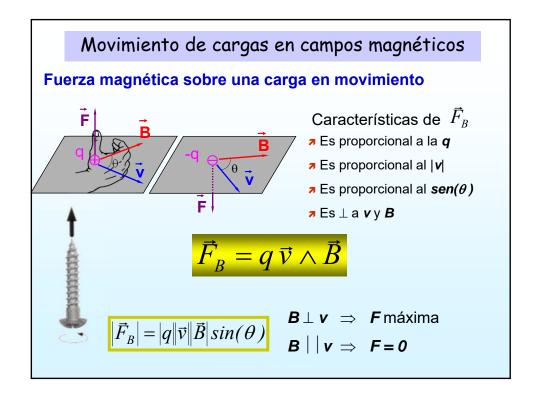
#### TEMA 4: FUNDAMENTOS DE MAGNETISMO

<u>Introducción</u>: En el Anexo 1 de este tema figura una breve historia con los hechos y descubrimientos más significativos relacionados con el magnetismo. Se recomienda su lectura.

- Movimiento de cargas en campos magnéticos
- Fuerzas sobre corrientes. Dipolo Magnético
- Ley de Biot y Savart.
- Ley de Gauss para el campo magnético
- Ley de Ampère: Aplicaciones



### UNIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO EN EL S.I.: Tesla (T)

"Un tesla (T) corresponde al campo magnético que produce una fuerza de un newton sobre una carga de un culombio que se mueve perpendicularmente al campo a razón de un metro por segundo"

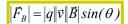
1 T = 1 kg · s<sup>-1</sup> · C = 1 kg · s<sup>-2</sup> · A<sup>-1</sup>

$$[B] = [M][T]^{-2}[I]^{-1}$$
1 tesla (T) = 10<sup>4</sup> gauss (G)

# Movimiento de cargas en campos magnéticos

ÓRDENES DE MAGNITUD DE CAMPOS MAGNÉTICOS TÍPICOS

	B (en T)
Espacio interestelar	< 10 <sup>-9</sup>
Campo magnético de la Tierra (en al superficie)	5 x 10 <sup>-5</sup>
Superficie de las estrellas	10 <sup>-2</sup> a 5
manes permanentes	10 <sup>-2</sup> a 1
Electroimán con núcleo de hierro	> 3
manes superconductores	> 20
Bobinas de alta corriente	> 20
Bobinas pulsantes (duración 10 <sup>-1</sup> s)	10 a 30

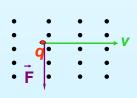


#### Líneas del campo B

- Son cerradas sobre sí mismas
- Van del Norte al Sur (fuera del imán)
- Van del Sur al Norte (dentro del imán)
- → Son tangentes en cada punto a B

### Representación

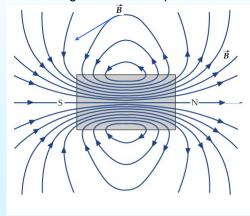
- Puntos Campo ⊥ al folio (el campo sale del folio)
- Cruces X Campo ⊥ al folio (el campo entra en el folio)



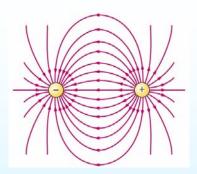
# Movimiento de cargas en campos magnéticos

#### Líneas del campo B

- Son cerradas sobre sí mismas
- → Van del Norte al Sur (fuera del imán)
- → Van del Sur al Norte (dentro del imán)
- → Son tangentes en cada punto a B



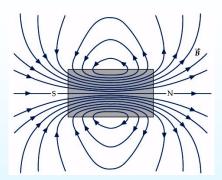




Campo Eléctrico (electrostático):

conservativo  $\langle \Longrightarrow \int_{I} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ 

podemos definir<sup>L</sup> potencial escalar



Campo Magnético

no conservativo  $\langle \Longrightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$ 

no podemos definir ni energía potencial ni potencial escalar magnético

### Movimiento de cargas en campos magnéticos

Más propiedades de la fuerza magnética sobre una carga:

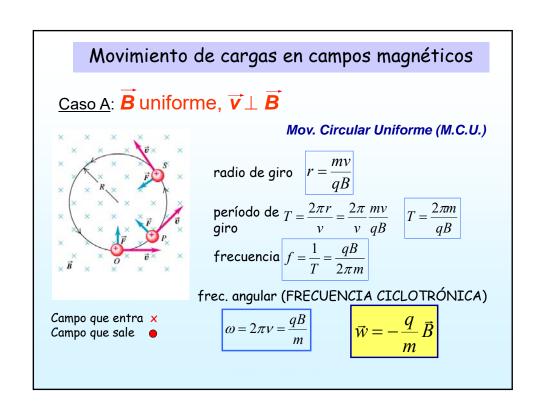
$$\vec{F}_{\scriptscriptstyle B} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B}$$

 $\vec{F}_{\it B} \perp \vec{v} \, \left( \vec{F}_{\it B} \perp d \vec{l} \, \right) \implies$  el trabajo W de la fuerza magnética al mover la carga es nulo.

