|  |  |
| --- | --- |
|  | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ **Информатика и системы управления**

КАФЕДРА **Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии**

**Лабораторная работа №6**

**Тема:** Построение и программная реализация алгоритмов численного дифференцирования.

Студент: **Ивахненко Д. А**

Группа: **ИУ7-46Б**

Оценка (баллы): \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Преподаватель: **Градов В.М.**

Москва

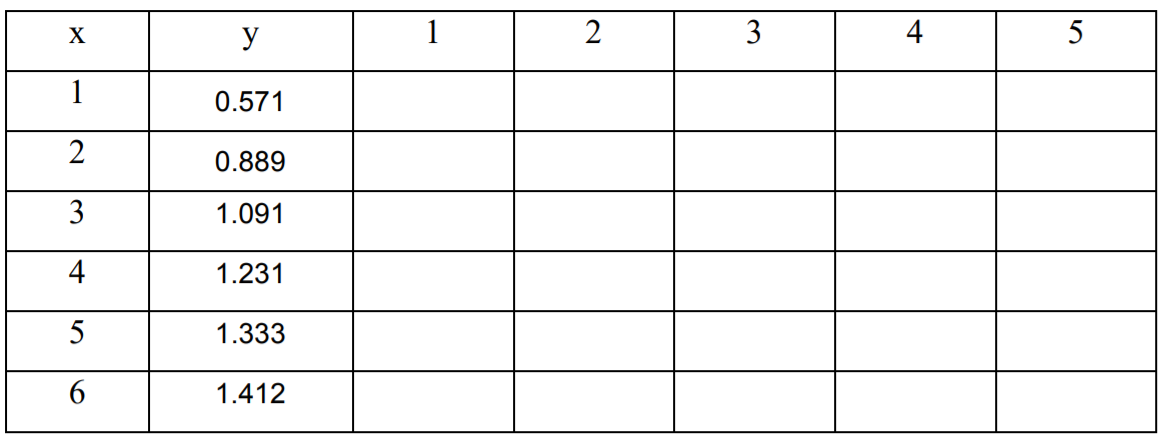
2021 г.

# Цель работы

Получение навыков построения алгоритма вычисления производных от сеточных функций.

# Задание

Задана табличная (сеточная) функция. Имеется информация, что закономерность, представленная этой таблицей, может быть описана формулой



Вычислить первые разностные производные от функции и занести их в столбцы (1)-(4) таблицы:

1 – односторонняя разностная производная,

2 – центральная разностная производная,

3 – 2-я формула Рунге с использованием односторонней производной,

4 – введены выравнивающие переменные.

5 – занести вторую разностную производную.

# Исходные данные

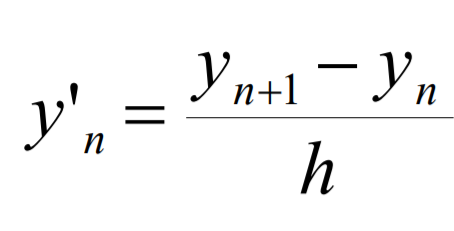
Таблица

# Выходные данные

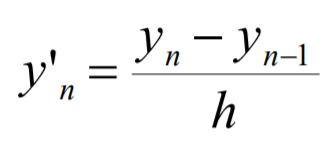
Заполненная таблица с краткими комментариями по поводу использованных формул и их точности

# Описание алгоритма

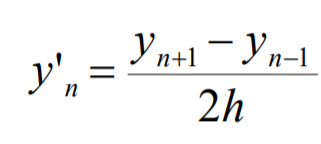
Используя разложение в ряд Тейлора, можно получить левую



и правую разностную формулы



Из данных формул можно получить центральную разностную формулу, которая имеет уже второй порядок точности (левая и правая имеют самый низкий – первый порядок)



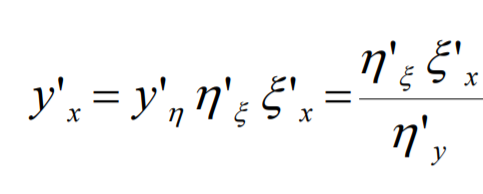
Приведенные выше формулы имеют погрешность вида . С помощью преобразований в рядах Тейлора можно получить первую формулу Рунге

А отсюда получим вторую формулу Рунге:

Формулы Рунге справедливы не только для операций дифференцирования, но и для других приближенных вычислений (при условии, что погрешность формул имеет вышеприведенный вид)

