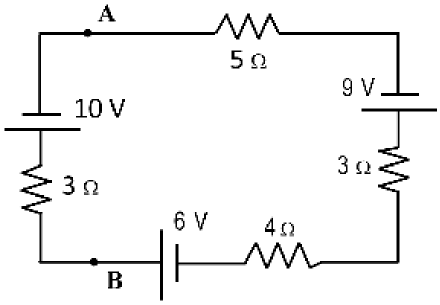
RT7-Prob Soluc Circuitos-CC

Fundamentos Fisicos De La Informatica (Universidad de Alicante)

Tema 7. Circuitos de corriente continua

1. Calcula la diferencia de potencial entre los puntos A y B en el circuito de la figura:



RESOLUCIÓN:
Tenemos una única malla por lo que podemos calcular la intensidad que circula por ella con:

$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R_T} = \frac{9+6-10}{5+3+4+3} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ A}$$

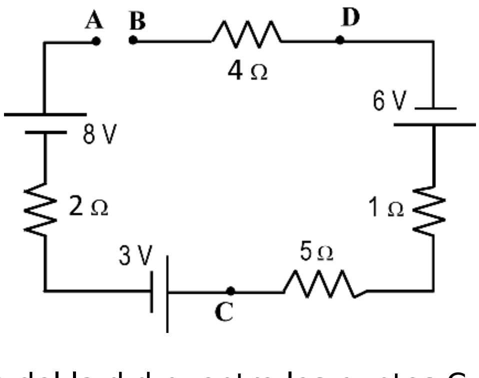
Teniendo en cuenta la disposición de las f.e.m. el sentido de la corriente es horario: Ahora:

$$V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j$$

Camino corto: $V_A - V_B = -\frac{1}{3} \cdot 3 - 10 = -11 \text{ V}$

Camino largo: $V_A - V_B = \frac{1}{3} \cdot (5+3+4) - (9+6) = -11 \text{ V}$

2. Calcula el valor de la f.e.m que debemos poner entre los puntos Ay B del circuito de la figura, para que la d.d.p. entre los puntos C y D sea de 3 V. Considera los casos (a) $V_C > V_D$ y (b) $V_C < V_D$. Nota: en ambos casos indica si el polo positivo de la f.e.m. ha de colocarse en A o B.



RESOLUCIÓN:
Utilizando la expresión del la d.d.p. entre los puntos C y D y siguiendo el camino donde no están A y B tenemos:

(a) $\boxed{V_C - V_D = 3 \text{ V}}$

$$V_C - V_D = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j \quad \rightarrow \quad 3 = I \cdot (5+1) - (-6) \quad \rightarrow \quad 3 = 6I + 6 \quad \Rightarrow \quad I = -\frac{1}{2} \text{ A}$$

Luego la corriente en la malla tiene sentido de D a C, es decir sentido horario y valor 0.5 A. Para que esto se cumpla:

$$\sum_i \varepsilon_i = I \cdot R_T \quad \to \quad (6-3+8+\varepsilon) = 0.5 \cdot 12 \quad \to \quad \varepsilon + 11 = 6 \quad \to \quad \varepsilon = -5 \text{ V}$$

A partir de este resultado podemos decir que el polo positivo de la f.e.m. está en el punto A.

(b) $\boxed{V_D - V_C = 3 \text{ V}}$

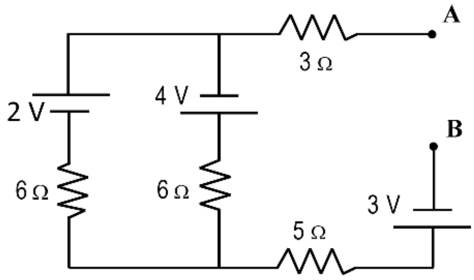
$$V_D - V_C = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j \quad \to \quad 3 = I'\cdot(5+1) - (6) \quad \to \quad 3 = 6I' - 6 \quad \Rightarrow \quad I' = \frac{3}{2} \text{ A}$$

Luego la corriente en la malla tiene sentido de D a C, es decir sentido horario y valor 1.5 A. Para que esto se cumpla:

$$\sum_i \varepsilon_i = I \cdot R_T \quad \to \quad (6-3+8+\varepsilon) = 1.5 \cdot 12 \quad \to \quad \varepsilon + 11 = 18 \quad \to \quad \varepsilon = 7 \text{ V}$$

A partir de este resultado podemos decir que el polo positivo de la f.e.m. está en el punto B.

3. Entre los puntos A y B del circuito de la figura calcula: (a) La resistencia equivalente. (b) La diferencia de potencial.



RESOLUCIÓN:

(a) Las resistencias de 6 Ω están en paralelo y su equivalente en serie con las de 3 Ω y 5 Ω.

$$R_{AB} = 3 + \frac{6 \cdot 6}{6+6} + 5 = 3 + 3 + 5 = 11\ \Omega$$

(b) Sólo hay un camino cerrado en el circuito (malla de la izquierda), por el que circula una corriente:

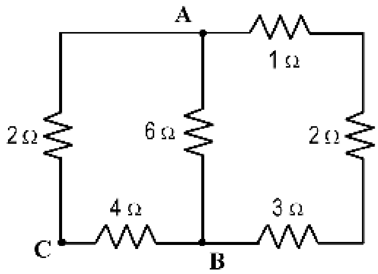
$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R_T} = \frac{4+2}{6+6} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ A}$$ en sentido horario

Ahora: $V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j = \frac{1}{2} \cdot 6 - (4-3) = 2 \text{ V}$ por el camino corto

O bien: $V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 6 - (-2-3) = 2 \text{ V}$ por el camino largo

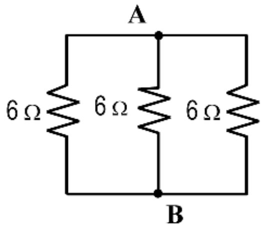
Las resistencias de 3 Ω y 5 Ω que sí intervienen en el cálculo de la resistencia equivalente, no contribuyen a la d.d.p porque por ellas no está circulando corriente. La f.e.m. de 3 V si contribuye a la d.d.p porque está conectada en el camino de A a B.

