|  |  |
| --- | --- |
|  | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ **Информатика и системы управления**

КАФЕДРА **Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии**

**Лабораторная работа №5**

**Тема:** Построение и программная реализация алгоритмов численного интегрирования.

Студент: **Ивахненко Д. А**

Группа: **ИУ7-46Б**

Оценка (баллы): \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Преподаватель: **Градов В.М.**

Москва

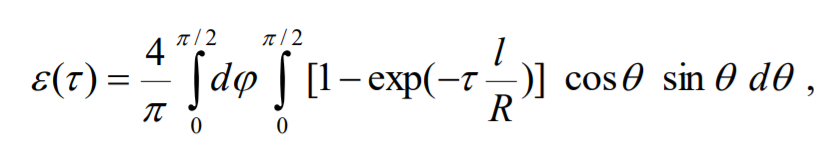
2021 г.

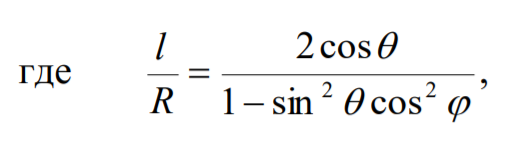
# Цель работы

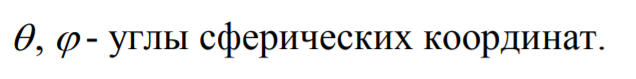
Получение навыков построения алгоритма вычисления двукратного интеграла с использованием квадратурных формул Гаусса и Симпсона.

# Задание

Построить алгоритм и программу для вычисления двукратного интеграла при фиксированном значении параметра τ







Применить метод последовательного интегрирования. По одному направлению использовать формулу Гаусса, а по другому – формулу Симпсона.

# Исходные данные

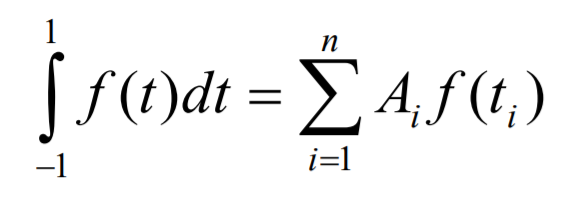
* количество узлов сетки 𝑁, 𝑀
* значение параметра 𝜏
* методы для направлений при последовательном интегрировании.

# Выходные данные

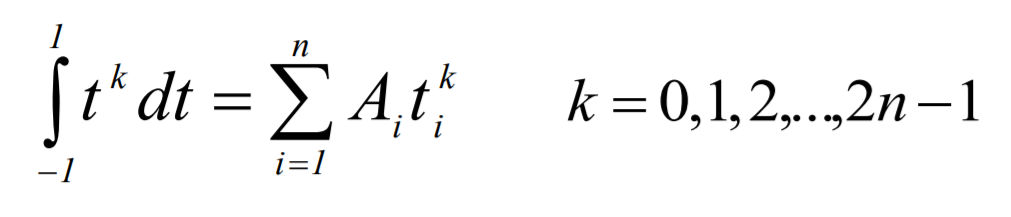
Значение интеграла при заданном параметре, график зависимости в диапазоне .

# Описание алгоритма

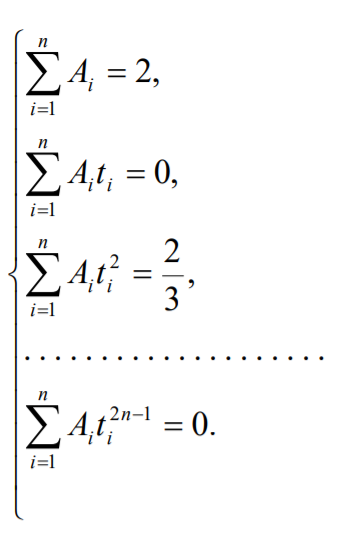
Имеем:



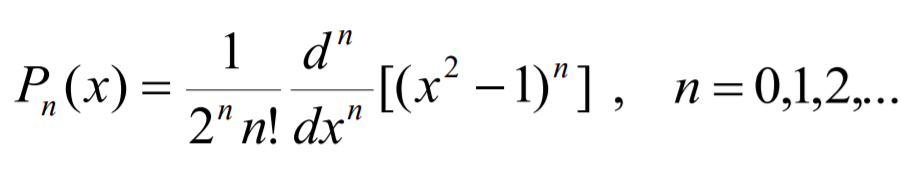
Положим:



Тогда получим следующую систему:



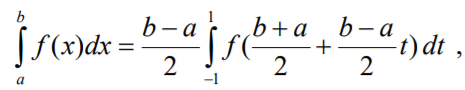
Система нелинейная, и ее решение найти довольно трудно. Для нахождения и можно воспользоваться полиномами Лежандра.



