Министерство Образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ «УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Кафедра систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №7
"Разработка системы управления для неполноприводного робота"

Выполнил: студент группы R3136
Шахтаров Иван
Преподаватель: Перегудин А.А

Санкт-Петербург 2020

1 Цель работы

Получить опыт составления модели вход-состояние-выход для относительно сложного электромеханического устройства. Познакомиться с понятием П-регулятора состояния, расчетом его коэффициентов и принципами работы неполноприводных роботов, находящихся под его управлением.

2 Расчет характеристик робота

Для составления успешной математической модели необходимы следующие данные о роботе:

1. k_m, k_e - конструктивные постоянные двигателя
2. $m_т, m_к$ - масса тележки[1] и колеса[2] соответственно
3. L - длина тележки
4. R - сопротивление двигателя
5. r - радиус колеса
6. $J, J_т, J_к$ - моменты инерции(отн. собственных центров масс) для двигателя, тележки и колеса соответственно

Из прошлых лабораторных работ мы знаем, что:

$$k_m = k_e = 0.29$$

$$R = 4.7 \text{ Ом}$$

$$J = 0.0023 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Из-за отсутствия возможности измерить $m_т, m_к, L$, эти данные были найдены в интернете:

$$L = 0.111 \text{ м}$$

$$m_т = 0.330 \text{ кг}^3$$

$$m_к = 0.018 \text{ кг}^4$$

$$r = 0.028 \text{ м}^4$$

[1]Сюда входит брик, два двигателя и датчик

[2]Шина + колесо

[3]Источник: http://home.agh.edu.pl/ ap/segway/docs/nxt-lego-part-weights.pdf

[4]Источник: http://wheels.sariel.pl/

Моменты инерции для двигателя и тележки вычислим по известным из курса физики формулам, представив тележку, как набор кубоидов, а колесо, как цилиндр:

$$J_{\text{к}} = \frac{mr^2}{2} = \frac{0.018 \cdot 0.028^2}{2} = 0.007056 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

Для вычисления $J_{\text{т}}$ воспользуемся свойством аддитивности момента инерции и теоремой Штейнера. Для лучшего понимания снизу представлены приблизительные чертежи робота (все измерения в мм):

