Tema 4.- Fundamentos de magnetismo

1. Una partícula cargada se mueve en presencia de un campo eléctrico E=200 N/C y de un campo magnético B=0.5 T perpendiculares entre sí y a la velocidad de la partícula. ¿En qué condiciones la trayectoria de la partícula será una línea recta? Razona la respuesta y propón una dirección y sentido para cada vector.

SOLUCIÓN:
El módulo de la velocidad de la partícula ha de cumplir la siguiente condición:
$v = \frac{E}{B} = 400\, m/s$ El sentido de la velocidad dependerá de la carga de la partícula. Para que la partícula se mueva en línea recta la fuerza magnética y la fuerza eléctrica se deben anular. Por ejemplo si la carga es positiva y:

$$v = |v| i \qquad Y \qquad B = |B| j$$

Entonces: $E = |E|(-k)$

[Solución: $v = 400\ m/s$, perpendicular a B y E]

2. Un protón se mueve perpendicularmente a un campo magnético B = 0.4x10^{-4} T, describiendo una trayectoria circular de radio r=21 cm. Determinar: a) El periodo del movimiento; b) la velocidad del protón.
Datos: masa del protón, m= 1.67.x10^{-27} kg; carga del protón, q = 1.6x10^{-19} C.

SOLUCIÓN:
a) Como la fuerza magnética es normal a la trayectoria del protón podemos escribir el valor de la fuerza en módulo como: $F = q.v.B = m.a = m.\frac{v^2}{r}$,
donde r es el radio de curvatura y v la velocidad del protón. Luego la frecuencia angular del movimiento (frecuencia ciclotrónica) es: $w = \frac{v}{r} = \frac{q}{m} \cdot B$
La relación entre la frecuencia angular y el periodo es $w = \frac{2\pi}{T}$. De aquí despejamos el periodo,

$$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi m}{qB} = 1.64 \times 10^{-3}\, s$$

b) De la primera ecuación:

$$v = \frac{q.B.r}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.4 \times 10^{-4} \times 0.21}{1.67 \times 10^{-27}} = 8.05 \times 10^2\ \frac{m}{s}$$

[Solución: (a) $T = 1.64 \times 10^{-3}\, s$; (b) $v = 8.05 \cdot 10^2\ m/s$]

3. Disponemos de un condensador planoparalelo de 1 m^2 de superficie y cargado con 26,55 nC. Un electrón con movimiento rectilíneo uniforme penetra entre sus placas, paralelo a las mismas, y continúa moviéndose con velocidad de 10^6 m/s sin desviarse de su trayectoria. ¿Qué campo magnético debe estar aplicado en la zona para que no se

desvíe el electrón? ¿Es una solución única? Hacer un dibujo donde se representen todas las magnitudes. Datos q_e=1,6x10^{-19}C, m_e=9,1x10^{-31}Kg, ε_0 = 8,85.10^{-12} C^2/N.m^2

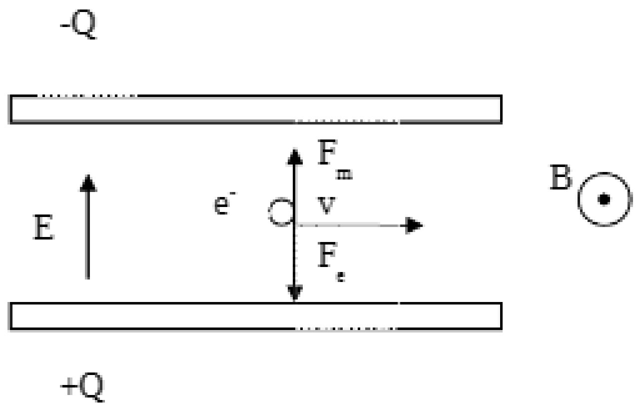
SOLUCIÓN:
Para que el electrón no se desvíe la fuerza magnética ha de ser de igual magnitud y dirección que la fuerza eléctrica pero con sentido diferente.