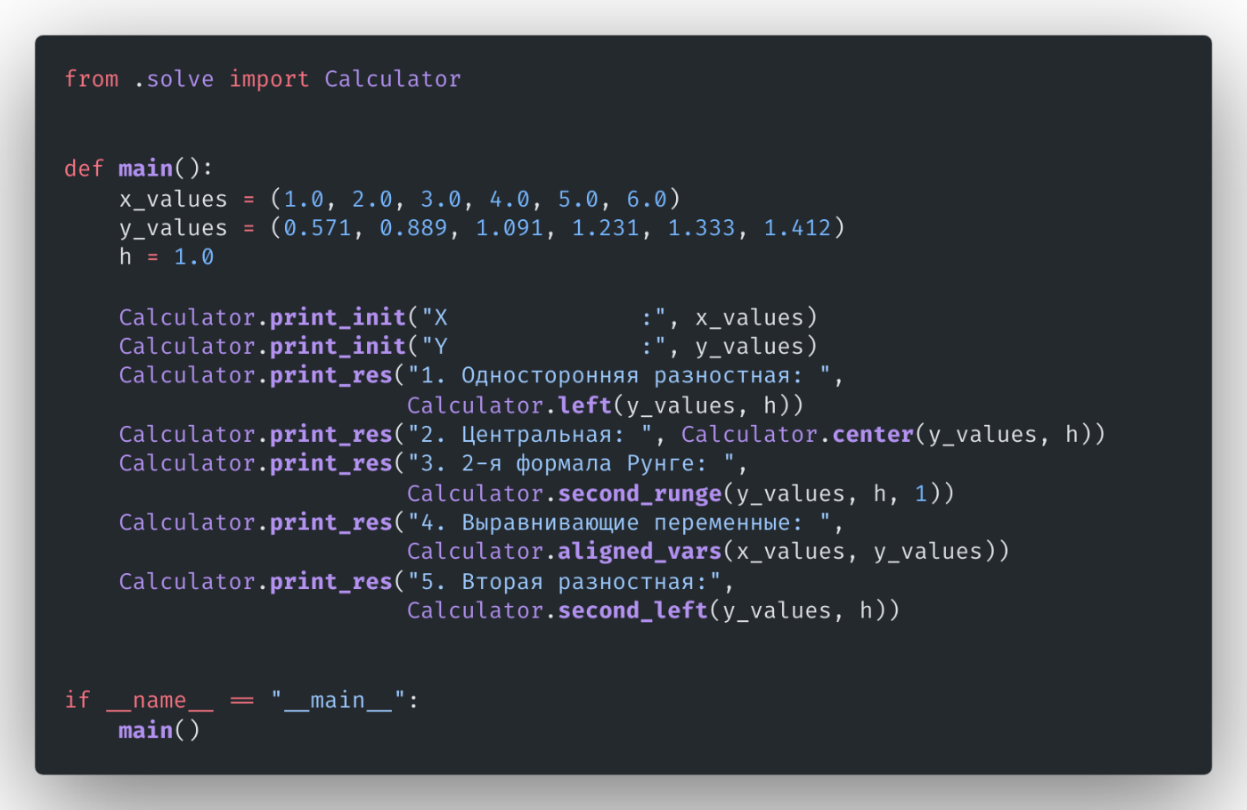
Рассмотрим метод, заключающийся в применении выравнивающих переменных. При правильном подборе исходная кривая может быть преобразована в прямую, производная от которой вычисляется точно даже по простым формулам

Итак, пусть задана функция y(x) и введены выравнивающие переменные ξ = ξ(x), η = η(y). После вычисления производной в новых переменных возврат к заданным переменным осуществляется следующим образом



