



AD & Aflevering I

Undervisning 5, Makro II

Ivan

Plan

1. Recap
2. Aflevering I
3. Opg 17.3 (optional)
4. Næste gang
5. Appendix

Husk at svare på evalueringen med følgende [link](#)

Recap

Starter fra

$$Y^d = \underbrace{C + I}_{\equiv D} + G,$$

hvor D er privat efterspørgsel. Fra vores analyse af C og I ved vi, at

$$D = D(Y_+, \tau_-, r_-, \varepsilon_+),$$

hvor ε er et mål for *business confidence*. Vi lader \bar{X} betegne trend i X og definerer trenden i efterspørgslen som

$$\bar{Y}^d \equiv D(\bar{Y}, \bar{\tau}, \bar{r}, \bar{\varepsilon}) + \bar{G}$$

Vi er interesserede i efterspørgselsgap ($Y^d - \bar{Y}^d$) \Rightarrow bruger 1. ordens Taylor approksimation omkring ($\bar{Y}, \bar{\tau}, \bar{r}, \bar{\varepsilon}$)

$$Y^d - \bar{Y}^d \approx D_Y(Y - \bar{Y}) + D_\tau(\tau - \bar{\tau}) + D_r(r - \bar{r}) + D_\varepsilon(\varepsilon - \bar{\varepsilon}) + G - \bar{G},$$

hvor $D_X \equiv \partial D / \partial X$. I markedsligevægt gælder, at $Y^d = Y$ og

$$Y - \bar{Y} \approx \textcolor{red}{m} (D_\tau(\tau - \bar{\tau}) + D_r(r - \bar{r}) + D_\varepsilon(\varepsilon - \bar{\varepsilon}) + G - \bar{G}),$$

hvor $\textcolor{red}{m} \equiv (1 - D_Y)^{-1}$ er den Keynesianske multiplikator. Vi lader $x \equiv \log X$ og kan skrive

$$y - \bar{y} = \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2(r - \bar{r}) - \alpha_3(\tau - \bar{\tau}) + \iota(\log \varepsilon - \log \bar{\varepsilon}),$$

hvor $y - \bar{y}$ og $g - \bar{g}$ er relative afvigelser fra trend i hhv. efterspørgslen og det off. efterspørgsel

Efterspørgselsgap er

$$y - \bar{y} = \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2(r - \bar{r}) - \alpha_3(\tau - \bar{\tau}) + v,$$

hvor $v \equiv \iota(\log \varepsilon - \log \bar{\varepsilon})$

- $\alpha_1 > 0$, da øget off. efterspørgslen øger samlet efterspørgsel (direkte og gennem m)
- $\alpha_2 > 0$, da øget rente sænker samlet efterspørgsel (udhuler aktiepriser og øger privat opsparing + effekt gennem m)
- $\alpha_3 > 0$, da øgede skatten sænker efterspørgsel efter forbrug
- v er et efterspørgselsstød

Efterspørgselsgap er

$$y - \bar{y} = \alpha_1(\textcolor{red}{g} - \bar{g}) - \alpha_2(\textcolor{red}{r} - \bar{r}) - \alpha_3(\tau - \bar{\tau}) + v$$

Forskellige værktøjer til at påvirke efterspørgslen

- Staten kan påvirke gennem g (øge/sænke offentligt forbrug og offentlige investeringer).
- Centralbanken (CB) kan påvirke gennem r (øge/sænke den nominelle rente (i) for at justere realrenten). I praksis sætter CB den korte i_t^s , mens den private sektor tager beslutninger med den lange $i_t^{l,n}$ i mente. De to er dog forbundet af forventningshypotesen

$$i_t^{l,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n i_{t+i}^{s,e}$$

Fisher-ligningen angiver sammenhængen mellem nominel- og realrente

$$r = i - \pi_{+1}^e,$$

hvor π_{+1}^e er ex ante inflation mellem i dag og +1

- Højere (ex ante) inflation udhuler købekraften af en given nominel rente. Herfra den negative sammenhæng
- Antag, at (ex ante) inflation er steget med én og CB ønsker at hæve realrenten med én. Så skal den nominelle rente øges med to. Den nominelle rente skal altså hæves mere end én-for-én ved stigninger i inflation, hvis realrenten skal stige. Det kaldes for Taylor-princippet

