

# Series y Sucesiones

## Clase 07

06 de mayo de 2020

Profesor Carlos Iván León Coras



# Series y Sucesiones

Una sucesión es un conjunto ordenado de elementos (normalmente números) que siguen un orden o patrón lógico.

Las sucesiones se dividen principalmente en 2 de acuerdo con su regla general para obtener los elementos de éstas: *aritméticas* y *geométricas*.

- Las sucesiones aritméticas son aquellas en las que se debe sumar o restar al elemento previo para obtener el elemento subsecuente.
- Las sucesiones geométricas son aquellas en las que se debe multiplicar o dividir el elemento previo para obtener el elemento subsecuente.

A su vez las sucesiones se pueden clasificarse de acuerdo a su “finitud” o a si terminan o no. Se clasifican en: *finitas* e *infinitas*

Un ejemplo de sucesión aritmética infinita es el siguiente:

5, 8, 11, 14, ...

Ahora bien, definamos serie; a pesar de que suelen confundirse los términos series y sucesión, son términos diferentes, mientras que una sucesión es un conjunto de números ordenados, una serie es la suma los elementos de la sucesión.

Dicho esto la serie relacionada con la sucesión anterior es la siguiente:

$5 + 8 + 11 + 14 + \dots$

Cuando estamos trabajando con una serie aritmética es importante identificar tres cosas: el primer elemento ( $a_1$ ), el salto de la sucesión ( $b$ ), y la fórmula de la sucesión ( $a_n = a_1 + b(n - 1)$ ).

En el ejemplo que estamos usando obtendríamos los siguientes datos:

$$\begin{aligned}a_1 &= 5 \\b &= 3 \\a_n &= 5 + 3(n - 1)\end{aligned}$$

Cuando trabajamos con sucesiones debemos entender dos conceptos que forman parte de cualquier sucesión: *elemento* y *posición*.

Elementos son todos aquellos números que forman parte de la sucesión, en nuestro ejemplo el 5, 8, 11, etc son elementos de la sucesión y cada elemento tiene asignada una posición o un lugar dentro de la sucesión, en nuestro ejemplo el 5 está en la posición 1, el 14 está en la posición 4, etc. Es importante tener claros ambos conceptos para no confundir el elemento 5 con la posición 5.

# Series y Sucesiones

Por lo tanto, es natural pensar que nos pueden realizar dos peticiones al momento de trabajar con sucesiones. Nos pueden pedir obtener el elemento que se encuentra en cierta posición, o bien, nos pueden pedir la posición en la que se encuentra cierto elemento.

Para ejemplificar lo anterior, realizaremos algunos ejercicios.

## Ejercicio

Dada la siguiente sucesión:

$$5, 8, 11, 14, \dots$$

Encuentra:

- a) El elemento que se encuentra en la posición 2020 ( $a_{2020}$ )
- b) La posición en la que se encuentra el elemento 26 ( $n$ )

Comenzaremos resolviendo el ejercicio del inciso a). Nos están solicitando encontrar  $a_{2020}$  por lo que usaremos la fórmula de la sucesión sustituyendo  $n = 2020$ .

$$a_n = 5 + 3(n - 1)$$

$$a_{2020} = 5 + 3(2020 - 1)$$

$$a_{2020} = 5 + 3(2019)$$

$$a_{2020} = 5 + 6057$$

$$a_{2020} = 6062$$

Ahora, resolveremos el ejercicio b). De igual manera usaremos la fórmula de la sucesión solo que esta vez deberemos encontrar  $n$ . Y conocemos  $a_n = 26$ .

$$a_n = 5 + 3(n - 1)$$

$$26 = 5 + 3(n - 1)$$

$$26 = 5 + 3n - 3$$

$$26 - 5 + 3 = 3n$$

$$24 = 3n$$

$$3n = 24$$

$$n = \frac{24}{3}$$

$$n = 8$$

# Series y Sucesiones

Como podemos ver resulta relativamente sencillo encontrar tanto elementos de una sucesión, como la posición de algunos elementos; pero debemos realizar el procedimiento adecuado según sea la situación. Realizaremos otro ejercicio:

## Ejercicio

Dada la siguiente sucesión:

$$17, 23, 29, 35, \dots$$

Encuentra:

- a) El elemento que se encuentra en la posición 500 ( $a_{500}$ )
- b) La posición en la que se encuentra el elemento 65 ( $n$ )

Comenzaremos resolviendo el ejercicio del inciso a). Nos están solicitando encontrar  $a_{500}$  por lo que usaremos la fórmula de la sucesión sustituyendo  $n = 500$ .

$$\begin{aligned}a_n &= 17 + 6(n - 1) \\a_{500} &= 17 + 6(500 - 1) \\a_{500} &= 17 + 6(499) \\a_{500} &= 17 + 2994 \\a_{500} &= 3011\end{aligned}$$

Ahora, resolveremos el ejercicio b). De igual manera usaremos la fórmula de la sucesión solo que esta vez deberemos encontrar  $n$ . Y conocemos  $a_n = 65$ .

$$\begin{aligned}a_n &= 17 + 6(n - 1) \\65 &= 17 + 6(n - 1) \\65 &= 17 + 6n - 6 \\65 - 17 + 6 &= 6n \\54 &= 6n \\6n &= 54 \\n &= \frac{54}{6} \\n &= 9\end{aligned}$$

# Series y Sucesiones

Realizaremos un par de ejercicios similares de tarea para practicar lo visto hasta ahora.

## Tarea

- Dada la siguiente sucesión:

21, 29, 37, 45, ...

Encuentra:

- a) El elemento que se encuentra en la posición 1000 ( $a_{500}$ )
- b) La posición en la que se encuentra el elemento 149 (n)

- Dada la siguiente sucesión:

3, 7, 11, 15, ...

Encuentra:

- a) El elemento que se encuentra en la posición 2021 ( $a_{500}$ )
- b) La posición en la que se encuentra el elemento 99 (n)