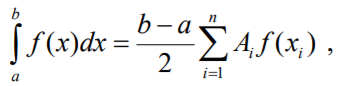
Узлами формулы Гаусса являются нули многочлена Лежандра, а можно найти из вышеуказанной системы уравнений.

При вычислении интеграла на произвольном интервале , для применения квадратурной формулы Гаусса необходимо выполнить преобразование переменной:

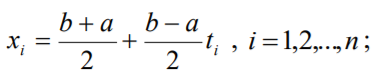
Получим:



Тогда:

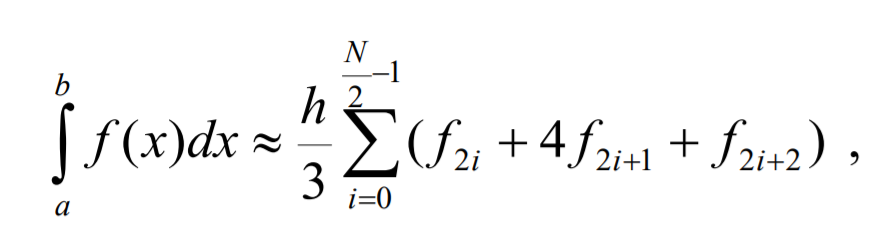


Где

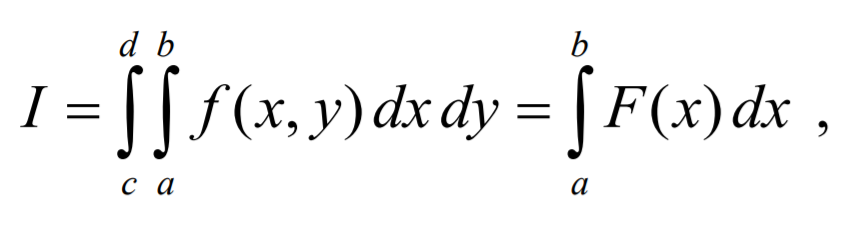




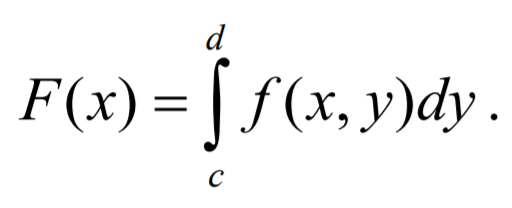
Также существует квадратурная формула Симпсона:



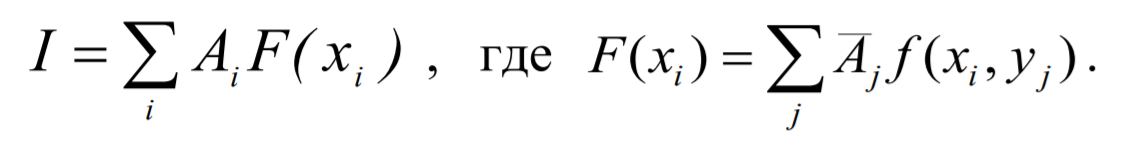
Эти методы можно применять и для приближенной оценки двукратных интегралов. Рассмотрим интеграл по прямоугольной области:



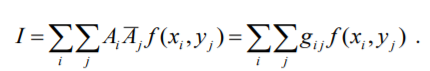
Где



По каждой координате введем сетку узлов. Каждый однократный интеграл вычисляют на данной сетке по квадратурным формулам:

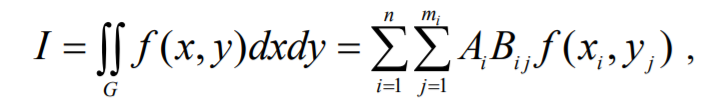


Тогда



Для разных направлений можно использовать квадратурные формулы разных порядков точности, в том числе и Гаусса.

