

Interaktivna računalna grafika

Ak. god. 2019./2020.

Dokumentacija

Laboratorijske vježbe

Ivana Barišić

Svibanj, 2020

VJEŽBA 1: Osnovne operacije u RG

U prvoj laboratorijskoj vježbi bilo je potrebno programski ostvariti osnovne matematičke operacije koje su nam kasnije bile potrebne za ovaj predmet. Operacije su se pretežno radile nad vektorima (jednodimenzionalno polje kao *Numpy array*) i matricama koje su bile pohranjene kao dvodimenzionalna polja. Operacije koje smo ostvarili nad vektorima bile su zbrajanje, oduzimanje i skaliranje, kao i skalarni i vektorski produkt. Operacije nad matricama bile su izračunavanje determinante, inverza, transponiranje matrice, međusobno množenje i zbrajanje matrica. Radni zadatak se sastojao od 3 dijela. Programsko rješenje napisano je u programskom jeziku Python. U prvom, pohranjeno kao *matrice.py*, trebalo je demonstrirati funkcionalnosti opisanih operacija nad vektorima i matricama na priloženim testnim primjerima. Sve funkcionalnosti odvijaju se u glavnom programu. U drugom dijelu radnog zadatka, pohranjeno kao *jednadzba.py*, trebalo je korisniku omogućiti unos sustava od 3 jednadžbe od 3 nepoznanice x, y, z te se rezultat sustava jednadžbi se ispisiuje na zaslon u obliku $[x \ y \ z]$. Korisnik preko tipkovnice redom unosi podatke o prvoj jednadžbi pa podatke o drugoj jednadžbi te konačno podatke o trećoj jednadžbi i svaki podatak odvaja zarezom, a program to pamti pomoću metode `input`. Primjer dobrog upisa podataka je: „1, 1, 1, 6, -1, -2, 1, -2, 2, 1, 3, 13“, što prvu jednadžbu definira kao „ $x + y + z = 6$ “. Sirovi podatci se tada pretvaraju u dvije matrice: a (sadržava koeficijente u x, y i z) i b (sadrži slobodne članove) koje su pohranjene kao *Numpy array*.

Cilj trećeg zadatka, pohranjen kao *baricentricne_koordinate.py*, bio je ispisati baricentrične koordinate točke T s obzirom na koordinate vrhova trokuta ABC koji se nalazi u 3D prostoru. One su korisne za određivanje nalazi li se točka unutar ili van trokuta u 3D prostoru. Za neku točku T nalazimo baricentričnu kombinaciju

$$T = t_1 \cdot A + t_2 \cdot B + t_3 \cdot C$$

gdje su t_1, t_2, t_3 baricentrične koordinate. Za baricentričnu

kombinaciju nužno vrijedi da je suma jednaka jedan tj. $t_1 + t_2 + t_3 = 1$. korisnik preko tipkovnice, kao i u prethodnom primjeru slijedno unosi koordinate točaka vrhova A,B,C i naposljetku koordinate točke C, također odvojene zarezima. Izračun baricentričnih koordinata ostvaren je umnoškom matrice „a“ (dobivena invertiranjem transponirane matrice trokuta) i matrice „b“ (dobivena transponiranjem koordinata točke T). Potencijalan problem koji nisam prekrila u svom rješenju je ukoliko matrica „a“ koju je potrebno invertirati nije invertibilna, zadatak nije u mogućnosti izračunati baricentrične koordinate točke. To bi se dogodilo ukoliko je jedan vrh trokuta u ishodištu ili su točke trokuta u jednoj od ravnina xy, xz ili yz i to rezultira jednom koordinatom da bude 0. U zadatku je bilo naglašeno kako se tim problemom lošeg zadavanje točaka ne moramo zamarati.

VJEŽBA 2: Crtanje linija na rasterskim prikaznim jedinicama

Zadatak druge vježbe bio je iscrtavanje linije Bresenham-ovim postupkom crtanja linije. Trebalo je učitati koordinate dviju točaka (T1 i T2) te pomoću njih iscrtati liniju koristeći Bresenham-ov algoritam. Nakon što smo liniju nacrtali pomoću Bresenham-a, za usporedbu smo morali nacrtati novu liniju pomoću naredbe LINE koja će uvijek biti pomaknuta za 20 po y ovi od originalne y-koordinate $(x1, y1 + 20)$, $(x2, y2 + 20)$. Program je napisan u programskom jeziku *Python* i pohranjeno kao *pravac.py*. Korisnik klikom miša na rasterskoj prikaznoj jedinici pokreće window event *on_mouse_press* i na taj način (pomoću dva klika) zadaje točke T1 i T2. Potprogram *nacrtaj* prima x i y koordinate oba vrha i na temelju njih određuje koji kut zatvaraju odabrane točke i na temelju te vrijednosti se određuje za potrebne promjene:

- Ako je $x1$ manji od ili jednak $x2$ te ako je $y1$ manji od ili jednak $y2$ crtaj liniju metodom *nacrtaj_do_90* koja crta linije za kuteve 0 - 90 stupnjeva.
- Ako je $x1$ manji od ili jednak $x2$ te ako je $y1$ veći od $y2$ crtaj liniju metodom *nacrtaj_do_minus_90* koja crta linije za kuteve -90 - 0 stupnjeva.
- Ako je $x1$ veći od $x2$ te ako je $y1$ veći od ili jednak $y2$ crtaj liniju metodom *nacrtaj_do_90* koja crta linije za kuteve 0 - 90 stupnjeva.
- Ako je $x1$ veći od $x2$ te ako je $y1$ manji od $y2$ crtaj liniju metodom *nacrtaj_do_minus_90* koja crta linije za kuteve -90 - 0 stupnjeva.

