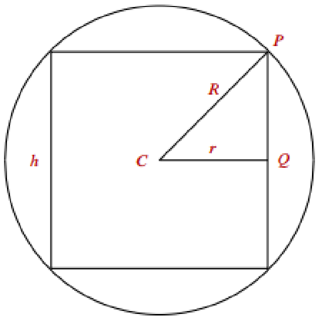
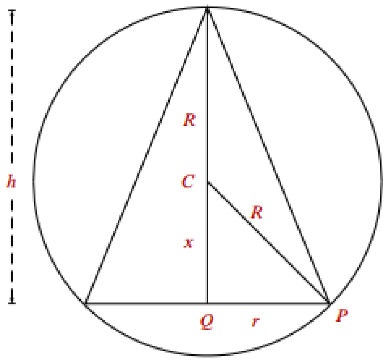
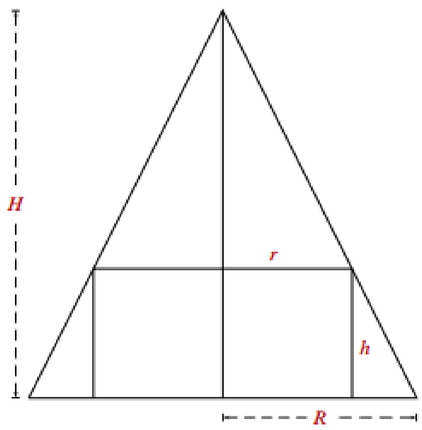
Ejercicio 1. Calcula las medidas de un CCR (Cilindro Circular Recto) con el mayor volumen posible que se inscribe en una esfera de radio R. NOTA: Consideramos un cilindro recto con base circular de radio r y altura h (inscrito en una esfera). Suponiendo que tanto la esfera como el cilindro son transparentes y que sólo sus contornos se ven, esto es, si consideramos una sección transversal del cuerpo, la figura representativa de ellos es la misma que se tiene para una circunferencia de radio R y un rectángulo inscrito en ella de base 2r y altura h.



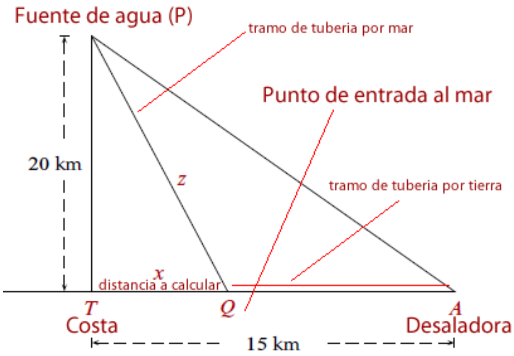
Ejercicio 2. Calcula las medidas de un CNCR (Cono Circular Recto) con el mayor volumen posible que se inscribe en una esfera de radio R. NOTA: Consideramos una esfera de radio R > 0 y un cono que tiene base circular de radio r > 0 y altura h > 0. Una sección transversal perpendicular a la base del cono y que pase por su eje se muestra en el croquis siguiente:



Ejercicio 3. Calcula las medidas de un CCR (Cilindro Circular Recto) con el mayor volumen posible que se inscribe en una CNCR (Cono Circular Recto) de radio R y altura H. NOTA: Consideramos que el cilindro tiene radio r y altura h. Una sección transversal perpendicular a la base del cono y que pase por su eje, se muestra en el croquis siguiente:



Ejercicio 4. Debido a la falta de agua en la zona, la administración necesita conectar una desaladora existente a una nueva fuente de agua limpia que está localizada a 20 Km al norte de la costa, mar adentro. La ubicación física de la desaladora se encuentra en la ciudad A, a 15 Km al este de la línea recta que une la nueva fuente de agua con la costa. Si el coste de instalación de cada kilómetro de tuberías en el mar es de 3 bitcoins y en tierra es de 2 bitcoins, calcula la distancia (x) en Km desde el punto de costa perpendicular a la fuente de agua para que minimicemos el coste de construcción del enlace.



Ejercicio 5. Calcula los máximos, mínimos y puntos de silla de la función $f(x,y) = x^2y(2-x-y)$ (Sol. (1, ½) es un máximo, de los puntos (0, 1) y (0, y) no se sabe nada, (2, 0) es un punto de silla)

Ejercicio 6. Calcula los máximos, mínimos y puntos de silla de la función $f(x,y) = xy\,sin(x)$ (Sol. (π, 0) es un punto de silla; y del punto (0, 1) no se sabe nada)

Ejercicio 7. Calcula los máximos, mínimos y puntos de silla de la función $f(x,y) = x^2y + 2y^2x - 2xy$ (Sol. (0, 0), (0, 1) y (2, 0) son puntos de silla)

Ejercicio 8. Calcula los máximos, mínimos y puntos de silla de la función $f(x,y) = \frac{x^3}{6} + xy + \frac{y^3}{6}$ (Sol. (0, 0) es un punto de silla, (-2, -2) es un máximo)

Ejercicio 9. Determina el vector gradiente de $f(x,y,z) = xcos(xy) - z^2y^4 - 7xz$

Ejercicio 10. Calcula la derivada direccional de $f(x,y,z) = 4x - y^2e^{3xz}$ en el punto (3, -1, 0) y dirección (-1, 4, 2)

Ejercicio 11. Calcula la derivada direccional de $f(x,y,z) = x^2z + y^3z^2 - xyz$ en la dirección (-1, 0, 3)

Ejercicio 12. Calcula el plano tangente a $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ en el punto (3, -1, 3)