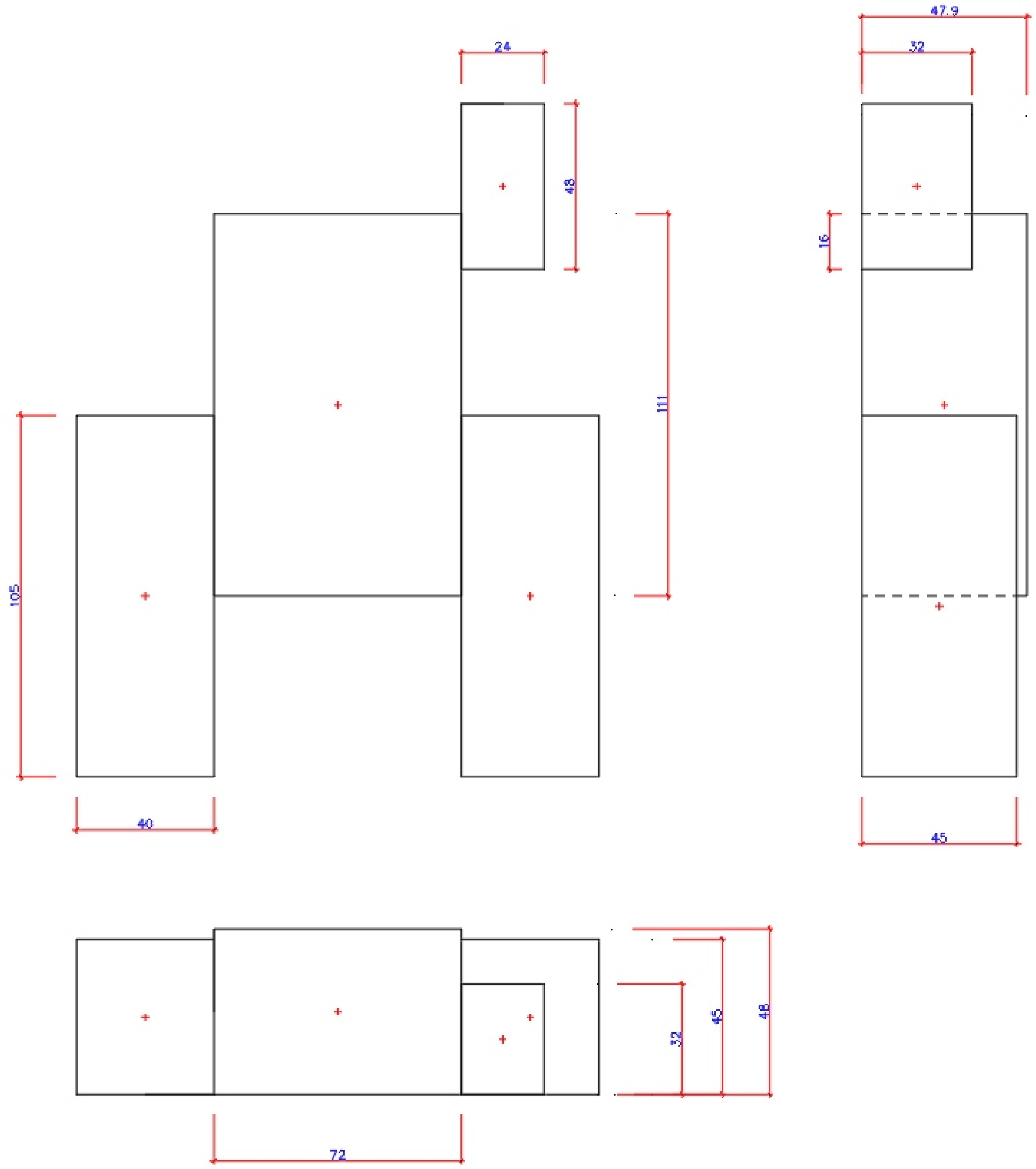

Рис. 1: Чертеж робота

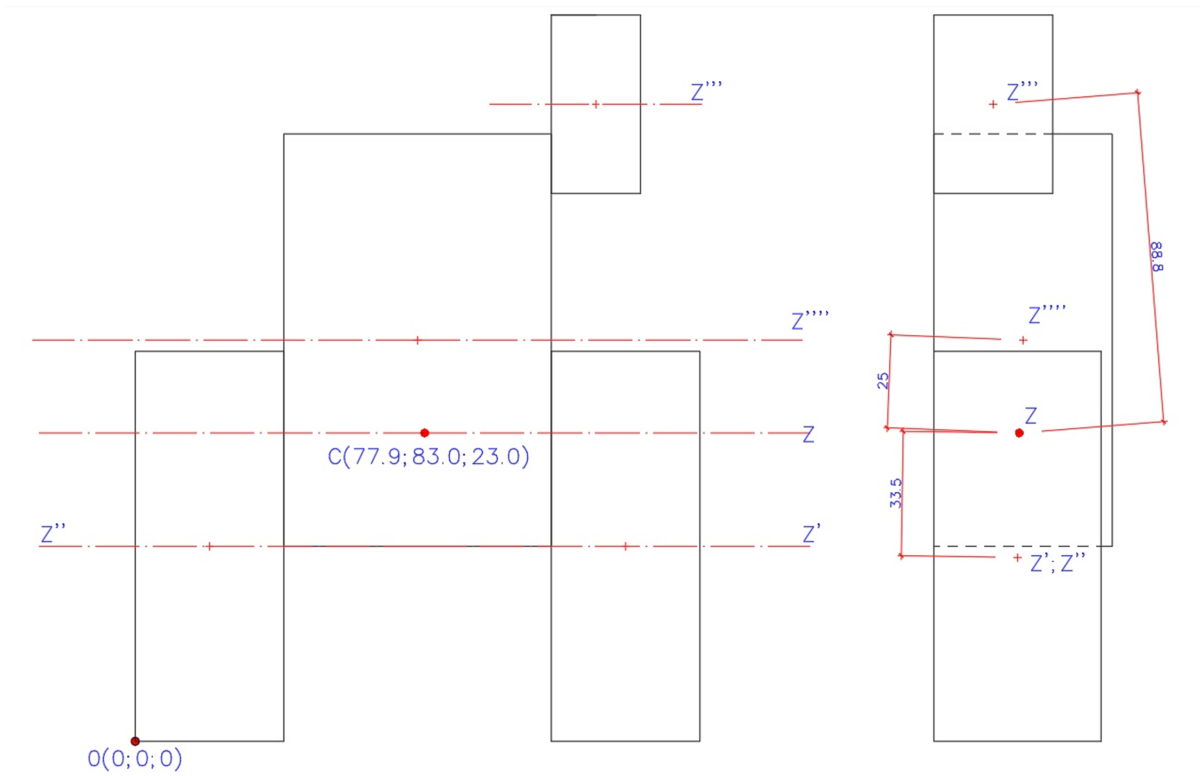

Рис. 2: Расположение осей симметрии

При помощи легко гуглящихся формул найдем координаты центра масс нашего робота. Для этого будем считать, что центр масс каждого кубоида совпадает с его геометрическим центром:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

где $m_i, \vec{r}_i$ - масса и радиус вектор центра масс i-того кубоида

$$\vec{r}_c = \frac{0.08\begin{pmatrix}20\\52.5\\22.5\end{pmatrix} + 0.08\begin{pmatrix}134\\52.5\\22.5\end{pmatrix} + 0.16\begin{pmatrix}76\\108\\24\end{pmatrix} + 0.01\begin{pmatrix}124\\171.5\\16\end{pmatrix}}{0.08 + 0.08 + 0.16 + 0.01} = \begin{pmatrix}77.9\\83.0\\23.0\end{pmatrix}$$

Теперь, зная координаты центра масс системы, можно расположить ось симметрии Z и уже относительно нее рассчитать момент инерции $J_\text{т}$ с помощью следующей формулы:

$$J_\text{т} = J_\text{брик} + 2J_\text{дпт отн. Z} + J_\text{датчик отн. Z} \tag{1}$$

Оси Z' и Z'' совпадают, тогда пусть $ZZ' = ZZ'' = 0.0335$ (м) $= b$
Также введем обозначение для $ZZ''' = 0.0888$ (м) $= c$ и $ZZ'''' = 0.025$ (м) $= a$

$$J_\text{брик} = \frac{m_\text{брик}(h^2_\text{брик} + d^2_\text{брик})}{12} + m_\text{брик}a^2 = 0.000295 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \tag{2}$$