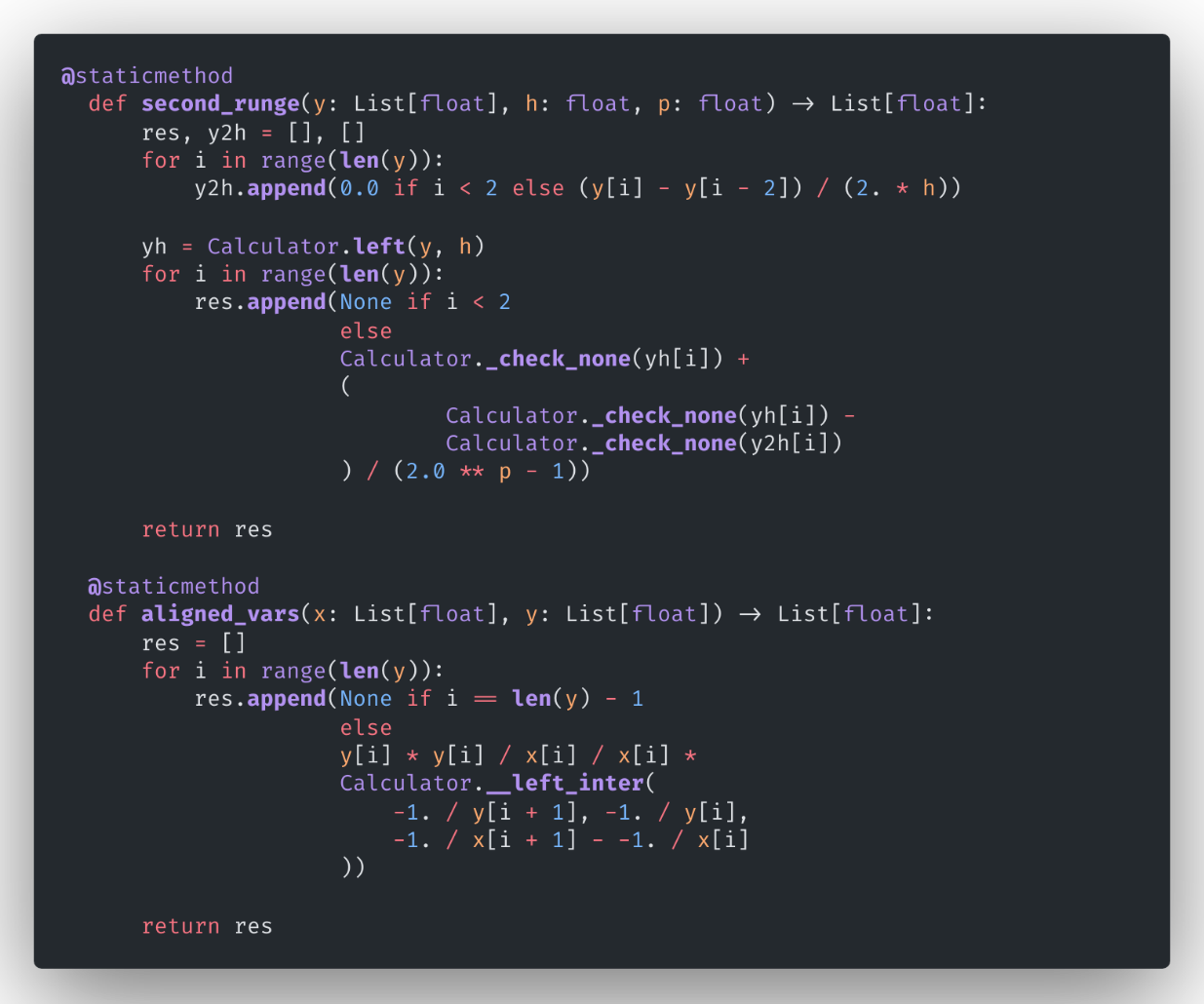
В новых переменных значение производной можно вычислить по любой односторонней формуле.