- la energía cinética de la partícula se mantiene constante (no cambia el módulo de v sino sólo su dirección)
- si la partícula cargada se mueve en región con campo eléctrico y magnético, la fuerza total es:

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right)$$

**FUERZA DE LORENTZ** 



Movimiento de cargas en campos magnéticos

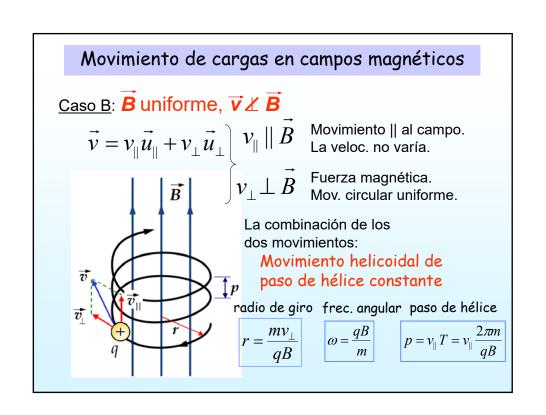
FRECUENCIA CICLOTRÓNICA

$$\vec{B}$$
 hacia dentro

 $\vec{B}$  hacia dentro

 $\vec{B}$  hacia dentro

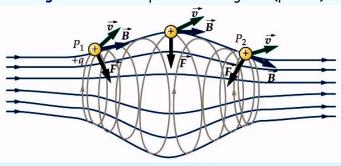
 $\vec{A}$ 
 $\vec$ 

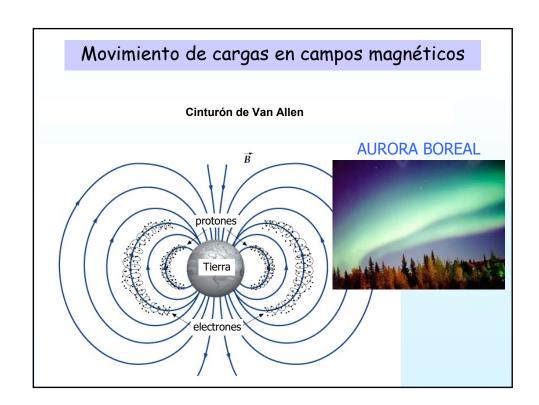


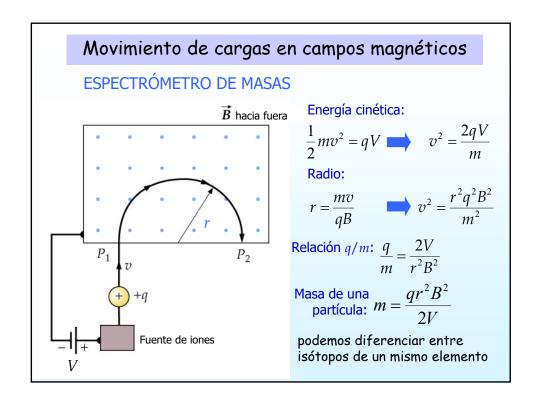
# Caso C: B no uniforme, $\overrightarrow{v} \swarrow B$

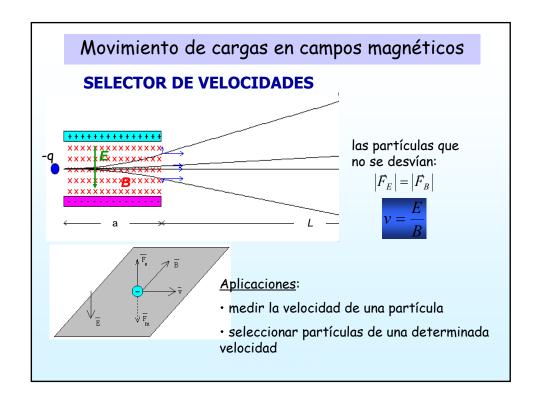
- · radio de giro y paso de hélice variables
- · fuerza magnética perpendicular a la línea de campo B: la componente de la velocidad paralela al campo B puede variar.

