Problemas de:

Fundamentos Físicos de la Informática

Tema 8. Circuitos de corriente alterna

PROBLEMA 1. Una fuente alterna se conecta en un circuito RC serie, con R = 200 Ω y C = 5 μF. Calcula la intensidad de la corriente que circula.

Dato: $V = 200\cdot\sqrt{2}\, sen 1000t \ \ \mathrm{V}$

Utilizando la ley de Ohm en forma compleja:

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}}$$

Ponemos el potencial en forma de complejo:

$$V = 200\cdot\sqrt{2}\, sen 1000\, t \quad \Rightarrow \quad \overline{V} = 200 \underline{|0^o} \ \ \mathrm{V}$$

Y calculamos la impedancia, que al ser un circuito RC serie es:

$$\overline{Z} = R - jX_C$$

Con:

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{5\cdot 10^{-6}\cdot 1000} = 200\,\Omega \quad \Rightarrow \quad \overline{Z} = 200 - 200\,j = 200\sqrt{2}\underline{|-45^o} \ \ \Omega$$

Por tanto:

$$\rightarrow \quad \overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{200\underline{|0^o}}{200\sqrt{2}\underline{|-45^o}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\underline{|45^o} \ \ \mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad I = sen\,(1000\ t + \pi/4) \ \ \mathrm{A}$$

La intensidad está adelantada respecto del voltaje

PROBLEMA 2. Por un circuito RL serie, siendo L = 50 mH y $R = 20\cdot\sqrt{3}\,\Omega$, circula una corriente de intensidad $I=0.5\ sen\ (400t+\pi/6)$ A. Calcula la tensión aplicada.

Utilizando la ley de Ohm en forma compleja:

$$\bar{V} = \bar{I}\cdot\bar{Z}$$

Ponemos la intensidad en forma de complejo:

$$I = 0.5\cdot sen\,(400\,t + \pi/6) \quad\Rightarrow\quad \bar{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}\underline{|\phi_0} = \frac{1}{2\cdot\sqrt{2}}\underline{|30^o}\ \text{A}$$

Y calculamos la impedancia, que al ser un circuito RL serie es:

$$\bar{Z} = R + jX_L$$

$$X_L = L\omega = 50\cdot 10^{-3}\cdot 400 = 20\Omega$$

$$\Rightarrow\quad \bar{Z} = 20\cdot\sqrt{3} + 20j$$

Que en forma polar es:

$$\left.\begin{aligned} Z &= |\bar{Z}| = \sqrt{20^2\cdot 3 + 20^2} = 40 \\ \alpha &= arctg\,\frac{20}{20\sqrt{3}} = 30^o \end{aligned}\right\} \Rightarrow \bar{Z} = 40\,\underline{|30^o}$$

Por tanto: $\rightarrow$

$$\bar{V} = \bar{I}\cdot\bar{Z} = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\underline{|30^o}\right)\cdot\left(40\,\underline{|30^o}\right) = \frac{20}{\sqrt{2}}\underline{|60^o}\ \text{V}$$

$$V = 20\cdot sen\,(400\,t + \pi/3)\ \text{V}$$

El voltaje está adelantado respecto de la intensidad

PROBLEMA 3. Un circuito LC serie, con L = 20 mH y C = 25 μF, se encuentra conectado a una tensión $V = 100 \cdot \sqrt{2}\, sen\, (2000t + \pi/4)$ V. Calcula la intensidad en el circuito.

Ley de Ohm:

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}}$$

La tensión es:

$$V = 100 \cdot \sqrt{2}\, sen\, (2000t + \pi/4)\ \text{V} \rightarrow \overline{V} = 100 \underline{|45^o}\ \text{V}$$

Y la impedancia, por ser un circuito LC serie es:

$$\overline{Z} = j(X_L - X_C)$$

Con:

$$X_L = L\omega = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 = 40\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-6} \cdot 2000} = 20\Omega$$

Por tanto: $\rightarrow$

$$\overline{Z} = j(40 - 20) = 20j = 20 \underline{|+90^o}$$

Ahora:

$$\rightarrow \quad \overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{100\underline{|45^o}}{20\underline{|90^o}} = 5\underline{|-45^o}\ \text{A} \quad \Rightarrow \quad I = 5 \cdot \sqrt{2}\, sen\, (2000\,t - \pi/4)\ \text{A}$$

PROBLEMA 4. En un circuito RL la tensión aplicada es $V = 200 \cdot \sqrt{2}\, sen\,(5000t + \pi/4)\ \mathrm{V}$. La intensidad que circula por el mismo está desfasada 45º con respecto de la tensión. Si el valor la resistencia es e 50 Ω, calcula los valores de la autoinducción y de la intensidad.

A primera vista puede parecer que faltan datos … ¿pero?

Hay que observar que tenemos un circuito RL en serie donde:

$$\overline{Z} = R + jX_L = Z_e \underline{|\varphi^o}$$

Donde φ es la fase de la impedancia del circuito, o lo que es lo mismo la diferencia de fase entre V e I. Este es un dato que nos da el problema φ=45º y su valor debe ser positivo porque al tratarse de un circuito inductivo la tensión estará adelantada con respecto a la corriente.

A partir de:

$$\varphi = arctg \frac{X_L}{R} = 45^o \quad \rightarrow \quad \frac{X_L}{R} = tg\,45^o \quad \rightarrow \quad X_L = R \cdot tg\,45^o = 50 \cdot 1 = 50\ \Omega$$

$$\rightarrow \qquad X_L = L\omega \quad \rightarrow \quad L = \frac{X_L}{w} = \frac{50}{5000} = 0.01 = 10\ \mathrm{mH}$$

Ahora:

$$\overline{Z} = R + jX_L = 50 + j50 = 50\sqrt{2}\,\underline{|45^o}$$

$$\rightarrow \qquad \overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{200\underline{|45^o}}{50\sqrt{2}\,\underline{|45^o}} = \frac{4}{\sqrt{2}}\underline{|0^o}\ \mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad I = 4sen\,5000t\ \ \mathrm{A}$$

Que como puede comprobarse está retasada 45º con respecto a la tensión como decía el enunciado del problema.