Vi ønsker at afkøle efterspørgsel, når $\pi > \pi^*$ (π^* er target inflation) eller $y > \bar{y} \Rightarrow$ kan følge Taylor-reglen

$$i = \bar{r} + \pi_{+1}^e + h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y})$$

Vi kan kombinere Taylor med Fisher for at undersøge reglens effekt på realrenten

$$\begin{aligned} r &= i - \pi_{+1}^e \\ &= \bar{r} + \pi_{+1}^e + h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y}) - \pi_{+1}^e \\ &= \bar{r} + h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y}) \end{aligned}$$

Reglen sikrer, at realrenten havner over sit strukturelle niveau (\bar{r}), når $\pi > \pi^*$ eller/og $y > \bar{y}$

Vi antager, at CB altid sætter i ud fra Taylor \Rightarrow kan indsætte ligning for r ind i efterspørgselsgap

$$\begin{aligned} y - \bar{y} &= \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2(r - \bar{r}) - \alpha_3(\tau - \bar{\tau}) + v \\ &= \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2(h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y})) - \alpha_3(\tau - \bar{\tau}) + v \end{aligned}$$

Vi isolerer $y - \bar{y}$

$$y - \bar{y} = -\frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b}(\pi - \pi^*) + z,$$

hvor $z \equiv (1 + \alpha_2 b)^{-1}[\alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_3(\tau - \bar{\tau}) + v]$ og fungerer som en stødvariabel

AD-kurven er

$$y - \bar{y} = -\frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b}(\pi - \pi^*) + z$$

Vi ser, at kurven har en negativ hældning i et (y, π) -diagram. Intuitionen er

- Når $\pi \uparrow$, justerer CB den nominelle rente op mere end én-for-én med stigningen i inflation, hvilket dæmper efterspørgslen
- $\alpha_2 \uparrow$ gør sammenhængen stærkere, da efterspørgslen i så fald reagerer kraftigere på rentestigning
- $h \uparrow$ gør sammenhængen stærkere, da rentejusteringen for en givet stigning i inflation er større
- $b \uparrow$ gør sammenhængen svagere, da CB reagerer kraftigere på det outputgap, som reaktionen på inflation skaber

Aflevering I

Vi får

$$S = Y_1 - C_1 \quad (1)$$

$$C_2 = (1 + r)S + Y_2 \quad (2)$$

$$U = u(C_1) + (1 + \phi)^{-1}u(C_2), \quad (3)$$

hvor

- $C_1, C_2 \geq 0$
- $Y_1, Y_2, \phi, r > 0$
- $u'(C) > 0, u''(C) < 0$
- $\lim_{C \rightarrow 0^+} u'(C) = \infty$

Hvilken type adfærd på kreditmarkedet svarer $S < 0$ til?

Fra 1 ser vi, at $S < 0$ svarer til $C_1 > Y_1$. Når $S < 0$, er HH en låner på kreditmarkedet og gældsætter sig for at nyde et højere forbrug i periode 1 end det, som Y_1 tillader

Vis, at $C_2 \geq 0$ svarer til $S \geq -Y_2/(1+r)$ og giv en fortolkning

Bruger 2

$$\begin{aligned}C_2 &\geq 0 \Leftrightarrow \\(1+r)S + Y_2 &\geq 0 \Leftrightarrow \\(1+r)S &\geq -Y_2 \Leftrightarrow \\S &\geq -Y_2/(1+r)\end{aligned}$$

Det største lån forbrugeren kan tage er $Y_2/(1+r)$. Et lån i det omfang forudsætter en tilbagebetaling på Y_2 og efterlader HH med $C_2 = 0$

Vis, at den konsoliderede budgetbetingelse er $C_1 + C_2/(1+r) = H$, hvor $H \equiv Y_1 + Y_2/(1+r)$. Forklar

Indsætter 1 i 2

$$\begin{aligned}
 C_2 &= (1+r)S + Y_2 \Leftrightarrow \\
 C_2 &= (1+r)(Y_1 - C_1) + Y_2 \Leftrightarrow \\
 C_2/(1+r) &= Y_1 - C_1 + Y_2/(1+r) \Leftrightarrow \\
 C_1 + C_2/(1+r) &= \underbrace{Y_1 + Y_2/(1+r)}_{=H}
 \end{aligned}$$

H udtrykker nutidsværdien af HHs indkomststrømme over livet (den permanente indkomst). Betingelsen hævder, at den permanente indkomst skal være lig nutidsværdien af forbrugsstrømme over livet. Lighedstegnet holder, da forbrugeren ikke må have gæld i slutningen af periode 2 og ikke ønsker at efterlade indkomst efter sig