Botella magnética: confina partículas cargadas (plasma)







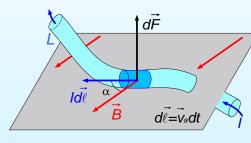


### Fuerzas sobre corrientes

Conocemos la fuerza que B crea sobre una pequeña carga dq dentro de

Conocemos la luciza que  $\vec{b}$  si cui una corriente eléctrica  $\vec{l}$ :  $d\vec{F} = dq (\vec{v} \wedge \vec{B})$ Por otro lado conocemos:  $\vec{v} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}; dq = Idt$   $d\vec{F} = Idt \left( \frac{d\vec{\ell}}{dt} \wedge \vec{B} \right) = I \left( d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \right)$ 

Por tanto, la fuerza sobre un pequeño tramo de corriente es:



$$d\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{I} \left( d\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}} \right)$$

Para hallar la fuerza sobre toda la corriente integraremos a lo largo de toda la trayectoria L:

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{I} \int_{L} d\vec{\ell} \wedge \vec{\mathbf{B}}$$

### Fuerzas sobre corrientes

Para un conductor rectilíneo y B uniforme se puede simplificar en la siguiente expresión:

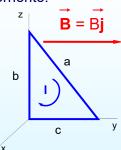
$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{I}}\vec{L} \wedge \vec{\mathbf{B}}$$

cuestión/ Si la fuerza magnética se produce sobre las cargas en movimiento,

¿hay alguna fuerza sobre el conductor por el que circula la corriente? ¿Se moverá el conductor?

### Fuerzas sobre corrientes

ejercicio/ Calcula la fuerza magnética sobre la siguiente espira de corriente. → → → → →



$$\vec{\mathbf{F}}_{total} = \vec{\mathbf{F}}_a + \vec{\mathbf{F}}_b + \vec{\mathbf{F}}_c$$

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{I}\vec{L} \wedge \vec{\mathbf{B}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{a} = \mathbf{I}(\vec{\mathbf{a}} \wedge \vec{\mathbf{B}}) = \mathbf{I}((-b\vec{\mathbf{k}} + c\vec{\mathbf{j}}) \wedge B\vec{\mathbf{j}}) = \mathbf{I}bB\vec{\mathbf{i}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_b = \mathbf{I}bB(\vec{\mathbf{k}} \wedge \vec{\mathbf{j}}) = -\mathbf{I}bB\vec{\mathbf{i}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_c = \mathbf{I}cB(\vec{\mathbf{j}} \wedge \vec{\mathbf{j}}) = 0$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{total} = 0$$

# Dipolo magnético. Momento de fuerzas

Dipolo magnético = espira cerrada

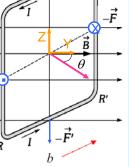
Queremos hallar el momento de fuerzas  $\boldsymbol{\tau}$  sobre una espira situada en

 $|\vec{F}| = IaB$ 

un campo B uniforme:

 $\vec{F} = \vec{I} \vec{L} \wedge \vec{B} \begin{cases} \text{lados P'Py} & \vec{B} \\ \text{RR':} & \vec{B} \\ \text{lados PR y} & \vec{B} \end{cases}$  Vemos que las fuerzas sobre los lados PR y P'R' generan un  $\tau$ .

1º) Hallamos la fuerza sobre cada lado.





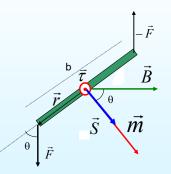
 $\vec{F}_{P'P} = -\vec{F}_{RR'}$ 

## Dipolo magnético. Momento de fuerzas

### Dipolo magnético = espira cerrada

Queremos hallar el momento de fuerzas sobre una espira situada en un campo B uniforme:

 $2^{\circ}$ ) Hallamos el momento de fuerzas  $\tau$ :



$$\vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$
  $|\vec{\tau}_o| = \frac{b}{2} |\vec{F}| sen \theta = \frac{b}{2} IaBsen \theta$ 

Por tanto:  $\vec{\tau}_{total} = 2\vec{\tau}_O = IabBsen\theta \vec{k}$ 

$$\vec{\tau}_{total} = ISBsen\theta \, \vec{k}$$
  $\vec{\tau}_{total} = I\vec{S} \wedge \vec{B}$ 

Que se puede escribir como:  $\vec{\tau}_{total} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ 

$$\vec{ au}_{total} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

Siendo m el momento dipolar magnético de la espira (dipolo magnético) definido como:  $\vec{m} = I\vec{S}$ 