4. En el circuito de la figura, calcula la resistencia equivalente entre los puntos A y B y entre los puntos A y C.



RESOLUCIÓN:

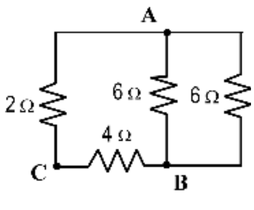
(a) R_{AB}. Si vamos de A a B por la izquierda pasamos por 2 Ω y 4 Ω , luego están en serie. De la misma forma si vamos de A a B por la derecha las resistencias de 1Ω, 2Ω y 3Ω están en serie. Por tanto nos queda:



Ahora las tres resistencias están en paralelo entre A y B:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad R_{AB} = 2\,\Omega$$

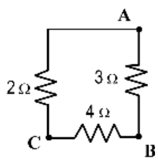
(b) R_{AC}. Al ir de A a C por la derecha nos encontramos con un nudo intermedio (punto B), por lo que habrá que simplificar considerando este nudo hasta que podemos eliminarlo. Así entre A y B por la derecha 1Ω, 2Ω y 3Ω están en serie:



Y ente A y B 6Ω y 6Ω están en paralelo: $R'_{AB} = \frac{6 \cdot 6}{6+6} = 3\,\Omega$

5.

6. Ahora nos queda

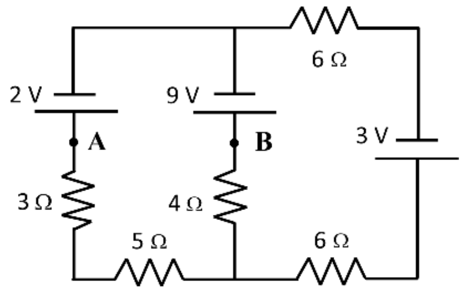


un circuito reducido a →

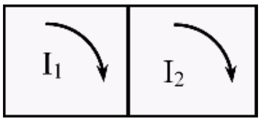
Donde 3Ω y 4Ω están en serie y su resultado 7Ω (al hacer esta última asociación eliminamos el nudo B) en paralelo con la resistencia de 2Ω.

$$R_{AC} = \frac{7 \cdot 2}{7+2} = \frac{14}{9}\,\Omega$$

5. Calcula la d.d.p. entre los puntos A y B del circuito de la figura por todos los caminos posibles.



RESOLUCIÓN:
Aunque existe un camino que enlaza A y B (por la parte superior izquierda) en cuyo recorrido no hay resistencias por las cuales circule corriente y por tanto la d.d.p. es la suma de las f.e.m, en nuestro caso: $V_A - V_B = -\sum_j \varepsilon_j = -(-2+9) = -7 \text{ V}$, si queremos calcular este valor por el resto de caminos necesitamos conocer las corrientes de rama del circuito. Utilizando el método de corrientes de mallas tenemos:

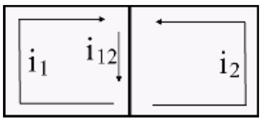


$$\begin{array}{l} 12I_1 - 4I_2 = 7 \\ -4I_1 + 16I_2 = -6 \end{array} \quad x4 \quad \begin{array}{l} 48I_1 - 16I_2 = 28 \\ -4I_1 + 16I_2 = -6 \\ \hline 44I_1 = 22 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{1}{2}\ A \end{array}$$

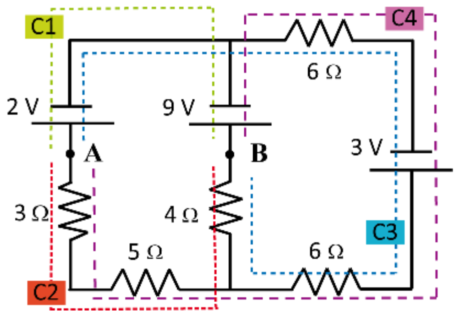
$$12 \cdot (0.5) - 4I_2 = 7 \quad \rightarrow \quad I_2 = -\frac{1}{4}\ A$$

$i_{12} = I_1 - I_2 = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}\ A$ Y la corriente común a ambas mallas: en el sentido de I_1

Teniendo en cuenta los valores obtenidos, antes de seguir operando, situamos en un diagrama el sentido real de todas las corrientes de rama.