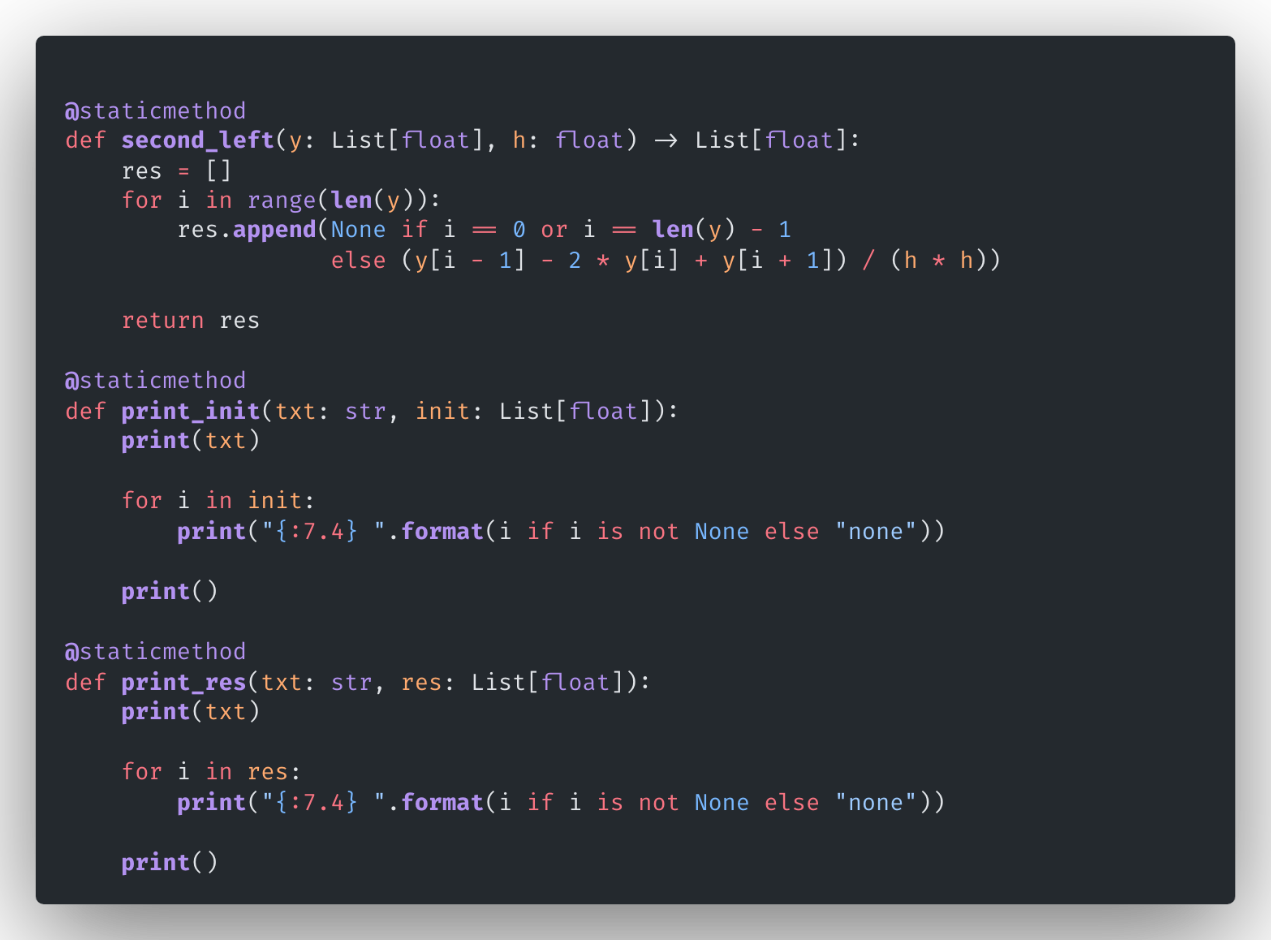
# Исходный код программы

**main.py**

**solve.py**

****

****

****

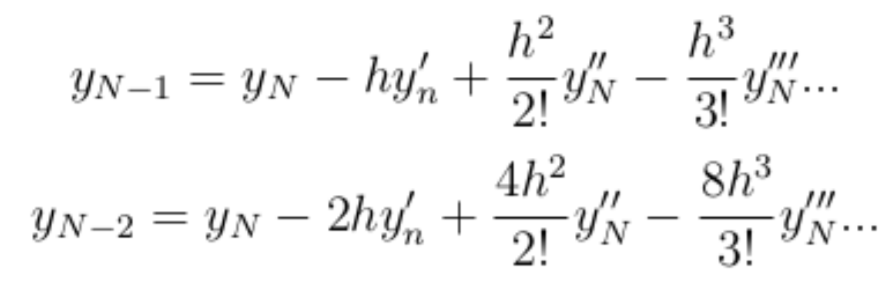
**­­­­­­­**Результаты работы

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0.571 | - | - | - | 0.409 | - |
| 2 | 0.889 | 0.318 | 0.260 | - | 0.247 | -0.116 |
| 3 | 1.091 | 0.202 | 0.171 | 0.144 | 0.166 | -0.062 |
| 4 | 1.231 | 0.140 | 0.121 | 0.109 | 0.118 | -0.038 |
| 5 | 1.333 | 0.102 | 0.091 | 0.083 | 0.090 | -0.023 |
| 6 | 1.412 | 0.079 | - | 0.068 | - | - |