Al igual que en el dipolo eléctrico

## Dipolo magnético. Momento de fuerzas

### Dipolo magnético = espira cerrada

Por tanto, cuando tengamos un circuito cerrado por el que circula una corriente, éste se puede reducir a un dipolo magnético de momento dipolar:

$$\vec{m} = \vec{lS}$$
  $\vec{p} = qd \vec{u}$ 

En presencia de un campo B el dipolo girará si el momento de fuerzas debido al campo B es no nulo:

$$\vec{\tau} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

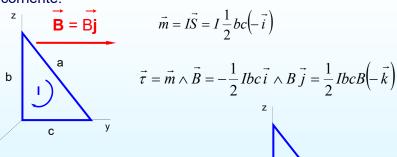
Al igual que en el caso del dipolo eléctrico, ahora también podemos asignar una energía potencial al dipolo magnético que viene dado por (no lo demostramos):

$$U_{dipolo} = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$
 el dipolo se alinea con el campo B  $U_{dipolo} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ 

Vemos que las expresiones para el dipolo eléctrico y para el dipolo magnético son equivalentes. Las líneas de campo que generan ambos dipolos son también equivalentes.

# Dipolo magnético. Momento de fuerzas

ejercicio/ Calcula el momento de fuerzas sobre la siguiente espira de corriente.



Por tanto:  $\vec{\tau} = \frac{1}{2} IbcB(-\vec{k})$ 

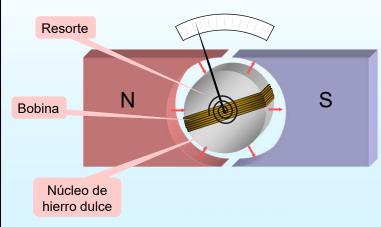


# Dipolo magnético. Momento de fuerzas

Galvanómetro: sirve para medir la intensidad de corriente (amperímetro).

Se hace que la corriente pase por una bobina, en el seno de un campo magnético.

La bobina (dipolo magnético) intentará alinearse con el campo B y la aguja acoplada al dipolo marca la intensidad correspondiente sobre el visor del galvanómetro.

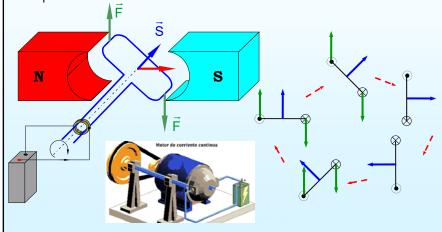


## Dipolo magnético. Momento de fuerzas

Motor eléctrico de corriente continua.

El momento de fuerzas generado sobre una espira se puede aprovechar para mover un motor.

Cada medio ciclo se cambia el sentido de la corriente en la espira para que ésta gire siempre en el mismo sentido.



## Campos magnéticos producidos por corrientes

La experiencia de Oersted muestra como una corriente (cargas eléctricas) es capaz de generar un campo magnético.

Encontramos situaciones en las que la carga eléctrica y el magnetismo están estrechamente relacionados:

- un campo  $\overrightarrow{B}$  genera fuerza sobre cargas en movimiento.
- una carga en movimiento genera un campo  $\overrightarrow{B}$  (Oersted).

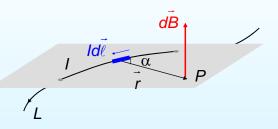
Ahora veremos un par de maneras de calcular el campo  $\overrightarrow{B}$  creado por una corriente eléctrica:

- ley de Biot-Savart (de aplicación general)
- ley de Ampère (facilita el cálculo en el caso de corrientes con elevada simetría)

### Ley de Biot-Savart

La **ley de Biot-Savart** es una ley empírica que nos permite calcular el campo  $\overrightarrow{B}$  creado por una corriente en un punto del espacio.

contribución de un pequeño tramo de corriente dl



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\ell \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

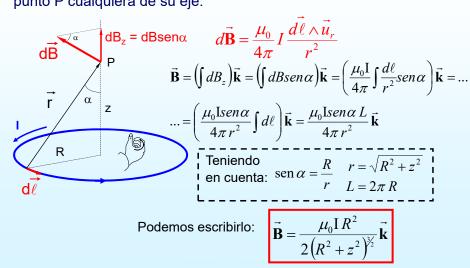
contribución total del conductor de longitud *L* 

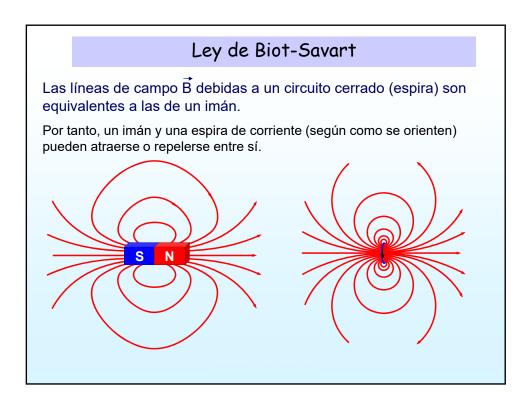
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{I} \frac{d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