Forklar, hvorfor det optimale forbrugsbundt skal opfylde

$$C_1, C_2 > 0$$

og Keynes-Ramsey (KR) reglen

$$u'(C_1) = \frac{1+r}{1+\phi} u'(C_2)$$

$\lim_{C \rightarrow 0^+} u'(C) = \infty$ hævder, at HH kan hente en uendelig stor nyttegevinst af at øge forbruget en smule, når det er lig nul. Da vil det altid give mening, at have $C_1, C_2 > 0$ (for ikke at gå glip af nyttegevinsten). Man kan vise formelt, at begge varer er essentielle, hvorfor randløsninger med $C = 0$ er udelukkede

KR-reglen

$$u'(C_1) = \frac{1+r}{1+\phi} u'(C_2)$$

- Venstre side udtrykker nyttetabet af at øge S med én enhed
- Højre side udtrykker nyttegevinsten af at øge S med én enhed (én ekstra enhed opsparing giver anledning til $1+r$ ekstra enheder forbrug i periode 2, som hver giver $(1+\phi)^{-1} u'(C_2)$ ekstra nytte)

I optimum gælder, at nyttetabet ved at omlægge forbrug er lig nyttegevinsten. Ellers er der mulighed for at sænke/øge opsparing og øge livsnyttten

Illustrér optimalt forbrugsvalg i et (C_1, C_2) diagram

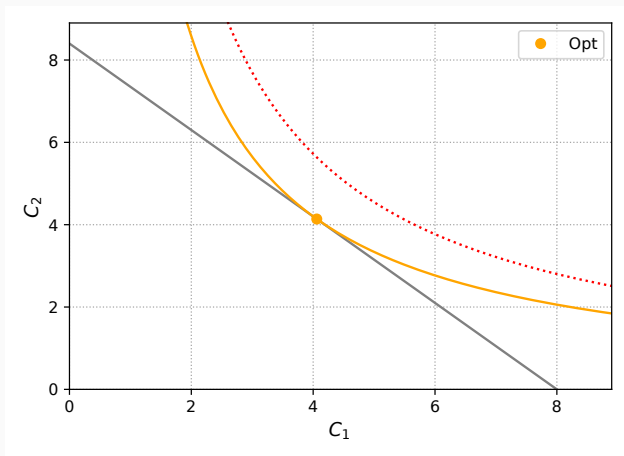
Omskriver intertemporal budgetbetingelse

$$\begin{aligned}C_1 + C_2/(1 + r) &= H \Leftrightarrow \\C_2 &= (1 + r)(H - C_1) \Leftrightarrow \\C_2 &= (1 + r)H - (1 + r)C_1\end{aligned}$$

Hældning er $-(1 + r)$. Skæring med førsteaksen ($C_2 = 0$) er $(H, 0)$, skæring med andenaksen ($C_1 = 0$) er $(0, (1 + r)H)$. Indifferenskurver er pæne, se [appendix](#). Optimum findes i tangeringspunktet mellem indifferenskurven og budgetlinjen. Bemærk, at KR-reglen netop giver

$$MRS = \frac{u'(C_1)}{u'(C_2)(1 + \phi)^{-1}} = 1 + r$$

Figur



Figur 1: Opt. allokering

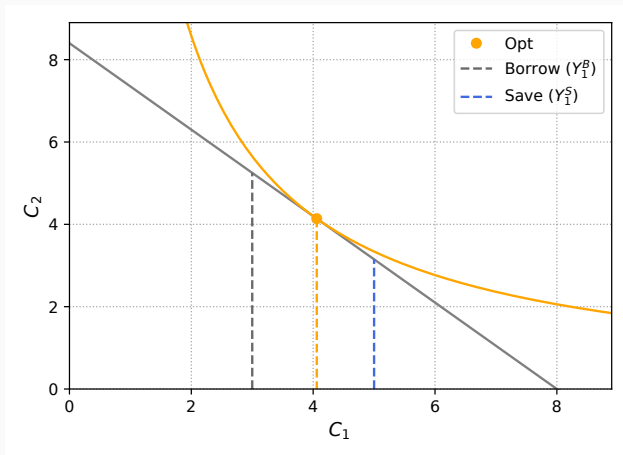
Hold H fast og illustrér en opsparer og en låner ved at ændre Y_1
 Holder H fast (r er også fast) \Rightarrow budgetlinjen skal ikke rykkes! Hvis budgetlinjen ikke rykkes, må det betyde, at det optimale forbrugsvalg er uændret. At H holdes fast betyder, at vi kompenserer HH med Y_2 , når vi ændrer Y_1 , så H er uændret

