Tema 3. Corrientes eléctricas

PROBLEMA 1. La cantidad de carga (en C) que pasa por una sección de un cable de cobre de 0,8 cm de diámetro vale q(t) = πt + 6, con t en s. Calcula: (a) La corriente que circula por el cable (indicando si se trata o no de CC), (b) La densidad de corriente y (c) El campo eléctrico en el interior del cable. Dato: resistividad del cobre = 1,7 x 10^{-8} Ω·m [Respuestas: $I = \pi\ A$; $J = 6.25 \cdot 10^4\ A/m^2$; $E = 1\, mV/m$]

RESOLUCIÓN:

por la definición de corriente

$$I = \frac{dq}{dt} = \pi \text{ [A]}$$

Puesto que la corriente no depende de t, se trata de corriente continua.

b) La densidad de corriente vale

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{\pi}{\pi(0.4\times10^{-2})^2} = 6{,}25\times10^4 \text{ [A/m}^2\text{]}$$

c) El campo en el interior del conductor está relacionado con la densidad de corriente mediante la Ley de Ohm $J = \sigma E$, donde σ es la conductividad, que podemos calcular como la inversa de la resistividad. Entonces:

$$E = \rho J = 1{,}7\times10^{-8}\times6{,}25\times10^4 = 1{,}06\times10^{-3} \text{ [V/m]} \approx 1 \text{ mV/m}$$

PROBLEMA 2. Un hilo conductor cilíndrico y recto tiene una longitud total de 50 cm y un diámetro de 0.20 mm. El hilo está formado por dos materiales óhmicos de diferente resistividad unidos en serie entre sí: la mitad del hilo tiene una resistividad ρ = 4 x 10^{-8} Ωm y la otra mitad tiene una resistividad ρ = 2 x 10^{-8} Ωm. Entre sus extremos se aplica una diferencia de potencial de 4 V. Calcular: a) La resistencia del hilo, b) La corriente eléctrica en el hilo, c) La densidad de corriente en el hilo, d) Valor del campo eléctrico en cada uno de los dos materiales que componen el hilo.

RESOLUCIÓN:

a) La resistencia de un material óhmico viene dada por: $R = \rho \, {}^{d}\!/_{S}$ (donde S es la sección del cable, de valor: $S = \pi \left({}^{0.2\, x\, 10^{-3}}\!/_{2} \right)^2 = 3.14\, x\, 10^{-8}\ m^2$)

Dado que el hilo está compuesto por dos tramos de materiales diferentes, la resistencia total es la suma de la resistencia dada por cada uno de los tramos, $R = R_1 + R_2$, donde:

$$R_1 = \rho_1 \frac{{}^{d}\!/_{2}}{S} = \rho_1 \frac{d}{2S} = 4\ x\, 10^{-8} \frac{0.5}{2\cdot 3.14\ x\, 10^{-8}} = 0.32\, \Omega$$

$$R_2 = \rho_2 \frac{{}^{d}\!/_{2}}{S} = \rho_2 \frac{d}{2S} = 2\ x\, 10^{-8} \frac{0.5}{2\cdot 3.14\ x\, 10^{-8}} = 0.16\, \Omega$$

$$\boxed{R = R_1 + R_2 = 0.48\ \Omega}$$

b) Para calcular la corriente utilizamos la Ley de Ohm: $I = V / R$

$\boxed{I = 4 / 0.48 = 8.3\ A}$

c) Para calcular la densidad de corriente tenemos que: $j = I / S$

$$\boxed{j = \frac{8.3}{3.14\, x\, 10^{-8}} = 2.65\, x\, 10^{8}\ A / m^{2}}$$

d) Aplicando la ley de Ohm $j = \sigma E = \frac{E}{\rho}$ podemos calcular fácilmente el campo en cada conductor multiplicando el resultado del apartado c) por la resistividad del material:

$$E_1 = j\rho_1 = 10.64 \text{ V/m y } E_2 = j\rho_2 = 5.32 \text{ V/m}$$

Otra forma de hacerlo, aunque más larga, es la siguiente:

El campo eléctrico es diferente en cada una de las dos mitades del hilo. Inicialmente podemos calcular la caída de potencial en cada una de las dos mitades del hilo a partir de la Ley de Ohm,

$V_1 = I\, R_1 = 8.3 \cdot 0.32 = 2.66\ V$; $V_2 = I\, R_2 = 8.3 \cdot 0.16 = 1.33\ V$

