TEMA 7: CIRCTUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

- **Generadores**
- **Leyes de Kirchhoff**
- **Resolución de circuitos:**
  - Método de las corrientes cíclicas de Maxwell
  - Aplicación del Teorema de Thévenin

Generadores

Hay que suministrar energía a las cargas para mantener una corriente en un circuito.

GENERADOR: transforma energía

química	en energía eléctrica	→	batería
mecánica		→	dinamo
luminosa		→	célula fotovoltaica

GENERADOR: viene caracterizado por su fuerza electromotriz (f.e.m.= ε)

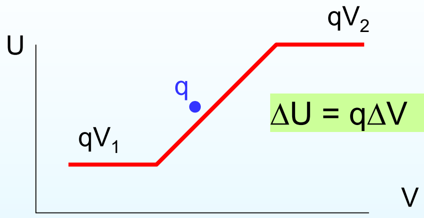
Fuerza electromotriz
(Es un potencial no una fuerza)

$$\varepsilon = \frac{dU}{dq}$$

Dimensiones de potencial: **Voltio**

Generadores

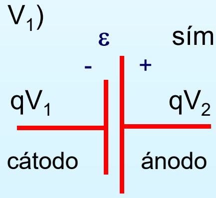
Un generador realiza trabajo sobre la carga que pasa a través de él, elevando su energía potencial eléctrica



$\Delta U = q\Delta V$

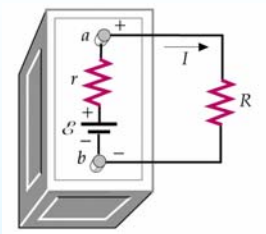
Energía suministrada $U = q\,(V_2 - V_1)$

símbolo eléctrico



Generadores

Un generador real posee una resistencia interna r de forma que la d.d.p. entre sus bornes es:



$V_{AB} = \varepsilon - Ir$

En un generador ideal la resistencia interna es nula y por tanto: $V_{AB} = \varepsilon$

Si un generador con resistencia interna r_i está suministrando una corriente i a un circuito, la **potencia aportada** por el generador es:

$$P_{AP} = V_{AB} \cdot i = \varepsilon \cdot i - i^2 \cdot r_i \quad [\mathrm{W}]$$

Potencia bruta ($\varepsilon \cdot i$) menos la potencia disipada por efecto Joule ($i^2 \cdot r_i$) en la resistencia

Generadores

RECEPTOR. Transforma energía eléctrica en energía:

- mecánica: motor
- química: acumulador (batería coche)

Viene caracterizado por su **fuerza contraelectromotriz** (f.c.e.m., ε')

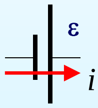
Un receptor real posee una resistencia interna r´ de forma que entre sus bornes:

$$V_{AB} = \varepsilon' + Ir'$$

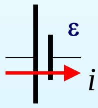
Matemáticamente los receptores se tratan como generadores con los polos cambiados

En los circuitos tendremos f.e.m. que actuarán como generadores si están aportando corriente al circuito o como receptores si consumen corriente del circuito.

Generador



Receptor



Si un generador con resistencia interna r_i está actuando como receptor en un circuito y por el circula una corriente i, la **potencia consumida** por el generador es:

$$P_C = V_{AB} \cdot i = \varepsilon \cdot i + i^2 \cdot r_i \quad [\mathrm{W}]$$

Circuitos de corriente continua

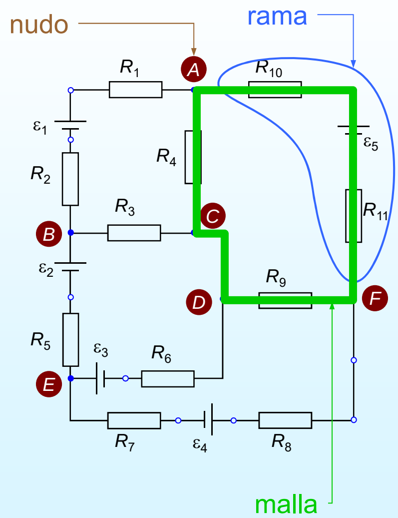
Conceptos:

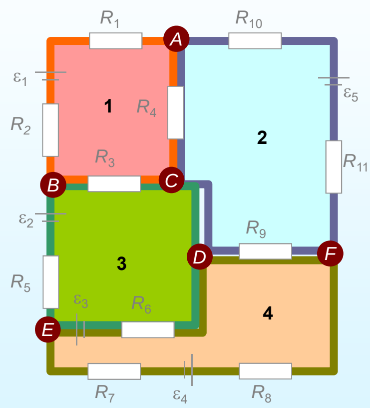
NUDO : punto del circuito donde concurren más de dos conductores

RAMA : porción de circuito comprendido entre dos nudos consecutivos y recorrido por la misma corriente

MALLA : camino cerrado por conductores. Se obtiene partiendo de un nudo y regresando a él, sin pasar dos veces por la misma rama

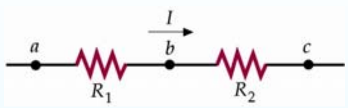
Nudos, ramas y mallas





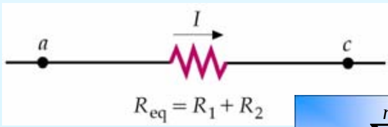
Asociación de resistencias

Resistencias en Serie



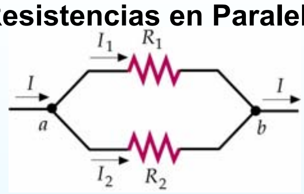
$$V = V_{ac} = V_{ab} + V_{bc} = IR_1 + IR_2$$

$$V_{ac} = I(R_1 + R_2)$$



$$R_t = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Resistencias en Paralelo

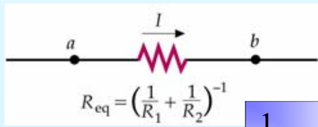


$$V = V_{ab} = I_1 R_1$$

$$V_{ab} = I_2 R_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$I = V_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$



$$\frac{1}{R_t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Leyes de Kirchhoff

a) **LEY DE LOS NUDOS.** En un nudo la suma de las corrientes que entran es igual a la suma de las corrientes que salen (Ley de conservación de la carga)

$$\sum_i I_i = 0$$

b) **LEY DE LAS MALLAS.** En una malla la suma de las diferencias de potenciales es igual a cero (Ley de conservación de la energía)

$$\sum_i V_i = 0 \quad \rightarrow \quad \sum_i I_i \cdot R_i = \sum_j \varepsilon_j$$

Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito. Criterio de signos

En un camino cerrado: $\rightarrow$ $\sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j = 0$

Entre los puntos A y B: $\rightarrow$ $V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j$

Criterio de signos:

- Definir un camino para ir de A hasta B
- Para cada rama (i) que compone el camino: $I_i > 0$ si el sentido de la corriente es el mismo que el elegido para ir de A hasta B.
- Para cada fem (j) que esté en el camino: $\varepsilon_j > 0$ si al ir de A hacia B encontramos primero el polo negativo del generador.

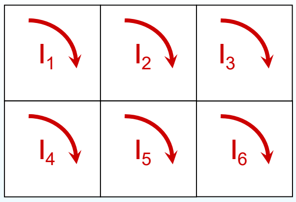
Resolución de circuitos: Método de las corrientes de malla

1º) Se divide el circuito en:

mallas independientes.

2º) A cada malla independiente se le asigna una

CORRIENTE DE MALLA.