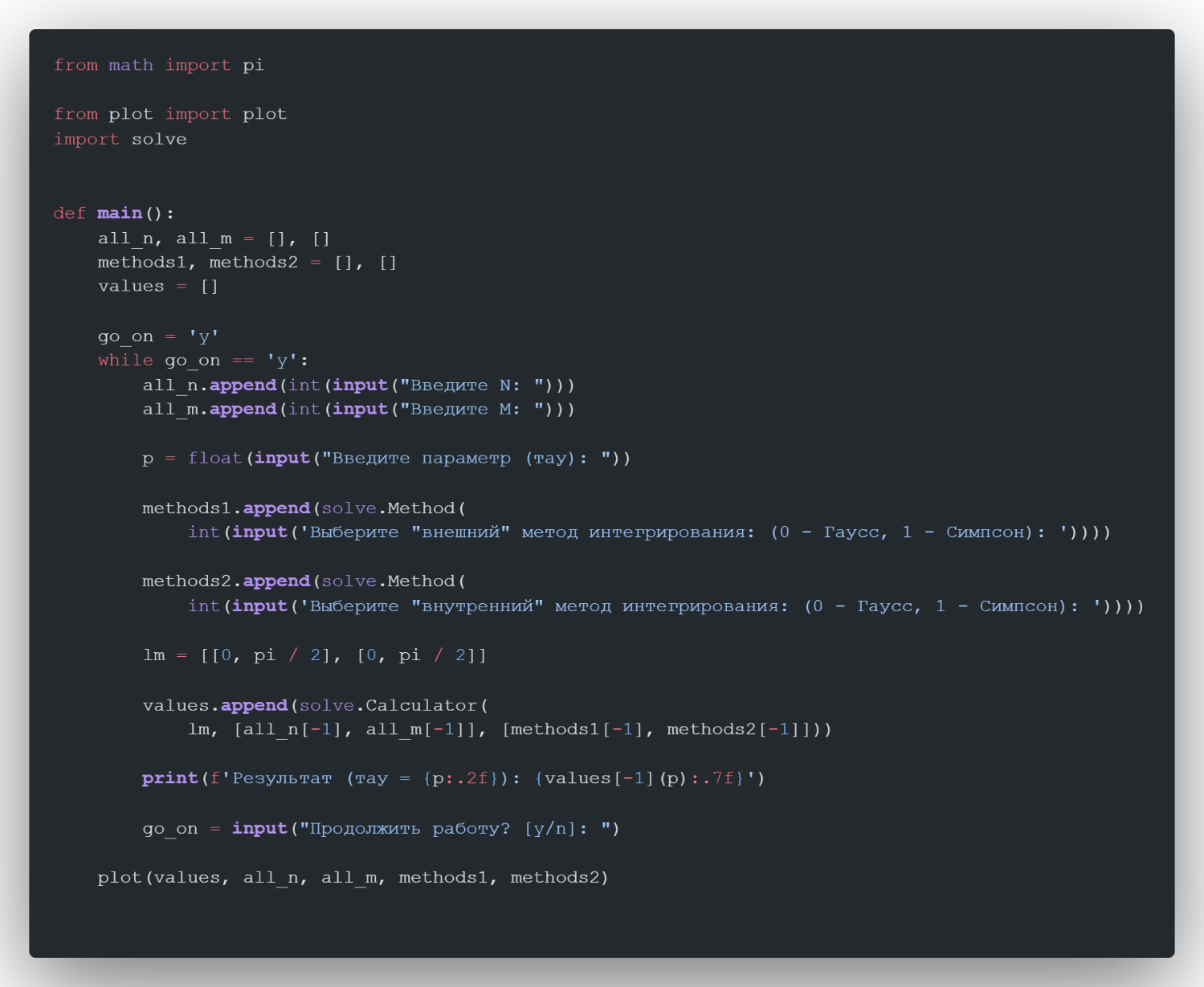
Конечная формула:

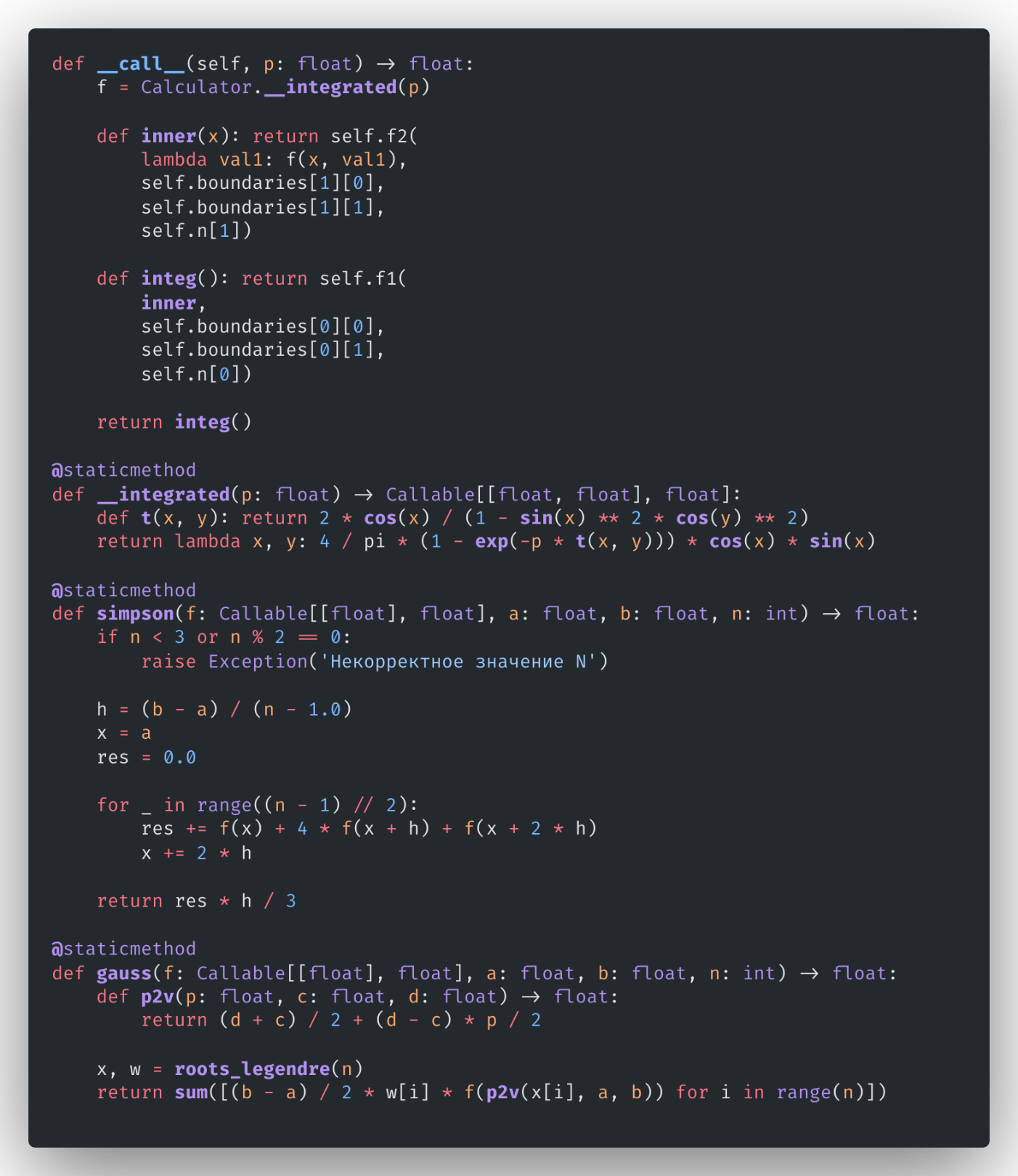




# Исходный код программы

**main.py**

****

**solve.py**

**plot.py**

****

**­­­­­­­**Результаты

## Алгоритм вычисления n корней полинома Лежандра n-ой степени

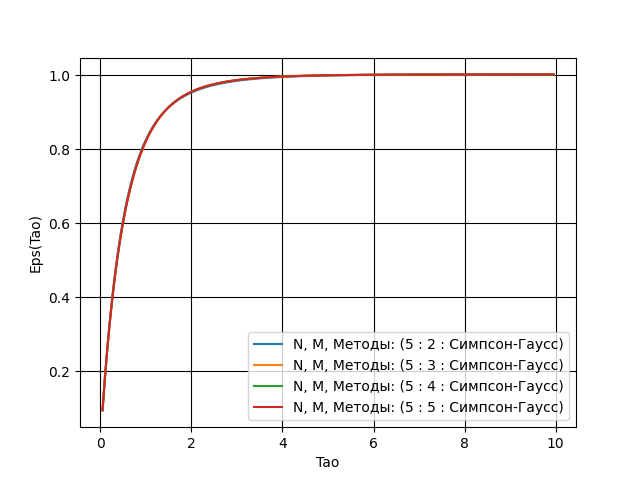
Все корни полинома лежат на отрезке , однако, в силу симметричности интервалов и , достаточно рассмотреть лишь один из них.

Корни полинома вычисляем итеративно по методу Ньютона:

Начальное приближение для i-го корня:

## Влияние количества выбираемых узлов сетки по каждому направлению на точность расчетов

При задании 5 узлов для метода Симпсона в качестве «внешнего» метода интегрирования, метод Гаусса даст один и тот же результат при различном кол-ве узлов. (