La solución más sencilla consistiría en aplicar un campo magnético perpendicular al campo eléctrico y perpendicular a la velocidad del electrón. En este caso:

$$|\vec{F}| = |q\vec{v} \times \vec{B}| = -evB = qE \rightarrow vB = E$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q/S}{\varepsilon_0} = \frac{26{,}55 \cdot 10^{-9}/1}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 3000 \ \mathrm{Vm^{-1}} \quad \rightarrow \quad \text{luego:} \quad B = \frac{E}{v} = 3 \times 10^{-3} T$$

Si tenemos en cuenta la dirección de E, dibujada en el diagrama, el campo magnético B debe ir hacia fuera del papel.



A este campo se le puede añadir cualquier componente paralela al movimiento de la partícula, ya que no afectaría a la fuerza magnética ejercida sobre el electrón. En consecuencia, cualquier campo cuya componente sobre el eje perpendicular al dibujo tuviera magnitud $B_\perp = 3 \times 10^{-3}$ T y sentido hacia fuera del papel y su proyección sobre el plano fuera paralela a v no causaría desvío en la trayectoria del electrón. Por lo tanto no existe una solución única.

[Solución: $B_\perp = 3 \times 10^{-3}$ T]

4. Un espectrómetro de masas tiene un voltaje acelerador de 5kV y un campo magnético de 0.5 T. Una partícula con carga +e es acelerada primero y luego obligada a describir una semicircunferencia en la región donde existe el campo magnético. El radio de giro es de 20 cm. Determina la masa de la partícula.

SOLUCIÓN:
Debido al voltaje acelerador la partícula ionizada adquiere una velocidad:

$$\frac{1}{2} mv^2 = qV \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2qV}{m} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

Una vez dentro del campo magnético, los iones se mueven describiendo una semicircunferencia de radio r:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Sustituyendo la expresión de la velocidad, tenemos: $r = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot V}{q \cdot B^2}}$

De donde se despeja la masa de la partícula:

$$m = \frac{q\, B^2 r^2}{2V} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.5^2 \cdot 0.2^2}{2 \cdot 5000} = 1.6 \cdot 10^{-25}\, kg \,,$$

[Solución: $m = 1.6 \cdot 10^{-25}\, kg$]

5. Tienes un hilo rectilíneo infinito por el cual circula una intensidad de corriente I. El hilo está cargado con una densidad lineal de carga λ. (a) ¿Cómo son las líneas de campo eléctrico y de campo magnético? Dibújalas (b) ¿Existe alguna trayectoria a lo largo de la cual un electrón en movimiento no experimente ninguna fuerza neta? Justifica tu respuesta.

SOLUCIÓN:

a) Las líneas de campo eléctrico son radiales, perpendiculares al hilo, y las líneas de campo magnético son circunferencias concéntricas con el hilo. Campo eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí en todos los puntos.

b) Sólo es posible si el electrón se mueve paralelo al hilo rectilíneo. En esta situación las fuerzas debidas al campo eléctrico y al campo magnético son en la misma dirección (radiales) y su sentido puede hacerse que sea opuesto en función del sentido en el que se mueva el electrón. Con esto ya estaría respondida la pregunta.

Cuantitativamente tendrías que las fuerzas eléctricas y magnéticas vienen dadas por:

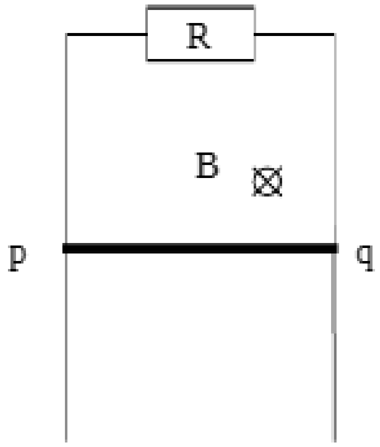
$F_E = q_{electrón} \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\, r}$; $F_M = q_{electrón} v \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\, r}$ (v es la velocidad a que se mueve el electrón)