Ejemplo con 6 mallas

Las corrientes de malla son ficticias y su sentido se puede elegir (horario o anti-horario), pero ha de ser el mismo para todas las mallas

3º) Se aplica la ley de las mallas, planteando tantas **ecuaciones como mallas independientes** tiene el circuito

Al plantear las ecuaciones el sentido de recorrido de las mallas es el mismo que el asignado a las corrientes

Método de las corrientes de malla

Las corrientes I_i de las *n* mallas independientes pueden obtenerse a partir de la expresión:

$$\begin{pmatrix} +R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \dots & -R_{1n} \\ -R_{21} & +R_{22} & -R_{23} & \dots & -R_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -R_{n1} & -R_{n2} & -R_{n3} & \dots & +R_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

- R_{ii} **= resistencia total de la malla *i*.**
- R_{ij} **= resistencia total de la rama *ij*, lógicamente $i \neq j$.**

  (*Rij* = 0 si las mallas *i* y *j* no tienen una rama común).

- ε_i **= suma de las *fem* presentes en la malla *i*, considerando su signo.**

Método de las corrientes de malla

Una vez conocidas todas las intensidades de malla

La intensidad de la rama *ij* puede calcularse a partir de la expresión:

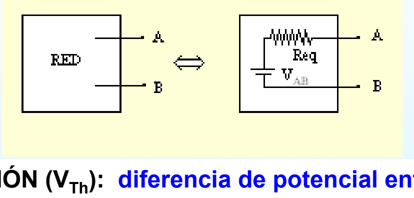
$$i_{ij} = I_i - I_j$$

- Si $i_{ij} > 0$
  la corriente de rama tiene el mismo sentido que la corriente de **malla *i*.**

- Si $i_{ij} < 0$
  la corriente de rama tiene el mismo sentido que la corriente de **malla *j*.**

Teorema de Thévenin

Cualquier porción de circuito <u>entre dos puntos</u> A y B es equivalente a una FUENTE DE TENSIÓN en serie con una RESISTENCIA, cuyos valores son:



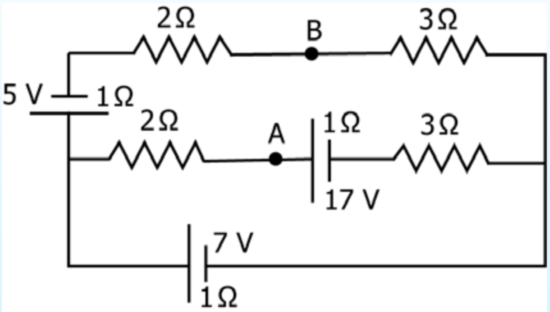
- **FUENTE DE TENSIÓN (V_{Th}): diferencia de potencial entre los puntos A y B**

- **RESISTENCIA (R_{Th}): Resistencia equivalente entre los puntos A y B (eliminando los generadores)**

Tanto para calcular V_{Th} como R_{Th} ha de considerarse únicamente la porción de circuito que se reemplazará por el equivalente

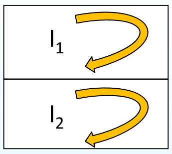
Resolución de circuitos: Ejemplos

En el circuito de la figura, calcula: (a) La diferencia de potencial entre los puntos **A** y **B**. (b) La potencia aportada o consumida, según sea el caso, por los generadores del circuito.



(a) La diferencia de potencial entre los puntos **A** y **B**.

Para contestar a ambas preguntas necesitamos conocer el valor y sentido de las corrientes que hay circulando en el circuito, donde tenemos dos mallas independientes. Aplicando el método de las corrientes de mallas:



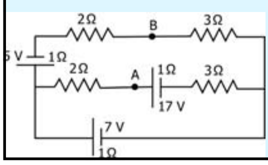
$$\left.\begin{array}{r} 12I_1 - 6I_2 = 12 \\ -6I_1 + 7I_2 = -10 \end{array}\right\rangle \quad \begin{array}{c} x\,7 \\ x\,6 \end{array} \quad \left.\begin{array}{r} 84I_1 - 42I_2 = 84 \\ -36I_1 + 42I_2 = -60 \end{array}\right\rangle$$

$$48I_1 \; + \; 0 \; = \; 24$$

$$\rightarrow \; I_1 = \frac{1}{2}A \qquad 12x(1/2) - 6I_2 = 12 \;\rightarrow\; 6I_2 = -6 \qquad \rightarrow \; I_2 = -1A$$