Potprogram *nacrtaj_do_90* funkcionira na principu Bresenham-ovog algoritma koji zapravo crta linije (0 - 45) stupnjeva te modifikacijom nad vrhovima (zamjena x i y koordinata kako bi prividno namjestili da kutevi budu u tom rasponu i time ograničavamo da tangens kuta kojega računamo nikada ne prelazi 1. Programsko ostvarenje postupka preuzeto je iz priloženih kodova iz službene knjige predmeta. Prvo odredimo nagib pravca (a) te početnu vrijednost y-koordinate ($y3$) i inicijaliziramo ($y4$) koja nam služi za provjeru možemo li osvijetliti piksel.

$$a = 2 * (y_2 - y_1)$$

$$y_3 = y_1$$

$$y_4 = -(x_2 - x_1)$$

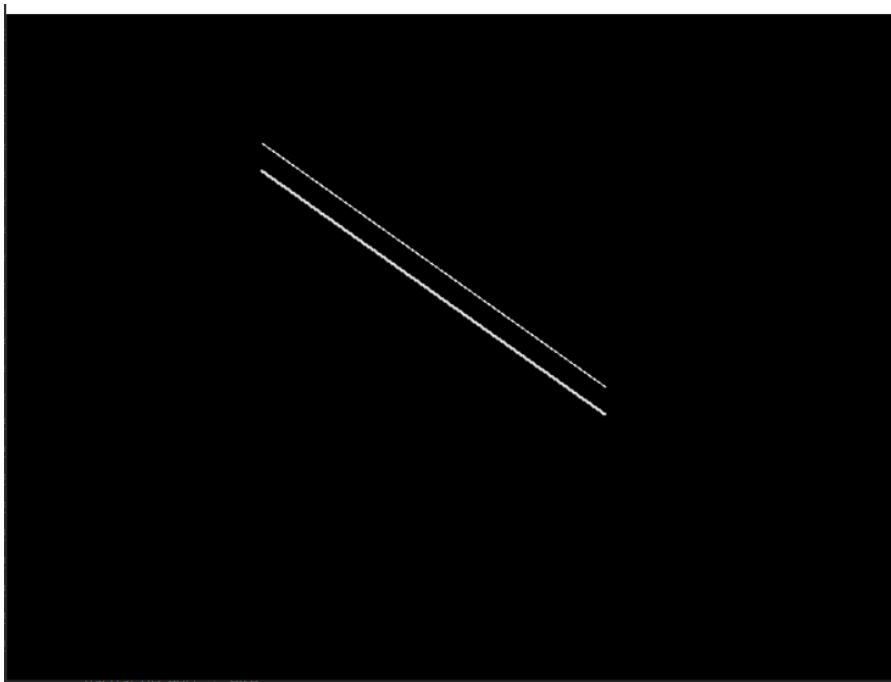
Nakon toga x_1 koordinatu postepeno povećavamo za jedan do vrijednosti x_2 i svakim korakom osvježavamo

$$y_4 += a$$

te vršimo provjeru trebamo li osvjetliti piksel ($y_4 > 0$). Ukoliko je to istinito piksel osvjetljavamo metodom `graphics.draw(GL_POINTS)` iz biblioteke *Pyglet*.

Potprogram *nacrtaj_do_minus_90* radi na istom principu kao gornji potprogram, jedina razlika je u tome što se y -koordinata ne uvećava za 1, već smanjuje.

Na (slika 1.) je prikazan jedan od mogućih izlaza programa.



slika 1: pravac.py

VJEŽBA 3: Crtanje i popunjavanje konveksnog poligona

Cilj treće vježbe bio je da korisnik preko tipkovnice unese broj n koordinata vrhova konveksnog poligona kojih će potom toliko puta klikom miša na restorskom zaslonu zadavati u smjeru kazaljke na satu. Zadatak je bio iscrtati taj poligon (slika 2.), odrediti koeficijente jednadžbi bridova te naknadno klikom miša na restorsku jedinicu zadati koordinate vrha V na temelju koje će program ispitati nalazi li se točka unutar ili van poligona. Kao posljednji korak trebalo je obojati poligon (slika 3). Programsko rješenje napisano je u programskom jeziku *python* i nazvano *konveksni_poligon_glavni_program.py*. Koordinate unesenih vrhova pamte se u potprogramu *on_mouse_press* koji potom sve susjedne točke proslijeđuje potprogramu *nacrtaj* koji pomoću biblioteke *Pyglet* i metodom *graphics.draw(GL_POINTS)* vrta linije konveksnog potprograma. Koeficijenti svih bridova računaju se u potprogramu *izracunaj_koef*. Oni se računaju formulom:

$$a(i) = y(i) - y(i + 1)$$

$$b(i) = -x(i) + x(i + 1)$$

$$c(i) = x(i) * y(i + 1) - x(i + 1) * y(i)$$

Nakon što smo mišem zadali točku V koju je također zapamtio potprogram *on_mouse_press* računa se odnos točke V u odnosu na iscrtani poligon u potprogramu *ispitaj_odnos* pomoću formule:

$$x * a(i) + y * b(i) + c(i) > 0$$

Koja za svaki brid provjerava ovu nejednakost i ako je istinita za samo jedan brid točka je van poligona, inače je unutar. Za postupak bojanja poligona liniju po liniju potrebno je izračunati raspon poligona tj. Minimalnu i maksimalnu vrijednost x i y koordinate.

Postepeno povećavajući korak (za 1) $[ymin, ymax]$ postavljamo $L = xmin$ i $D = xmax$ kao lijevu i desnu granicu poligona. Za svaki i u $[0, n-1]$ izvodi se sljedeće:

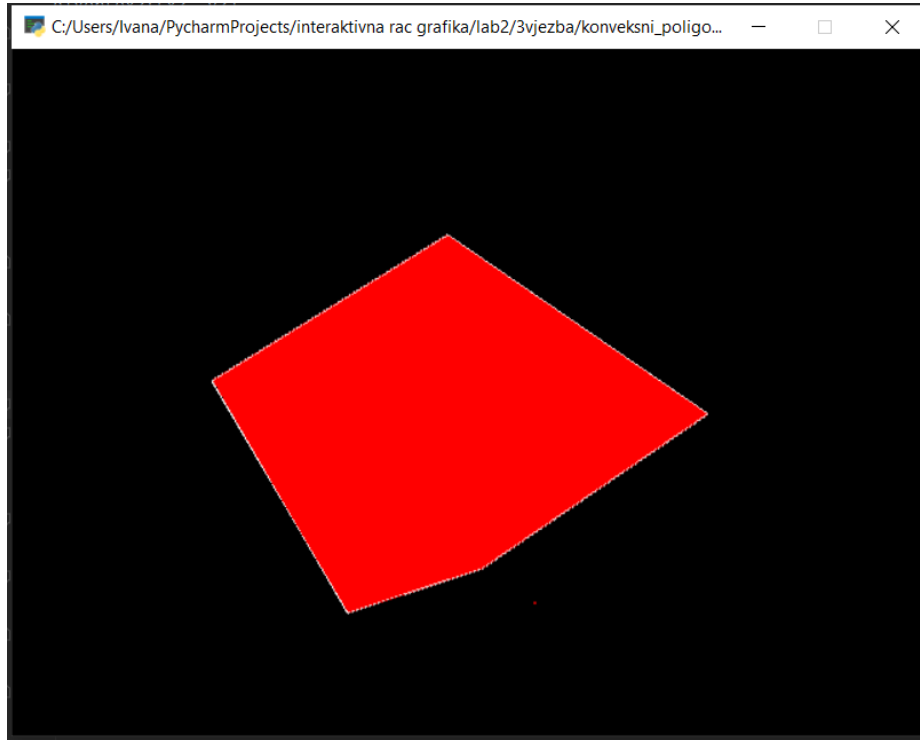
Ako $A(i) \neq 0$ računaj x koordinatu sjecišta ispitne linije y_0 i i -tog brida:

$$x1 = (-b(i) * y_0 - c(i)) / a(i)$$

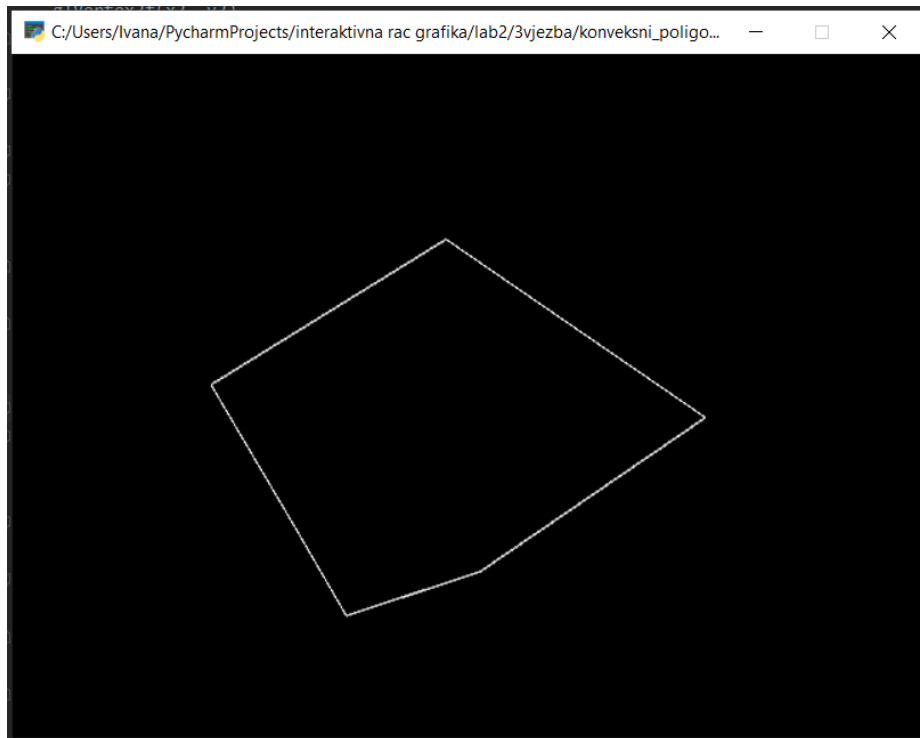
Ako je $y(i) < y(i + 1)$ i $x1 > L$ onda $L = x1$.

Ako je $y(i) \geq y(i + 1)$ i $x1 < D$ onda $D = x1$.

Za svaki L i D , ukoliko je L manja od D crta se linija od točka (L, y) i (D, y) i tako se iscrta poligon (Slika 3.)



Slika 2: iscrtan konveksni poligon



Slika 3: obojan konveksni poligon

VJEŽBA 4: Ravnina, tijelo

Cilj četvrte vježbe je iz datoteke tipa *.obj* učitati tijelo i to tijelo nacrtati pomoću poligona.

Iz datoteke je trebalo učitati broj vrhova i poligona te nakon toga i same vrhove i poligone. Trebalo je odrediti i minimalne i maksimalne koordinate točaka x, y, z, odrediti središte tijela i postaviti ga u ishodište te tijelo skalirati na raspon $[-1,1]$ kako bi stalo u ekran i odrediti koeficijente jednadžbe ravnine za svaki učitani poligon koje tijelo sadrži. Na kraju za zadanu točku V odrediti je li unutar ili van konveksnog tijela i iscrtati tijelo na ekran. Programski zadatak napisan je u programskom jeziku Python i spremljen kao *ravnina_tijelo.py*.

Nakon učitavanja vrhova i poligona iz datoteke računaju se koeficijenti za svaki poligon i spremaju se u listu koeficijenata, po formuli:

$$\begin{aligned}a &= (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(y_3 - y_1) \\b &= -(x_2 - x_1)(z_3 - z_1) + (z_2 - z_1)(x_3 - x_1) \\c &= (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) \\d &= -x_1 * a - y_1 * b - z_1 * c\end{aligned}$$

nakon izračunatih vrijednosti raspona x, y, z računamo središte tijela i maksimalni raspon:

$$\begin{aligned}\text{središte} &= ((x_{\min} + x_{\max})/2, (y_{\min} + y_{\max})/2, (z_{\min} + z_{\max})/2) \\ \text{max_raspon} &= \max(x_{\max} - x_{\min}, y_{\max} - y_{\min}, z_{\max} - z_{\min})\end{aligned}$$

pomoću kojih se tijelo skalira na zadani raspon tako da svakoj koordinati oduzmemo vrijednost te koordinate središta i pomnožimo s $2/\text{max_raspon}$.

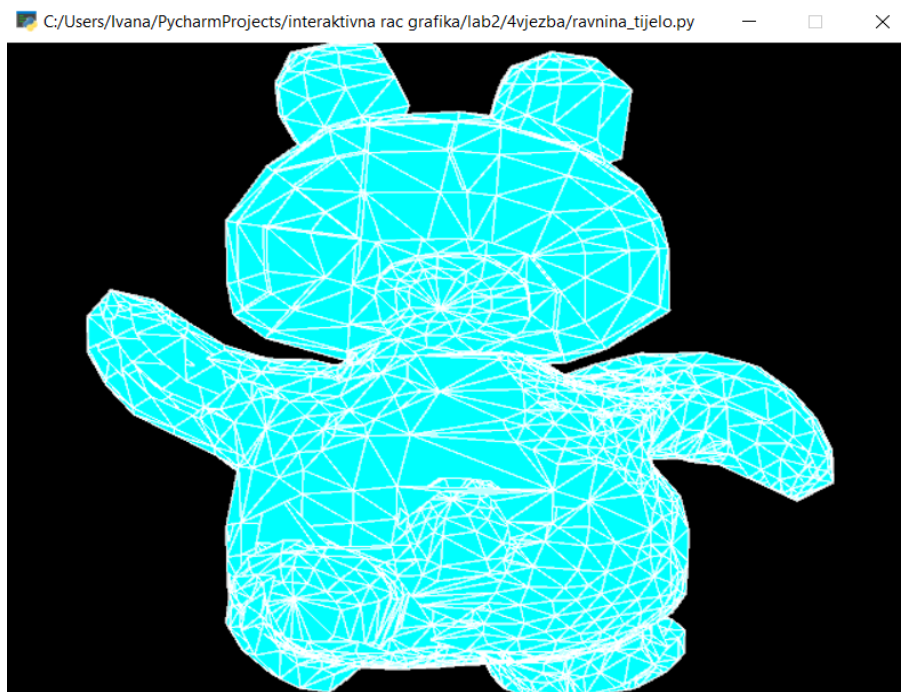
Provjera je li zadana točka V unutar ili van tijela je zapravo provjeravanje zadovoljivosti formule:

$$x * a(i) + y * b(i) + z * c(i) + d(i) > 0$$

Koja za svaku ravninu provjerava ovu nejednakost i ako je istinita za samo jednu točku je van tijela, inače je unutar.

Nakon svega aktivira se metoda *on_draw* iz *Pyglet* biblioteke koja postavlja poziva potprogram *postavi_parametre* koji postavlja veličinu prozora, projekciju, početnu boju i druge parametre.

u metodi se ide po svim parametrima koji se crtaju metodom *graphics.draw(GL_TRIANGLE_FAN)* iz biblioteke *Pyglet*. Iscrtano tijelo je predloženo na (slika 4.).



Slika 4. teddy.obj



Slika 5. kocka.obj

VJEŽBA 5: Transformacija pogleda i perspektivna

U ovoj vježbi trebalo je za zadani konveksni poligon iz prethodne vježbe načiniti transformaciju pogleda i perspektivnu projekciju koje se vrše pomoću niza operacija nad matricama. Učitavanje datoteke jednako je učitavanju u prošlom zadatku. Nakon što se tijelo učitao na zaslon se ispisuje njegov raspon kako bi korisniku koji pute tipkovnice unosi x, y, z koordinate odvojene zarezom gledišta i očišta bilo lakše. Moramo paziti kako se koordinate očišta ne stave unutar tijela (ispisom na ekran to pokušavamo izbjeći). Nakon učitanih vrhova poziva se metoda *primjeni_transformaciju* koja zatim poziva metodu *matrica_transformacije_pogleda_T* koja čini niz operacija nad matricama kako bi načinila matricu pogleda T. operacije su redom pomak u ishodište (T1), rotacija za kut alpha oko z-osi (T2), rotacija za kut beta oko y-osi (T3), rotacija za 90 stupnjeva oko z-osi (T4), promjena predznaka na x-os te se u zadnjem koraku sve navedene matrice objedine u jednu T matricu.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_3 = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

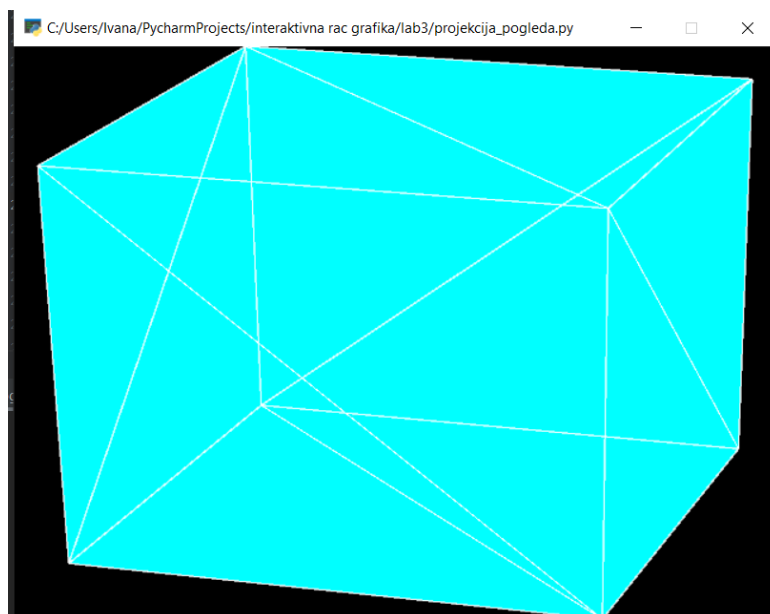
$$T_4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_5 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nakon toga dobiva se matrica transformacije projekcije P i ona izgleda ovako:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{H} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} :$$

Na svakom vrhu obavimo transformaciju pogleda i projekcije te ga skaliramo na raspon $[-1,1]$ kao u prethodnoj vježbi i pomoću window eventa *on_draw* odvija se crtanje objekta (opisano u prethodnoj vježbi). Pomoću metode *on_key_press*

iz *Pyglet* biblioteke omogućeno je pritiskom tipki O, I, P, L, G, F, B i V pomicanje koordinata gledišta i očišta za 0.01 i prikaz se ažurira na ekranu. Prikaz izvođenja programa je na (Slika 6.).