Igualando ambas expresiones obtienes la siguiente relación que debe cumplirse entre los módulos de las diferentes magnitudes para que ambas fuerzas se compensen:

$$\frac{\lambda}{\varepsilon_0} = \mu_0 I\, v [$$

[Solución: $\lambda / \varepsilon_0 = \mu_0 I\, v$]

6. Un conductor de densidad lineal 0.04 Kg/m está conectado por los puntos p y q a dos alambres, sobre los que puede deslizar, como muestra la figura. Si el campo magnético B vale 0.5 T, ¿Qué corriente debe pasar por el conductor, y en qué sentido, para que este no caiga?



NOTA: Considera que el tramo del circuito donde se encuentra la resistencia R está muy alejado del tramo de conductor móvil. Dato: toma la aceleración de la gravedad como 9.8 m/s^2

SOLUCIÓN:
Para que no caiga el conductor la fuerza magnética por unidad de longitud debe ser igual y de sentido contrario a la fuerza peso por unidad de longitud. Para que la fuerza magnética esté dirigida hacia arriba la corriente debe de ir de p a q, ya que:

$$F_m = I\, l \otimes B$$

Por otra parte, como la corriente es perpendicular al campo magnético tenemos que:

$$F_g = F_m; \quad \Rightarrow \quad m\,g = I\,l\,B \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{l}\cdot g = IB$$

Por tanto: $I = \dfrac{0.04}{0.5}\cdot 9.8 = 0.784\ A$

[Solución: $I = 0.784\ A$]

7. El módulo del momento dipolar magnético de una bobina es $|m| = 0.01\ \mathrm{Am^2}$. Esta bobina se halla en presencia de un campo magnético externo B. Cuando el eje de la bobina está orientado tanto a lo largo del eje X como a lo largo del eje Y se genera un momento de fuerzas de valor 0.001 Nm y orientado a lo largo del eje Z. ¿Cuál es el módulo del campo magnético? ¿Con los datos que proporciona el problema puedes saber la dirección y sentido del campo magnético? Razónalo.

RESOLUCIÓN:
En presencia de un campo magnético externo B la bobina es sometida a un momento de fuerzas τ, que viene dado por $\tau = m \wedge B$, donde m es el momento dipolar magnético de la bobina que está en la dirección del eje de la bobina.

La dirección del momento de fuerzas τ es perpendicular tanto a m como a B, por tanto si τ está a lo largo de Z entonces B está sobre el plano XY.

El módulo del momento de fuerzas $|\tau|$ viene dada por $|\tau| = |m||B|\,sen\theta$. Dado que es el mismo tanto cuando la bobina está a lo largo de X o de Y se tiene que el ángulo de B respecto al eje X puede ser 45º, 135º, 225º o 315º (todas estas opciones dan igual valor absoluto del $sen\theta$).

El módulo de B viene dado por: $|\bar{B}| = \dfrac{|\tau|}{|m||sen\theta|} = \dfrac{0.001}{0.01\cdot sen(45^\circ)}$, con lo que:

$$|B| = 0.14\,T.$$

B tiene dos posibles direcciones (la de las dos diagonales del sistema de referencia XY). Pero para poder saber sin ambigüedad la dirección y sentido del campo magnético externo necesitaríamos conocer en qué sentido apuntan m y τ en las medidas realizadas.

[Solución: $|B| = 0.14\,T$]

8 Considera dos corrientes rectilíneas, paralelas, muy largas, de valores I A y 2I A respectivamente y que circulan en el mismo sentido, separadas una distancia d. Calcular

los puntos donde el campo magnético total se anula: a) entre ambos hilos, b) alrededor de ambos hilos.