La corriente de la rama común a ambas mallas es: $i_{12} = I_1 - I_2 = \frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}A$

Como i_{12} es positiva su sentido será el mismo que el de I_1

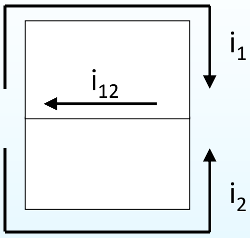


Puede observarse que si: $i_{12} = I_2 - I_1 = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}A$

Al ser $i_{12}<0$ su sentido será el de la corriente de malla que está con signo negativo en la expresión. Es decir también I_1

(a) La diferencia de potencial entre los puntos **A** y **B**.

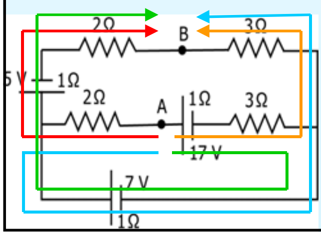
Ante de proseguir y para evitar errores innecesarios con los signos es aconsejable dibujarse en un esquema el sentido real de las corrientes de rama del circuito



Siendo ahora i_1=1/2 A, i_2=1 A e i_{12}=3/2 A, todos valores positivos en el sentido que se indica en la figura. A partir de aquí trabajaremos con estas corrientes de rama.

Para calcular la d.d.p. entre A y B hay que definir antes un camino para ir de A a B. Tenemos 4 opciones diferentes:

$$V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j$$



C1: $V_A - V_B = i_{12} \cdot 2 + i_1(1+2) - (-5) = 3 + 1.5 + 5 = 9.5 \text{ V}$

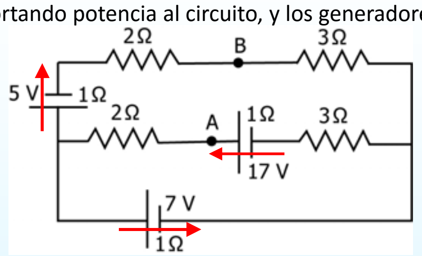
C2: $V_A - V_B = -i_{12} \cdot (1+3) - i_1 \cdot 3 - (-17) = -6 - 1.5 + 17 = 9.5 \text{ V}$

C3 $V_A - V_B = i_{12} \cdot 2 + i_2 \cdot 1 - i_1 \cdot 3 - (-7) = 3 + 1 - 1.5 + 7 = 9.5 \text{ V}$

C4 $V_A - V_B = -i_{12} \cdot (1+3) - i_2 \cdot 1 + i_1 \cdot (1+2) - (-17 + 7 - 5) = -6 - 1 + 1.5 + 15 = 9.5 \text{ V}$

(b) La potencia aportada o consumida, según sea el caso, por los generadores del circuito.

Teniendo en cuenta el sentido real de las corrientes de rama, el generador de 17 V está aportando potencia al circuito, y los generadores de 5 y 7 V están consumiendo.



$$P_{AP} = i \cdot \varepsilon - i^2 \cdot r_i$$

$$P_C = i \cdot \varepsilon + i^2 \cdot r_i$$

$\varepsilon_1 = 17 \text{ V}$ → $P_{AP} = i_{12} \cdot \varepsilon_1 - i_{12}^2 \cdot r_i = \frac{3}{2} \cdot 17 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 1 = 25.5 - 2.25 = 23.25 \text{ W}$