Para ir desde el punto a hasta el B tenemos cuatro caminos diferentes:



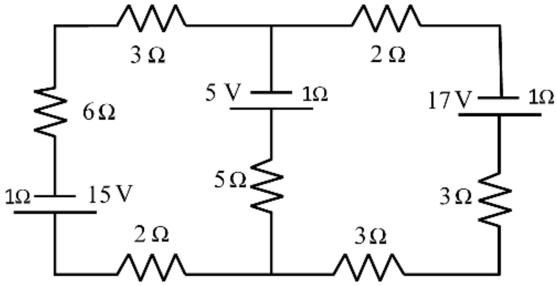
$$C1:\rightarrow \quad V_A - V_B = -\sum_j \varepsilon_j = -(-2+9) = -7 \text{ V}$$

$$C2:\rightarrow \quad V_A - V_B = -i_1 \cdot (3+5) - i_{12} \cdot 4 = -0.5 \cdot 8 - 0.75 \cdot 4 = -7 \text{ V}$$

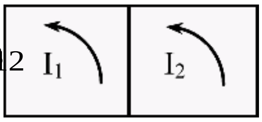
$$C3:\rightarrow \quad V_A - V_B = -i_2 \cdot (6+6) - i_{12} \cdot 4 - (-2+3) = -0.25 \cdot 12 - 0.75 \cdot 4 - 1 = -7 \text{ V}$$

$$C4:\rightarrow \quad V_A - V_B = -i_1 \cdot (3+5) + i_2 \cdot (6+6) - (-3+9) = -0.5 \cdot 8 + 0.25 \cdot 12 - 6 = -7 \text{ V}$$

6. Calcula la potencia que aportan o consumen, según sea el caso, las f.e.m. del siguiente circuito. Comprueba que el balance potencia aportada y potencia consumida en el circuito es nulo.



RESOLUCIÓN:
Necesitamos conocer el valor y sentido de las corrientes que circulan por cada f.e.m.



$$-6I_1 + 15I_2 = -12 \quad x3$$

$$18I_1 - 6I_2 = 10$$

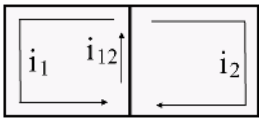
$$18I_1 - 6I_2 = 10$$
$$-18I_1 + 45I_2 = -36$$

$$39I_2 = -26 \quad \rightarrow \quad I_2 = -\frac{2}{3}\ A$$

$$18I_1 + 4 = 10 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{1}{3}\ A$$

Y la corriente común a ambas mallas: $i_{12} = I_1 - I_2 = \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) = 1\ A$ en el sentido de I_1

Teniendo en cuenta los valores obtenidos es sentido real de las corrientes de rama es:



Por lo tanto las f.e.m. de 15 V y 17 V aportan potencia al circuito y la de 5 V consume.

$$P_{AP}(15V) = \varepsilon_{15} \cdot i_1 - i_1^2 \cdot r_i = 15 \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 1 = 4.89\ \mathrm{W}$$

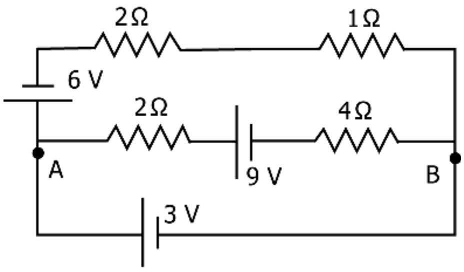
$$P_{AP}(17V) = \varepsilon_{17} \cdot i_2 - i_2^2 \cdot r_i = 17 \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 1 = 10.89\ \mathrm{W}$$

$$P_C(5V) = \varepsilon_5 \cdot i_{12} + i_{12}^2 \cdot r_i = 5 \cdot 1 + 1^2 \cdot 1 = 6\ \mathrm{W}$$

La diferencia entre la potencia aportada y consumida por las f.e.m. (9.78 W) debe ser la potencia disipada en el resto de resistencias presentes en el circuito:

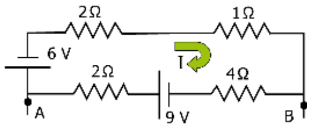
$$P_d(R_i) = i_1^2(3+6+2) + i_2^2(3+3+2) + i_{12}^2(5) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 11 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 8 + 1^2 \cdot 5 = 9.78\ \mathrm{W}$$

7. Calcula la corriente que circula por el generador de 3 V obteniendo previamente el equivalente de Thévenin entre los puntos A y B del siguiente circuito.



RESOLUCIÓN:

Trabajamos únicamente con la parte del circuito que vamos a sustituir por su equivalente:



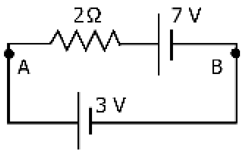
Donde: $$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R_T} = \frac{9-6}{2+1+4+2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}\ \text{A}$$

Así: $V_A - V_B = -\frac{1}{3}\cdot 6 - (-9) = 7\ \text{V}$ (Polo positivo de V_{Th} en A porque $V_A > V_B$)

R_{Th}) Entre A y B las resistencias de 2Ω y 1Ω están en serie entre sí (3Ω) y por su parte las de 2Ω y 4Ω también (6Ω). Ahora las de 3Ω y 6Ω están en paralelo:

$$R_{Th} = \frac{3\cdot 6}{3+6} = 2\ \Omega$$

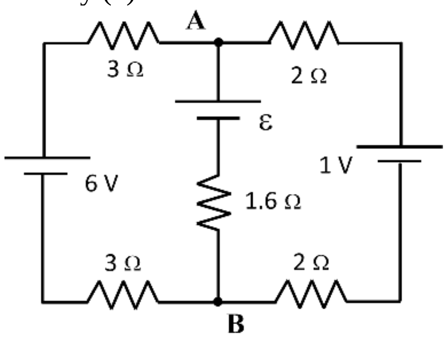
Por tanto el equivalente de Thévenin entre A y B queda: →



Y la corriente que circula por el generador de 3 V es:

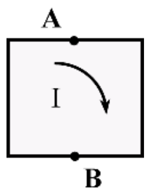
$$I' = \frac{7-3}{2} = 2\ \text{A}$$ en sentido antihorario

8. En el circuito de la figura calcula el valor de la f.e.m ε para que la potencia disipada en la resistencia de 1.6Ω sea de 0.4W. Considera las dos situaciones posibles: que por la rama central la corriente circule (a) de A hacia B y (b) de B hacia A.