SOLUCIÓN:

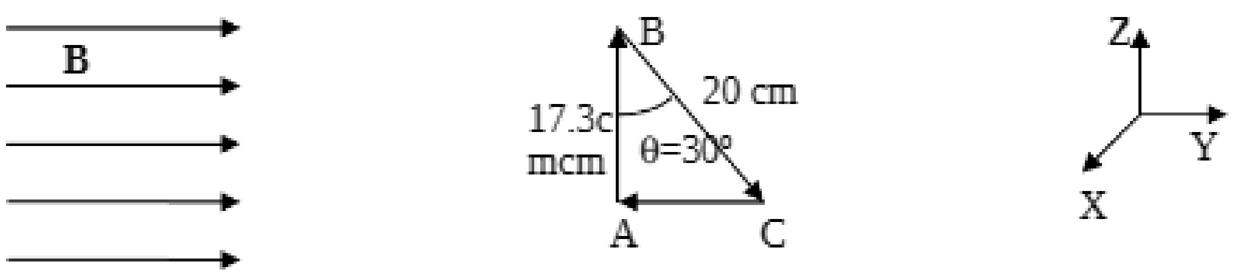
a) Es evidente, aplicando la regla de la mano derecha -para la dirección y sentido del campo magnético creado por una corriente rectilínea- que en el espacio comprendido entre ambos hilos, los campos llevan la misma dirección pero sentidos opuestos. El módulo del campo total será, por tanto: $B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{2I}{d-r}$

Igualando a cero y despejando queda r=d/3, es decir, a un tercio de la separación y más cerca de la corriente menor de I amperios.

b) Por la regla de la mano derecha, es evidente que no existe ningún punto en los alrededores de las corrientes donde el campo se anule puesto que ambas contribuciones llevan siempre la misma dirección y sentido, en cada punto.

[Solución: (a) r=d/3; (b) no hay]

9. Calcular la fuerza que se ejerce sobre cada segmento de la espira triangular mostrada en la figura si B = 0.15 j T y la intensidad que circula por ella es I = 5 A en el sentido indicado por las flechas



SOLUCIÓN:

La fuerza que se ejerce sobre un conductor recto por el que circula una corriente I, en presencia de un campo magnético B es:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}| = I \cdot |\vec{L}| \cdot |\vec{B}| \cdot sen_{\alpha}$$

a) En el tramo AC la fuerza es cero porque α = -180º y sen(-180º) = 0
b) En el tramo AB la fuerza es:
$$|\vec{F}| = 5 \cdot 17{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot 0.15 \cdot sen\ 90^{o} = 0.13 \quad N \Rightarrow \vec{F} = -0.13 \cdot \vec{i} \quad N$$
c) En el tramo BC la fuerza es:
$$|\vec{F}| = 5 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 0.15 \cdot sen\ 60^{o} = 0.13 \quad N \Rightarrow \vec{F} = 0.13 \cdot \vec{i} \quad N$$
Otra forma de calcularlo es descomponer el vector longitud del tramo BC en sus componentes:

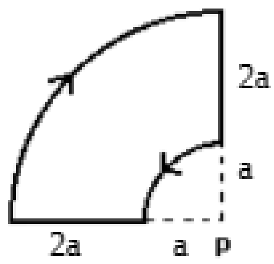
$$\vec{L} = \left|\vec{L}\right| \cdot \cos 60^\circ\, \vec{j} - \left|\vec{L}\right| \cdot \text{sen}\, 60^\circ\, \vec{k} = 0.1\, \vec{j} - 0.17\, \vec{k}$$

$$B = 0.15\, \vec{j}$$

$$\vec{F} = I \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0.1 & -0.17 \\ 0 & 0.15 & 0 \end{vmatrix} = 0.13 \cdot \vec{i} \quad N$$

[Solución: AC: $F = 0$; AB: $F = -0.13 \cdot i\;\; N$; BC: $F = 0.13 \cdot i\;\; N$]

10. Por el circuito de la figura circula una corriente I en sentido horario. Calcula el módulo, dirección y sentido del campo magnético generado en el punto p.



