Дискретна математика

Зухба А.В.

(Конспектировал Иван-Чай)

6 лекция

Содержание

1 Правило включений-исключений

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

.

Пусть $x \in X$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots \alpha_n$, $N(\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots \alpha_{j_k})$ - количество жлементов обладающих свойсвтами $\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots \alpha_{j_k}$.

$$N_0 = N(\neg\alpha_1, \neg\alpha_2, \dots \neg\alpha_n).$$

$$N_0 = N - N(\alpha_1) - N(\alpha_2) + N(\alpha_1, \alpha_2).$$

В общем виде:

$$N_0 = N - \sum_j N(\alpha_j) + \sum_{1 \le \alpha_{j_1} < \alpha_{j_2} \le n} N(\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}) - \dots + (-1)^n N(\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n)(*).$$

Слогаемое связаные с k свойствами:

$$(-1)^k \sum_{1 \le \alpha_{j_1} < \dots < \alpha_{j_k} \le n} (\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots \alpha_{j_k}).$$

Докажем во общем виде

Пусть (*) выполняется для любого набора из не более чем n в свойств

$$N(\neg\alpha_1, \neg\alpha_2, \dots \neg\alpha_n, \neg\alpha_{n+1}) = N(\neg\alpha_1, \neg\alpha_2, \dots \neg\alpha_n,) - N(\neg\alpha_2, \neg\alpha_3, \dots \neg\alpha_{n+1}).$$

Распишем для элементов обладающих свойсвтом α_{n+1}

$$N(\neg\alpha_1, \neg\alpha_2, \dots \neg\alpha_n, \neg\alpha_{n+1}) =$$

$$= N(\alpha_{n+1}) - \sum_{j=1}^{n} N(\alpha_j, \alpha_{n+1}) + \dots + (-1)^k \sum_{1 \le \alpha_{j_1} < \dots < \alpha_{j_k} \le n} (\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots \alpha_{j_k}, \alpha_{n+1}) =$$

$$= N(\alpha_{n+1}) - \sum_{j=1}^{n} N(\alpha_j, \alpha_{n+1}) + \dots + (-1)^k \sum_{1 \le j_1 < \dots < j_{k-1} < j_k \le n} (\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots \alpha_{j_k}, \alpha_{n+1}) =$$

$$= N(\alpha_{n+1}) - \sum_{j=1}^{n} N(\alpha_j, \alpha_{n+1}) + \dots + (-1)^k \sum_{1 \le j_1 < \dots < j_{k-1} < j_k < n+1} (\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots \alpha_{j_k}, \alpha_{n+1})$$

2 Инъективное биективное и сюръективное отображение

Def 1. *Задано отображение или функция $\gamma : X \to Y$, $x \in X$ сопоставлен единственный элемент $\gamma(x) \in Y$.*

Def 2. *$Im\ \gamma = \gamma(x) = \{y \in Y | x \in X : \gamma(x) \in Y\}$.*

Def 3. *$\gamma^{-1}(y) = \{x \in X | f(x) = y\} \subseteq X$.*

Def 4. *Сюръективное отображение (из X на Y) $Im\ \gamma = Y$.*

Нет пустых ящиков:)

Def 5. *инъективное отображение $x \neq y \Rightarrow \gamma(x) \neq \gamma(y)$.*

В ящиках не более одного шарика:)

Def 6. *Биекция = сюръекция + инъекция.*

В каждом ящике по 1 шарику:)

3 Какая-то табличка

р - различимо, нр - неразличимо.

	произвольно	инъект.($m \geq n$)	сюръет. ($n \geq m$)	биект.(n = m)
X, Y - р	m^n	$\frac{m!}{(m-n)!}$	?	$m!$
X - нр, Y - р	C_{n+m-1}^{n}	C_{n}^{m}	C_{n-1}^{m-1}	1
X - р, Y - нр	?	1	?	1
X, Y - нр	?	1	?	1