Доп по линейной алгебре

(Конспектировал Иван-Чай)

11.09.2023

Содержание

1 Векторы

Def 1. *Чет про направленные отрезки.*

Def 2. *Вектор - класс эквивалентности направленных отрезкв.*

Операции

- Сложение.
- Умножение на число $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{a}\lambda, \lambda \in \mathbb{R} \hookrightarrow |\overrightarrow{b}| = \lambda|\overrightarrow{a}|$.

Def 3. *Линейная комбинация векторов $\vec{a_1}, \vec{a_2} \dots$ - это $\lambda_1\vec{a_1} + \lambda_2\vec{a_2} + \dots$.*

Def 4. *Линейная оболочка векторов — это множество всех линейных комбинаций данных векторов.*

- Тривиальная $\Leftrightarrow \forall i \lambda_i = 0$
- Нетривиальная $\Leftrightarrow \exists i \lambda_i \neq 0$

Def 5. *$a_1, a_2, \dots a_n$ - линейно зависимые, если нетривиальная линейная комбинация, такая что*

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \vec{a_i} = 0(*).$$

Def 6. *$a_1, a_2 \dots a_n$ - линейно независимые, если из (*) $\Rightarrow$ следует тривиальностькомбинации.*

Если выписать векторы в матрицу A, и $\det A = 0$, то они линейно зависимые

Def 7. *Три вектора комплонарны, если они лежат в одной плоскости.*

St. *Три вектора линейно зависимы $\Leftrightarrow$ они компланарны.*

Def 8. *Упорядоченная совокупность трех(двух) линейно независимых векторов в пространстве(на плоскости) называется базисом.*

St. *Пусть* $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$ *- базис, тогда* $\forall \vec{v} \hookrightarrow \exists \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R} : \vec{v} = \lambda_1 \vec{a_1} + \lambda_2 \vec{a_2} + \lambda_3 \vec{a_3}$.

2 Геометрия

Def 9. *Система координат - это базис и начало отсчета.*