|  |  |
| --- | --- |
|  | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ **Информатика и системы управления**

КАФЕДРА **Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии**

**Лабораторная работа №5**

**Тема:** Построение и программная реализация алгоритмов численного интегрирования.

Студент: **Ивахненко Д. А**

Группа: **ИУ7-46Б**

Оценка (баллы): \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Преподаватель: **Градов В.М.**

Москва

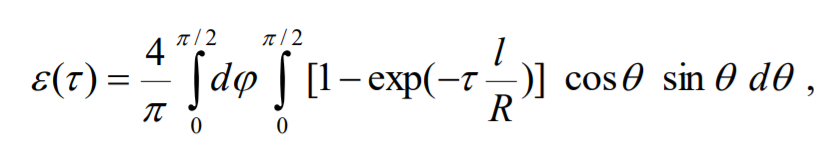
2021 г.

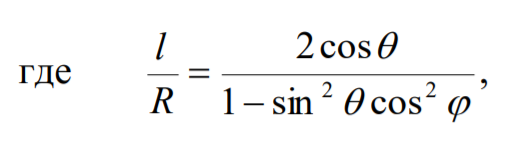
# Цель работы

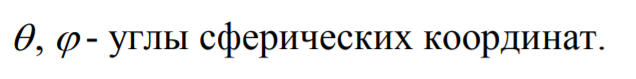
Получение навыков построения алгоритма вычисления двукратного интеграла с использованием квадратурных формул Гаусса и Симпсона.

# Задание

Построить алгоритм и программу для вычисления двукратного интеграла при фиксированном значении параметра τ







Применить метод последовательного интегрирования. По одному направлению использовать формулу Гаусса, а по другому – формулу Симпсона.

# Исходные данные

* количество узлов сетки 𝑁, 𝑀
* значение параметра 𝜏
* методы для направлений при последовательном интегрировании.

# Выходные данные

Значение интеграла при заданном параметре, график зависимости в диапазоне .

# Описание алгоритма

***1. Квадратурная формула Гаусса.***

Пусть интеграл вычисляется на стандартном интервале Задача состоит в том, чтобы подобрать точки и коэффициенты , так чтобы квадратурная формула была точной для всех полиномов наивысшей возможной степени:

Получаем систему нелинейных уравнений:

Для решения данной систему будем использовать полиномы Лежандра:

Можно показать, что узлами формулы Гаусса являются нули многочлена Лежандра степени *n.* Таким образом, нужно найти все корни многочлена Лежандра, после чего решить систему линейных алгебраических уравнений (решаем методом Гаусса).

Для вычисления интеграла на произвольном интеграле , для применения квадратурной формулы Гаусса необходимо выполнить преобразование переменной:

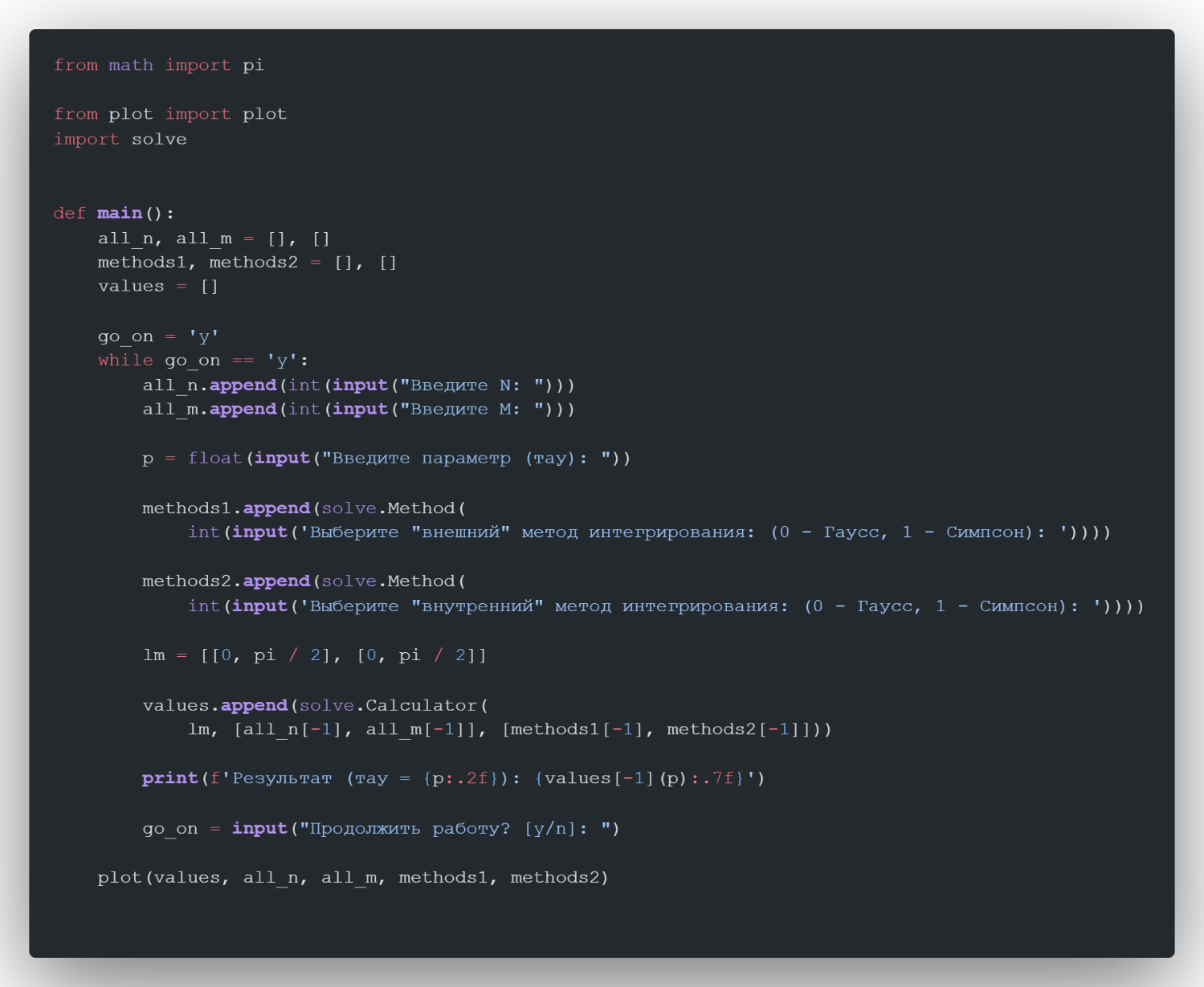
***2. Формула Симпсона.***

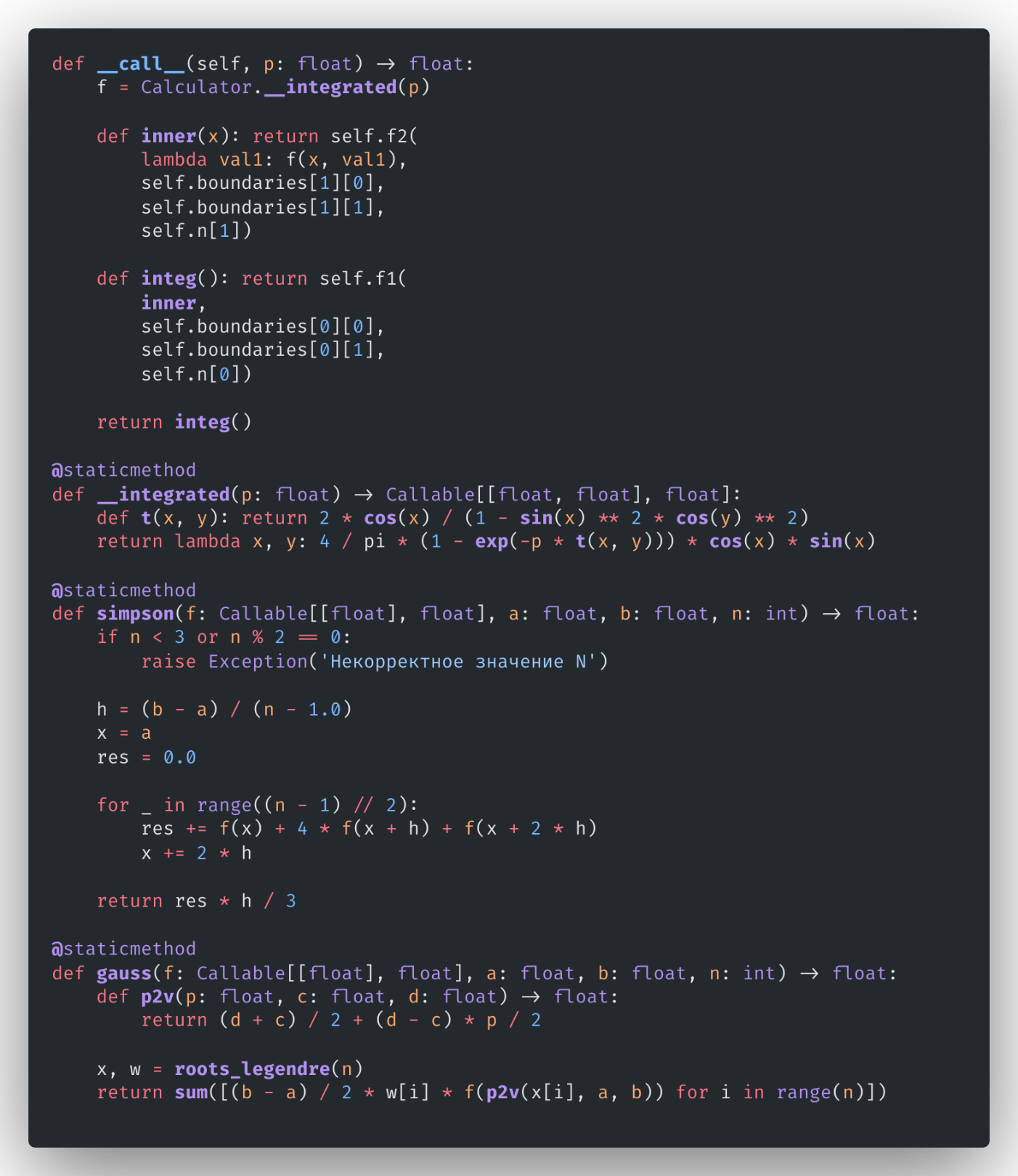
Суть метода заключается в приближении подынтегральной функции на отрезке интерполяционным многочленом второй степени , то есть приближение графика функции на отрезке параболой.