$$J_{\text{дпт}} = \frac{m_{\text{дпт}}(h^2_{\text{дпт}} + d^2_{\text{дпт}})}{12} + m_{\text{дпт}}b^2 = 0.000177 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \quad (3)$$

$$J_{\text{датчик}} = \frac{m_{\text{датчик}}(h^2_{\text{датчик}} + d^2_{\text{датчик}})}{12} + m_{\text{датчик}}c^2 = 0.0000816 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \quad (4)$$

где h_i, d_i - высота и длина нужного кубоида соответственно
Подставив полученные в (2)-(4) значения в (1) получаем, что

$$J_{\text{т}} = 0.00073 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

3 Расчет коэффициентов регулирования

Используя вычисленные нами ранее параметры системы, составим матрицу управляемости $Y_{3\times3}$ которая в нашем случае будет выглядеть, как $[B\ AB\ A^2B]$, где $A_{3\times3}$ - матрица, определяющая динамические свойства объекта управления, а $B_{3\times1}$ - матрица входа управляющих воздействий.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{m_{\text{т}}^2 l^2 gr}{\chi_1} & \frac{2k_m k_e(m_{\text{т}}lr + m_{\text{т}}l^2 + J_{\text{т}})}{R\chi_1} & 0 \\ -\frac{m_{\text{т}}gl(m_{\text{т}}r^2 + 2m_{\text{к}}r^2 + 2J_{\text{к}} + 2J)}{\chi_1} & -\frac{2k_m k_e(m_{\text{т}}lr + m_{\text{т}}r^2 + 2m_{\text{к}}r^2 + 2J_{\text{к}})}{R\chi_1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2k_m(m_{\text{т}}lr + m_{\text{т}}l^2 + J_{\text{т}})}{R\chi_1} \\ \frac{2k_m(m_{\text{т}}lr + m_{\text{т}}r^2 + 2m_{\text{к}}r^2 + 2J_{\text{к}})}{R\chi_1} \end{bmatrix}$$