Slika 6. transformacija pogleda i projekcije nad kocka.obj

VJEŽBA 6: Prikaz prostornih krivulja postupkom Beziera

Zadatak je bio iz datoteke učitati $n+1$ točku kontrolnog poligona i iscrtati poligon te Bezier-ovim postupkom nacrtati krivulju koja najbolje aproksimira zadane točke. Zadnji korak je učitati tijelo iz rethodnih vježbi (način već poznat) i očiste pomicati po dobivenim točkama Bezier-ove krivulje te s tim podacima napraviti animaciju, uz uklanjanje stražnjih poligona) kojom će se vizualizirati mijenjanje očišta i kakve promijene to donosi nad objektom. Programski zadatak napisan je u programskom jeziku *Python* i nazvan *krivulja.py*.

U ovom programskom zadatku novost je metoda *draw_bezier* koja za svaki vrh računa težinske funkcije Bezier-a gdje za svaki t iz intervala $[0, 1]$ s korakom 0,01 određuje koordinate $x(t)$, $y(t)$ i $z(t)$ krivulje Beziera: $b = \text{bin_umnoz}(n,i) * t^i * (1-t)^{n-i}$ s kojim pomnožimo sve koordinate vrha:

$x += \text{vrh}.x * b$

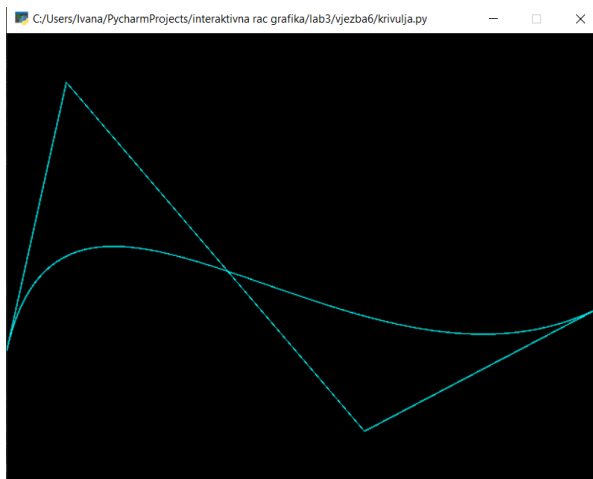
$y += \text{vrh}.y * b$

$z += \text{vrh}.z * b$

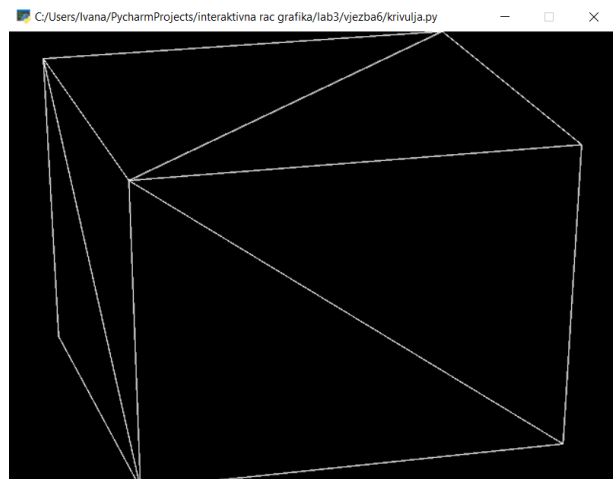
Animacija je postignuta metodom *update* koja je postavljena da ažurira novu vrijednost očišta svaku sekundu i zatim metoda *on_draw* ažurira prikaz na ekranu. (Slika 7.) prikazuje Bezier-ovu krivulju sa zadanim točkama vrhova, a (slika 8.) prikaz animacije. Uklanjanje stražnjih poligona obavlja se u metodi *nacrtaj1* uz provjeru uvjeta

$$a * \text{ociste}.x + B + \text{ociste}.y + c * \text{ociste}.z + d < 0$$

za svaki poligon koji se želi iscrtati. Ukoliko je uvjet zadovoljen poligon je stražnji, izlazi se iz metode te se taj poligon ne iscrtava.



Slika 7. Bezier-ova krivulja



Slika 8. animacija objekta

VJEŽBA 7: Sjenčanje tijela

Zadatak 7.vježbe je učitati tijelo(postupkom opisanim u 4. vježbi) te nad njime načiniti transformaciju pogleda i perspektivnu projekciju (opisane u vježbi 5) te skalirati tijelo u radni prostor $[-1,1]$ uz uklanjanje stražnjih poligona i prikaz tijela(6. vježba). Novost je zadavanje položaja, tj. Koordinata izvora svjetlosti te na osnovi normala poligona i vektora prema izvoru L iz središta poligona odrediti intenzitete poligona (prvi dio) i intenzitete u vrhovima (drugi dio).

Prvi dio zadatka bio je tijelo konstantno osjenčati i prikazati ga tako da su sva tri vrha poligona istog intenziteta. Zadatak je napisan u programskom jeziku *Python* i nazvano *k_sjencanje.py*.