Teniendo en cuenta que el campo es uniforme en cada una de las dos mitades, podemos hallar el valor del campo haciendo,

$$\boxed{E_1 = \frac{V_1}{d/2} = \frac{2.66}{0.5/2} = 10.64\ \ V / m} \ ; \ \boxed{E_2 = \frac{V_2}{d/2} = \frac{1.33}{0.5/2} = 5.32\ \ V / m}$$

PROBLEMA 3. En el cableado eléctrico de una casa se utiliza un cable de cobre de 1 mm de diámetro. Por cuestiones de seguridad el cable no puede transportar una intensidad de corriente superior a 10 A. Suponiendo que el cable transporta el máximo de corriente, calcular: (a) La potencia que se disipa en el propio cable si su longitud es de 10 m y (b) El diámetro que debería tener el cable para reducir la potencia disipada a la mitad.
Dato: Resistividad del Cu: $\rho = 1.7 \times 10^{-8}\ \Omega$m

<u>RESOLUCIÓN:</u>

a) La potencia disipada en el cable viene dada por $P = R I^2$, donde R es la resistencia asociada al cable que viene dada por: $R = \rho \frac{l}{S}$. Sustituyendo valores tenemos:

$$R = 1.7 x 10^{-8} \frac{10}{\pi (10^{-3} / 2)^2} = 0.22\,\Omega$$

Con lo que: $\boxed{P = 0.22 \cdot 10^2 = 22 W}$

b) De la siguiente expresión, $P = R I^2$, se tiene que para reducir la potencia disipada a la mitad, la resistencia del cable debe reducirse a la mitad. Para ello, teniendo en cuenta la expresión $R = \rho \frac{l}{S}$, se tiene que la sección *S'*=2*S* . La sección es circular, de modo que $\pi\left(d'/2\right)^2 = 2\pi\left(d/2\right)^2$. Así el diámetro tiene que ser $\sqrt{2}$ veces mayor:

$\boxed{d' = \sqrt{2}\, d = \sqrt{2}\, mm}$

PROBLEMA 4. El tercer carril (portador de corriente) de una vía de metro está hecho de acero y tiene un área de sección transversal de aproximadamente 55 cm^2. La resistividad del acero es de 11×10^{-8} Ω·m. Calcular los valores de las siguientes cantidades: (a) La resistencia de un tramo de 10 km de esta vía (b) Tensión aplicada entre los extremos de este tramo de vía si se disipan 100 W de potencia por efecto Joule. (c) Densidad de corriente que recorre la vía. (d) Campo eléctrico dentro del tramo de vía.

<u>RESOLUCIÓN:</u>

(a) Para el cálculo de la resistencia R del tramo de vía tenemos en cuenta que en un material óhmico la resistencia viene dada por:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

donde *ρ* es la resistividad del material, *l* la longitud del tramo de conductor, y *S* la sección. Sustituyendo valores obtenemos: $R = 11 \cdot 10^{-8} \frac{10 \cdot 10^3}{55 \cdot 10^{-4}}$ $\quad R = 0.2\,\Omega$

(b) Sabemos que la potencia *P* disipada en un conductor viene dada por, $P=I^2 R$, y sabemos que la intensidad está relacionada con la tensión a través de la ley de Ohm, *I=V/R*. De este modo, sustituyendo *I=V/R* obtenemos: $P = V^2/R \Rightarrow V = \sqrt{PR}$, y sustituyendo valores: $\mathrm{V} = 4.47\ \mathrm{V}$

(c) La densidad de corriente *j* viene dada por, *j=I/S*, donde *S* es la sección de la vía, *I* es la intensidad de corriente que circula por la misma que viene dada por la ley de Ohm, *I=V/R*. Así, tenemos: $j = \frac{V/R}{S}$, y sustituyendo valores obtenemos: $j = 4064\ \mathrm{A/m^2}$

(d) El campo eléctrico *E* en el interior de la vía es debido a la tensión *V* aplicada en los extremos de la vía. El campo eléctrico será constante y uniforme a lo largo de toda la longitud *l* de la vía con lo cual: $E = V/l$, y sustituyendo valores: $E = 4.5 \cdot 10^{-4}\, V/m$