где $\chi_1 = m_{\text{т}}lr(m_{\text{т}}lr - 2J) - (m_{\text{т}}l^2 + J_{\text{т}})(m_{\text{т}}r^2 + 2m_{\text{к}}r^2 + 2J_{\text{к}} + 2J)$, а $l = \frac{L}{2}$
Подставив числовые значения, получим следующее:

$$\chi_1 = -1.07 \cdot 10^{-5}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -8.6381 & -7.5880 & 0 \\ 82.5553 & 2.7334 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 26.1654 \\ -9.4256 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -0.0094 & 0.0715 \\ 0.0262 & -0.1985 & 1.5879 \\ -0.0094 & 0.0715 & -1.3208 \end{bmatrix}$$

$$det(Y) = -1.85 \cdot 10^5 \neq 0$$

Из этого следует, что робот управляем

Так как порядок объекта управления n в нашем случае равен 3, то стандартное время переходного процесса $t^*_п = 6.3$ с, действительное же время переходного процесса возьмем равным $t_п = 0.5$ с, тогда

$$\omega_0 = \frac{t^*_п}{t_п} = 12.6$$

Уравнение для вычисления матрицы коэффициентов K имеет вид:

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & b_2 & b_3 \\ b_3 & 0 & a_{32}b_2 - a_{22}b_3 \\ a_{32}b_2 - a_{22}b_3 & a_{21}b_3 - a_{31}b_2 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3\omega_0 + a_{22} \\ 3\omega_0^2 + a_{31} \\ \omega_0^3 - a_{22}a_{31} + a_{21}a_{32} \end{bmatrix}$$

Подставив численные значения получаем:

$$K = \begin{bmatrix} -59.2889 \\ -1.2523 \\ -6.6818 \end{bmatrix}$$

4 Моделирование системы в Simulink

Результат моделирования представлен на рисунках 3 и 4 ниже

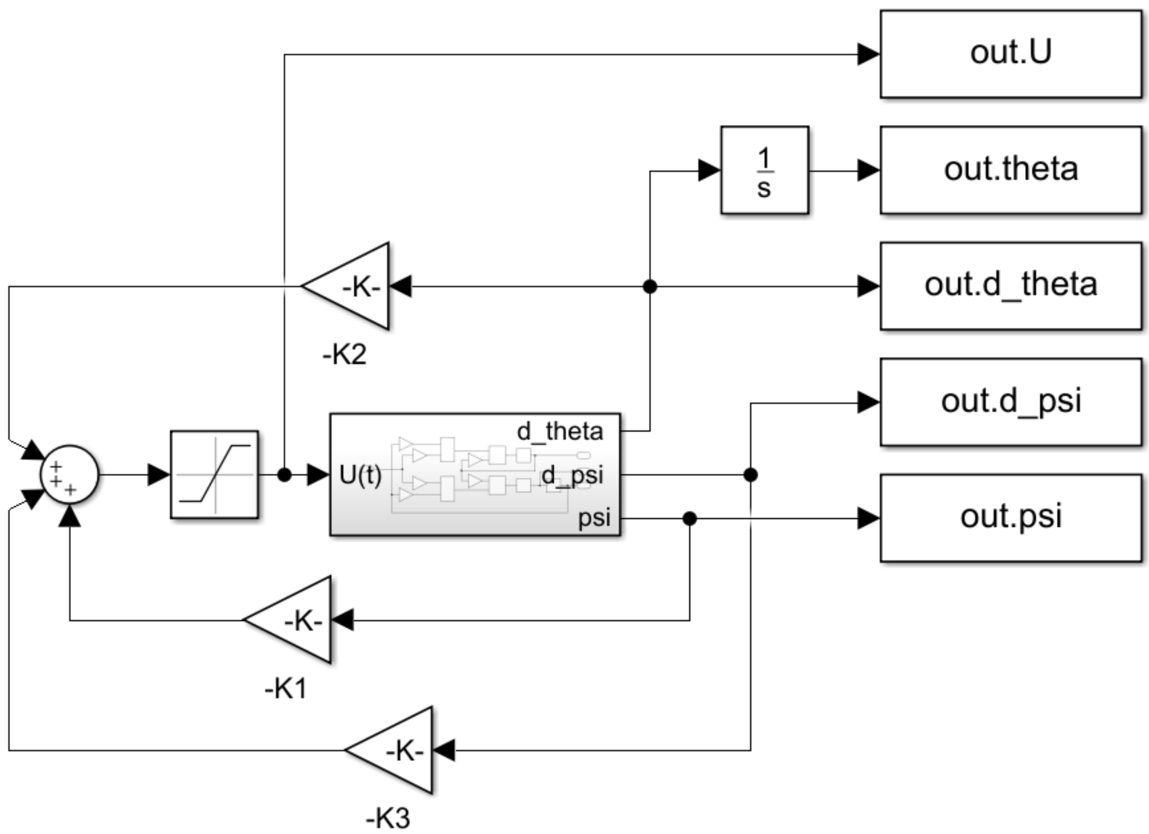

Рис. 3: Система

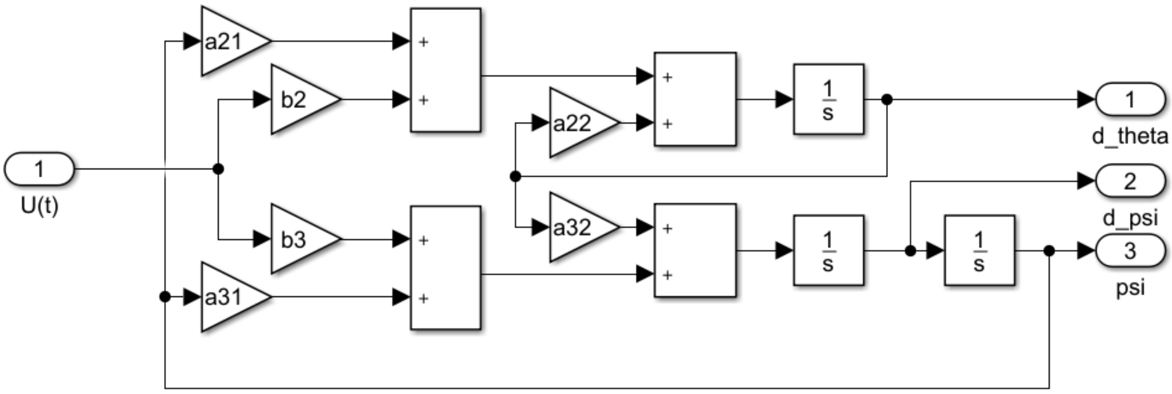

Рис. 4: Подсистема

Код в Matlab:

```
k_m = 0.29;
k_e = k_m;
R = 4.7;
m_t = 0.33;
m_k = 0.018;
r = 0.028;
l = 0.111/2;
J = 0.0023;
J_k = 0.000007056;
J_t = 0.00073;
g = 9.8;

Um = 8;
t = 0.5;
t_zvezda = 6.3;
w_0 = t_zvezda/t;

x_1 = m_t*l*r*(m_t*l*r-2*J)-(m_t*l^2+J_t)*(m_t*r^2+2*m_k*r
    ^2+2*J_k+2*J);

a11 = 0;
a12 = 0;
a13 = 1;
a21 = (m_t^2*g*r*l^2)/x_1;
```

```
a22 = (2*k_m*k_e*(m_t*l*r + m_t*l^2 + J_t))/(R*x_1);
a23 = 0;
a31 = (-m_t*g*l*(m_t*r^2 + 2*m_k*r^2 + 2*J_k + 2*J))/x_1;