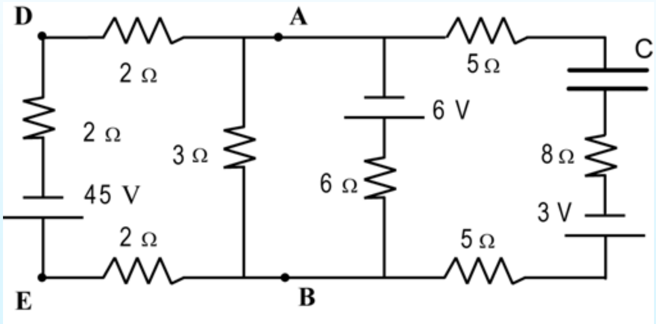
$\varepsilon_2 = 5 \text{ V}$ → $P_C = i_1 \cdot \varepsilon_2 + i_1^2 \cdot r_i = \frac{1}{2} \cdot 5 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = 2.5 + 0.25 = 2.75 \text{ W}$

$\varepsilon_3 = 7 \text{ V}$ → $P_C = i_2 \cdot \varepsilon_3 + i_2^2 \cdot r_i = 1 \cdot 7 + (1)^2 \cdot 1 = 7 + 1 = 8 \text{ W}$

Dado que la potencia consumida en fem de 5 y 7 V es menor que la potencia aportada por la fem de 17 V ¿Qué ocurre con el exceso de potencia suministrada por este último generador?

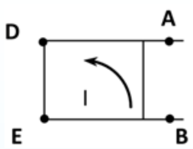
Resolución de circuitos: Ejemplos

En el instante inicial (t=0 s) el condensador C=8 nF se encuentra descargado. Calcula: (a) El equivalente de Thevenin entre los puntos A y B de la porción de circuito ABDE. (b) La potencia que se disipa en la resistencia de 6 Ω en t=0s. (c) La energía almacenada en el condensador cuando se encuentre completamente cargado.



(a) Equivalente de Thevenin entre los puntos A y B de la porción de circuito ABDE.

Seleccionamos para trabajar únicamente la porción de circuito deseamos sustituir por su equivalente



Primero calculamos V_{Th}: En esta porción de circuito sólo hay una malla. Y teniendo en cuenta las f.e.m. el sentido de la corriente debe ser antihorario

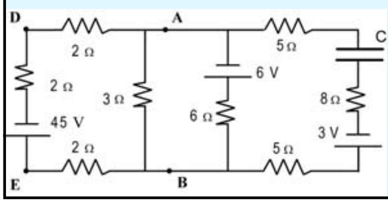
$$I = \frac{45}{9} = 5A \quad \rightarrow \quad V_A - V_B = -5 \cdot 3 = -15 \quad V$$

Nota importante: La corriente que hemos calculado no es real y sólo sirve para calcular $V_A - V_B$

R_{Th}) Las 3 resistencias de 2 Ω están en serie y el resultado en paralelo con 3 Ω.

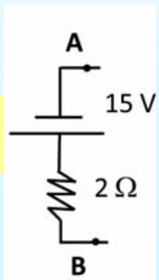
$$R_{Th} = \frac{3 \cdot (2+2+2)}{3+(2+2+2)} = 2 \quad \Omega$$

El circuito equivalente es:



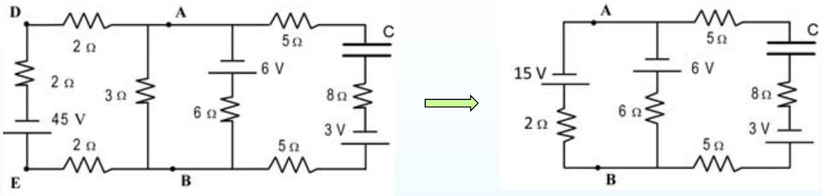
IMPORTANTE
Polo negativo de la pila debe colocarse en A porque:

$$V_A - V_B < 0$$



(b) La potencia que se disipa en la resistencia de 6 Ω en t=0s.