RESOLUCIÓN:

Para dar respuesta a las dos situaciones pedidas lo más efectivo es simplificar toda la parte externa del circuito,entre A y B, sustituyéndolo por su equivalente.

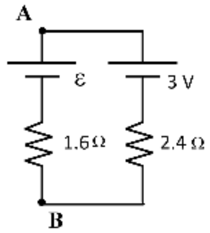


$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R_T} = \frac{6-1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\ \text{A}$$

$\Rightarrow$ $V_A - V_B = \frac{1}{2}\cdot 4 - (-1) = 3\ \text{V}$ (Polo positivo de V_{Th} en A porque $V_A > V_B$)

R_{Th}) Entre A y B las resistencias de 3Ω están en serie entre sí (6Ω) y por su parte las de 2Ω también (4Ω). Ahora las de 6Ω y 4Ω están en paralelo:

$$R_{Th} = \frac{4 \cdot 6}{4+6} = 2.4\ \Omega$$



Para seguir trabajando recomponemos el circuito con la rama central y el equivalente de Thévenin calculado. Donde podemos conocer la corriente que circula a partir de la potencia disipada en la resistencia de 1.6Ω.

$$P_d = i^2 \cdot r \quad \rightarrow \quad i = \sqrt{\frac{P_d}{r}} = \sqrt{\frac{0.4}{1.6}} = 0.5 \quad \text{A}$$

Ahora contemplamos los dos casos pedidos:

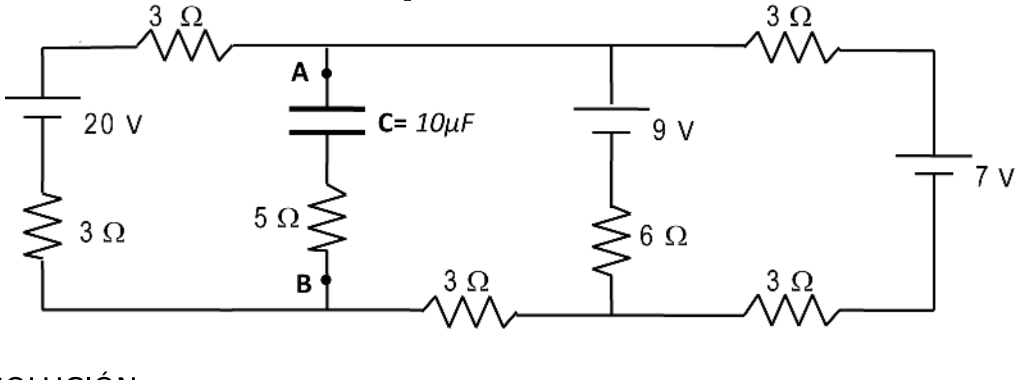
(a) La corriente circula en sentido antihorario:

$$0.5 = \frac{3-\varepsilon}{2.4+1.6} \quad \rightarrow \quad 3-\varepsilon = 2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 1\ \text{V}$$

(b) La corriente circula en sentido horario:

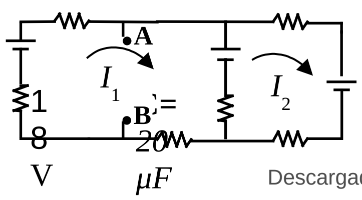
$$0.5 = \frac{\varepsilon-3}{2.4+1.6} \quad \rightarrow \quad \varepsilon - 3 = 2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 5\ \text{V}$$

9. Sabiendo que el circuito de la figura se encuentra en equilibrio (I_i=*cte*), determina:
(a) El equivalente de Thévenin entre los puntos *A* y *B* del circuito.(b) La energía almacenada en el condensador [0.5 puntos]



RESOLUCIÓN:

(a) Tenemos que calcular el equivalente de Thévenin del siguiente circuito:

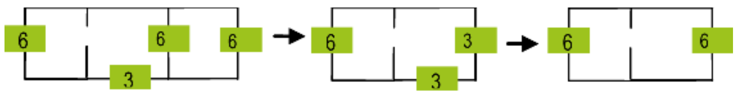


Para hallar V_{Th} primero hay que resolver el circuito:

$$\left.\begin{array}{l} 15 I_1 - 6 I_2 = 11 \\ -6 I_1 + 12 I_2 = 2 \end{array}\right| \begin{array}{l} 30 I_1 - 12 I_2 = 22 \\ -6 I_1 + 12 I_2 = 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 24 I_1 = 24 \to I_1 = 1\text{ A} \\ \qquad \to I_2 = 2/3\text{ A} \end{array}\right.$$

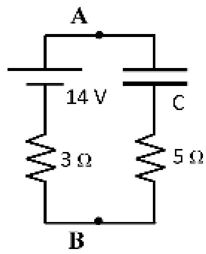
$$\Rightarrow \boxed{V_{Th} = -I_1 \cdot (3+3) - (-20) = 14\,V \quad (V_A > V_B)}$$