PROBLEMA 5. Un circuito RLC serie está recorrido por una corriente I. Si R = 100 Ω, L = 190 mH y C =20 μF, calcula: (a) La impedancia equivalente. (b) La tensión aplicada. Dato: $I = \sqrt{2}\, sen\,(100\pi t + \pi/6)$ A

a) Primero calculamos la impedancia total:

$$\overline{Z} = R + j\left(X_L - X_C\right)$$

$$X_L = L\omega = 190\cdot 10^{-3}\cdot 100\pi = 19\pi\ \Omega; \qquad \text{y} \qquad X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{20\cdot 10^{-6}\cdot 100\pi} = \frac{500}{\pi}\ \Omega$$

Luego:

$$\overline{Z} = 100 - 99.5j \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left|\overline{Z}\right| = \sqrt{100^2 + 99.5^2} = 141 \\ \alpha = arctg\left(-\dfrac{99.5}{100}\right) \cong -45^{o} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{Z} = 141 \underline{|-45^{o}}\ (\Omega)$$

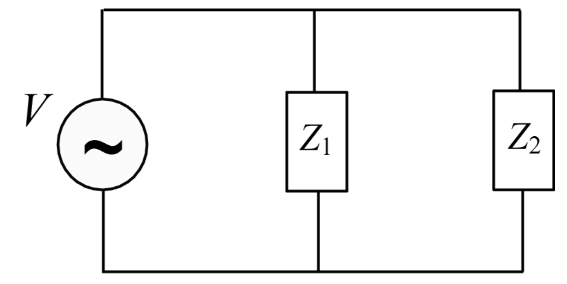
b)

$$\overline{V} = \overline{I}\cdot\overline{Z} = 1\ \underline{|30^{o}}\cdot 141\ \underline{|-45^{o}} = 141\ \underline{|-15^{o}}\ \text{V}$$

$$\Rightarrow \quad V \cong 200\, sen\,(100\,\pi t - \pi/12)\ \text{V}$$

PROBLEMA 6. En el circuito de la figura calcula: (a) La impedancia equivalente. (b) La intensidad de corriente en cada rama. (c) La potencia activa de la fuente.

Datos: $\overline{V} = 220\,\underline{|0^{\circ}}\ \text{V}$, $\overline{Z}_1 = 40\,\underline{|60^{\circ}}\ \Omega$, $\overline{Z}_2 = 30\,\underline{|-30^{\circ}}\ \Omega$



a) Z_1 y Z_2 están en paralelo

$$\overline{Z}_1 = 40\,\underline{|60^{\circ}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_1 = 40\cdot\cos(60^{\circ}) = 20\,(\Omega) \\ X_1 = 40\cdot sen(60^{\circ}) = 34.64\,(\Omega) \end{array} \right\} \rightarrow \overline{Z}_1 = 20 + j34.64\ \Omega$$

$$\overline{Z}_2 = 30\,\underline{|-30^{\circ}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_2 = 30\cdot\cos(-30^{\circ}) = 25.98\,(\Omega) \\ X_2 = 30\cdot sen(-30^{\circ}) = -15\,(\Omega) \end{array} \right\} \rightarrow \overline{Z}_2 = 25.98 - j15\ \Omega$$

$$\overline{Z}_e = \frac{\overline{Z}_1\cdot\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} = \frac{40\,\underline{|60^{\circ}}\cdot 30\,\underline{|-30^{\circ}}}{45.98 + j19.64} = \frac{1200\,\underline{|30^{\circ}}}{50\,\underline{|23.13^{\circ}}} = 24\,\underline{|6.87^{\circ}}\ \Omega$$

b)

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = \frac{220\,\underline{|0^{\circ}}}{40\,\underline{|60^{\circ}}} = 5.5\,\underline{|-60^{\circ}}\ \text{A}$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_2} = \frac{220\,\underline{|0^{\circ}}}{30\,\underline{|-30^{\circ}}} = 7.3\,\underline{|30^{\circ}}\ \text{A}$$

c) La potencia activa es:

$$P_{AC} = V_{ef}\cdot I_{ef}\cdot\cos\varphi$$

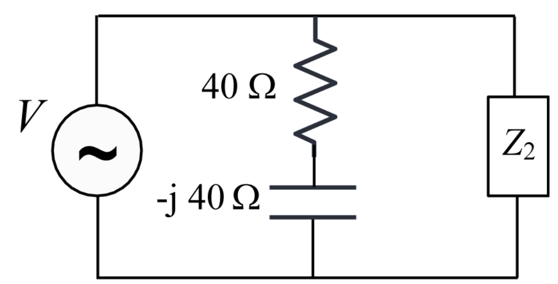
Siendo φ la fase total:

Con la I_{ef} total :

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z_e} = \frac{220}{24} = 9.167\ \text{A}$$

$$P_{AC} = 220\cdot 9.167\cdot\cos(6.87^{\circ}) = 2002\quad (W)$$

PROBLEMA 7. En el circuito de la figura V = 100 $|\underline{30^\circ}$ V. Si la intensidad total que suministra la fuente es I_T = 2.15 $|\underline{47.6^\circ}$ A, calcula el valor de la impedancia Z_2.



A partir de *V* e I_t podemos calcular la impedancia equivalente:

$$\overline{Z}_e = \frac{\overline{V}}{\overline{I}_t} = \frac{100\,|\underline{30^\circ}}{2.15\,|\underline{47.6^\circ}} = 46.51\,|\underline{-17.6^\circ} = 44.33 - j14.06\ \Omega$$

Además sabemos que:

$$\overline{Z}_1 = 40 - j\,40 = 40\sqrt{2}\ |\underline{-45^\circ}\ \ \Omega$$

Ahora como Z_1 y Z_2 están en paralelo:

$$\frac{1}{\overline{Z}_e} = \frac{1}{\overline{Z}_1} + \frac{1}{\overline{Z}_2} \rightarrow \frac{1}{\overline{Z}_2} = \frac{1}{\overline{Z}_e} - \frac{1}{\overline{Z}_1} \rightarrow \overline{Z}_2 = \frac{\overline{Z}_1 \cdot \overline{Z}_e}{\overline{Z}_1 - \overline{Z}_e}$$

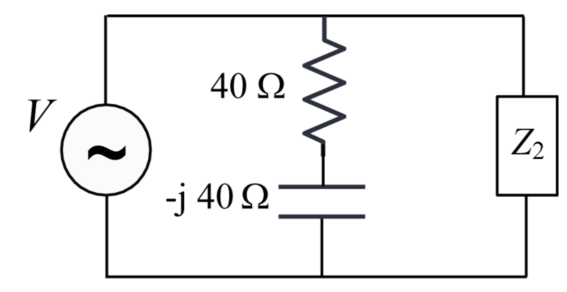
$$\overline{Z}_2 = \frac{46.51\,|\underline{-17.6^\circ} \cdot 40\sqrt{2}\,|\underline{-45^\circ}}{-4.33 - j\,25.94} = \frac{1860.4\sqrt{2}\ |\underline{-62.6^\circ}}{26.3\ |\underline{????}}$$

¿Qué ángulo debe ponerse en la fase del denominador?