Učitavanje, skaliranje, transformiranje i projiciranje tijela te uklanjanje stražnjih poligona implementirano je na isti način kao u programu u 6.vježbi. Sjenčanje je ostvareno u potprogramu *izracunaj_intenzitet* koji zao argumente prima središte zadanog poligona i koeficijente te ravnine a , b , c , d . Intenzitet I računa se prema formulama u uputama za 7. vježbu:

$$I_d = I_i * k_d * \max(N * L, 0)$$

$$I_g = I_a * k_a$$

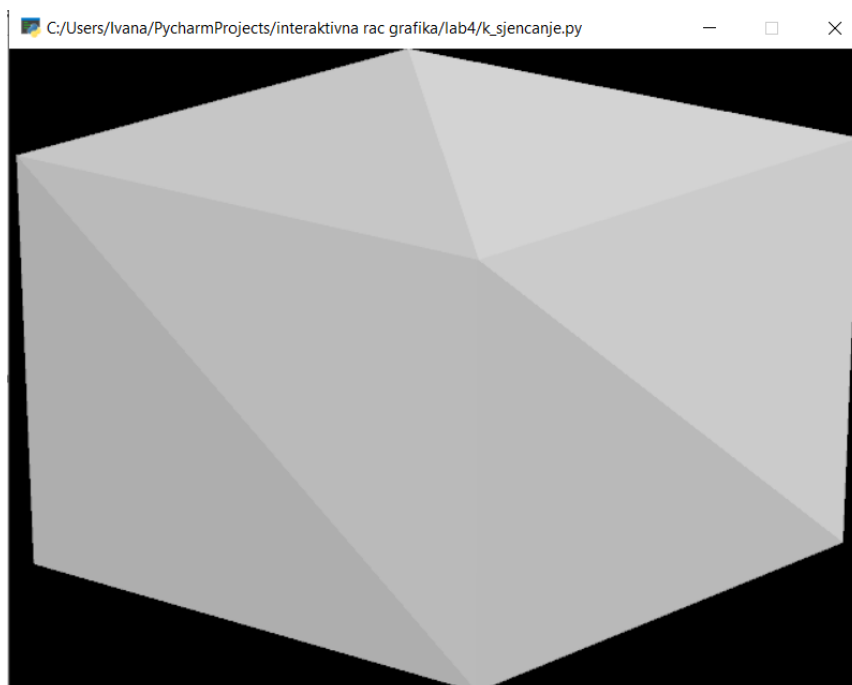
$$I = I_g + I_d$$

gdje su I_a , k_a , I_i i k_d proizvoljno zadani argumenti. I_g je ambijentalna komponenta, a I_d difuzna komponenta. L je vektor prema izvoru iz središta poligona, a N normala poligona. Primjer konstantnog sjenčanja prikazano je na (slika 9.).

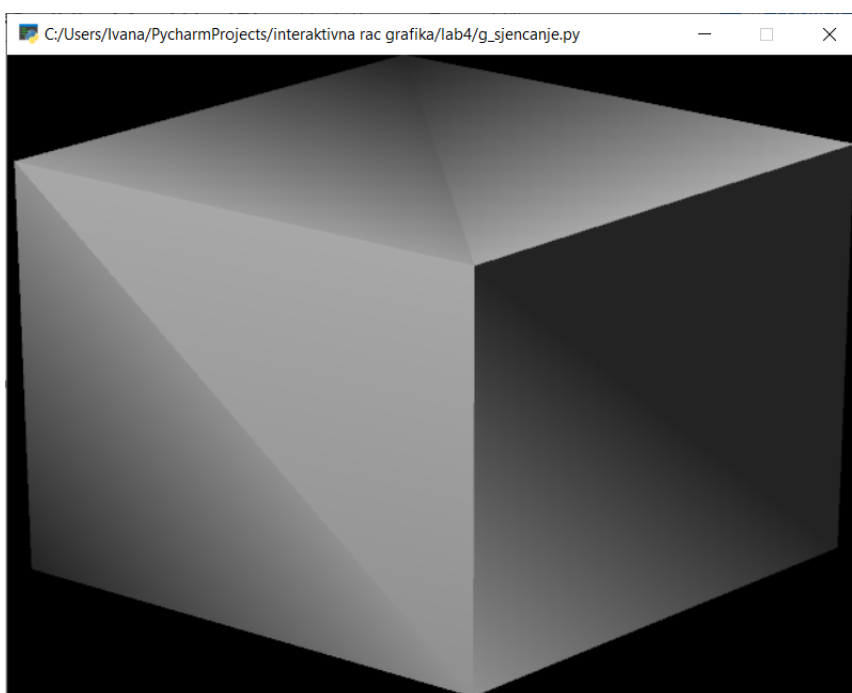
Drugi dio vježbe bio je odrediti normale svim vrhovima te na temelju njih i vektora iz vrhova prema izvoru L odrediti intenzitete u svakom vrhu.