R_{Th})



$$\boxed{R_{Th} = \frac{6 \cdot 6}{6+6} = 3\,\Omega}$$

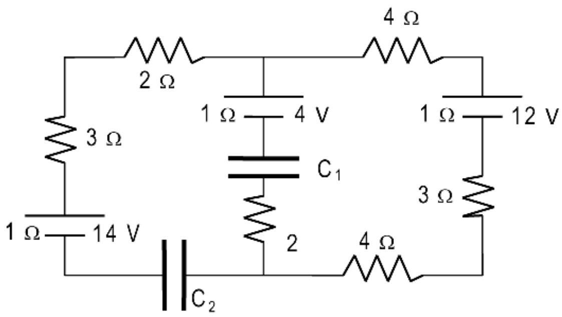
(b) Aprovechando el equivalente Thévenin nos queda el siguiente circuito:



Por estar el circuito en equilibrio el condensador se halla cargado y su rama en circuito abierto. Así la d.d.p. entre sus placas es igual a la tensión de la pila Thévenin. Y la energía vendrá dada por:

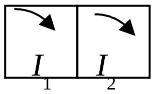
$$\boxed{U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 10^{-6} (14)^2 = 0.98\, mJ}$$

10. En el instante inicial ($t=0$) los condensadores C_1 = 20 nF y C_2 = 50 nF están descargados. Calcula: (a) La diferencia de potencial entre los extremos de la *f.e.m.* de 4V en $t=0$. (b) La energía almacenada en cada condensador cuando se encuentran totalmente cargados.



RESOLUCIÓN:

(a) En el instante inicial C_1 y C_2 están descargados y actúan como dos cortocircuitos. Las corrientes de malla I_1 e I_2 son:



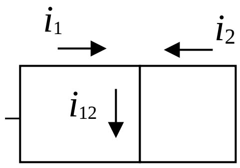
$9 I_1 - 3 I_2 = 10$ $\qquad$ $45 I_1 - 15 I_2 = 50$

$-3 I_1 + 15 I_2 = -8$ $\qquad$ $-3 I_1 + 15 I_2 = -8$

$42 I_1 = 42 \rightarrow I_1 = 1$ A

9 $\qquad$ $(1) - 3I_2 = 10 \rightarrow I_2 = -1/3$ A,

$i_{12} = I_1 - I_2 = 1 - (-1/3) = 4/3$ A, en el sentido de I_1



Sentido real de las corrientes

La f.e.m. de 4 V está actuando como receptor, por lo tanto la d.d.p. entre sus bornes será:

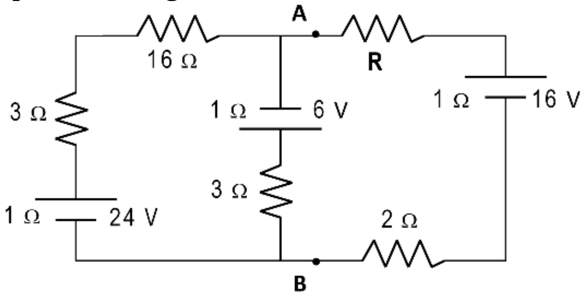
$$V_4 = \varepsilon + i_{12} \cdot r = 4 + (4/3).1 = 16/3 = 5{,}33 \text{ V}$$

(b) Cuando el circuito se encuentra en equilibrio, los condensadores están completamente cargados y actúan como un circuito abierto. Por las mallas del circuito ahora no circula corriente, y la d.d.p. entre las placas del condensador depende sólo de las *fem*.

Para calcular la diferencia de potencial en C_1, utilizamos la malla derecha, y para C_2 utilizamos la malla externa del circuito.

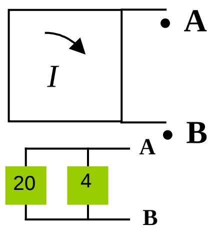
$$\left.\begin{array}{l} V_{C1} = -(4-12) = 8V \\ V_{C2} = -(14-12) = -2V \end{array}\right\} \qquad U_{C1} = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = 0{,}64\mu J; \qquad U_{C2} = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = 0{,}1\mu J$$

11. En el circuito de la figura la resistencia de 2 Ω disipa una potencia de 4.5 W. Calcula:
(a) El valor de R hallando previamente el equivalente de Thevenin entre los puntos A y B. (b) La potencia disipada en los generadores del circuito.



RESOLUCIÓN:

(a) Equivalente Thévenin del circuito a la izquierda de los puntos de corte A y B.