El problema, realizado de esta forma, tiene una dificultad importante. Si operamos directamente con la calculadora, el *arc tg X/R* del denominador nos da (80.52º). Pero este valor no es válido porque correspondería a un número complejo con valores positivos de la parte real e imaginaria. Sin embargo, la parte real e imaginaria del denominador son ambas negativas y el número complejo que representan debe estar en el tercer cuadrante (no en el primero que corresponde al ángulo de 80.52º). Por lo tanto, el ángulo tiene un valor negativo que hay que contar desde el eje real, es decir: (80.52º) –180 = – 99.48

$$\overline{Z}_2 = \frac{1860.4\sqrt{2}\ |\underline{-62.6^\circ}}{26.3\ |\underline{-99.48^\circ}} = 100\ |\underline{36.88^\circ} = 80 + j\,60\ \ \Omega$$

PROBLEMA 7. En el circuito de la figura $V = 100\ \underline{|30°}$ V. Si la intensidad total que suministra la fuente es $I_T = 2.15\ \underline{|47.6°}$ A, calcula el valor de la impedancia Z_2.



Otra forma de resolver este problema:

También podemos resolver el problema como sigue:

Z_2 puede obtenerse de: $(1)\quad \overline{Z}_2 = \dfrac{\overline{V}}{\overline{I}_2}$

Siendo I_2 : $(2)\quad \overline{I}_2 = \overline{I}_t - \overline{I}_1$

Donde I_t es conocido e I_1 se calcula de: $(3)\quad \overline{I}_1 = \dfrac{\overline{V}}{\overline{Z}_1}$

Así, siguiendo el camino en sentido inverso:

$$(3)\quad \overline{I}_1 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = \frac{100\,\underline{|30^o}}{40\sqrt{2}\,\underline{|-45^o}} = 1.77\,\underline{|75^o} = 0.458 + j1.71$$

$$\text{conocemos}:\quad \overline{I}_t = 2.15\,\underline{|47.6^o} = 1.45 + 1.588$$

$$(2)\quad \overline{I}_2 = \overline{I}_t - \overline{I}_1 = (1.45 + j1.588) - (0.458 + j1.71) = 0.992 - j\,0.122 = 1\,\underline{|-7^o}\ \text{ A}$$

$$(1)\quad \overline{Z}_2 = \frac{\overline{V}}{\overline{I}_2} = \frac{100\,\underline{|30^o}}{1\,\underline{|-7^o}} = 100\ \underline{|37^o} \cong 80 + j\,60\ \ \Omega$$

De esta forma llegamos al mismo resultado, pero no se presenta la dificultad observada en el anterior procedimiento de resolución.

PROBLEMA 8. Tenemos un dispositivo conectado a un generador de alterna de 220 V eficaces y frecuencia 50 Hz. Este dispositivo presenta una impedancia de entrada $\bar{Z}_i = 200 \underline{|60^o} \ \Omega$. ¿Qué elemento y con qué valor deberíamos colocar en serie o en paralelo con la impedancia de entrada del dispositivo, para que la corriente suministrada por el generador estuviera en fase con la tensión?

En ambos casos, tanto colocando un elemento en serie (Z_S) o en paralelo (Z_P) con la impedancia de entrada, lo que debemos lograr es una reactancia cero para la impedancia total que se conecta a la fuente.

Caso serie:

$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_S + \bar{Z}_i = Z_T \underline{|0^o} \quad \rightarrow \quad \bar{X}_S + \bar{X}_i = 0$$

Como:

$$\bar{X}_i = 200\, sen\, 60^o = j173.2 \quad \Rightarrow \quad \bar{X}_S = -j173.2 \ \Omega$$

Por lo tanto debemos poner un condensador con reactancia de 173.2 Ω, cuya capacidad sería:

$$X_C = \frac{1}{C_S\, w}$$

Despejando C_S:

$$C_S = \frac{1}{X_c \cdot w} = \frac{1}{173.2 \cdot 2\pi \cdot 50} = 18.4\ \mu\mathrm{F}$$

PROBLEMA 8. Tenemos un dispositivo conectado a un generador de alterna de 220 V eficaces y frecuencia 50 Hz. Este dispositivo presenta una impedancia de entrada $\bar{Z}_i = 200 \underline{|60^o} \ \Omega$. ¿Qué elemento y con qué valor deberíamos colocar en serie o en paralelo con la impedancia de entrada del dispositivo, para que la corriente suministrada por el generador estuviera en fase con la tensión?

….continuación

Caso paralelo: También debemos colocar un condensador puesto que hay que compensar una reactancia inductiva. Para calcular su capacidad procedemos de la siguiente forma:

Teniendo en cuenta que: $\bar{Z}_P = X_C \underline{|-90^o} = -jX_C$ y $\bar{Z}_i = 200 \underline{|60^o} = 100 + j173.2$

$$\Rightarrow \bar{Z}_T = \frac{\bar{Z}_p \cdot \bar{Z}_i}{\bar{Z}_p + \bar{Z}_i} = \frac{X_C \underline{|-90^o} \cdot 200 \underline{|60^o}}{-jX_C + 100 + j173.2} = \frac{200 \cdot X_C \underline{|-30^o}}{100 + j(173.2 - X_C)} = Z_T \underline{|0^o}$$

Como la fase de la impedancia total ha de ser nula se tiene que cumplir que la fase del denominador sea igual a (-30º), por tanto:

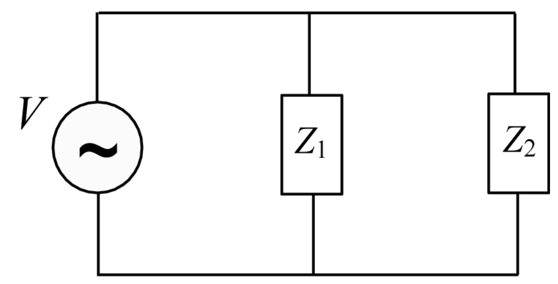
$$arc\,tg \frac{173.2 - X_C}{100} = -30^o \rightarrow 173.2 - X_C = 100 \cdot tg(-30^o)$$

$$\Rightarrow X_C = 173.2 - 100 \cdot tg(-30^o) = 230.9 \quad \Omega$$

Por lo tanto, ahora la capacidad del condensador es:

$$X_C = \frac{1}{C_P\, w} \rightarrow C_P = \frac{1}{X_c \cdot w} = \frac{1}{230.9 \cdot 2\pi \cdot 50} = 13.8\ \mu\text{F}$$

PROBLEMA 9. Calcula la potencia aparente, activa y reactiva de cada una de las ramas del circuito. Compara sus valores con la potencia aparente, activa y reactiva de la fuente. Datos: $\overline{V} = 100 \lfloor 45^{\circ}$ V ; $\vec{Z}_1 = 40\sqrt{3} + j\,40\ \Omega$; $\overline{Z}_2 = 50 - j\,50\sqrt{3}\ \Omega$



La potencia alterna es: $\overline{S} = P + jQ$, donde:

$$\left|\overline{S}\right| = V_{ef} \cdot I_{ef} \equiv \text{Potencia aparente}$$
$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\varphi \equiv \text{Potencia activa}$$
$$Q = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot sen\varphi \equiv \text{Potencia reactiva}$$

Necesitamos calcular la impedancia equivalente y las intensidades que circulan por cada rama y la total:

$$\overline{Z}_1 = 40\sqrt{3} + 40j = 80\lfloor 30^{\circ} \quad \text{y} \quad \overline{Z}_2 = 50 - 50\sqrt{3}j = 100\lfloor -60^{\circ}$$

$$\overline{Z}_e = \frac{\overline{Z}_1 \cdot \overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} = \frac{80\lfloor 30^{\circ} \cdot 100\lfloor -60^{\circ}}{119.28 - j\,46.6} = \frac{8000\lfloor -30^{\circ}}{128\lfloor -21.34^{\circ}} = 62.5\lfloor -8.66^{\circ}\ \Omega$$

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = \frac{100\lfloor 45^{\circ}}{80\lfloor 30^{\circ}} = 1.25\lfloor 15^{\circ}\ \text{A}$$

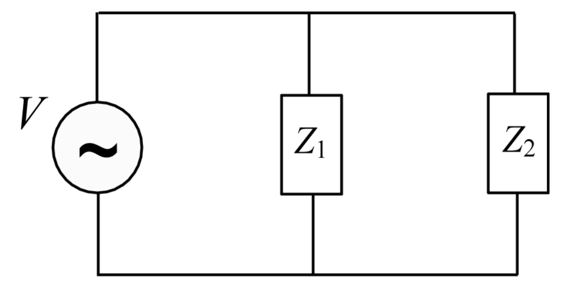
$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_2} = \frac{100\lfloor 45^{\circ}}{100\lfloor -60^{\circ}} = 1\lfloor 105^{\circ}\ \text{A}$$

$$\overline{I}_T = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_e} = \frac{100\lfloor 45^{\circ}}{62.5\lfloor -8.66^{\circ}} = 1.6\lfloor 53.66^{\circ}\ \text{A}$$

Ahora estamos en condiciones de realizar todos los cálculos, que se exponen en el siguiente cuadro:

PROBLEMA 9. Calcula la potencia aparente, activa y reactiva de cada una de las ramas del circuito. Compara sus valores con la potencia aparente, activa y reactiva de la fuente. Datos: $\bar{V} = 100 \underline{|45^{\circ}} \text{ V}$; $\vec{Z}_1 = 40\sqrt{3} + j\,40 \ \Omega$; $\bar{Z}_2 = 50 - j\,50\sqrt{3} \ \Omega$

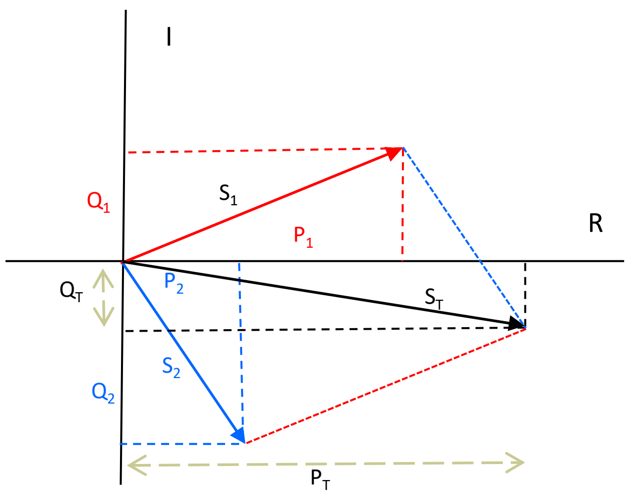
….continuación



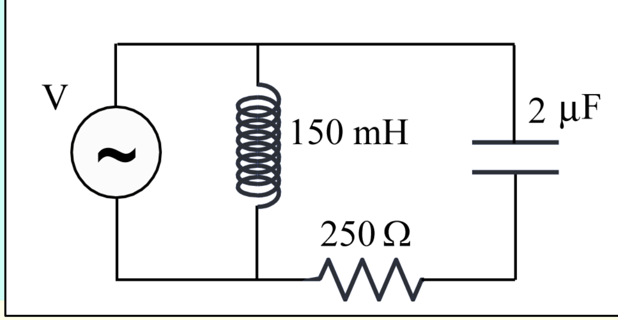
	V_{ef}	I_{ef}	Fase	S (V.A.) $V_{ef} \cdot I_{ef}$	P (W) $V_{ef} I_{ef} \cos\varphi$	Q (V.A.R) $V_{ef} I_{ef} sen\varphi$
Rama 1	100	1.25	30°	125	108	62.5
Rama 2	100	1	-60°	100	50	-86.6
Total	100	1.6	-8.66°	160	158	-24.1

Puede observarse que la suma de las potencias activas de las ramas coincide con la total. Lo mismo ocurre con la potencia reactiva. Pero la suma de las potencias aparentes de las ramas es menor que la potencia aparente de la fuente … **¿Por qué?**

