

# TEORÍA DE LAS COMUNICACIONES

## TRABAJO PRÁCTICO DE SIMULACIÓN

PARTE 1: Sistemas de modulación en canal AWGN -  
Sincronismo de portadora

Ivan Svetlich

23/06/2021

### 1 Introducción

En este informe se presenta el modelado de un sistema de comunicación digital sobre un canal con ruido aditivo, blanco y gaussiano (AWGN), mediante una simulación realizada en Matlab/Octave, en la cual se implementan los esquemas de modulación BPSK, QPSK y 16-QAM. En cada caso, se estudia su desempeño frente a distintas condiciones de ruido y se releva la curva de probabilidad de error de bit en función de la relación señal/ruido. Los esquemas BPSK y QPSK son sometidos a un error de fase de portadora y se comprueba la degradación producida. Los resultados obtenidos son contrastados con los valores teóricos. Por último, se utiliza el sistema modelado para simular la transmisión/recepción de una imagen.

### 2 Implementación

El modelado del sistema de comunicación se realiza a nivel de símbolo. Para ello, en primer lugar se recurre al método de envolvente compleja, que utiliza una representación equivalente en banda base de la señal analítica. Las partes real e imaginaria de la envolvente compleja se denominan componente en fase y componente en cuadratura, respectivamente

$$x_i(t) + j x_q(t)$$

La ventaja de utilizar la envolvente compleja es que ésta requiere de una cantidad considerablemente menor de muestras para su caracterización respecto

de la señal analítica original. A partir de esta representación, se plantea un modelo más simplificado en el cual se trabaja con los símbolos transmitidos, tal como se muestra en la figura 1.

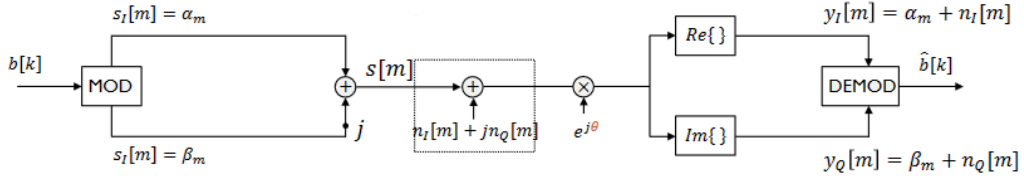


Figura 1: Modelo a nivel de símbolo.

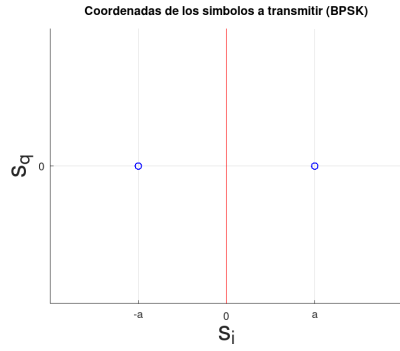
Para este análisis, se supone que la comunicación se realiza a través de un canal con función de transferencia plana en el ancho de banda de interés. También se considera que se existe sincronismo perfecto de portadora y de símbolo, y que se utiliza el receptor óptimo para maximizar la SNR en presencia de ruido AWGN.

A partir de una secuencia de bits a transmitir, se generan la secuencia de amplitudes correspondiente a cada esquema de modulación. El efecto del ruido en el canal se simula mediante una secuencia aleatoria compleja cuyas componentes tienen distribución Normal de media nula y varianza  $N_0/2$ , la cual se suma a las muestras a la salida del filtro adaptado. De forma similar, el error de fase de portadora  $\theta$  se incluye como un factor  $e^{j\theta}$  que multiplica a la señal. Los símbolos recibidos se comparan con las fronteras de decisión óptimas para cada esquema y se determina la secuencia de bits transmitida.

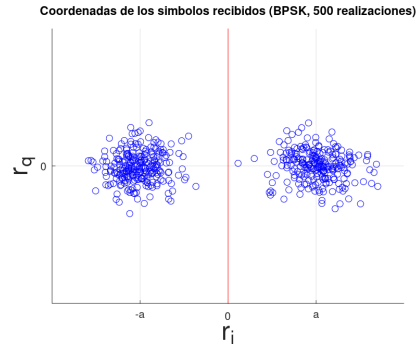
### 3 Simulaciones

#### Ejercicio 1

Para cada esquema de modulación, se transmiten  $250 \times M$  símbolos, siendo  $M$  el número de símbolos en la constelación, con una  $E_b/N_0$  de 10dB. En las figuras 2, 3 y 4 se comparan los gráficos de coordenadas de los símbolos a transmitir ( $s = s_i + j s_q$ ) y las muestras a la salida del filtro adaptado ( $r = r_i + j r_q$ ). Las fronteras de decisión se muestran en **rojo**, y corresponden a un detector de mínima distancia, que contrasta la distancia Euclidea entre la señal recibida y cada uno de los símbolos posibles para hallar el más cercano. Asumiendo que los mensajes son equiprobables, este detector coincide con el obtenido mediante los estimadores Máximo a Posteriori (MAP) y Máxima Verosimilitud (ML).