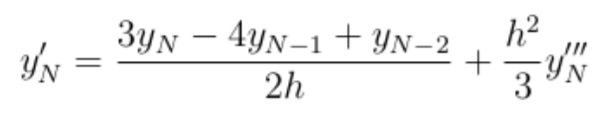
1. Используем левостороннюю формулу, в точке производная не определена. **Точность** .
2. Используем центральную формулу, в точках и производная не определена. **Точность .**
3. Используем вторую формулу Рунге на основе левой разностной производной. Поскольку формула Рунге повышает точность на один порядок, а левая разностная формула обеспечивает первый порядок точности, то в итоге получаем **точность** .
4. Используем выравнивающие переменные. Исходя из того, что значения производной близки по значению к производным, вычисленным через центральную формулу и формулу Рунге, можно **предположить** **в** данном **конкретном случае** схожую **точность** .
5. Используем разностную формулу второй производной. **Точность**

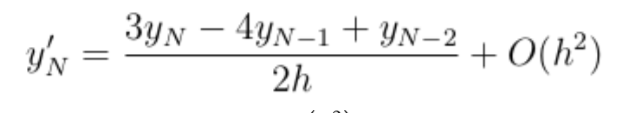
# Ответы на контрольные вопросы

1. **Получить формулу порядка точности для первой разностной производной в крайнем правом узле**

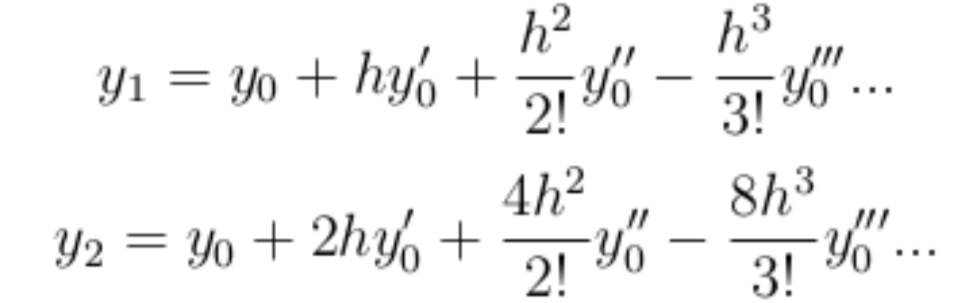


Откуда:

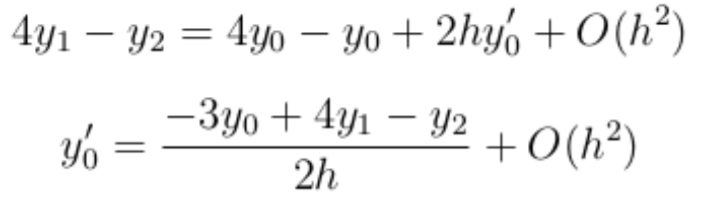


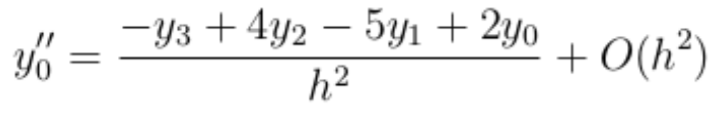


1. **Получить формулу порядка точности для второй разностной производной в крайнем левом узле .**

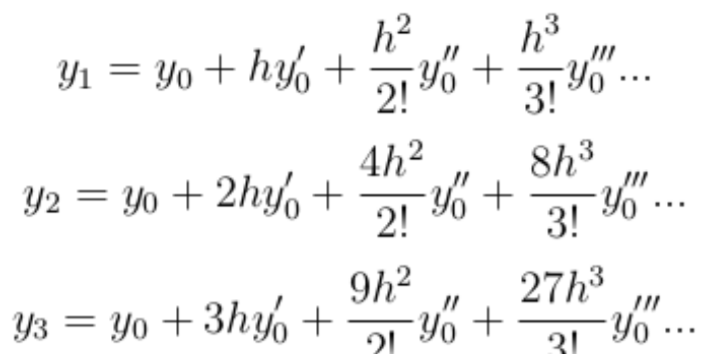


Откуда





1. **Используя вторую формулу Рунге, дать вывод выражения (9) из Лекции №7 для первой производной в левом крайнем узле.**
2. **Любым способом из Лекций №7, 8 получить формулу порядка точности для первой разностной производной в крайнем левом узле .**



Откуда