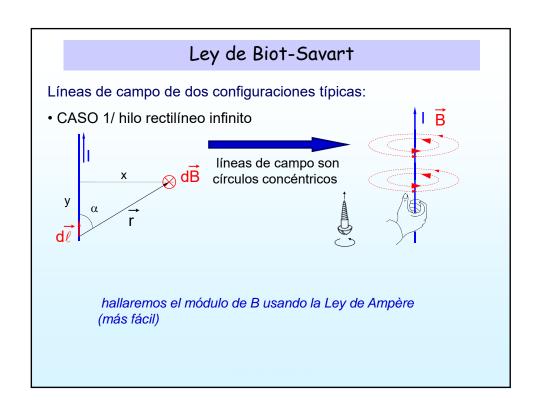
Permeabilidad del vacío  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \ (\text{en unidades del S.I.})$ 

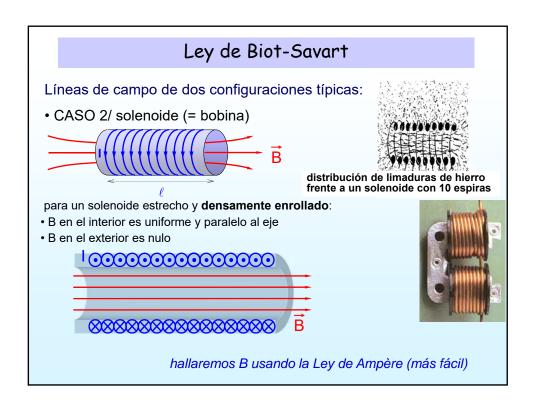
## Ley de Biot-Savart

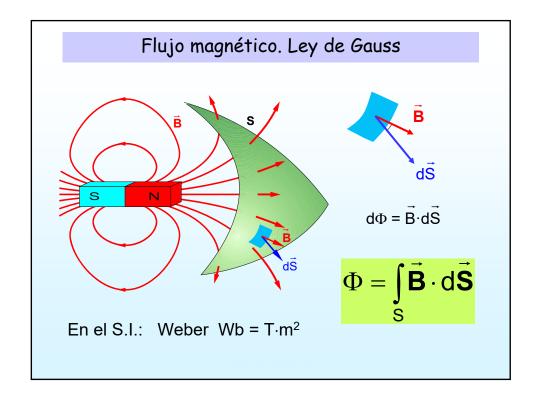
ejercicio/ Campo magnético creado por una espira circular en un punto P cualquiera de su eje.











## Flujo magnético. Ley de Gauss

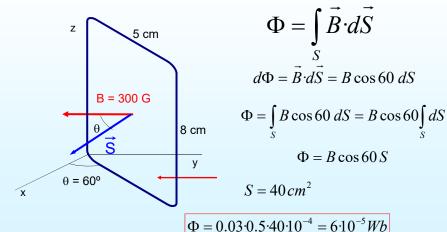
- Como no existen monopolos magnéticos (o al menos no han sido observados), las líneas de fuerza del campo magnético B son cerradas
- Si consideramos una superficie cerrada en un campo magnético, el flujo magnético que entra es igual al que sale, ya que el número de líneas que entran deben salir.

LEY DE GAUSS PARA EL CAMPO MAGNÉTICO: El flujo magnético a través de una superficie cerrada es siempre cero

$$\oint_{SC} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

## Flujo magnético. Ley de Gauss

ejercicio/ calcula el flujo de campo magnético a través de la siguiente superficie.



## Ley de Ampère

#### **LEY DE AMPÈRE**

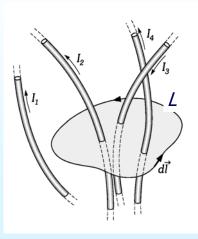
"La circulación del campo magnético a lo largo de una línea cerrada que enlaza las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , ..., es:

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e$$

donde  $I_e$  =  $I_1$  +  $I_2$  +  $I_3$  + ... (con su signo) es la corriente total enlazada por la trayectoria L".