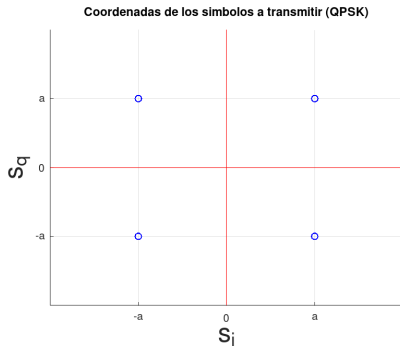


(a) Símbolos a transmitir

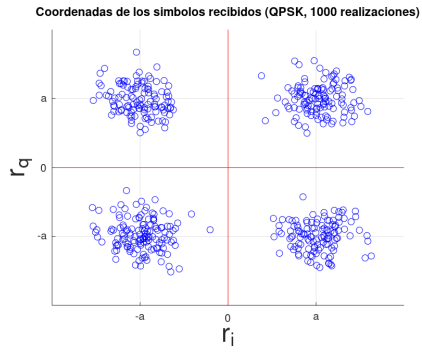


(b) Símbolos recibidos

Figura 2: BPSK

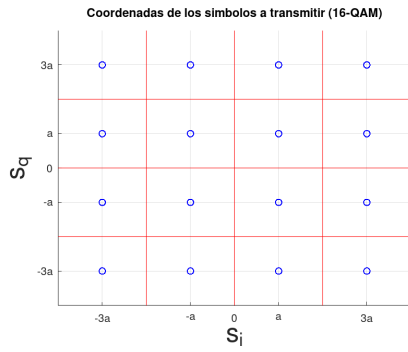


(a) Símbolos a transmitir

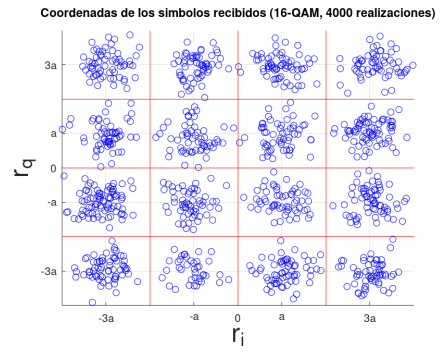


(b) Símbolos recibidos

Figura 3: QPSK



(a) Símbolos a transmitir



(b) Símbolos recibidos

Figura 4: 16-QAM

Se observa que el esquema 16-QAM es el que se ve más afectado por este valor de  $E_b/N_0$ . Este resultado concuerda con las cotas de la probabilidad de

error de bit ( $P_{eb}$ ) obtenidas en forma analítica, de las cuales se infiere que 16-QAM tiene una  $P_{eb}$  mayor que BPSK y QPSK para una  $E_b/N_0$  dada. Alternativamente, se puede afirmar que 16-QAM requiere una potencia mayor para lograr la misma  $P_{eb}$  que los otros dos esquemas estudiados. En la tabla 1 se muestran las expresiones de las cotas de la  $P_{eb}$  y la relación  $E_b/N_0$  necesaria para lograr una  $P_{eb} = 10^{-5}$ . Otro aspecto a señalar es que el esquema BPSK solo se ve afectado por la componente en fase del ruido.

Tabla 1: Probabilidad de error de bit.

Esquema de modulación	$P_{eb}$	$E_b/N_0$ para $P_{eb} = 10^{-5}$
BPSK	$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$	$9.6dB$
QPSK	$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$	$9.6dB$
16-QAM	$\frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}}\right)$	$13.4dB$

La curva de probabilidad de error de bit en función de  $E_b/N_0$  puede relevarse estimando la  $P_{eb}$  para distintos valores de  $E_b/N_0$ . Esta estimación se obtiene calculando la tasa de error de bit (BER), como el cociente entre el número de bits errados y el total transmitido. En la figura 5 se comparan las curvas relevadas (en azul), utilizando pasos de  $1dB$  y  $N = 10^6$  muestras por iteración, con las curvas obtenidas mediante las expresiones analíticas que se muestran en la tabla 1 (en rojo).