RESOLUCIÓN:

Los dos tramos rectilíneos de longitud 2a producen un campo nulo en p ya que para ellos $d\vec{l} \times \vec{u}_r = 0$ (Ley de Biot-Savart).
El resto del circuito son dos tramos de ¼ de circunferencia de radios a y 3a, siendo el punto p el centro de las mismas.
Teniendo en cuenta que el campo magnético creado por una espira circular de radio R en su centro es: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$, tenemos:

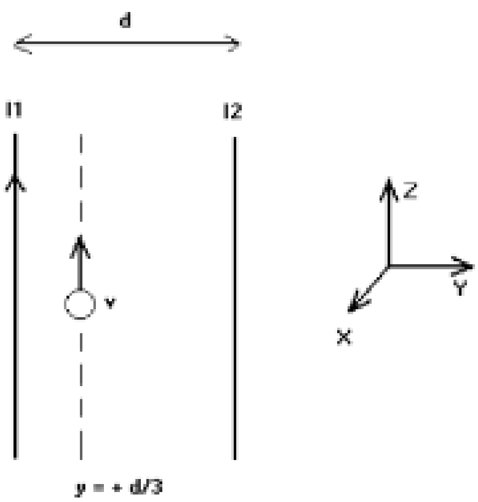
Campo en p creado por el tramo exterior: $B_e = \dfrac{1}{4}\dfrac{\mu_0 I}{2(3a)}$; perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro

Campo en p creado por el tramo interior:: $B_i = \dfrac{1}{4}\dfrac{\mu_0 I}{2(a)}$; perpendicular al plano del papel y dirigido hacia fuera

Por tanto el campo en p valdrá: $B = \mu_0 \dfrac{I}{a}\left(\dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{24}\right) = \dfrac{\mu_0 I}{12a}$ dirigido hacia fuera.

[Solución: $B = \dfrac{\mu_0 I}{12\,a}$, dirigido hacia fuera]

11. Un conductor rectilíneo e indefinido se encuentra situado sobre el eje Z y transporta una corriente I_1 en el sentido positivo de este eje. A una distancia d otro conductor similar, situado en el en el plano ZY y paralelo al anterior, transporta una corriente desconocida I_2. Sabiendo que un protón puede viajar paralelamente entre los dos conductores por el plano ZY a una distancia d/3 del primer conductor, determinar el valor y sentido de la corriente I_2. Nota: considerar los dos posibles casos y = +d/3 e y = - d/3



SOLUCIÓN:

Si elegimos los ejes tal y como se indica en la figura, la velocidad es: $v = vk$

El campo magnético que creará la corriente I_1 es: $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d/3}(-\vec{i})$

y la fuerza que actuará sobre la carga es: $\vec{F}_1 = q\vec{v}\times\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}qv\frac{I_1}{d/3}(-\vec{j})$

Ahora, para que el protón viaje paralelo a las corrientes sin desviarse, la fuerza neta sobre él ha de ser nula. Se debe cumplir por tanto, que $F_2 = -F_1$ para lo cual $F_2 = F_2\,j$ y los módulos de ambas fuerzas han de ser iguales. Así:

$$F_2 = qv\times B_2 = qvB_2(k\times u) = qvB_2\,j$$

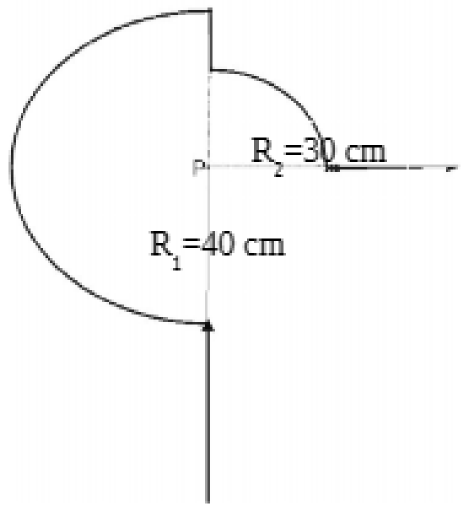
por tanto es necesario que $u = i$ es decir, que la corriente I_2 debe ir en el sentido de las Z positivas. Además, teniendo en cuenta que el módulo de B_2 es:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d(2/3)}$$

igualando los módulos de ambas fuerzas se llega fácilmente a la condición: $I_2 = 2\,I_1$.

