theta \\ 0 \\ \bullet \\ \varphi \end{pmatrix}$$

3.3.6 Dérivation en repère mobile

Soit deux bases R' et Ro telles que Ro est la base de dérivation, $Ro(0,\vec{x_i})$ et $R'(0',\vec{x_i'})$ base de définition. R' est mobile par rapport à Ro.



Soit un vecteur $\overrightarrow{AM}|_{R'} = a'_{i}.\overrightarrow{x'_{i}}, \quad \frac{d\overrightarrow{AM}|_{Ro}}{dt} = \frac{d}{dt}(a'_{i}.\overrightarrow{x'_{i}}) = \frac{d}{dt}a'_{i}.\overrightarrow{x'_{i}} + a'_{i}.\overrightarrow{\frac{dx'_{i}}{dt}}$

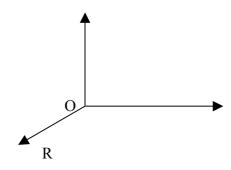
Nous avons montré précédemment que $\frac{d\overrightarrow{u}}{dt} = \Omega_{R'/Ro} \stackrel{\rightarrow}{\wedge} u$, ainsi :

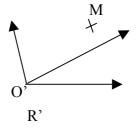
$$\frac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\Big|_{Ro} = \frac{d}{dt}a'_{i}.\overrightarrow{x'_{i}} + a'_{i}.\overrightarrow{dx'_{i}} = \frac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\Big|_{Ro} = \frac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\Big|_{R'} + \Omega\overrightarrow{R'}/Ro \wedge \overrightarrow{AM}\Big|_{R'}$$

$$\frac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\Big|_{Ro} = \frac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\Big|_{R'} + \Omega_{R'/Ro} \wedge A\overrightarrow{M}\Big|_{R'}$$

3.3.7 Composition des vitesses

Soient deux repères Ro et R'et M un point quelconque de R'





$$O'\overrightarrow{M}|_{R'}=a'_{i}\overrightarrow{x}'_{i}$$
, et $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OO}+\overrightarrow{O'M}$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d}{dt}a'_{i}.\overrightarrow{x'}_{i} + a'_{i}.\frac{\overrightarrow{dx'}_{i}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d}{dt}a'_{i}.\overrightarrow{x'}_{i} + a'_{i}.\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge \overrightarrow{x'}_{i}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO}}{dt} + \frac{d}{dt}a'_{i}.\overrightarrow{x'}_{i} + \Omega_{R/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_{i}.\overrightarrow{x'}_{i}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'i.\overrightarrow{x'}_i + \frac{d}{dt}(a'i).\overrightarrow{x'}_i$$

$$\begin{array}{c} \text{Vitesse} \\ \text{absolue} \end{array} = \begin{array}{c} \text{Vitesse} \\ \text{Entraînement} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Vitesse} \\ \text{relative} \end{array}$$

3.4 Accélération

3.4.1 Vecteur accélération moyenne

Le vecteur accélération moyenne d'un point A entre les instants t1 et t2 est égal au vecteur vitesse moyenne du mobile se déplaçant sur l'hodographe des vitesses

$$\overrightarrow{\Gamma}_{m}(t2,t1) = \frac{\overrightarrow{V2} - \overrightarrow{V1}}{t2 - t1} = \frac{\Delta \overrightarrow{V2},1}{\Delta t}$$

3.4.2 Vecteur accélération instantanée

L'accélération instantanée du point A en M est donnée par la relation suivante :

$$\Gamma \stackrel{\rightarrow}{m} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \stackrel{\rightarrow}{V2}, 1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{d \stackrel{\rightarrow}{V1}}{d t} = \frac{d^2 \stackrel{\rightarrow}{r1}}{d t^2}$$

Son module a les dimensions $[\Gamma]=[L][T]^{-2}$

3.4.3 Composition des accélérations

Par la composition des vitesses, nous avons établi :

On avait:
$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO}}{dt} + \Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_{i} \cdot \overrightarrow{x'_{i}} + \frac{d}{dt} (a'_{i}) \cdot \overrightarrow{x'_{i}}$$

L'accélération s'écrit alors :

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{OO}}{dt^2} + \frac{d}{dt} \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i + \frac{d}{dt} (a'_i) \overrightarrow{x'}_i \right)$$

$$= \frac{d^2\overrightarrow{OO}}{dt^2} + \frac{d}{dt} \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \frac{d}{dt} a'_i \overrightarrow{x'}_i + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i \right) + \frac{d^2}{dt^2} (a'_i) \overrightarrow{x'}_i + \frac{d}{dt} a'_i \Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge \overrightarrow{x'}_i$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{OO}}{dt^2} + \frac{d}{dt} \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \frac{d}{dt} a'_i \overrightarrow{x'}_i + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i \right) + \frac{d^2}{dt^2} (a'_i) \overrightarrow{x'}_i + \frac{d}{dt} a'_i \Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge \overrightarrow{x'}_i$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{OO}}{dt^2} + \frac{d}{dt} \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i \right) + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \frac{d}{dt} a'_i \overrightarrow{x'}_i + \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \right) \wedge \left(\Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge a'_i \overrightarrow{x'}_i \right) + \frac{d^2}{dt^2} (a'_i) \overrightarrow{x'}_i + \frac{d}{dt} a'_i \Omega_{R'/Ro}^{\rightarrow} \wedge \overrightarrow{x'}_i$$

Accélération absolue
$$= Accélération$$

$$= Accélération$$

$$= Accélération$$

$$= Accélération$$

$$= Accélération$$

$$= Coriolis$$

3.5 Torseur cinématique

Soit un solide S1, en mouvement dans R0 (qui peut être un solide de référence). Les données d'un problème de mécanique nous permettent souvent d'obtenir la vitesse d'un des point A ou B du solide S1. Connaissant par exemple la vitesse du point A, il est possible de déterminer par la relation classique des torseurs le champ de

vitesse pour un point quelconque de S1.