a32 = (-2*k_m*k_e*(m_t*l*r + m_t*r^2 + 2*m_k*r^2 + 2*J_k))/(R*x_1);
a33 = 0;

b1 = 0;
b2 = (-2*k_m*(m_t*l*r + m_t*l^2 + J_t))/(R*x_1);
b3 = (2*k_m*(m_t*l*r + m_t*r^2 + 2*m_k*r^2 + 2*J_k))/(R*x_1);

A = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];
B = [b1; b2; b3];

C = A*B;
D = A^2*B;

Y = [B(1,1) C(1,1) D(1,1); B(2,1) C(2,1) D(2,1); B(3,1) C(3,1) D(3,1)];

E = [0 b2 b3; b3 0 a32*b2-a22*b3; a32*b2-a22*b3 a21*b3-a31*b2 0];
W = [3*w_0 + a22; 3*w_0^2 + a31; w_0^3 - a22*a31 + a21*a32];
K = E\W;

k_1 = K(1,1);
k_2 = K(2,1);
k_3 = K(3,1);

disp(Y);
THETA = out.d_psi.data * 180/pi;
THETA_TIME = out.d_psi.time;
plot(THETA_TIME, THETA, 'r');
grid on;
xlabel('{\it t}, c','Fontsize',20);
ylabel('$\dot{\psi}, ^\circ$','interpreter','latex','Fontsize',20)
hold on;
```