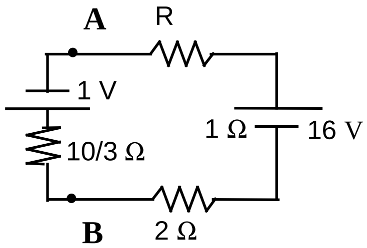
$24\,I = 30$; $I = 5/4$ A

$\Rightarrow V_{Th} = V_A - V_B = (5/4)(1+3) - 6$;

$\boxed{V_{Th} = -1V \quad (V_A < V_B)}$

$$\boxed{R_{Th} = \frac{20 \cdot 4}{20+4} = \frac{10}{3}\ \Omega}$$

El circuito queda ahora como:



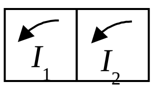
Vemos que la corriente circulará en sentido antihorario y su valor lo podemos hallar a partir de la potencia disipada en la resistencia de 2Ω:

$$P = R\,I^2\,; \quad \rightarrow \quad I = \sqrt{P/R} = \sqrt{4.5/2} = 3/2\,A$$

Ahora resulta directo calcular el valor de R:

$$(10/3 + 2 + 1 + R)\,I = 1 + 16\,; \qquad (19/3 + R)\,(3/2) = 17\,; \quad \boxed{R = 5\,\Omega}$$

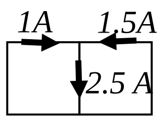
(b) Para hallar la potencia disipada en cada generador primero calculamos las intensidades de rama. Empleando el método de corrientes de malla, aprovechamos que ya conocemos el valor de la corriente en la malla derecha. Con plantear una de las dos ecuaciones de malla es suficiente:



Para la malla drcha.: $-4\,I_1 + 12\,I_2 = 22$; $-4\,I_1 + 12\,(3/2) = 22$;

$I_1 = -1$ A

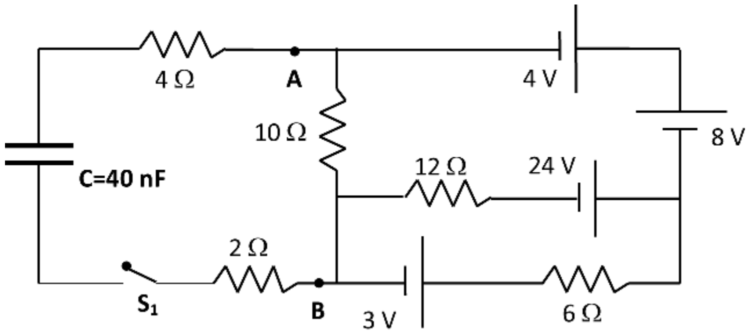
De este modo nos quedarán las siguientes corrientes en cada rama: $\rightarrow$



Y la potencia disipada en cada generador es:

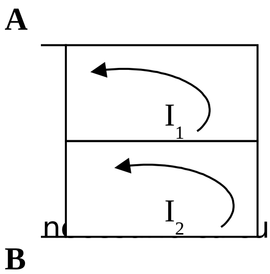
$$\boxed{P_{24V} = 1(1)^2 = 1\,W} \quad \boxed{P_{6V} = 1(2.5)^2 = 6.25\,W} \quad \boxed{P_{16V} = 1(1.5)^2 = 2.25\,W}$$

12. En el circuito de la figura calcula: (a) El equivalente de Thevenin entre los puntos A y B del trozo de circuito formado por las dos mallas de la derecha. (b) La corriente que circula por el condensador al cerrar el interruptor S_1. (c) La máxima carga que adquiere el condensador.



RESOLUCIÓN:

(a) Equivalente Thévenin de la parte derecha del circuito entre A y B:



$$\left.\begin{array}{l} 22\, I_1 - 12\, I_2 = 28 \\ -12\, I_1 + 18\, I_2 = -21 \end{array}\right| \qquad \begin{array}{l} 66\, I_1 - 36\, I_2 = 84 \\ -24\, I_1 + 36\, I_2 = -42 \\ \hline 42\, I_1 = 42 \rightarrow \quad I_1 = 1 \text{ A} \end{array}$$

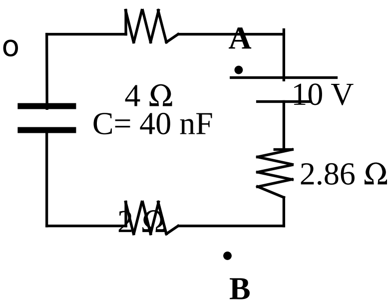
Sustituyendo obtenemos: $I_2 = -\frac{1}{2}$ A, (Aunque no es n ularla)

$$V_A - V_B = \sum_{i=1}^{n} I_i \cdot R_i - \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = (1)\cdot(10) - (0) = 10 \textbf{ V}$$

R_{Th}) Las resistencias de 10 Ω, 12 Ω y 6 Ω están en paralelo

$$\Rightarrow \qquad R_{Th} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right)^{-1} = \left(\frac{21}{60}\right)^{-1} = \frac{60}{21} = 2.86\ \Omega$$

El equivalente de Thevenin, con el resto del circuito es



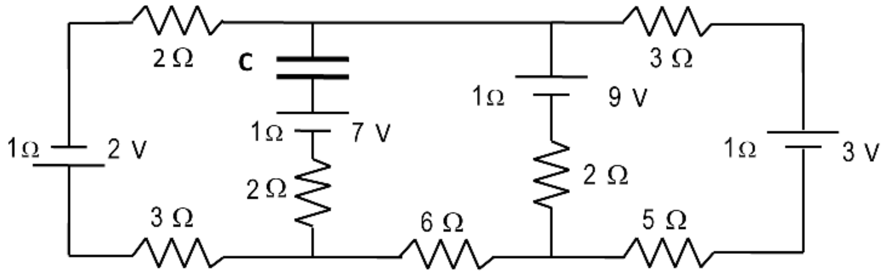
(b) Al cerrar el interruptor, C actúa como cortocircuito:

$$\Rightarrow \qquad I = \frac{\sum \varepsilon_i}{\sum R_i} = \frac{10}{2.86 + 4 + 2} = 1.13 \text{ A}$$. Sentido antihorario.