$$dY_2 = -(1 + r)dY_1$$

Hvis vi tager én enhed indkomst fra HH i periode 1 ($dY_1 = -1$), skal vi give $dY_2 = (1 + r)$ enheder igen i periode 2, så H er uændret. Når vi kompenserer på den måde, kan vi frit rykke Y_1 langs førsteaksen uden at ændre det optimale forbrugsvalg \Rightarrow vi kan rykke Y_1 til venstre for C_1^* , så $C_1^* > Y_1$ og HH er en låner og rykke Y_1 til højre fra C_1^* , så $C_1^* < Y_1$ og HH er en opsparer

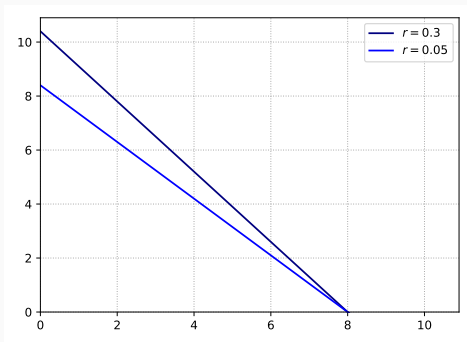
4 IV

Figur (for Y_1^B er HH låner, for Y_1^S er HH opsparer)



Figur 2: $S \leq 0$

Hold H fast og illustrér, hvordan $r \rightarrow r' > r$ påvirker budgetlinjen
Når H holdes fast, er det kun hældningen på budgetlinjen og skæringen med andenaksen der påvirkes. Linjen bliver stejlere og skærer højere oppe. Figur



Figur 3: $r \rightarrow r' > r$

Antag, at $u(C) = \ln(C)$. Udled den optimale forbrugsplan

Bruger, at $u'(C) = C^{-1}$ i KR

$$C_1^{-1} = \frac{1+r}{1+\phi} C_2^{-1} \Leftrightarrow$$
$$C_2 = \frac{1+r}{1+\phi} C_1$$

Indsætter i budgetbetingelse

$$C_1 + C_2/(1+r) = H \Leftrightarrow$$
$$C_1 + \left(\frac{1+r}{1+\phi} \right) C_1/(1+r) = H \Leftrightarrow$$
$$C_1 \left(1 + \frac{1}{1+\phi} \right) = H \Leftrightarrow$$

(fortsættes)

$$C_1 \left(\frac{1 + \phi + 1}{1 + \phi} \right) = H \Leftrightarrow$$
$$C_1^* = \left(\frac{1 + \phi}{2 + \phi} \right) H$$

Indsætter i KR

$$C_2^* = \frac{1 + r}{1 + \phi} C_1^*$$
$$= \frac{1 + r}{1 + \phi} \left(\frac{1 + \phi}{2 + \phi} \right) H$$
$$= \frac{1 + r}{2 + \phi} H$$

Kommentér mht. forbrugsudjævning

HH forbrugsudjævner, idet en stigning i indkomsten i periode 1 (2) bliver spredt ud over flere perioder

Kommentér på, hvordan C_1^* afhænger af r for givet H

For givet H afhænger C_1^* ikke af r . Det skyldes, at indkomst og substitutionseffekten ved rentestigninger opvejer hinanden for log-præferencer ($\sigma = 1$). Substitutionseffekten skyldes, at opsparing bliver mere profitabel, hvilket trækker i retning af at forbruge mindre i periode 1 og spare mere op til periode 2. Indkomsteffekten skyldes, at en højere rente medfører et højere fremtidigt forbrug for en given opsparing, hvilket (givet aftagende grænsenytt) trækker mod at forbruge mere i periode 1

Kommentér på, hvordan C_1^* afhænger af r , når H ikke holdes fast
Når H ikke holdes fast, afhænger C_1^* negativt af r . Det skyldes formu-
eeffekten, som mindsker nutidsværdien af indkomst i periode 2 og gør
forbrugeren fattigere i nutidstermer