При этом, если для метода Симпсона указать меньшее количество узлов, мы получим расхождение с физическим смыслом. (

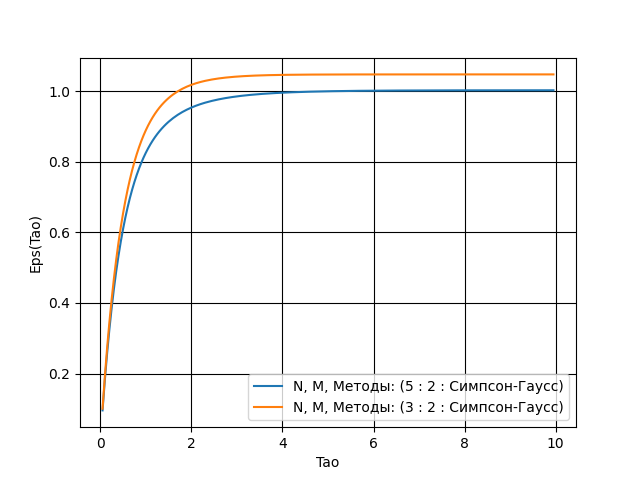
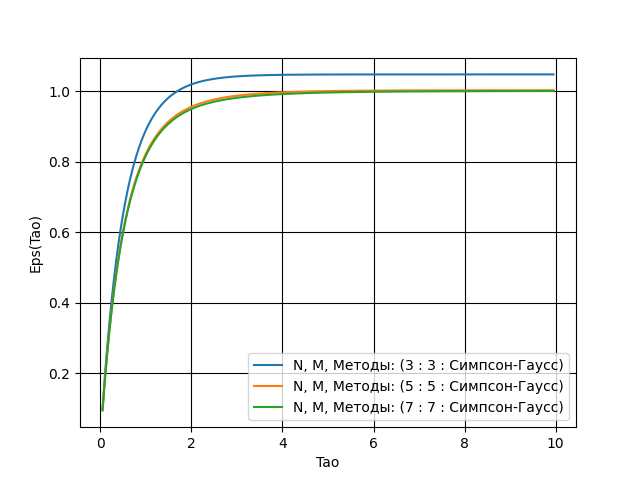


График зависимости (



# Ответы на контрольные вопросы

1. **В каких ситуациях теоретический порядок квадратурных формул численного интегрирования не достигается?**

В случае если подынтегральная функция не имеет соответствующих производных. Порядок точности равен номеру последней существующей производной.

1. **Построить формулу Гаусса численного интегрирования при одном узле.**
2. **Построить формулу Гаусса численного интегрирования при двух узлах.**
3. **Получить обобщенную кубатурную формулу, на основе метода трапеций, с тремя узлами на каждом направлении.**