El caso y = -d/3 se resuelve de manera totalmente similar. El resultado en tal caso es $I_2 = 4I_1$ estando I_2 dirigida en el sentido de las Z negativas.

[Solución: $I_2 = 2\,I_1$ e $I_2 = 4I_1$, en cada caso]



12. La siguiente figura está compuesta por dos arcos de circunferencia y tres conductores rectilíneos. (a) ¿Qué campo magnético se genera en el punto P (centro de las dos circunferencias de radios, 30 y 40 cm respectivamente) cuando por el conductor circula una corriente I=1A en el sentido marcado? (b) ¿Qué fuerza magnética se ejerce sobre un trozo de cable rectilíneo de 10 cm si lo colocamos en el punto P perpendicularmente al plano que contiene el circuito?

SOLUCIÓN:

a) Una manera que resulta numéricamente sencilla para solucionar el problema es recordar la ley de Biot y Savart.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\times r}{r^3}$$

Al analizar dicha ley observamos que los conductores rectilíneos no generan campo magnético en el punto P al ser paralelos los vectores dl y r. Si ahora aplicamos dicha ley al punto central de una espira circular, el campo magnético se puede expresar como:

$$|B| = \mu_0\frac{I}{2R}$$

En el caso de la figura contamos con una semicircunferencia de radio 0.4m y un cuarto de circunferencia de 0.3m. Por la simetría que presenta la circunferencia en el punto P tendremos la mitad del campo generado por una circunferencia circular de radio 0.4m y la cuarta parte del generado por una de 0.3m en el centro de ambas.

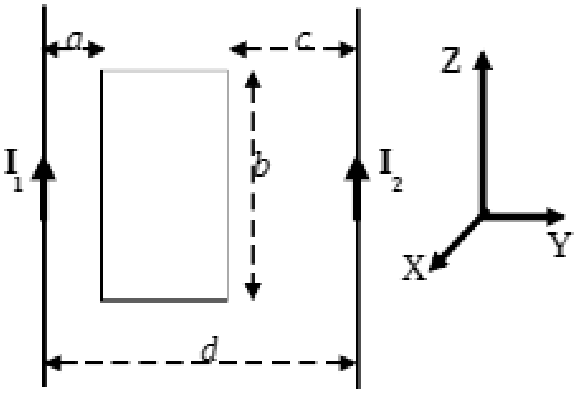
$$|B| = \mu_0\frac{I}{1.6} + \mu_0\frac{I}{2.4} = 4\pi 10^{-7}\,T$$

Teniendo en cuenta el sentido de la corriente, el sentido del campo magnético es perpendicular al plano del papel y hacia adentro (regla mano drcha.).

b) La fuerza que se ejercería sobre el conductor rectilíneo será nula, pues por el conductor no circula corriente alguna.

[Solución: (a) $|B| = 4\pi 10^{-7} T$ (b) F=0]

13. Dos hilos conductores rectilíneos muy largos (considéralos infinitos), paralelos entre sí y separados una distancia d, transportan las corrientes I_1 e I_2 en el sentido que se muestra en la figura. Calcular: a) el campo magnético (módulo, dirección y sentido) en la región del plano YZ situada entre ambos hilos; b) los puntos donde el campo magnético se anula; c) el flujo total de campo magnético que atraviesa el rectángulo que se muestra en la figura. Datos: I_1 = 20 A, I_2 = 10 A, a = 5 cm, b = 20 cm, c = 10 cm, d = 25 cm.



SOLUCIÓN:

a) El módulo del campo magnético creado por un hilo rectilíneo infinito viene dado por $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, donde r es la distancia al hilo (se puede calcular con la Ley de Ampère).