$P_T = P_1 + P_2$ sumados sobre el eje real.
$Q_T = Q_1 + Q_2$ sumados sobre el eje imaginario.
S_T es una suma de módulos que se obtiene componiendo S1 y S2 con la regla del parelelogramo en el plano complejo



- PROBLEMA 10. En el circuito de la figura, calcula: (a) Las corrientes que circulan por la bobina y el condensador. (b) La potencia disipada en la resistencia.
- Dato: $V = 300\sqrt{2}\,sen(2000\,t + \pi/3)$



a)

$$\overline{V} = 300|\underline{60^{o}}\rangle; \qquad Lw = 150\cdot 10^{-3}\cdot 2000 = 300\ \Omega; \qquad \frac{1}{Cw} = \frac{1}{2\cdot 10^{-6}\cdot 2000} = 250\ \Omega$$

$$\overline{Z}_1 = jLw = j300 = 300|\underline{90^{o}}\rangle; \qquad \overline{Z}_2 = R = 250 = 250|\underline{0^{o}}\rangle; \qquad Z_3 = \frac{-j}{Cw} = -j250 = 250|\underline{-90^{o}}\rangle;$$

Z_2 y Z_3 están en serie:

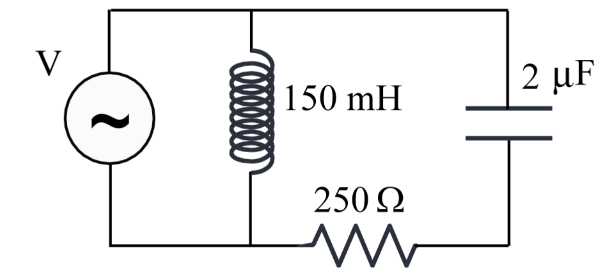
$$\overline{Z}_{23} = 250 - j250 = 250\sqrt{2}|\underline{-45^{o}}\rangle$$

Por tanto, las corrientes que circulan por L y C son:

$$\overline{I}_L = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = \frac{300|\underline{60^{o}}\rangle}{300|\underline{90^{o}}\rangle} = 1|\underline{-30^{o}}\rangle \quad \rightarrow \quad I_L = \sqrt{2}\,sen\,(2000\,t - \pi/6) \quad \mathrm{A}$$

$$\overline{I}_C = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_{23}} = \frac{300|\underline{60^{o}}\rangle}{250\sqrt{2}|\underline{-45^{o}}\rangle} = \frac{1.2}{\sqrt{2}}|\underline{105^{o}}\rangle \quad \rightarrow \quad I_C = 1.2\,sen\,(2000\,t + 7\pi/12) \quad \mathrm{A}$$

- PROBLEMA 10. En el circuito de la figura, calcula: (a) Las corrientes que circulan por la bobina y el condensador. (b) La potencia disipada en la resistencia.
- Dato: $V = 300\sqrt{2}\,sen(2000\,t + \pi/3)$



….continuación

b) Como la corriente que pasa por el condensador es la misma que pasa por la resistencia:

$$\bar{I}_C = \bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{23}} = \frac{1.2}{\sqrt{2}}\underline{|15^{\circ}\rangle};$$

La potencia disipada en *R* es:

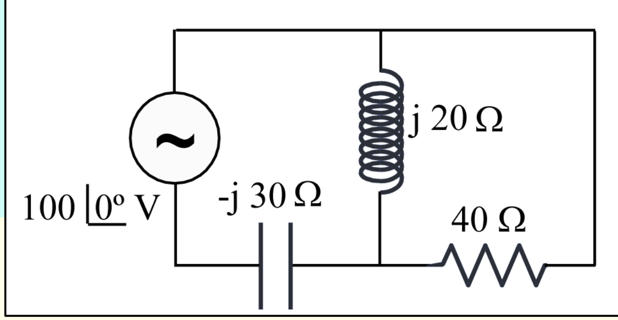
$$P_{dR} = I^2_{\mathrm{Re}f} \cdot R = \left(\frac{1.2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 250 = 180 \quad \mathrm{W}$$

Que debe ser igual a la potencia activa de la rama 2, donde se encuentran condensador y resistencia:

$$\rightarrow \quad P_{AC-Rama2} = V_{ef} I_{2ef} \cos\theta_2 = 300 \cdot \frac{1.2}{\sqrt{2}} \cos(-45^{\circ}) = 180 \quad \mathrm{W}$$

También debe ser igual a la potencia activa del generador, ya que sólo hay una resistencia en el circuito. Pero para calcular esta última la deberíamos conocer la fase de la impedancia total, que no se ha calculado en el ejercicio. Realizar el cálculo y comprobarlo.

- PROBLEMA 11. En el circuito de la figura determina: (a) La impedancia equivalente. (b) La potencia disipada en la resistencia.



a) Primero ponemos todas las impedancias en ambos formatos:

$$\bar{Z}_1 = -j30 = 30\angle -90^\circ; \qquad \bar{Z}_2 = j20 = 20\angle 90^\circ; \qquad \bar{Z}_3 = 40 = 40\angle 0^\circ;$$

Z_2 y Z_3 están en paralelo: →

$$\bar{Z}_{23} = \frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} = \frac{20\angle 90^\circ \cdot 40\angle 0^\circ}{40 + j20} = \frac{800\angle 90^\circ}{44.72\angle 26.57^\circ} = 17.89\angle 63.43^\circ = 8 + j16$$

Y Z_{23} y Z_1 están en serie: →

$$\bar{Z}_e = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_{23} = -j30 + 8 + j16 = 8 - j14 = 16.125\angle -60.26^\circ \ \Omega$$

b) La potencia disipada en la resistencia es igual a la potencia activa del generador:

$$P_{AC} = I_{ef} \cdot V_{ef} \cdot \cos\varphi$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z_e} = \frac{100}{16.125} = 6.2$$

$$P_{AC} = 6.2 \cdot 100 \cdot \cos(-60.26) = 307.5 \ \text{W}$$

También puede calcularse, aunque es más difícil, de la siguiente forma:

$$P_{dR} = I_{\mathrm{Re}f}^2 \cdot R$$

Para conocer I_{Ref} necesitamos saber la d.d.p. en extremos de R (V_{AB}). Que calculamos como:

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V} - \bar{V}_C = \bar{V} - \bar{I}_T \cdot \bar{Z}_1$$

Siendo:

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_e} = 6.2\angle 60.26^\circ$$

