

Лабораторная работа 1

Обязательные задания

1.1. [# 20] Реализовать алгоритм эффективного порождения перестановок с выводом времени работы до сотых секунд. Записать время порождения всех перестановок для $N = 10$, $N = 20$, $N = 25$ с выводом на экран всех полученных последовательностей. Оценить время работы программы для входа $N = 50$ и $N = 100$.

1.2. [# 20] Реализовать алгоритм порождения сочетаний в лексикографическом порядке с выводом времени работы до сотых секунд. Записать время порождения всех сочетаний для $k = 5$ и $N = 10$, $N = 20$, $N = 25$. Оценить время работы программы для $k = 5$ и $N = 50$ и $N = 100$.

1.3. [# 10] Реализовать алгоритм порождения размещений с выводом времени работы до сотых секунд. Записать время порождения всех размещений для $k = 5$ и $N = 10$, $N = 20$, $N = 25$. Оценить время работы программы для $N = 50$ и $N = 100$.

1.4. [# 5] Реализовать алгоритм порождения случайной перестановки.

Дополнительные задания

1.5. [# 50] Задача об укладке рюкзака. Есть n различных предметов. Каждый предмет с номером i , где $i = 1, \dots, n$, имеет заданный положительный вес w_i и стоимость c_i . Нужно уложить рюкзак так, чтобы общая стоимость предметов в нем была как можно больше, а вес не превышал заданного T . Форма предметов значения не имеет.

Задание 1.6

1. [# 100] Декодирование. Буквы латинского алфавита кодируются натуральными числами, начиная с 1, т.е. $A - 1$, $B - 2$, ..., $Z - 26$. Слово кодируется заменой каждой его буквы на соответствующее число, например, строка «ABBA» кодируется как «1221». Декодирование при этом неоднозначно, т.е. код «1221» можно получить из следующих строк «ABBA», «ABU», «AVA», «LBA», «LU». Напишите программу, которая по входному коду (последовательности цифр длиной не более чем 100 с первой цифрой, не равной 0) определяет число способов его декодирования.

2. [# 100] Подмножества. Пусть $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ – множество положительных элементов. Найти все его непустые подмножества с заданной суммой элементов M . Если таких не существует, найти подмножества с суммой, максимально близкой к M .

3. [# 100] Типография. s рассказов в произвольном порядке размещаются в сборнике, состоящем из t ($10 \leq t \leq 50$) томов ($t \leq s \leq 200$). Сформировать сборник так, чтобы максимальная толщина тома (сумма количеств страниц, вошедших в него рассказов) была как можно меньше. Каждый рассказ начинают с новой страницы, поэтому

толщина тома есть сумма длин рассказов, входящих в него. Разрывать рассказы нельзя. Если есть несколько равноценных оптимальных решений, вывести любое из них. Суммарное число страниц не более чем $2 \cdot 10^4$.

4. [# 100] Задача об укладке рюкзака. Есть неограниченные запасы предметов n типов. Каждый предмет с номером i , где $i = 1, \dots, n$, имеет заданный положительный вес w_i и стоимость c_i . Нужно уложить рюкзак так, чтобы общая стоимость предметов в нем была как можно больше, а вес не превышал заданного T . Форма предметов значения не имеет.

5. [# 100] Утерянные вычисления. Во время раскопок были обнаружены листы бумаги с таинственными символами. После некоторых исследований ученые пришли к выводу, что некоторые надписи могли быть обычными числовыми равенствами. Из других источников было получено доказательство того, что древние пользовались лишь тремя операциями – сложением, умножением, вычитанием. При этом

1) операции не наделялись приоритетом, а вычислялись (если не было скобок) слева направо: например, $5 - 2 \cdot 2 = 6$;

2) отсутствовал унарный минус, т.е. вместо -9 писали $0 - 9$.

Требуется написать программу, находящую требуемую расстановку знаков или сообщающую, что таковой не существует.

6. [# 100] Склад. Склад конторы MariHard представляет собой прямоугольную комнату размером $M \times N$. На полу склада нарисована разметка, состоящая из линий, параллельным стенам склада, которые разбивают его на $M \times N$ квадратов 1×1 . На склад привозят продукцию другой Йошкар-Олинской фирмы – оборудование, имеющее форму равнобедренного прямоугольного треугольника. При этом ассортимент изделий столь велик, что бывают изделия практически любых размеров. Размещать изделия на складе разрешается так, чтобы хотя бы одна сторона изделия была параллельна какой-то из стен склада, и вдобавок, все углы изделия находились в точках пересечения линий разметки склада.

Руководство конторы узнало, что склад планирует посетить комиссия по неэффективному использованию складских помещений. Чтобы избежать штрафа фирма должна разместить изделия, чтобы не осталось свободного места. При этом было решено, что продукция, которая уже находилась на складе, перемещаться не будет.

Напишите программу, которая определит, какое минимальное количество изделий нужно добавить на склад, чтобы на нем не осталось свободного места.

7. [# 100] Размен. В стране используются монетки достоинством a_1, a_2, \dots, a_M . Некто пришел в магазин и обнаружил, что у него есть ровно по две монетки каждого достоинства. Ему нужно заплатить сумму N . Напишите программу, определяющую, сможет ли он расплатиться без сдачи.

8. [# 100] Сверим часы. В компании MariHard участились опоздания сотрудников, вызванное большим разбросом в показании наручных часов сотрудников. Руководством было постановлено, что все сотрудники должны перевести часы на одно и тоже время (не важно какое).

Все сотрудники носят исключительно электронные часы одного образца. Время в них отображается в формате «HH:MM:SS», где «HH» – часы, «MM» – минуты, «SS» – секунды всегда отображаются в виде двух цифр ($00 \leq HH \leq 23$, $00 \leq MM \leq 59$, $00 \leq SS \leq 59$). Перевод часов осуществляется с помощью двух кнопок. Первая кнопка меняет поле редактирования следующим образом: после первого нажатия часы переходят из режима отображения времени в режим редактирования поля HH, после второго – в режим редактирования поля MM, после третьего – в режим редактирования поля SS, а после четвертого возвращаются в режим отображения времени и т.д. по циклу. Каждое нажатие второй кнопки приводит к увеличению редактируемого поля на единицу (в режиме отображения времени ничего не происходит). При переполнении секунд поле SS обнуляется, а MM увеличивается на единицу, при переполнении минут поле MM обнуляется, а HH увеличивается на единицу, а при переполнении часов просто обнуляется поле HH.

Сотрудники хотят минимизировать суммарное число нажатий кнопок при переводе часов. При этом после перевода часов все часы должны оказаться в режиме отображения времени, вначале часы также находятся в этом режиме. Напишите программу, определяющую минимальное суммарное количество нажатий кнопок, достаточное для перевода часов всеми сотрудниками к одинаковым показаниям времени.

9. [# 100] Обобщённое sudoku. Игровое поле состоит из квадрата размером $N^2 \times N^2$, разделенного на меньшие квадраты со стороной N клеток. Таким образом, всего игровое поле насчитывает N^4 клеток. В некоторых из них уже в начале игры стоят числа от 1 до N^2 . Задача состоит в том, чтобы заполнить свободные клетки числами от 1 до N^2 так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом малом квадрате $N \times N$ каждое число встречалось бы ровно один раз.