Si consideramos el origen de coordenadas situado sobre el hilo 1 tenemos que la distancia de un punto cualquiera entre los dos hilos es:

- $r_1 = y$, respecto al hilo 1.
- $r_2 = d - y$, respecto al hilo 2.

Respecto a la dirección y sentido tenemos que en la región entre los dos hilos:

- el campo debido a I_1 apunta a lo largo de $-i$
- el campo debido a I_2 apunta a lo largo de $+i$

El campo total es la suma del producido por cada hilo (Principio de Superposición):

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}\left(-\vec{i}\right) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (d-y)}\left(+\vec{i}\right) \Rightarrow \vec{B}_{total} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{-I_1}{y} + \frac{I_2}{d-y}\right)\vec{i}$$

b) Simplemente tenemos que igualar a cero la expresión obtenida en el apartado a):

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{-I_1}{y} + \frac{I_2}{d-y}\right) = 0\,;\ \frac{I_2}{d-y} = \frac{I_1}{y}\ ;\ yI_2 = (d-y)I_1\ ;\ y(I_2 + I_1) = dI_1\ ;\ y = \frac{dI_1}{I_2 + I_1}$$

Introduciendo los valores numéricos en la expresión anterior tenemos: $y = 16.7\,cm$ (es decir, a 16.7 cm del hilo 1, y a 8.3 cm del hilo 2).

c) Para hallar el flujo a través del rectángulo usamos la expresión del campo del apartado a) y consideramos como elemento diferencial de superficie un rectángulo de anchura dy y altura b:

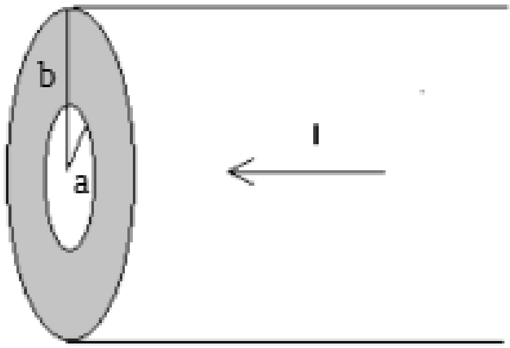
$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_a^{d-c} \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{-I_1}{y} + \frac{I_2}{d-y}\right)\vec{i}\cdot\left(dS\,\vec{i}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\int_a^{d-c}\frac{-I_1}{y}\,bdy + \int_a^{d-c}\frac{I_2}{d-y}bdy\right] = \ldots$$

$$\ldots = \frac{\mu_0 b}{2\pi}\left[-I_1[\ln y]_a^{d-c} + I_2[-\ln(d-y)]_a^{d-c}\right] = \frac{\mu_0 b}{2\pi}\left[-I_1\ln\left(\frac{d-c}{a}\right) - I_2\ln\left(\frac{c}{d-a}\right)\right].$$

Sustituyendo valores obtenemos: $\Phi = -6\cdot 10^{-7}\,Wb$. El signo negativo nos indica que el flujo neto es en el sentido opuesto al considerado para el vector superficie: por tanto el flujo neto tiene sentido $-\vec{i}$.

[Solución: (a) $\vec{B}_{total} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{-I_1}{y} + \frac{I_2}{d-y}\right)\vec{i}$; (b) $y = 16.7\,cm$; (c) $\Phi = -6\cdot 10^{-7}\,Wb$]

14. Un cable cilíndrico de radio b posee un hueco coaxial de radio a (a < b), tal como muestra la figura. Por el cable circula una corriente I distribuida uniformemente en toda su sección circular. Calcular el campo magnético generado por esta corriente en r<a, a<r<b y r>b. Dibujar las líneas de campo.