(c) Cuando C está totalmente cargado no circula corriente y V_C = 10 V

$$\Rightarrow \quad q_{máx} = CV = 40 \cdot 10^{-9} \cdot 10 = 0{,}4\ \mu\text{C}$$

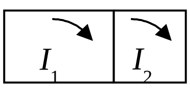
13. Sabiendo que el circuito de la figura se encuentra en equilibrio (I_i = cte.), determina: (a) La potencia aportada o consumida por todas las *f.e.m.* del circuito. (b) La energía almacenada en el condensador **C**, si su capacidad es de 100 nF.



RESOLUCIÓN:
(a) Necesitamos conocer las corrientes que circulan por cada fem y su sentido.

Si I_i=*cte* ⇒ Condensador completamente cargado y no pasa corriente por su rama.

Tenemos dos mallas, y las corrientes por cada una de ellas es:



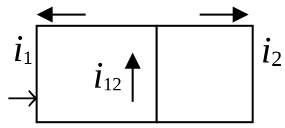
$$\begin{aligned} 15\, I_1 - 3\, I_2 &= -11 \\ -3\, I_1 + 12\, I_2 &= 6 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 60\, I_1 - 12\, I_2 &= -44 \\ -3\, I_1 + 12\, I_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$57\, I_1 = -38 \quad \rightarrow \quad I_1 = -2/3 \text{ A}$$

$$-3\cdot(-2/3) + 12\, I_2 = 6 \quad \rightarrow \quad I_2 = 1/3 \text{ A}$$

$i_{12} = I_1 - I_2 = (-2/3) - (1/3) = -1$ A, en el sentido de I_2

Sentido real de las corrientes



Teniendo en cuenta el sentido de las corrientes:
F.e.m. (2V) aporta: $P_{AP} = \varepsilon_2 \cdot i_1 - i_1^2 \cdot r = 2\cdot(2/3) - (2/3)^2 \cdot 1 = 0{,}89$ **W**
F.e.m. (7V) no circula corriente por ella, luego ni aporta ni consume potencia
F.e.m. (9V) aporta: $P_{AP} = \varepsilon_9 \cdot i_{12} - i_{12}^2 \cdot r = 9\cdot(1) - (1)^2 \cdot 1 = 8$ **W**
F.e.m. (3V) consume: $P_C = \varepsilon_3 \cdot i_2 + i_2^2 \cdot r = 3\cdot(1/3) + (1/3)^2 \cdot 1 = 1{,}11$ **W**

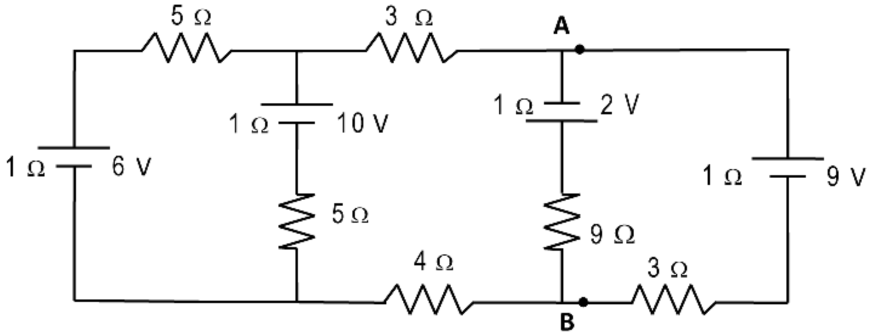
(b) Debemos calcular la diferencia de potencial entre las placas del condensador. Por el camino corto, siguiendo el sentido de i_1.

$V_C = i_1 \cdot (2+1+3) - (2+7) = -5$ V

$V_C < 0$ ⇒ que la placa superior del condensador está cargada negativamente

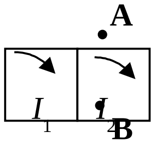
$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\ 100 \cdot 10^{-9} \cdot 5^2 = 1{,}25 \ \mu\text{J}$$

14. Calcular: (a) La potencia disipada en el generador de 9V calculando previamente el equivalente de Thevenin entre los puntos **A** y **B** del siguiente circuito. (b) La potencia disipada en la resistencia de 9 Ω.



RESOLUCIÓN:

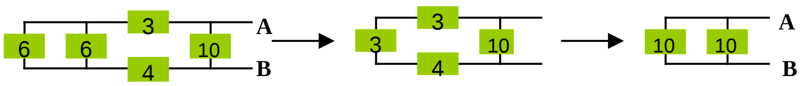
(a) Necesitamos la d.d.p. y la resistencia equivalente entre A y B, considerando las dos mallas a la izquierda del circuito:



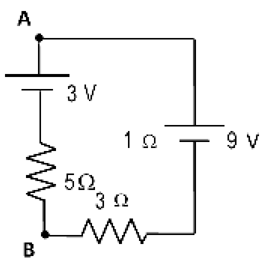
$$\begin{aligned} 12\,I_1 - 6\,I_2 &= -4 \\ -6\,I_1 + 23\,I_2 &= 12 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 12\,I_1 - 6\,I_2 &= -4 \\ -12\,I_1 + 46\,I_2 &= 24 \end{aligned}$$

$$40\,I_2 = 20 \quad \rightarrow \quad I_2 = 1/2\ \mathrm{A}$$

$\Rightarrow$ $V_{Th} = V_A - V_B = (1/2)\,(9+1) - 2 = 5 - 2 = 3V$ (polo positivo de V_{Th} en A)



$$R_{Th} = \frac{10 \cdot 10}{10+10} = 5\,\Omega$$



El equivalente de Thevenin, junto con la parte de circuito no utilizada queda:

La intensidad circulará en sentido antihorario: $I_3 = \frac{9-3}{9} = \frac{2}{3}\,A$

y la potencia disipada es: $\boxed{P_d = I^2 \cdot R = 0{,}67^2 \cdot 1 = 0{,}45\,W}$

(b) Necesitamos calcular la intensidad que circula por la resistencia R=9 Ω. I_3 del apartado (a) es una intensidad que realmente circula por el circuito, pero I_2 no lo es (sólo sirve para calcular el equivalente de Thevenin). Hay que calcular la intensidad real I'_2 de la malla 2. Dado que conocemos I_3

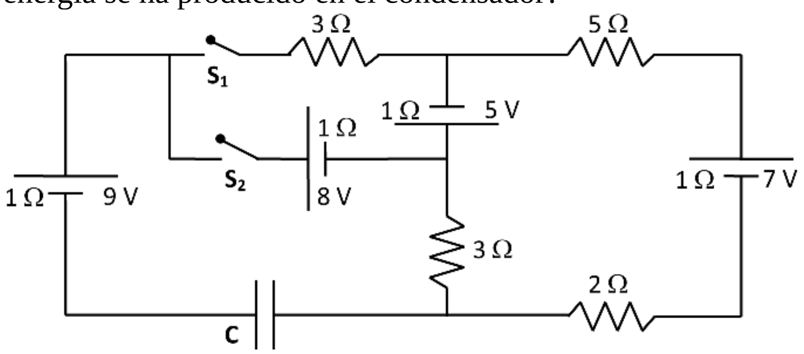
basta plantear la ecuación de la malla 3ª. Para recorrer la malla 3 tomamos el sentido de I_3 (antihorario):

$14\, I_3 - 10\, I'_2 = 9 + 2 \Rightarrow \qquad I'_2 = \dfrac{14 I_3 - 11}{10} = -\dfrac{5}{30} = -\dfrac{1}{6}\, A$

La corriente que pasa por R=9 Ω es: $i_{23} = I_3 - I'_2 = \dfrac{2}{3} - \left(-\dfrac{1}{6}\right) = \dfrac{5}{6} = 0{,}83\, A$, en el sentido de I_3. Y la potencia disipada en la resistencia:

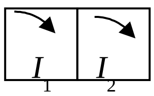
$$\boxed{P_d = I^2 \cdot R = 0{,}83^2 \cdot 9 = 6{,}25\, W}$$

15. En el circuito de la figura el condensador C, de 50 nF de capacidad, se encuentra descargado y los interruptores S_1 y S_2 abiertos. Si cerramos S_1, determinar (a) Las corrientes en cada rama en el instante inicial. (b) La carga final almacenada en el condensador. (c) Una vez que el condensador está totalmente cargado se abre el interruptor S_1, se cierra S_2 y esperamos que se estabilice el circuito (I_i = cte). ¿Qué variación de energía se ha producido en el condensador?



RESOLUCIÓN:

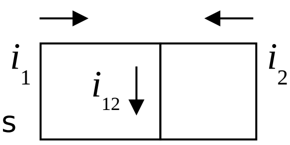
(a) En el instante inicial el condensador actúa como un cortocircuito. Tenemos dos mallas y las corrientes I_1 e I_2 son:



$$\begin{aligned} 8\, I_1 - 4\, I_2 &= 14 \\ -4\, I_1 + 12\, I_2 &= -12 \end{aligned} \qquad\Bigg|\qquad \begin{aligned} 24\, I_1 - 12\, I_2 &= 42 \\ -4\, I_1 + 12\, I_2 &= -12 \\ \hline 20\, I_1 &= 30 \quad \rightarrow\ I_1 = 3/2\ A \end{aligned}$$

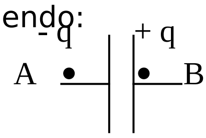
$8\,(3/2) - 4I_2 = 14 \quad \rightarrow \quad I_2 = -1/2$ A

$i_{12} = I_1 - I_2 = 3/2 - (-1/2) = 2$ A, en el sentido de I_1



Sentido real de las corrientes

(b) Necesitamos conocer la diferencia de potencial V_{A-B} entre los extremos del condensador. Cuando el condensador está totalmente cargado no circula corriente por su rama. Sólo circula corriente por la malla 2, siendo:

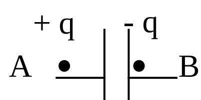


$I'_2 = (7+5)/12 = 1$ A, sentido anti-horario.

$V_A - V_B = (+1)\cdot 4 - (9+5) = -10$ V

$Q = C \cdot V = 50\cdot 10^{-9}.10 = 0{,}5\ \mu C$

(c) La situación es igual que en apartado anterior, pero cambia V_{A-B}



$I'_2 = (7+5)/12 = 1$ A, sentido anti-horario.
$V_A - V_B = (+1)\cdot 3 - (9 - 8) = +2$ V

La variación de energía es:

$$\Delta U = U_f - U_i = \frac{1}{2}CV_f^2 - \frac{1}{2}CV_i^2 = \frac{1}{2}C(V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2}50\cdot 10^{-9}(4-100) = -2{,}4\ \mu J$$