Taj postupak zove se Gouraud-ovo sjenčanje (slika 10.), napisano je u programskom jeziku *Python* i pohranjeno je u datoteku *g_sjencanje.py*. Sjenčanje je ostvareno u potprogramima *nacrtaj* i *izracunaj_intenzitet*. U prvo spomenutom potprogramu računaju se normale za svaki vrh unutar poligona spremljen kao klasa *N_normala* koja čuva koeficijente normale za vrhove pojedinog poligona. Računaju se i vektori prema izvoru iz svakog vrha tog

poligona L1, L2, L3 te se oni također spremaju kao klasa $N_normala$. Obje varijable su ulazni parametri potprograma *izracunaj_intenzitet* u kojima se za svaki vrh posebno izračunava intenzitet I po gore napisanoj formuli.



slika 9. Konstantno sjenčanje



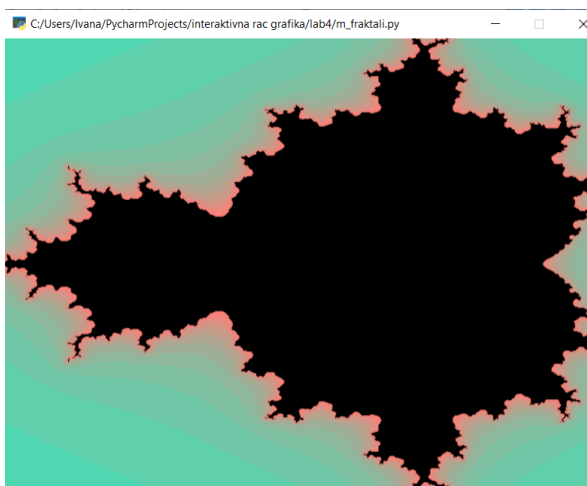
slika 10. Gouraud-ovo sjenčanje

VJEŽBA 8: Fraktali

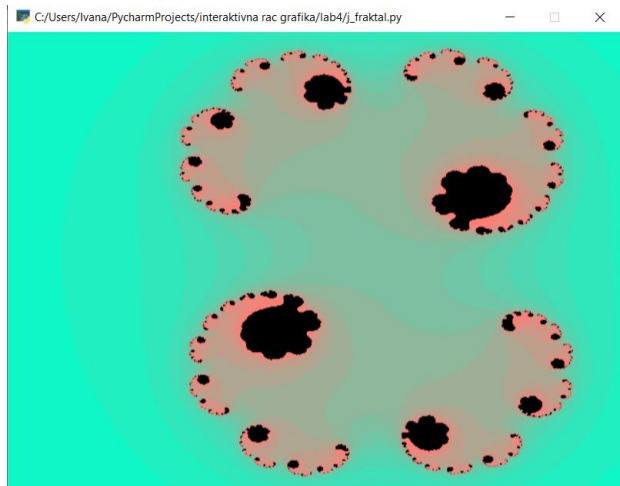
Zadatak 8. vježbe bio je slijediti postupak stvaranja i prikaza Mandelbrotovog i Julijevog fraktalnog skupa. Postupak koji je slijeđen u programskom kodu je postupak dan pseudokodom u pripremi ove vježbe. Programski kod napisan je u programskom jeziku Python i podijeljen je u dva dijela `m_sjencanje.py` i `j_sjencanje.py`. Mandelbrotov fraktal prikazan je na (slika 11) te je

Mandelbrotov skup je skup točaka u kompleksnoj ravnini i njegovu granicu nazivamo Mandelbrotovim fraktalom. U potprogramu *divergira_li* krećemo se od 0 za 1 po limitu kojeg smo zadali i u kompleksnoj rekurzivnoj funkciju u kojoj iznova računamo vrijednost parametra z koji je spremljen u obliku klase `C` koja pamti realan i imaginarni dio broja, uz početni uvjet $z = C(0,0)$. ovime provjeravamo je li $\text{modul}(z)$ ograničen, ako pustimo da n teži u beskonačnost. provjeravamo uvjet $\text{modul}(z) > \text{eps}$, ako je on zadovoljen tada vraćamo koeficijent k kojim bojimo granicu skupa tj. fraktal, bojanje se odvija u window eventu *on_draw*. Ukoliko uvjet nije zadovoljen kompleksni broj c pripada Mandelbrotovom skupu.

Dok je Julijev skup skup točaka u kompleksnoj ravnini i njegovu granicu nazivamo Julijevim fraktalom. U potprogramu *divergira_li* krećemo se od 0 za 1 po limitu kojeg smo zadali i u kompleksnoj rekurzivnoj funkciju u kojoj iznova računamo vrijednost parametra z koji je spremljen u obliku klase `C` koja pamti realan i imaginarni dio broja, uz promjenu početnog uvjeta z , tj. on se određuje u svakoj točki ekrana $z = C(x,y)$. Epsilon vrijednost određena je s $\max(c.\text{re} + c.\text{im}, 2)$. Zadovoljivost uvjeta i crtanje obavlja se na isti način kao i u prošlom primjeru.



Slika 11. Mandelbrotov fraktal



Slika 12. Julijev fraktal