Следует отметить, что **если подынтегральная функция не имеет соответствующих производных, то указанный порядок точности не достигается**. Так, если на отрезке интегрирования не существуют 3-я и 4-я производные, то порядок точности формулы Симпсона будет только второй, .

# Исходный код программы

**main.py**

****

**solve.py**

**plot.py**

****

**­­­­­­­**Результаты

## Алгоритм вычисления n корней полинома Лежандра n-ой степени при реализации формулы Гаусса.

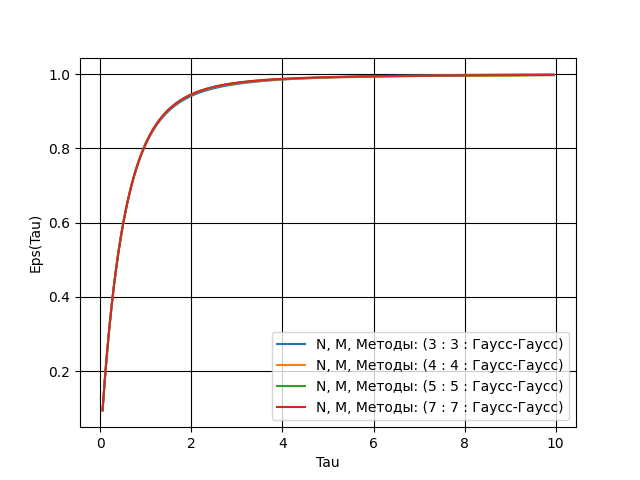
1. Разобьем отрезок 2*n* равных частей, и проверим наличие отрезков со сменой знаков на концах.
2. Если таких отрезков найдется менее, чем , то увеличим число разбиений исходного отрезка в два раза.
3. Повторять 1-2.
4. Находим корни полинома Лежандра на найденных отрезках методом половинного деления.

## Влияние количества выбираемых узлов сетки по каждому направлению на точность расчетов

**Гаусс-Симпсон** ()*.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | ***Гаусс*** | | | |
| *3* | *5* | *7* | *9* |
| ***Симпсон*** | *3* | *0.7279* | *0.7281* | *0.7280* | *0.7280* |
| *5* | *0.7310* | *0.7300* | *0.7298* | *0.7298* |
| *7* | *0.7295* | *0.7299* | *0.7299* | *0.7299* |
| *9* | *0.7295* | *0.7299* | *0.7299* | *0.7299* |

## График зависимости (



# Ответы на контрольные вопросы

1. **В каких ситуациях теоретический порядок квадратурных формул численного интегрирования не достигается?**

В случае если подынтегральная функция не имеет соответствующих производных. Порядок точности равен номеру последней существующей производной.

1. **Построить формулу Гаусса численного интегрирования при одном узле.**
2. **Построить формулу Гаусса численного интегрирования при двух узлах.**
3. **Получить обобщенную кубатурную формулу, на основе метода трапеций, с тремя узлами на каждом направлении.**