 S_1

En particulier, on peut écrire :

$$\overrightarrow{V_{(B)}} = \overrightarrow{V_{(A)}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega}$$

A tout instant, le champ des vitesses des points d'un repère appartenant au solide S1 par rapport au repère de référence Ro est appelé **torseur distributeur des vitesses** de S1 par rapport à Ro ou **torseur cinématique.**

Le torseur cinématique s'écrit alors : V(M) $\overrightarrow{\Omega}$ $V_{(M)}$

Remarque : dans le cas plus particulier où $\hat{\Omega}$ est nul, le mouvement du solide S1 est alors un mouvement de translation.

3.6 Liaisons usuelles entre deux solides – Torseurs associés

3.6.1 Liaison pivot (rotoïde)

Le mouvement de S1/S2 est une rotation autour de $(0,\delta)$, cette liaison est donc caractérisée par un seul degré de liberté, son torseur cinématique associé est :

12

$$V_{S2/S1}(M) \begin{vmatrix} \Omega_{S2/S1} = \alpha \overset{\bullet}{\delta} \\ V_{S2/S1} = 0 \end{vmatrix}$$

Exemple : paliers de moteur, roulements ...

3.6.2 Liaison glissière

Le mouvement de S1/S2 est une translation rectiligne, son torseur cinématique est le suivant :

$$V_{S2/S1}(M) \begin{vmatrix} \Omega_{S2/S1} = 0 \\ V_{S2/S1} = \delta \delta \end{vmatrix}$$

Cette liaison n'a donc qu 'un seul degré de liberté.

3.6.3 Liaison pivot glissant

$$V_{S2/S1}(M) \begin{vmatrix} \Omega_{S2/S1} = \alpha \overrightarrow{\delta} \\ V_{S2/S1} = \delta \overrightarrow{\delta} \end{vmatrix}$$

$$V_{S2/S1} = \delta \overrightarrow{\delta}$$

Cette liaison se caractérise par deux degrés de liberté, un en translation et un en rotation.

3.6.4 Liaison hélicoïdale

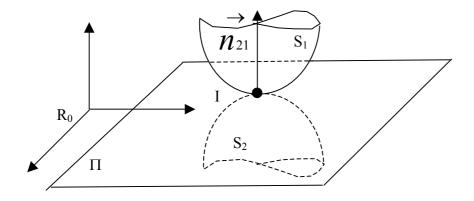
Cette liaison est en fait une liaison pivot glissant dans laquelle il existe une relation entre α et δ telle que δ =h. α , avec h=constante. Cette liaison n'a donc qu'un seul degré de liberté, son torseur cinématique est le suivant :

$$V_{S2/S1}(M) \qquad \Omega_{S2/S1} = \alpha \overrightarrow{\delta}$$

$$V_{S2/S1} = \delta \overrightarrow{\delta} = \alpha h \overrightarrow{\delta}$$

3.7 Cinématique du contact ponctuel entre deux solides

Soit deux solides S1 et S2 en contact en I et Π plan tangent, \overrightarrow{n}_{21} vecteur unitaire de la normale à Π en I orientée de S2 vers S1 tel que le montre la figure suivante :



3.7.1 Torseur cinématique du contact ponctuel

$$V(I)_{S_2/S_1} = \overrightarrow{pivotement} + roulement$$

$$\overrightarrow{V(I)}_{S_2/S_1} = \overrightarrow{pivotement} + roulement$$

$$\overrightarrow{V(I)} = glissement \quad (I)_{de} S_1/S_2$$

Le pivotement correspond à une rotation autour de $\overrightarrow{n_{21}}$:

Le vecteur pivotement est donné par : $\overrightarrow{pivotement} = (\Omega_{S2/S1}, n_{21}), n_{21}$

Le roulement correspond à une rotation autour du vecteur orthogonal à $\overrightarrow{n_{21}}$:

Le vecteur roulement est donné par : $roulement = n_{21} \land (\Omega_{S2/S1} \land n_{21})$

Torseur des efforts extérieurs

Le torseur des efforts extérieurs associé à la réaction de S2 sur S1 dans le cas d'une force ponctuelle est le suivant :

$$F_{e}(I) \Big|_{S2 \to S1} \stackrel{\overrightarrow{R_{S2/S1}} = \overrightarrow{F}}{\underset{(I)}{\longrightarrow}} 0$$

3.7.2 Roulement sans glissement entre S1 et S2

Il y a **roulement sans glissement** lorsque la vitesse relative entre S1 et S2 en I est nulle :

$$V(I)$$
 $\overrightarrow{S1/RO}$ $-V(I)$ $\overrightarrow{S2/RO}$ $=0$ $=V(I)$ $\overrightarrow{S1/S2}$

La **condition de glissement** est assurée lorsque la vitesse relative entre S1 et S2 n'est plus nulle, dans ce cas la vitesse de glissement est donnée par :

14

$$\overrightarrow{V(G)}$$
 $S1/S2 = \overrightarrow{V(I)}$ $S1/R0 - \overrightarrow{V(I)}$ $S2/R0 \neq 0$