# Ley de Ampère

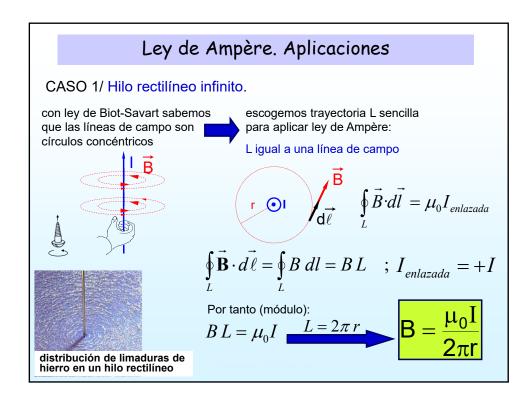
convenio de signos (regla de la mano derecha):

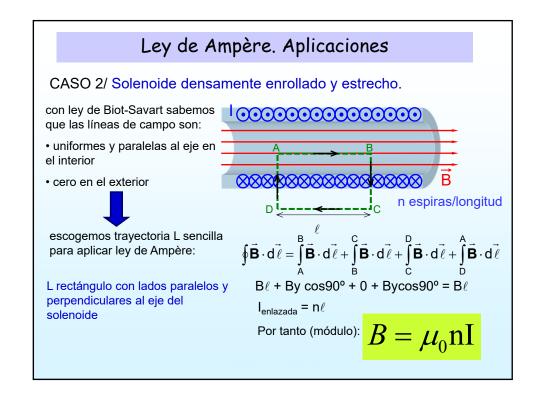


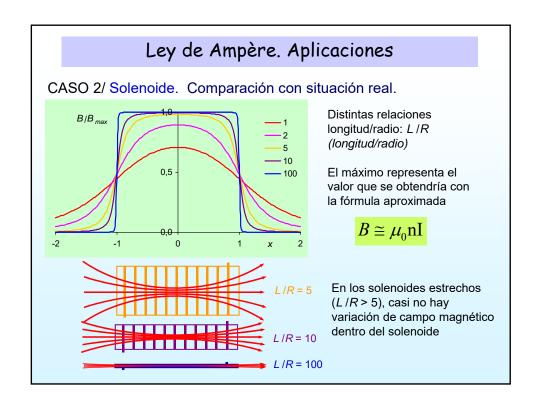
$$\boldsymbol{I}_{\textit{enlazada}} = \boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{I}_4$$

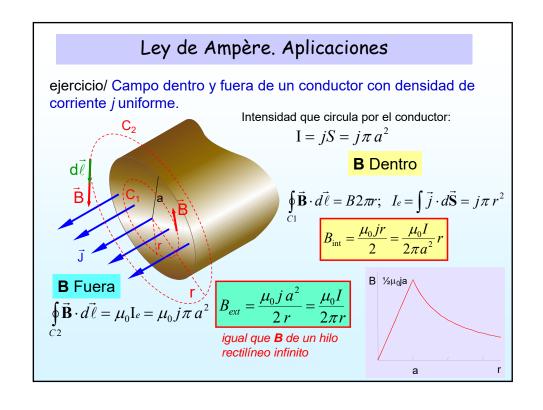


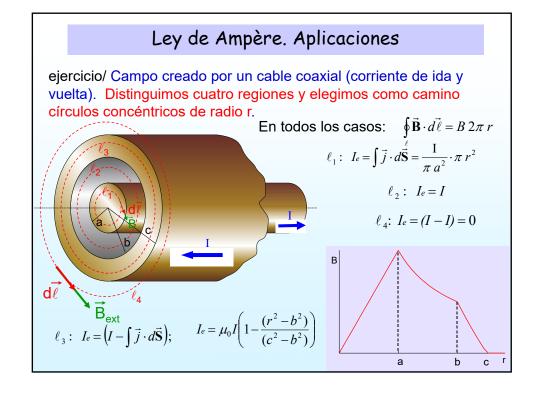
$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e$$







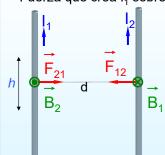




### Fuerzas entre corrientes

Vamos a ver que dos corrientes eléctricas interaccionan entre sí:

Fuerza que crea I<sub>1</sub> sobre un tramo de longitud *h* de la corriente I<sub>2</sub>:



$$\left| \vec{B}_1 \right| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$
  $\vec{F}_{12} = I_2 \vec{L}_2 \wedge \vec{B}_1$ 

la fuerza apunta hacia el conductor 1 
$$\left| \vec{F}_{12} \right| = I_2 h \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \, d}$$

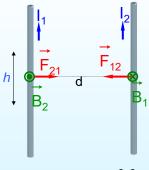
El mismo resultado habríamos tenido para la fuerza F<sub>21</sub>, salvo que la fuerza apuntaría hacia el conductor 2

si I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub> tienen igual sentido ——ATRACCIÓN si I₁ e I₂ tienen sentido opuesto → REPULSIÓN

La fuerza por unidad de longitud (N/m) es: (se aplica para definir el Amperio)

$$f_{12} = f_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

#### Fuerzas entre corrientes



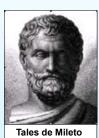
$$f_{12} = f_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

#### Definición de Amperio:

El amperio es la intensidad de una corriente constante que, mantenida entre dos conductores paralelos rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados a la distancia de un metro uno de otro en el vacío, producirá una fuerza igual a 2·10-7 N por metro de longitud.