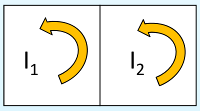
Ahora sustituimos la porción de circuito ABDE por su equivalente y seguimos con la resolución



Como $P_d = i^2 \cdot R$, necesitamos conocer la corriente que pasa por R= 6 Ω en t=0 s.

En t=0 s el condensador está descargado, luego la d.d.p. entre sus bornes es nula y actúa como un cortocircuito.

Utilizando el método de las corrientes de malla en la figura derecha:



Malla 1: $8I_1 - 6I_2 = 9$ $\quad x4 \quad$ $32I_1 - 24I_2 = 36$

Malla 2: $-6I_1 + 24I_2 = 3$ $\quad\quad$ $-6I_1 + 24I_2 = 3$

$$26I_1 \; + \; 0 \; = \; 39$$

$$\rightarrow \quad I_1 = \frac{3}{2}\,A$$

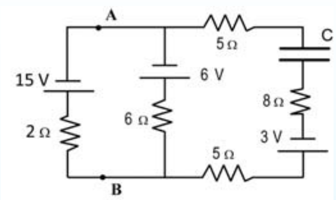
Ahora calculamos I_2

$$8\frac{3}{2} - 6I_2 = 9 \quad \rightarrow \quad 6I_2 = 12 - 9$$

$$\rightarrow \quad I_2 = \frac{1}{2}\,A$$

(b) La potencia que se disipa en la resistencia de 6 Ω en t=0s.

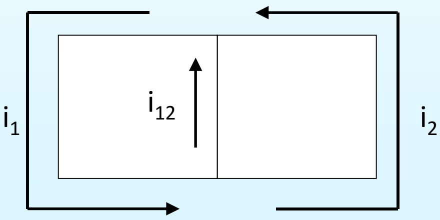
Por los resultados obtenidos (I_1 e I_2 >0) ambas corrientes tienen su sentido correcto. Ahora, la corriente que pasa por R=6 Ω es la corriente de rama común a las dos mallas.



$$i_{12} = I_1 - I_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1\,A$$

Dado que el resultado es positivo, el sentido de i_{12} será el mismo que el de I_1.

Los sentidos de las corrientes de rama en el instante inicial t=0 s, son:

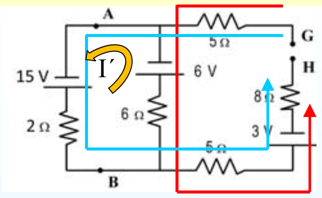


Y la potencia disipada en R=6 Ω

$$P_d = i_{12}^2 \cdot R = 6\,W$$

(c) La energía almacenada en el condensador cuando se encuentre completamente cargado.

Cuando el condensador se carga completamente actúa como un circuito abierto (en la rama donde está situado no circula corriente).



La d.d.p. entre sus bornes (G y H), que necesitamos calcular para obtener la energía que almacena, es la que la que pone el resto del circuito entre esos dos puntos.

Ahora solo circula corriente por el único camino cerrado que queda (malla en izquierda de figura). Teniendo en cuenta las f.e.m. su sentido será antihorario y su valor:

$$I' = \frac{15-6}{2+6} = 1.125\ A$$

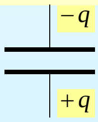
Para calcular V_G-V_H tenemos dos caminos posibles:

Cam. Rojo: $V_G - V_H = -I' \cdot 6 - (6-3) = -9.75\ \text{V}$

Cam. Azul: $V_G - V_H = I' \cdot 2 - (15-3) = -9.75\ \text{V}$

IMPORTANTE: Por las dos resistencias de 5 Ω y la de 8 Ω no circula corriente por lo que no contribuyen a la d.d.p. entre G y H. La f.e.m de 3 V sí contribuye aunque no pase corriente por ella

Hay mayor potencial en H que en G. La carga positiva se situaría en el borne H del condensador



Y la energía almacenada es:

$$U = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} 8 \cdot 10^{-9} \cdot 9.75^2 = 0.38\ \mu\text{J}$$