→

$$\bar{V}_C = \bar{I}_T \cdot \bar{Z}_1 = 6.2\angle 60.26^\circ \cdot 30\angle -90^\circ = 186\angle -29.74^\circ = 161.5 - j92.27$$

→

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V} - \bar{V}_C = -61.5 - j92.27 = 110{,}89\angle -123.68^\circ \ \text{V}$$

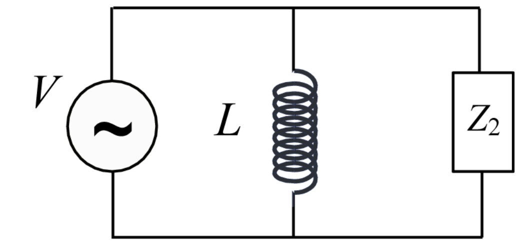
→

$$I_{\mathrm{Re}f} = \frac{V_{ABef}}{Z_3} = \frac{110{,}89}{40} = 2{,}77 \ A$$

⇒

$$P_{dR} = I_{\mathrm{Re}f}^2 \cdot R = 2{,}77^2 \cdot 40 = 307.5 \ \text{W}$$

- PROBLEMA 12. En el circuito de la figura, calcula: (a) La impedancia equivalente. (b) La potencia disipada en la impedancia Z_2.
- Datos: $V = 200\sqrt{2}\,sen(250t - \pi/6)$; L = 80 mH ; $\bar{Z}_2 = 40\angle{-60^\circ}\ \Omega$



a)

$$V = 200\angle{-30}; \quad Lw = 80\cdot 10^{-3}\cdot 250 = 20\ \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = j20 = 20\angle{90^\circ}; \qquad \bar{Z}_2 = 40\angle{-60^\circ} = 20 - j34.64;$$

$$\bar{Z}_e = \frac{\bar{Z}_1\cdot\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1+\bar{Z}_2} = \frac{20\angle{90^\circ}\cdot 40\angle{-60^\circ}}{j20+20-j34,64} = \frac{800\angle{30^\circ}}{20-j14,64} = \frac{800\angle{30^\circ}}{24,79\angle{-36,20^\circ}} \rightarrow \bar{Z}_e = 32,27\angle{66,20^\circ} = (13+j29,53)\ \Omega$$

b) Podemos obtener la potencia disipada en Z_2 de tres formas (cualquiera de ellas es válida):

b.1) Puesto que la única resistencia del circuito está en Z_2 la potencia disipada será igual a la potencia activa del generador:

$$P_{z_2} = P_{AC} = V_{ef}\cdot I_{Tef}\cos\varphi$$

$$\bar{I}_{Tef} = \frac{V_{ef}}{\bar{Z}_e} = \frac{200}{32,27} = 6,2\ A \qquad y \qquad \varphi = 66,20^\circ \rightarrow P_{z_2} = P_{AC} = 200\cdot 6,2\cdot\cos 66,2^\circ = 500\ \mathrm{W}$$

b.2) Calculando la intensidad eficaz que pasa por Z_2 y teniendo en cuenta la resistencia de Z_2:

$$P_{z_2} = I_{2ef}^2\cdot R_2$$

$$I_{2ef} = \frac{V_{ef}}{Z_2} = \frac{200}{40} = 5\ \mathbf{A} \qquad R_2 = Z_2\cos(-60^\circ) = 20\ \Omega \rightarrow P_{z_2} = I_{2ef}^2\cdot R_2 = 5^2\cdot 20 = 500\ \mathrm{W}$$

b.3) Calculando la potencia activa de la rama donde está Z_2: $\rightarrow$

$$P_{AC(R2)} = V_{ef}\cdot I_{2ef}\cos\varphi_2 = 200\cdot 5\cdot\cos(-60) = 500\ \mathrm{W}$$

- PROBLEMA 13. Un condensador con impedancia $\bar{Z}_1 = -j10\ \Omega$ está conectado en paralelo con una impedancia de valor $\bar{Z}_2 = 10\lfloor 36{,}87^o \rangle\ \Omega$ a un generador de corriente alterna. Calcula: (a) La impedancia total del circuito. (b) El factor de potencia, indicando si la intensidad se encuentra adelantada o retrasada respecto a la tensión. (c) El valor que debería tener la reactancia del condensador para que la tensión y la corriente estén en fase.

a)

$$\bar{Z}_1 = -j10 = 10\lfloor -90^o \rangle; \qquad \bar{Z}_2 = 10\lfloor 36.87^o \rangle = 8 + j6$$

Z_1 y Z_2 están en paralelo, luego:

$$\rightarrow \quad \bar{Z}_T = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{10\lfloor -90^o \rangle \cdot 10\lfloor 36.87^o \rangle}{8 - j4} = \frac{100\lfloor -53.13^o \rangle}{8{,}944\lfloor -26.565^o \rangle} = 11{,}18\lfloor -26.565^o \rangle = 10 - j5\ \Omega$$

b) El factor de potencia es:

$$Factor\ de\ potencia = \cos\varphi = \cos\ (-26.565) = 0.894$$

Como la fase de la impedancia total es negativa la intensidad se encuentra adelantada respecto de la tensión.

c) Para que tensión e intensidad estén en fase, la fase de la impedancia total debe ser cero. El valor de la reactancia X_C del condensador: $\bar{Z}_1' = -j\,X_C = X_C\lfloor -90^o \rangle$; debe cumplir:

$$\bar{Z}_T = \frac{\bar{Z}_1' \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1' + \bar{Z}_2} = \frac{X_C\lfloor -90^o \rangle \cdot 10\lfloor 36.87^o \rangle}{8 + (6 - X_C)\,j} = \frac{10\,X_C\lfloor -53.13^o \rangle}{8 + (6 - X_C)\,j} = Z_T\lfloor 0^o \rangle$$