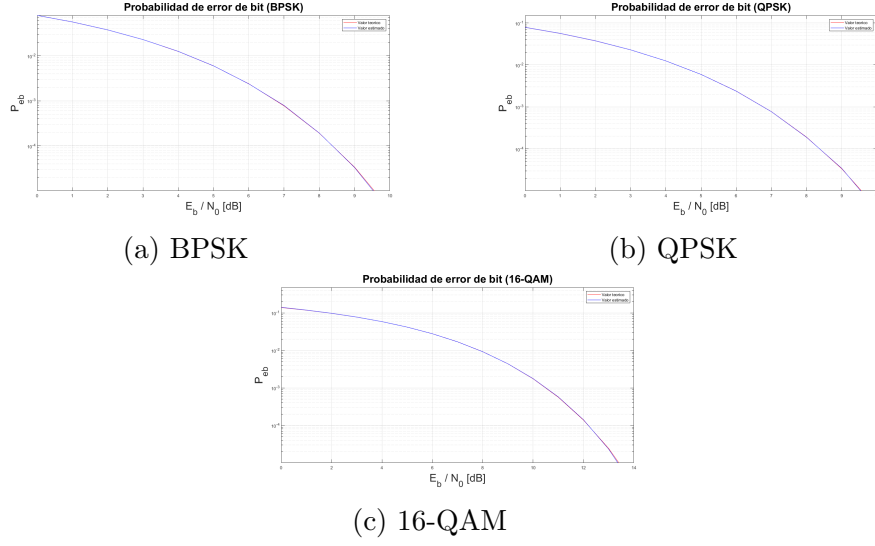


Figura 5: Curvas de probabilidad de error de bit en función de  $E_b/N_0$ .

De forma similar, se construyen las curvas de probabilidad de error de símbolo, calculando la tasa de error de símbolo como el cociente entre el número de símbolos errados y el total transmitido. Estas curvas se contrastan con los resultados teóricos en la figura 6. En ambos casos se observa que las curvas relevadas se ajustan correctamente a las obtenidas a partir de las cotas teóricas.

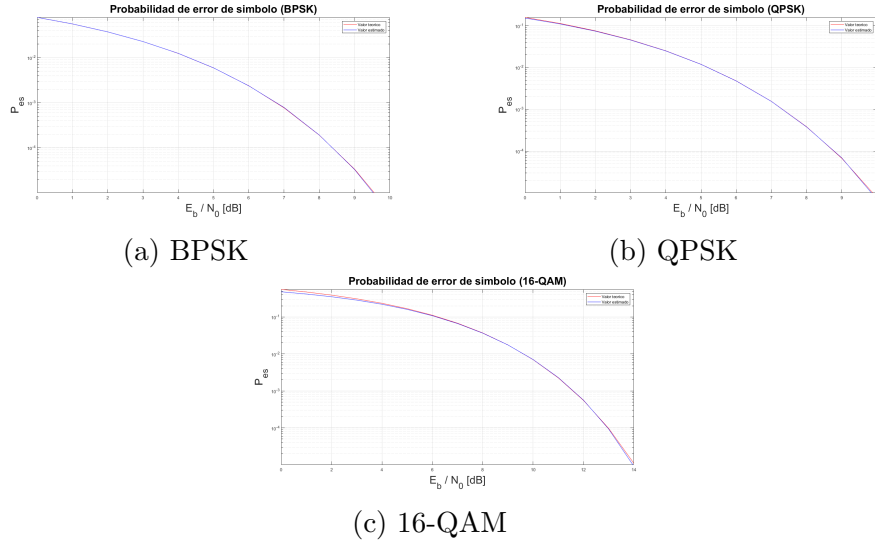


Figura 6: Curvas de probabilidad de error de símbolo en función de  $E_b/N_0$ .

## Ejercicio 2

A continuación se analiza el efecto producido por la presencia de un error de fase de portadora  $\theta$  fijo en el receptor. En la figura 7 se grafican las muestras a la salida del filtro adaptado frente a un error de fase  $\theta = \pi/8$  sin ruido en el canal, para los esquemas BPSK y QPSK. En BPSK, la degradación debida a esta rotación se aprecia en una reducción de la componente en fase, es decir, de la proyección de las muestras sobre el eje horizontal. En cambio, en el caso de QPSK la degradación por error de fase se observa tanto en la componente en fase como en la componente en cuadratura.