PROBLEMA 5. Sabes que el filamento de tungsteno de una bombilla disipa 60 W por efecto Joule para una diferencia de potencial aplicada de 220 V. Calcular: a) Valor de la resistencia del filamento y de la intensidad que circula por el mismo y b) Longitud del filamento si el diámetro del mismo es 0.01mm.
Dato: conductividad del tungsteno, $\sigma = 19 \cdot 10^6\ m^{-1}\Omega^{-1}$

RESOLUCIÓN:

a) Sabemos que la potencia eléctrica se puede calcular en general mediante $P = V\,I$. En el caso de potencia disipada en un elemento óhmico la expresión anterior se puede reescribir como $P = V^2/R = R\,I^2$. Así:

- para hallar la resistencia del filamento: $\boxed{R = V^2/P = 807\,\Omega}$

- para hallar la intensidad que circula: $\boxed{I = P/V = 0.27\,A}$

b) La resistencia viene dada por, $R = l/(\sigma S)$, con lo que la longitud del filamento será, $l = R\sigma S = 807{\cdot}19{\cdot}10^6{\cdot}\pi(0.00001/2)^2$, con lo que obtenemos: $\boxed{l = 1.2\,m}$

PROBLEMA 6. Tenemos dos bombillas de filamento conectadas en serie a una batería de *20 V*. La potencia disipada por cada bombilla es de *20 W* y *40 W* respectivamente. a) Calcular el valor de la resistencia del filamento de cada una de las bombillas y b) Si las conectamos en paralelo, ¿qué potencia disipa cada bombilla?

RESOLUCIÓN:

a) La diferencia de potencial total viene dada por la caída que se produce en la resistencia de cada una de las dos bombillas en serie: $V = I\,R_1 + I\,R_2 = I\left(R_1 + R_2\right)$

La potencia disipada por una resistencia viene dada por: $P = I^2\,R$

De este modo sustituimos R1 y R2 en la expresión inicial: $V = I\left(\frac{P_1}{I^2} + \frac{P_2}{I^2}\right) = \frac{P_1 + P_2}{I}$

De aquí despejamos: $I = \frac{P_1 + P_2}{V} = \frac{20 + 40}{20} = 3\,A$

Con lo que podemos hallar el valor de la resistencia de los filamentos:

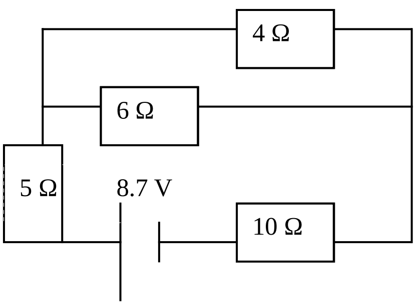
$$\boxed{R_1 = \frac{P_1}{I^2} = \frac{20}{3^2} = 2.2\,\Omega} \quad ; \quad \boxed{R_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{40}{3^2} = 4.4\,\Omega}$$

b) Al conectarlas en paralelo, la potencia disipada es:

<u>*Bombilla A*</u> (*20 W*): $\boxed{P_1 = V^2/R_1 = 20^2/2.2 = 181{,}8\ W}$

<u>*Bombilla B*</u> (*60 W*): $\boxed{P_2 = V^2/R_2 = 20^2/4.4 = 90{,}9\ W}$

PROBLEMA 7. Tenemos el esquema de resistencias representado en la figura. Calcula la potencia disipada por efecto Joule de cada una de ellas.



RESOLUCIÓN:

La potencia disipada por efecto Joule es: $P = I^2 \cdot R$. *Por lo* tanto tenemos que calcular la intensidad que recorre cada resistencia.

$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R_T} = \frac{8.7}{(5+10+2.4)} = 0.5A$$

$$P_5 = 0.5^2 \cdot 5 = 1.25\ W; \quad P_{10} = 0.5^2 \cdot 10 = 2.5\ W$$

Para calcular la intensidad que pasa por las resistencias de 6Ω y 4 Ω:

$$V_4 = V_6 = I_4 \cdot 4 = I_6 \cdot 6 \quad y \quad I_4 + I_6 = 0.5A$$

obtenemos:

$$I_4 = 0.3A \quad I_6 = 0.2A \quad \text{luego:}$$

$$\boxed{P_4 = 0.3^2 \cdot 4 = 0.36\,W \quad y \quad P_6 = 0.2^2 \cdot 6 = 0.24\ W}$$