SOLUCIÓN:

Dada la simetría del problema el cálculo del campo magnético se realizaría mediante la ley de Ampère $\oint \vec{B}\bullet d\vec{l} = \mu_0 I_{int}$. Si escogemos caminos de integración circulares de radio r centrados en la distribución de corriente la integral anterior se reduce a $B2\pi r = \mu_0 I_{int}$

Por tanto para:

r < a) $I_{int} = 0$ y B=0

a<r<b) La densidad de corriente será $J = \frac{I}{S} = \frac{I}{S_b - S_a} = \frac{I}{\pi(b^2-a^2)}\left[A/m^2\right]$

Entonces: $B2\pi r = \mu_0 I_{int} = \mu_0 J S_{int} = \mu_0 J(S_r - S_a) = \mu_0\frac{I}{\pi(b^2-a^2)}\pi(r^2-a^2)$

de donde: $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\left(\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}\right)[T]$

r > b) La I_{int}=I y $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\,[T]$

Obsérvese que la función B es continua en las interfases r=a y r=b.

[Solución: *B=0*, $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\left(\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}\right)$ y $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$, respectivamente]

15. Un conductor largo, en forma de cilindro recto de radio R, lleva una intensidad de corriente I_0. Este conductor se ha construido de tal forma que la densidad de corriente j dentro de él varía con la distancia r al eje del cilindro según la expresión $j(r) = Kr^2$,

donde K es una constante. Determina: (a) El valor de la constante K. (b) El campo magnético en puntos interiores (r < R). (c) El campo magnético en puntos exteriores (r > R). (d) Como afecta al campo magnético, tanto en puntos interiores como exteriores, el hecho de reducir el radio del conductor a la mitad ($R_{nuevo}=R/2$) circulando la misma corriente I_0.

SOLUCIÓN:

a) La corriente total I_0 se puede obtener integrando la densidad de corriente a lo largo de la sección del conductor:

$$I_o = \int_0^R j\,dS = \int_0^R Kr^2 2\pi r dr = 2\pi K\int_0^R r^3 dr = 2\pi K\frac{R^4}{4} = \frac{\pi K R^4}{2} \rightarrow K = \frac{2I_0}{\pi R^4}$$

b) Aplicamos la ley de Ampère $\oint B\cdot d\ell = \mu_o I_{neta}$.

Para el cálculo de I_{neta} se seguirían los mismos pasos que en el apartado a) pero ahora no se integra sobre toda la sección sino sólo hasta un radio r con lo que cambia el límite de integración superior:

$$I_{neta} = \frac{\pi K r^4}{2}$$

Llevando este resultado a la ley de Ampère:

$$B\cdot 2\pi\, r = \mu_0\frac{\pi K r^4}{2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 K r^3}{4} = \frac{\mu_0 I_0 r^3}{2\pi R^4} \quad \text{para } r < R$$

c) Para puntos exteriores al conductor, r>R, se enlaza toda la corriente con lo que:

$I_{neta} = I_o$. Por tanto, $B = \dfrac{\mu_o I_o}{2\pi\, r}$

Puede comprobarse cómo para r=R, ambas expresiones del campo magnético, conducen al mismo resultado: $B(r=R) = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi R}$

d) Si reducimos el radio a la mitad, el campo en puntos exteriores r>R/2 tendrá la misma expresión que en el apartado c), ya que la corriente neta encerrada sigue siendo $I_{neta} = I_o$

En puntos interiores cambia el valor de la constante K: $K = \dfrac{2I_0}{\pi R_{nuevo}^4} = \dfrac{32 I_0}{\pi R^4}$

Y el valor de B: $B = \dfrac{\mu_0 K r^3}{4} = \dfrac{8\mu_0 I_0 r^3}{\pi R^4}$

También puede comprobarse que para ($r = R_{nuevo} = R/2$), ambas expresiones del campo magnético, conducen al mismo resultado: $B(r = R_{nuevo} = R/2) = \dfrac{\mu_0 I_0}{\pi R}$

[Solución: (a) $K = \dfrac{2I_0}{\pi R^4}$; (b) $B = \dfrac{\mu_0 I_0 r^3}{2\pi R^4}$; (c) $B = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi\, r}$]