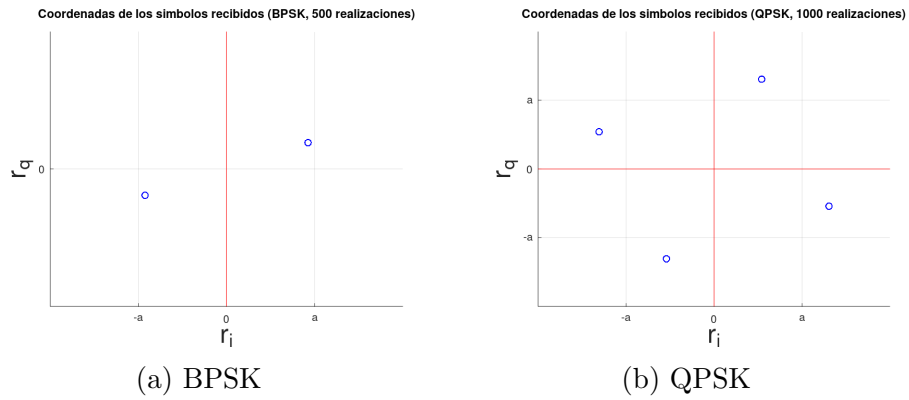


Figura 7: Recepción con error de fase  $\theta = \pi/8$ .

La presencia de un error de fase implica que el desempeño del esquema BPSK ya no se vea afectado solamente por la componente en fase del ruido, puesto que ahora la rotación provoca que la componente en cuadratura también tenga peso en la degradación. Esto puede apreciarse en la figura 8, donde además del error de fase  $\theta$  se incluye ruido AWGN con potencia tal que  $E_b/N_0 = 10dB$ .

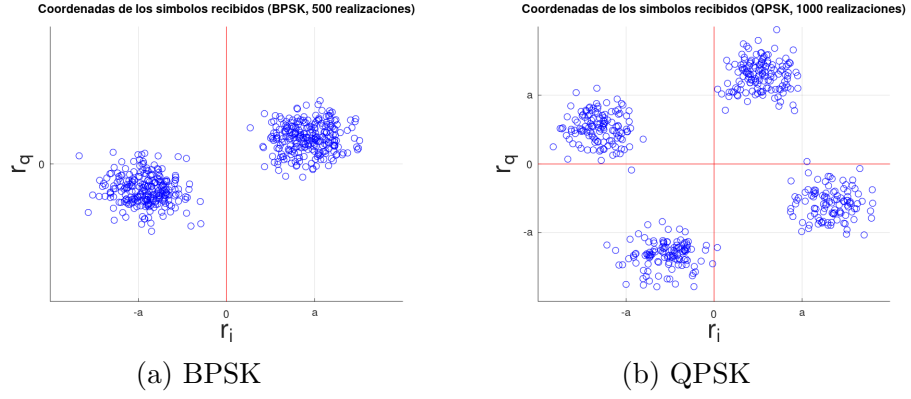
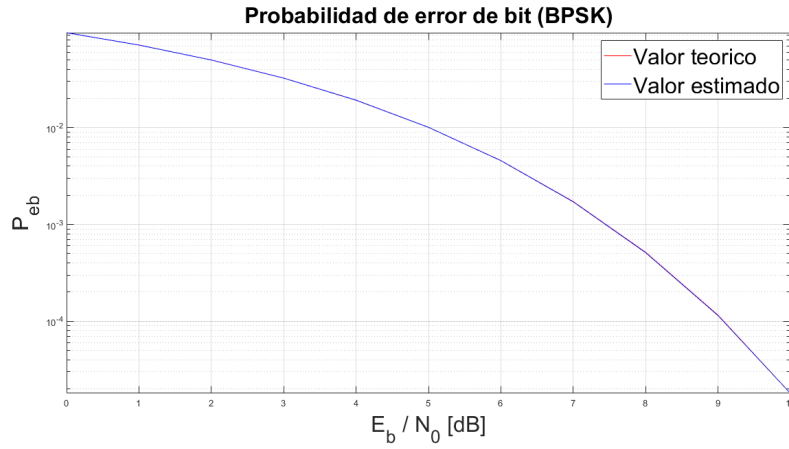


Figura 8: Recepción con error de fase  $\theta = \pi/8$  y  $E_b/N_0 = 10dB$ .