### Anexo 1: Resumen histórico sobre el magnetismo

- Existen ciertos minerales (compuestos de Fe, Co y Mn) que tienen la propiedad de atraer al hierro
- Hay constancia de que los griegos conocían esta propiedad
- El fenómeno fue estudiado por Tales de Mileto, quien nos habla sobre la existencia de un óxido de hierro que atraía el hierro con mayor o menor intensidad, lo que dependía de la distancia que separase a ambas materias
- A este mineral, que fue localizado cerca de la ciudad de Magnesia (Asia Menor), se le llamó piedra de Magnesia (magnetita) y al fenómeno se le denominó magnetismo.



- Más adelante se descubrió que si un fragmento de hierro se frotaba con el mineral magnético (imán), quedaba magnetizado (imantado) temporalmente El término imán procede del latín adimas que significa "piedra dura".
- También se descubrió que si se permitía a una aguja magnética girar libremente, siempre señalaría la dirección norte sur

Los chinos fueron los primeros en percatarse de esa propiedad que utilizaban en prácticas adivinatorias (Libros del siglo II)

En el 1180, el inglés Alexander Neckam (1157-1217) fue el primer europeo que hizo referencia a la utilidad del magnetismo para señalar la dirección

**Brújula**, palabra que deriva del latín *buxida* que significa "cajita".

 A partir del año 1200 se generaliza el uso de la brújula en Europa



Brújula

### Anexo 1: Resumen histórico sobre el magnetismo

 En el 1269 Pierre de MariCourt realizó diversas experiencias con materiales imantados poniendo de manifiesto:



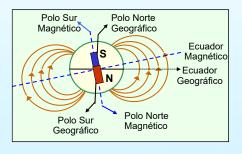
- Que existía mayor actividad en determinados lugares: polos
- 2. Que todo imán tiene dos polos diferenciados: norte y sur
- Que los polos de un imán Se atraen o repelen entre sí, de manera similar a las cargas eléctricas
- 4. Que no es posible aislar los polos norte y sur de un imán (aparecen siempre por parejas)

no existen monopolos magnéticos



El primer estudio sistemático del magnetismo aparece en el 1600, año en el que William Gilbert publicó "De Magnete" ("Sobre el Magneto")

A Gilbert le debemos la noción de que el comportamiento de la aguja de la brújula proviene del hecho de que la Tierra es un enorme imán, siendo reconocido como el padre fundador del estudio del geomagnetismo





(1544-1603)

"De Magnete" no sólo constituye el primer estudio científico sobre el magnetismo terrestre y el magnetismo en general, sino que fue un semillero de ideas en el que se sustentan muchos de los grandes logros de la física en épocas posteriores

### Anexo 1: Resumen histórico sobre el magnetismo

- Gilbert introdujo con firmeza la idea de que el verdadero entendimiento de la naturaleza solo viene de los experimentos y las observaciones. Idea sistematizada por Galileo: Método científico
- "De Magnete" es un libro temerario para su tiempo. Cabe recordar que por entonces constituía una herejía fijar experimentos contra las enseñanzas de la iglesia. En 1600 el filósofo Giordano Bruno fue quemado en la hoguera por herejía



- A partir de los estudios de Gilbert se diseñan los primeros mapas magnéticos: los de Halley (1701), para la declinación, y de Wilcke (1768), para la inclinación
- Humboldt (1769-1859), y luego Gauss (1777-1855) y Máscart (1837-1908) dieron su forma clásica al magnetismo terrestre

 Por su parte, Coulomb demostró, midiendo las fuerzas de atracción y repulsión de los polos de un imán, que podían aplicarse al magnetismo la mayor parte de los resultados teóricos de la electrostática

Coulomb confirmó que la fuerza magnética variaba en proporción a  $1/r^2$ .