5 Графики

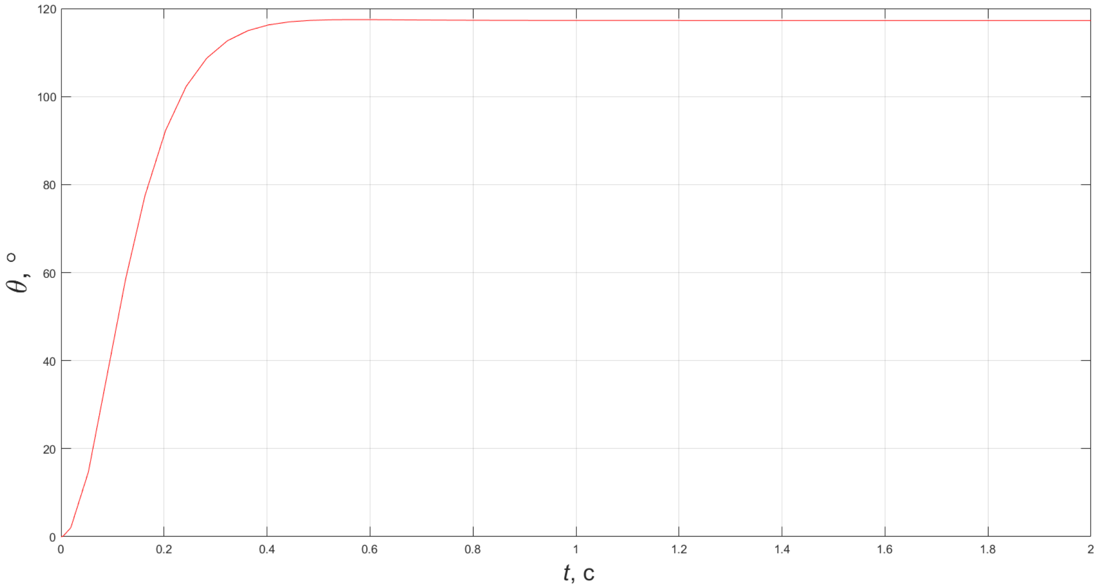

Рис. 5: Зависимость $\theta = \theta(t)$

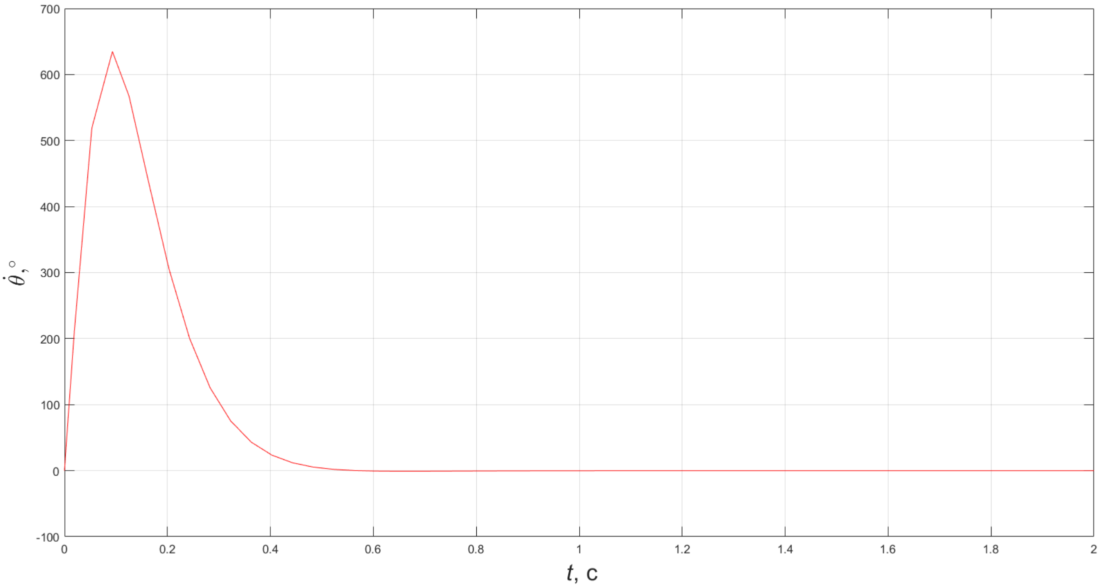

Рис. 6: Зависимость $\dot{\theta} = \dot{\theta}(t)$

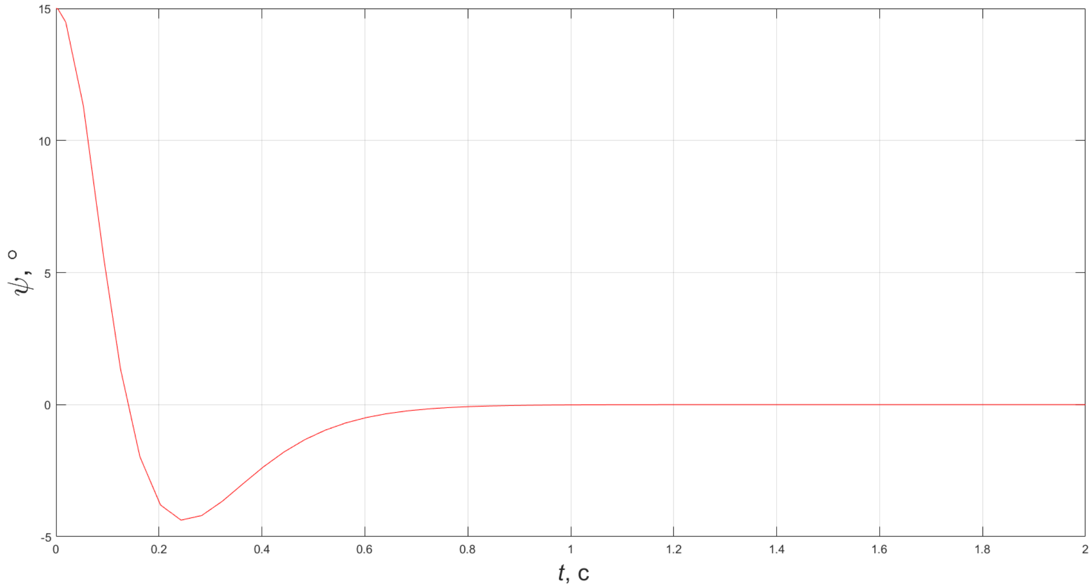

Рис. 7: Зависимость $\psi = \psi(t)$

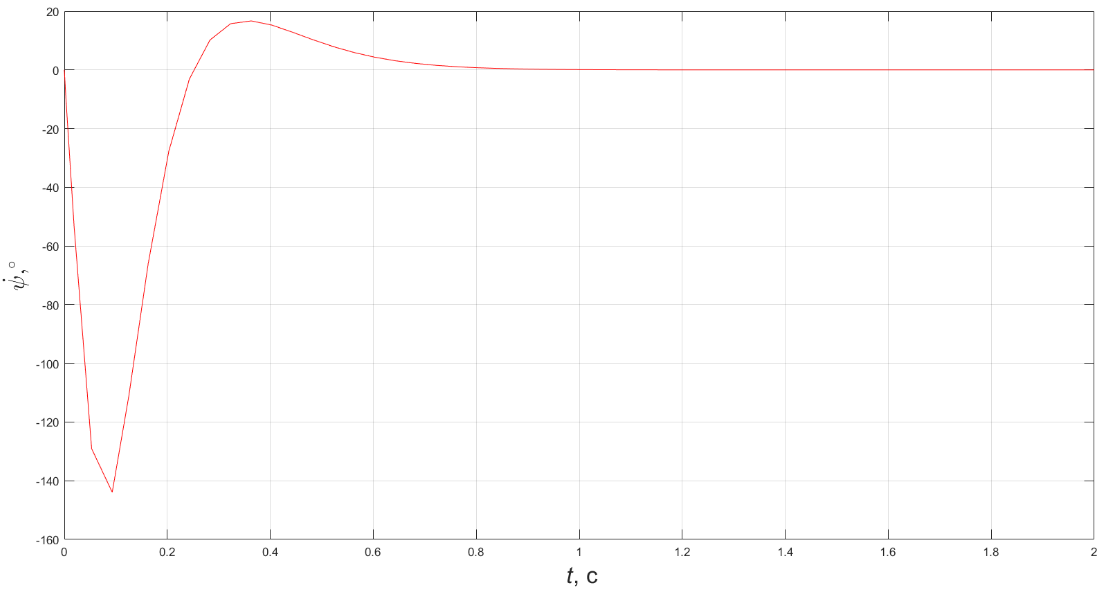