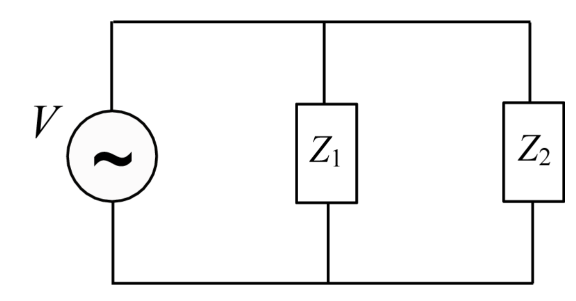
Por lo tanto la fase del denominador debe ser igual a la fase del numerador: $\varphi_d = -53.13^o$

$$\Rightarrow \quad arc\,tg\,\frac{6 - X_C}{8} = -53.13^o$$

De donde:

$$\rightarrow \quad X_C = 6 - 8 \cdot tg(-53.13) = 16.67\ \Omega$$

- PROBLEMA 14. En el siguiente circuito, ¿Qué valor debe tener Z_1 para que la corriente eficaz suministrada por el generador de alterna sea de 4 A y se encuentre en fase con la tensión? Calcula la potencia disipada en la impedancia Z_2.
- Datos: $\bar{V} = 120\angle 60^\circ$ V; $\bar{Z}_2 = 60\angle -30^\circ\ \Omega$



a) El problema nos aporta como dato la fase de la impedancia equivalente (0º) y podemos calcular su módulo como:

$$Z_e = \frac{V_{ef}}{I_{Tef}} = \frac{120}{4} = 30\,\Omega; \rightarrow \bar{Z}_e = 30\angle 0^\circ = 30\,\Omega$$

Como conocemos la impedancia de la otra rama:

$$\bar{Z}_2 = 60\angle -30^\circ = 51.96 - j30\,\Omega \rightarrow \frac{1}{\bar{Z}_e} = \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} \rightarrow \frac{1}{\bar{Z}_1} = \frac{1}{\bar{Z}_e} - \frac{1}{\bar{Z}_2} \rightarrow \bar{Z}_1 = \frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_e}{\bar{Z}_2 - \bar{Z}_e}$$

Sustituyendo valores:

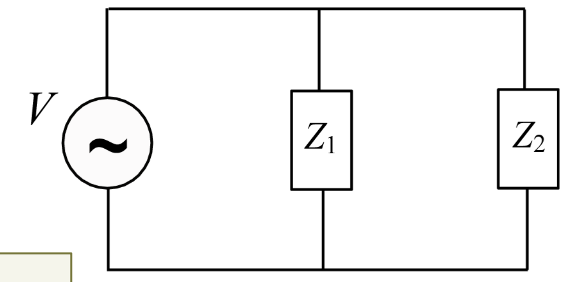
$$\bar{Z}_1 = \frac{60\angle -30^\circ \cdot 30\angle 0^\circ}{21.96 - j30} = \frac{1800\angle -30^\circ}{37.18\angle -53.8^\circ} = 48.4\angle 23.8^\circ\ \Omega$$

También se puede calcular $Z_1 = V/I_1$, siendo $I_1 = I_T - I_2$ con $I_2 = V/Z_2$ e $I_T = 4\angle 60^\circ$ A

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} = \frac{120\angle 60^\circ}{60\angle -30^\circ} = 2\angle 90^\circ = j2\text{ A} \qquad \bar{I}_T = 4\angle 60^\circ = 2 + j3.464\ A$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_T - \bar{I}_2 = 2 + j1.464 = 2.48\angle 36.2^\circ\text{ A} \rightarrow \bar{Z}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{I}_1} = \frac{120\angle 60^\circ}{2.48\angle 36.2^\circ} = 48.4\angle 23.8^\circ\ \Omega$$

- PROBLEMA 14. En el siguiente circuito, ¿Qué valor debe tener Z_1 para que la corriente eficaz suministrada por el generador de alterna sea de 4 A y se encuentre en fase con la tensión? Calcula la potencia disipada en la impedancia Z_2.
- Datos: $\overline{V} = 120 \lfloor 60^{\circ}$ V; $\overline{Z}_2 = 60 \lfloor -30^{\circ}$ Ω



….continuación

b) La potencia disipada en Z_2 podemos calcularla de dos formas. En ambas necesitamos conocer la intensidad eficaz que pasa por ella:

$$\rightarrow \quad I_{2ef} = \frac{V_{ef}}{Z_2} = \frac{120}{60} = 2\ A;$$

b.1) $P_{dZ2} = I_{2ef}^2 \cdot R$; siendo R la parte real de Z_2 :

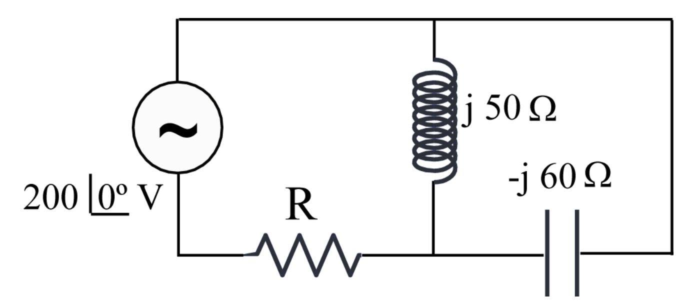
como: $\overline{Z}_2 = 60 \lfloor -30^{\circ} \rangle = 51.96 - j30\ \Omega \quad \rightarrow \quad R = 51.95\ \Omega$

Así: $\quad P_{dR} = (2)^2 \cdot 51.95 = 207.8\ \text{W}$

b.2) La potencia disipada en Z_2 es también la potencia activa de la rama 2, donde se encuentra:

$$P_{ACZ2} = V_{ef} \cdot I_{2ef} \cdot \cos\varphi_2 = 120 \cdot 2 \cdot \cos(-30^{\circ}) = 207.8\ \text{W}$$

- PROBLEMA 15. Sabiendo la corriente suministrada por la fuente se encuentra retrasada 36.87º con respecto a la tensión, calcula: (a) El valor de R. (b) La potencia activa del generador.



a) Si la corriente se encuentra retrasada 36.87º, este es el ángulo de la impedancia total del circuito:

Tenemos: $\overline{Z}_1 = R = R\lfloor 0^o \rangle; \quad \overline{Z}_2 = j\,50 = 50\lfloor 90^o \rangle; \quad Z_3 = -j\,60 = 60\lfloor -90^o \rangle;$

Z_2 y Z_3 están en paralelo: $\rightarrow$ $\overline{Z}_{23} = \dfrac{\overline{Z}_2 \cdot \overline{Z}_3}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3} = \dfrac{50\lfloor 90^o \rangle \cdot 60\lfloor -90^o \rangle}{-j\,10} = \dfrac{3000\lfloor 0^o \rangle}{10\lfloor -90^o \rangle} = 300\lfloor 90^o \rangle = j\,300$