Los experimentos fueron realizados con una aguja magnética suspendida sobre un muelle torsionable. Instrumento diseñado por Coulomb y que fue prototipo de la mayoría de los detectores magnéticos de los siguientes 170 años



Charles de Coulomb (1736-1806)

 Hasta el año 1820, el único tipo de magnetismo conocido era el magnetismo permanente: imanes naturales (magnetita) y el del hierro magnetizado; además del hecho de que la Tierra era un enorme imán. Pero ese año iba a producirse un descubrimiento trascendental

#### Anexo 1: Resumen histórico sobre el magnetismo

El 21 de Julio de 1820 aparece en Copenhague la publicación de 6 páginas en latín que contenían la famosa **experiencia de Oersted**: la desviación que sufre una aguja magnética situada en las proximidades de un conductor eléctrico.

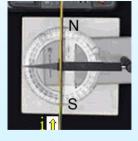
Fecha que los autores suelen señalar como la del nacimiento del electromagnetismo moderno

- En realidad electromagnetismo moderno está basado en una invención y dos descubrimientos
  - Invención: Pila eléctrica (Volta 1800)
  - Descubrimientos:
    - Efectos magnéticos producidos por corrientes eléctricas (Experiencia de Oersted – 1820)
    - Generación de corriente eléctrica a partir de campos magnéticos (Faraday – 1831)

La experiencia realizada por Oersted ponía de manifiesto que una corriente eléctrica produce un efecto magnético. Sin embargo, la aguja no era atraída hacia el hilo o repelida por él, sino que tendía a permanecer formando ángulos rectos con el hilo mientras circulaba la corriente. Este hecho desconcertaba a Oersted, quien publicó sus hallazgos, sin ninguna explicación.



Hans Christian Oersted (1777-1851)



Los experimentos de Oersted se repitieron en muchos lugares, en particular en el Congreso de Investigadores Suizos que se llevó a cabo en Ginebra, Suiza, en el verano de 1820, al que asistió el científico francés François Arago (1786-1853).

### Anexo 1: Resumen histórico sobre el magnetismo

Arago reportó a la Academia de Ciencias lo que presenció en Ginebra, presentando una demostración directa el 11 de septiembre. Sesión en la que estuvo presente Ampère

Ampère concibió la posibilidad de que el magnetismo no fuera una sustancia distinta, sino simplemente un aspecto diferente de la electricidad



André-Marie Ampère

Formuló la hipótesis de que si los efectos magnéticos se debían a corrientes eléctricas circulares dentro de los imanes, estas corrientes podían interaccionar con las de otros imanes y con las corrientes voltaicas, explicando así el descubrimiento de Oersted.

Se trataba de una hipótesis atrevida, porque no se conocía interacción alguna entre las corrientes eléctricas

El 18 de septiembre, Ampère presentó a la Academia la primera de una serie de memorias de gran importancia: hizo sus presentaciones semanalmente hasta el 2 de noviembre y en cada ocasión anunció nuevos resultados.

- · Además de la corrección a los experimentos de Oersted
- Demostró que las corrientes eléctricas se atraen o repelen recíprocamente según unas leyes concretas, construyendo una brillante teoría matemática sobre la atracción de las corrientes
- El mismo Ampére introdujo el término "electrodinámica" para hacer referencia a estos nuevos fenómenos

Los trabajos de Ampere venían a proponer un nuevo un modelo teórico del magnetismo: La fuente fundamental del magnetismo es la corriente eléctrica. Una carga móvil produce un campo magnético, y el campo ejerce una fuerza sobre la otra carga móvil

De esta forma, tanto interacción eléctrica como magnética son dos aspectos de una misma propiedad de la materia: **la CARGA ELÉCTRICA** 

#### Anexo 1: Resumen histórico sobre el magnetismo

- Aquel mismo mes de septiembre Arago descubrió la imanación del hierro por las corrientes e inventó el electroimán
- El 30/10/1820 se realiza la publicación de los resultados obtenidos por los franceses Jean-Baptiste Biot (1774-1862) y Felix Savart (1791-1841), quienes midieron los efectos de una corriente rectilínea sobre una aguja imantada en función de la distancia a ella
- Semanas después, basándose en estos resultados, Pierre Simon de Laplace (1749-1827) dedujo matemáticamente la ley de Biot y Savart
- De esta forma, y teniendo como punto de partida el experimento de Oersted, a fines de 1820 se conocían las primeras leyes cuantitativas de la electrodinámica y hacia 1826 Ampère ultimaba su modelo teórico
- La generación de una corriente eléctrica a partir de campos magnéticos (fenómenos de inducción), descubiertos por Faraday y Henry en 1831, terminaban de poner las bases que permitieron la formulación de la teoría electromagnética por James Clerk Maxwell (1831-1879), unos 50 años después de que Ampère concluyera sus trabajos