Udled den optimale opsparing

Bruger C_1^* i budgetbetingelsen for periode 1 og definition af H

$$\begin{aligned} S^* &= Y_1 - C_1^* \\ &= Y_1 - \left(\frac{1+\phi}{2+\phi} \right) H \\ &= Y_1 - \left(\frac{1+\phi}{2+\phi} \right) \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \right) \\ &= Y_1 \left(1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \right) - \left(\frac{1+\phi}{2+\phi} \right) \frac{Y_2}{1+r} \\ &= Y_1 \left(\frac{2+\phi-1-\phi}{2+\phi} \right) - \left(\frac{1+\phi}{2+\phi} \right) \frac{Y_2}{1+r} \\ &= \frac{1}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r} \end{aligned}$$

Vis, at $S^* \geq -Y_2/(1+r)$

Bruger S^*

$$\begin{aligned}
 S^* \geq -Y_2/(1+r) &\Leftrightarrow \\
 \frac{1}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r} &\geq -Y_2/(1+r) \Leftrightarrow \\
 \frac{1}{2+\phi} Y_1 - \left(\frac{1+\phi}{2+\phi} - 1 \right) \frac{Y_2}{1+r} &\geq 0 \Leftrightarrow \\
 \frac{1}{2+\phi} \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \right) &\geq 0,
 \end{aligned}$$

hvilket altid er overholdt, da $Y_1, Y_2, \phi, r > 0$

Udled en betingelse for positiv opsparing og fortolkBruger S^*

$$S^* \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2+\phi} Y_1 \geq \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$Y_1 \geq \frac{1+\phi}{1+r} Y_2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{Y_1}{Y_2} \geq \frac{1+\phi}{1+r}$$

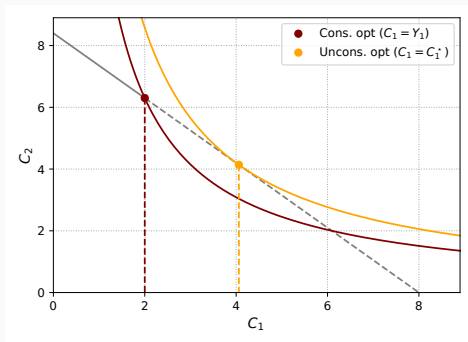
(fortsættes)

Positiv opsparing kommer af

- HH har en høj indkomst i periode 1 og en lav indkomst i periode 2, hvilket tilskynder dem til at udjævne forbrug gennem S
- Husholdningen er tålmodig (lav ϕ)
- Renten er høj (stigninger i renten mindsker C_1^* gennem formueeffekten og øger derigennem S^*)

Illustrér en situation, hvor HH er kreditbegrænset (begrænset til at have $S \geq 0$, men ønsker $S^* < 0$)

Når HH er kreditbegrænset, er det ikke længere muligt at forbruge i punkter, hvor $C_1 > Y_1$. Budgetlinjen knækker. Figur



Figur 4: $S^* < 0, S \geq 0$

Forklar hvorfor det optimale forbrugsvalg for en kreditbegrænset HH bliver

$$C_1^c = Y_1, C_2^c = Y_2$$

$(C_1^c, C_2^c) = (Y_1, Y_2)$ er det forbrugsbundet, hvor HH ligger på den højest mulige indifferenskurve (givet kreditbegrænsningen). For alle punkter, hvor $C_1 < Y_1$ kan HH få en nyttegevinst ved at øge C_1 . Det kan de også, når $C_1 = Y_1$, hvilket dog kræver lån, som HH ikke har adgang til

Udled den marginale forbrugstilbøjelighed (MPC) for de kreditbegrænsede og ikke-kreditbegrænsede HH. Evaluér i $\phi = 0.03$

Ikke-kreditbegrænsede HH forbruger C_1^* i periode 1

$$\frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \frac{\partial}{\partial Y_1} \left[\left(\frac{1+\phi}{2+\phi} \right) H \right] = \frac{1+\phi}{2+\phi},$$

, da $\partial H / \partial Y_1 = 1$. Med $\phi = 0.03$

$$\left. \frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} \right|_{\phi=0.03} \approx 0.51$$

Kreditbegrænsede HH forbruger hele deres indkomst i periode 1

$$\frac{\partial C_1^c}{\partial Y_1} = 1$$

Bliver forbrugstilbøjeligheden lavere i modeller med flere perioder (modeller, hvor HH lever i længere tid)?

