Uge 5

Opgave 1. a.

Udsagnet er forkert.

Modeksempel: $p(Z) = (Z^2+1)^2 = Z^4 + 2Z^2 + 1$

Den har rødder $i, -i$.

Opgave 3. b.

$p(Z) = Z^2 (Z-1)(Z+1) = Z^4 - Z^2$

flere svar findes, så længe de er i mængden $\{c(Z^4 - Z^2) \mid c \in \mathbb{C}\}$

Opgave 6.

$P(Z) = Z^2 - Z - 2iZ - 1 + i = (Z-i)(Z-1-i)$

brøk: $\dfrac{Z^2 - Z - 2iZ - 1 + i}{Z-1-i} = \dfrac{(Z-i)(Z-1-i)}{Z-1-i}$

Hvis $Z \neq 1+i$, kan brøken forkortes til $Z - i$

Opgave 9. a.

$p(z) = (z^2+1) q(z) + 7z - 2$, hvor $\deg(q(z)) \leq 1$

Hvis $q(z) = 0$, $P_1(z) = 7z - 2$, $P_1(10) = 68$

Hvis $q(z) = 1$, $P_2(z) = z^2 + 7z - 1$, $P_2(10) = 169$

Opgave 9. b

Antag $p(z) = az^3 + bz^2 + cz + d$.

$$
\begin{array}{r|l}
 & az + b \\
z^2+1 & az^3 + bz^2 + cz + d \\
 & az^3 + \qquad az \\
\hline
 & bz^2 + (c-a)z + d \\
 & bz^2 + \qquad b \\
\hline
 & (c-a)z + (d-b) = r_1(z)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
 & az + b \\
z^2-1 & az^3 + bz^2 + cz + d \\
 & az^3 \qquad - az \\
\hline
 & bz^2 + (c+a)z + d \\
 & bz^2 \qquad - b \\
\hline
 & (c+a)z + (d+b) = r_2(z)
\end{array}
$$

$$\begin{cases} (c-a)z + (d-b) = 7z - 2 \\ (c+a)z + (d+b) = 11z + 18 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 2 \\ b = 10 \\ c = 9 \\ d = 8 \end{cases}$$

$p(z) = 2z^3 + 10z^2 + 9z + 8$

$p(10) = 3098$