Z_{23} y Z_1 están en serie: $\rightarrow$ $\overline{Z}_e = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_{23} = R + j\,300$

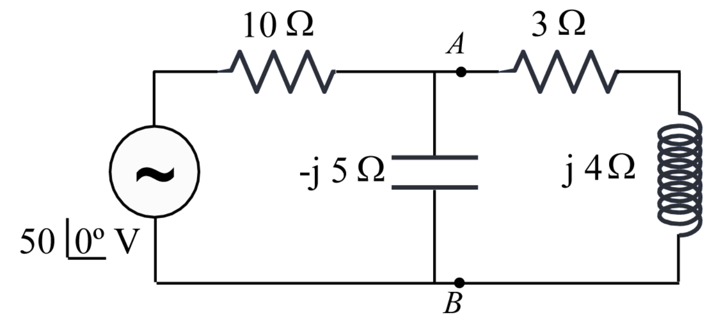
Como sabemos que φ = 36,87º y φ = arc tg X/R: $\rightarrow$ $\dfrac{300}{R} = tg\,36.87$ $\Rightarrow$ $R = \dfrac{300}{tg\,36.87} = 400\ \Omega$

b) $P_{AC} = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\varphi$ Debemos calcular: $I_{ef} = \dfrac{V_{ef}}{Z_e};$ Siendo: $\overline{Z}_e = 400 + j\,300 = 500\lfloor 36{,}87^o \ \Omega$

$I_{ef} = \dfrac{V_{ef}}{Z_e} = \dfrac{200}{500} = 0.4\ \text{A}$ $\Rightarrow$ $P_{AC} = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\varphi = 200 \cdot 0.4 \cdot \cos 36.87^o = 64\ \text{W}$

Valor que coincide con la potencia disipada en R, como podemos comprobar: $P_{dR} = I_{ef}^2 \cdot R = 0{,}4^2 \cdot 400 = 64\ W$

PROBLEMA 16. Calcula la potencia suministrada por el generador de tensión del circuito de la figura, y la potencia disipada en cada resistencia.



Conocido el potencial, para calcular la potencia necesitamos conocer la intensidad eficaz que suministra la fuente y la fase de la impedancia total, así que procedemos a su calculo.

$$\overline{Z}_1 = 10; \qquad \overline{Z}_2 = -5j = 5\,\underline{|-90^o}; \qquad \overline{Z}_3 = 3+4j = 5\,\underline{|53.13^o}$$

Z_2 y Z_3 están en paralelo:

$$\overline{Z}_{23} = \frac{\overline{Z}_2 \cdot \overline{Z}_3}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3} = \frac{5\,\underline{|-90^o} \cdot 5\,\underline{|53.13^o}}{(-5j)+(3+4j)} = 7.9\,\underline{|-18.44^o} = 7.49 - 2.5j \;\; \Omega$$

Z_{23} y Z_1 están en serie:

$$\overline{Z}_T = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_{23} = 17.49 - 2.5j = 17.67\,\underline{|-8.14^o} \;\; \Omega$$

Con la impedancia total podemos obtener la intensidad que suministra el generador: →

$$\overline{I}_T = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_e} = \frac{50\,\underline{|0^o}}{17.67\,\underline{|-8.14^o}} = 2.83\,\underline{|8.14^o} = (2.8+0.4j) \;\; \text{A}$$

Por tanto la potencia suministrada por el generador es:

$$P_{AC} = V_{ef} \cdot I_{T_{ef}} \cdot \cos\varphi = 50 \cdot 2.83 \cdot \cos(8.14) = 140 \;\; \text{W}$$

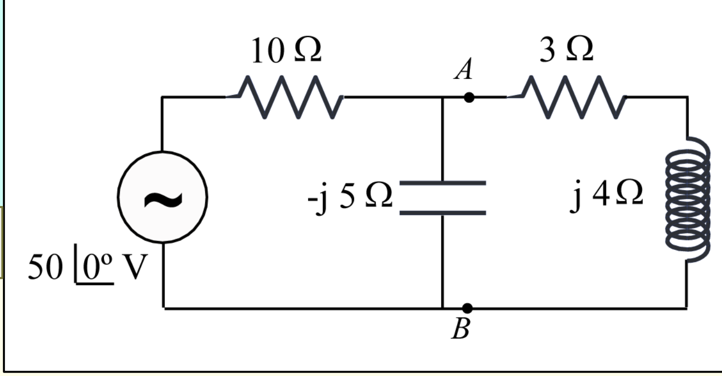
Como la I_T pasa por la resistencia de 10 Ω la potencia disipada en esta resistencia es: →

$$P_{10} = I_{T_{ef}}^{\;2} \cdot R = (2.83)^2 \cdot 10 = 80 \;\; \text{W}$$

Hay dos resistencias en el circuito. Por tanto podemos obtener directamente la potencia que se disipada en *R*=3Ω, en la forma: →

$$P_{R3} = P_{AC} - P_{R10} = 140 - 80 = 60 \;\; \text{W}$$

PROBLEMA 16. Calcula la potencia suministrada por el generador de tensión del circuito de la figura, y la potencia disipada en cada resistencia.



….continuación

La potencia disipada en resistencia de 3 Ω también puede calcularse a partir de conocer la intensidad eficaz que circula por ella, aunque es más largo y difícil:

Calculamos primero la caída de tensión en la resistencia de 10 Ω →

$$\overline{V}_{R_{10}} = \overline{I}_T \cdot \overline{Z}_1 = 28.3 \angle 8.14^\circ = 28 + 4j \ \ \text{V}$$

Ahora la diferencia de potencial entre los puntos A y B: →

$$\overline{V}_A - \overline{V}_B = \overline{V} - \overline{V}_{R_{10}} = 50 - (28 + 4j) = 22 - 4j = 22.36 \angle -10.3^\circ \ \ \text{V}$$

De modo que la intensidad que circula por la resistencia de 3 Ω es: →

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{V}_A - \overline{V}_B}{\overline{Z}_3} = \frac{22.36 \angle -10.3^\circ}{5 \angle 53.13^\circ} = 4.47 \angle -63.43^\circ = (2 - 4j) \ \ \text{A}$$

Y por tanto la potencia disipada en la resistencia de 3Ω :

$$P_{R3} = I_{2_{ef}}{}^2 \cdot R = (4.47)^2 \cdot 3 = 60 \ \ \text{W}$$