Рис. 8: Зависимость $\dot{\psi} = \dot{\psi}(t)$

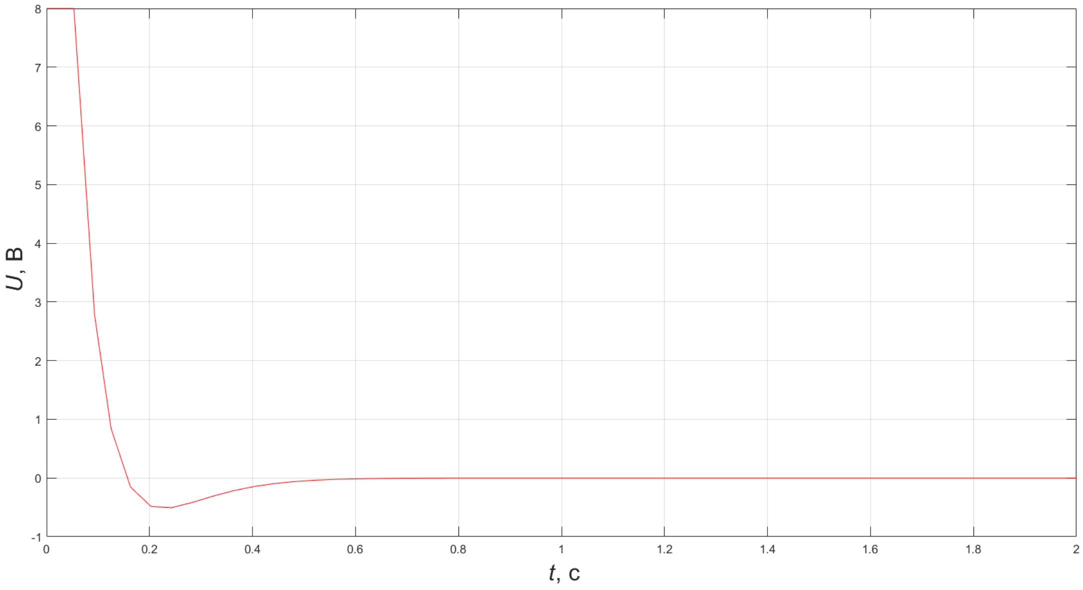

Рис. 9: Зависимость $U = U(t)$

6 Вывод

В ходе этой работы я получил опыт составления модели вход - состояние - выход, ознакомился с понятием П-регулятора состояния и научился работать в системе LaTeX.