Ja. Det skyldes antagelsen om aftagende grænsenytte af forbrug. Når der er to perioder i modellen, er det optimalt at bruge lidt af indkomststigningen i den ene og lidt i den anden af perioderne, da nyttegevinsten af at bruge hele stigningen i én periode er lavere (grundet aftagende grænsenytte). Når vi udvider til flere perioder, bliver det optimalt at sprede indkomststigningen endnu mere ud for at opnå den størst mulige nyttegevinst

Hvad er det gns. forbrug og den gns. marginale forbrugstilbøjelighed (*MPC*) i en model, hvor λ af HH ikke er kreditbegrænsede (har $\phi = \phi^{lav}$), mens $1 - \lambda$ er?

Gns. forbrug

$$\bar{C}_1 = \lambda C_1^* + (1 - \lambda) Y_1$$

Gns. *MPC*. Bruger \bar{C}_1 og $\frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1} &= \lambda \frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} + (1 - \lambda) \\ &= \lambda \left(\frac{1 + \phi^{lav}}{2 + \phi^{lav}} \right) + (1 - \lambda) \end{aligned}$$

Evalúér $\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1}$ i $\phi^{1av} = 0.03$ **og** $\lambda \in (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

Indsættelse i $\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1}$ giver

$$\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1} \Big|_{\phi^{1av}=0.03, \lambda=\frac{1}{2}} \approx 0.75$$

$$\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1} \Big|_{\phi^{1av}=0.03, \lambda=\frac{1}{3}} \approx 0.84$$

Gns. *MPC* stiger i andelen af kreditbegrænsede HH, da de har en større marginal forbrugstilbøjelighed

Opg 17.3 (optional)

17.3.1 I

Vi betragter en økonomi, hvor outputgap er

$$y - \bar{y} = -\alpha_2 \underbrace{(i - \pi - \bar{r})}_{=r} \quad (39)$$

Output-trenden vokser med x

$$\bar{y} - \bar{y}_{-1} = x \quad (40)$$

CB ønsker, at opretholde en konstant vækstrate (μ) i nominel output

$$y - y_{t-1} + \pi = \mu \quad (41)$$

Når ligningerne er opfyldt, bliver vækstraten i nominel output netop lig μ

17.3.1 II

Jeres opgave

Find den regel for i , som sikrer, at alle tre ligninger er opfyldt (løs ligningssystemet). Forklar *Hint: Isolér \bar{y} i 40 og indsæt i 39. Isolér y i 41 og indsæt i 39. Isolér i . I bør få*

$$i = -\frac{1}{\alpha} (y_{-1} - \pi + \mu - (\bar{y}_{-1} + x)) + \pi + \bar{r}$$

Jeres opgave

Sammenlign den fundne regel for i med CMG- og Taylor-reglen

$$i = \pi + \bar{r} - \frac{1}{\alpha} (y_{-1} - \pi + \mu - (\bar{y}_{-1} + x))$$

$$i = \pi + \bar{r} + \left(\frac{\beta}{1 - \beta} \right) (\pi - \mu) + \left(\frac{\eta}{\alpha_2} \right) (y - \bar{y}) \quad (\text{CMG})$$

$$i = \pi + \bar{r} + h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y}) \quad (\text{Taylor})$$

Hint: Brug slide 19-28 fra Forelæsning 6

Næste gang

Flipped classroom. Taylor-regel opgave (Excel)

Appendix

Hold nytte fast og totaldifferentiér

$$\begin{aligned}\bar{U} &= u(C_1) + (1 + \phi)^{-1} u(C_2) \Rightarrow \\ 0 &= u'(C_1) dC_1 + (1 + \phi)^{-1} u'(C_2) dC_2 \Leftrightarrow \\ \frac{dC_2}{dC_1} &= - \underbrace{\frac{u'(C_1)}{(1 + \phi)^{-1} u'(C_2)}}_{=MRS}\end{aligned}$$

– MRS er hældningen på indifferenskurverne i et (C_1, C_2) diagram

- Hældningen er negativ
- (Numerisk) hældning er strengt aftagende i C_1 og voksende i C_2
($u'' < 0$) \Rightarrow indifferenskurver er strengt konvekse
- Hældningen går mod $-\infty$, når $C_1 \rightarrow 0^+$ og mod 0, når $C_2 \rightarrow 0^+$
 \Rightarrow indifferenskurver skærer ikke akserne (begge varer er essentielle)