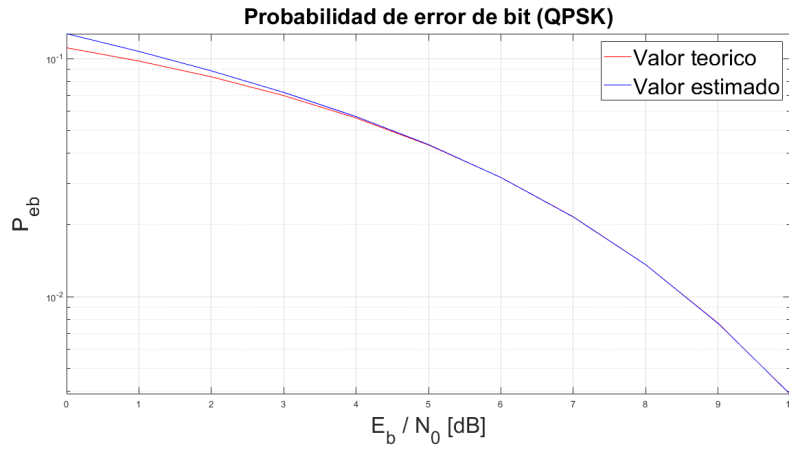
Estudiando la reducción de la distancia punto-frontera producida por el error de fase, se llega a las cotas expuestas en la tabla 2. En ambos casos se observa que el efecto del error de fase se manifiesta como un factor menor a 1 que multiplica al numerador en la expresión de la  $P_{eb}$ . En la figura 9 se comparan las curvas de  $P_{eb}$  relevadas mediante simulación con las obtenidas a partir de las expresiones teóricas.

Tabla 2: Probabilidad de error de bit con error de fase de portadora

Esquema de modulación	$P_{eb}$
BPSK	$Q\left(\sqrt{\frac{\cos^2(\theta)2E_b}{N_0}}\right)$
QPSK	$\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{(1- \sin(2\theta) )2E_b}{N_0}}\right)$



(a) BPSK



(b) QPSK

Figura 9:  $P_{eb}$  con error de fase  $\theta = \pi/8$ .

### Ejercicio 3

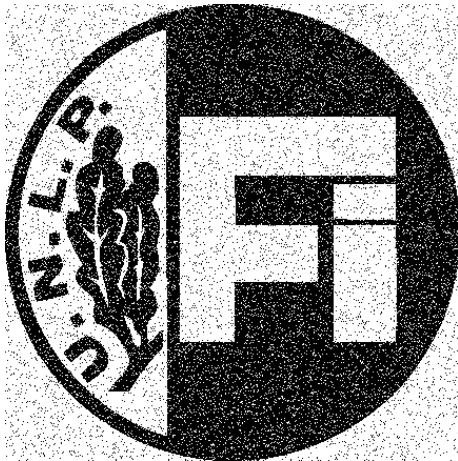
Finalmente, se utiliza el sistema modelado para simular la transmisión de un archivo de imagen, "logo FI.tif", que se muestra en la figura 10. El esquema de modulación aplicado en este caso es 16-QAM, sin error de sincronismo de fase. En la figura 11 se comparan las imágenes recibidas con  $E_b/N_0 = 2dB$  y  $E_b/N_0 = 10dB$ .

Como se verifica al observar ambas imágenes recibidas, los errores cometidos en la determinación de los bits transmitidos se traducen en píxeles que invierten su color. Como es de esperar, una menor  $E_b/N_0$  produce una cantidad mayor de bits errados.





Figura 10: Imagen transmitida.



(a)  $E_b/N_0 = 2dB$



(b)  $E_b/N_0 = 10dB$

Figura 11: Imágenes recibidas.

## 4 Conclusiones

Los resultados obtenidos mediante la simulación planteada se ajustan a los datos teóricos. Esto valida el modelo como una herramienta útil para analizar el desempeño de los sistemas de comunicación estudiados, en las condiciones y bajo los supuestos en que el mismo fue diseñado.

El modelado a nivel de símbolo supone una reducción sustancial en las demandas computacionales, lo cual permite la implementación en equipos con recursos limitados y mantener acotados los tiempos de cómputo.

A lo largo de este informe se ha evidenciado la importancia que la energía invertida en la transmisión tiene en el desempeño de los sistemas de comunicación, especialmente cuando se transmite a través de canales con alta presencia de ruido. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la energía es un recurso limitado y que su disponibilidad depende de las características particulares del sistema. Por eso es fundamental el diseño de sistemas de comunicación que hagan un uso lo más eficiente posible de la energía disponible.

## Referencias

- [1] S. Haykin. *Communications Systems, 4th Edition*. John Wiley & Sons, 2001.
- [2] J. Proakis and M. Saleh. *Digital Communications, 5th Edition*. McGraw Hill, 2007.