Último ejercicio

2° parcial 1° Cuat. 2011

En este ejercicio usaremos el método de resolución para demostrar una propiedad de las relaciones binarias; a saber, que una relación no vacía no puede ser a la vez irreflexiva, simétrica y transitiva.

Para esto tomaremos una relación R y se demostrará que, si R satisface las tres propiedades mencionadas, entonces es vacía.

Dadas las siguientes definiciones:

1. R **es irreflexiva:** $\forall X. \neg R(X, X)$
2. R **es simétrica:** $\forall X. \forall Y. (R(X, Y) \Rightarrow R(Y, X))$
3. R **es transitiva:** $\forall X. \forall Y. \forall Z. ((R(X, Y) \wedge R(Y, Z)) \Rightarrow R(X, Z))$
4. R **es vacía:** $\forall X. \neg \exists Y. R(X, Y)$

Utilizando resolución, demostrar que sólo una relación vacía puede cumplir a la vez las propiedades 1 a 3. Indicar si el método de resolución utilizado es o no SLD (y justificar).

Último ejercicio

2° parcial 1° Cuat. 2011

Cast.:	R es irreflexiva.
1° o.:	$\forall X.\neg R(X,X)$
Claus.:	$\{\neg R(X_1,X_1)\}$
Cast.:	R es simétrica
1° o.:	$\forall X.\forall Y.(R(X,Y) \Rightarrow R(Y,X))$
Claus.:	$\{\neg R(X_2,Y_2), R(Y_2,X_2)\}$
Cast.:	R es transitiva.
1° o.:	$\forall X.\forall Y.\forall Z.((R(X,Y) \wedge R(Y,Z)) \Rightarrow R(X,Z))$
Claus.:	$\{\neg R(X_3,Y_3), \neg R(Y_3,Z_3), R(X_3,Z_3)\}$

Último ejercicio (cont.)
2° parcial 1° Cuat. 2011

Se desea demostrar que:

Cast.:	R es vacía:
1° o.:	$\forall X.\neg\exists Y.R(X,Y)$
Neg.:	$\exists X.\exists Y.R(X,Y)$
Claus.:	$\{R(\mathsf{a},\mathsf{b})\}$

Último ejercicio (resolviendo)

2° parcial 1° Cuat. 2011

1. $\{\neg R(X_1, X_1)\}$
2. $\{\neg R(X_2, Y_2), R(Y_2, X_2)\}$
3. $\{\neg R(X_3, Y_3), \neg R(Y_3, Z_3), R(X_3, Z_3)\}$
4. $\{R(\mathrm{a}, \mathrm{b})\}$
5. (4 y 2) $\{R(\mathrm{b}, \mathrm{a})\}$ $S = \{X_2 := \mathrm{a},\ Y_2 := \mathrm{b}\}$
6. (5 y 3) $\{\neg R(X_6, \mathrm{b}), R(X_6, \mathrm{a})\}$ $S = \{Y_3 := \mathrm{b},\ Z_3 := \mathrm{a}\}$ renombrando X_3 a X_6
7. (6 y 4) $\{R(\mathrm{a}, \mathrm{a})\}$ $S = \{X_6 := \mathrm{a}\}$
8. (7 y 1) $\square$ $S = \{X_1 := \mathrm{a}\}$

¿Esta demostración por resolución es SLD? ¿Por qué, o por qué no?

Alternativa SLD

2° parcial 1° Cuat. 2011

1. $\{\neg R(X_1, X_1)\}$
2. $\{\neg R(X_2, Y_2), R(Y_2, X_2)\}$
3. $\{\neg R(X_3, Y_3), \neg R(Y_3, Z_3), R(X_3, Z_3)\}$
4. $\{R(\mathrm{a}, \mathrm{b})\}$
5. (1 y 3) $\{\neg R(X_1, Y_3), \neg R(Y_3, X_1)\}$ $S = \{X_3 := X_1,\ Z_3 := X_1\}$
6. (5 y 4) $\{\neg R(\mathrm{b}, \mathrm{a})\}$ $S = \{X_1 := \mathrm{a},\ Y_3 := \mathrm{b}\}$
7. (6 y 2) $\{\neg R(\mathrm{a}, \mathrm{b})\}$ $S = \{X_2 := \mathrm{a},\ Y_2 := \mathrm{b}\}$
8. (7 y 4) $\square$ $S = \emptyset$

¿Es la única posible?

Otra alternativa SLD (más corta)

2° parcial 1° Cuat. 2011

1. $\{\neg R(X_1, X_1)\}$
2. $\{\neg R(X_2, Y_2), R(Y_2, X_2)\}$
3. $\{\neg R(X_3, Y_3), \neg R(Y_3, Z_3), R(X_3, Z_3)\}$
4. $\{R(\mathrm{a}, \mathrm{b})\}$
5. (1 y 3) $\{\neg R(X_1, Y_3), \neg R(Y_3, X_1)\}$ $S = \{X_3 := X_1,\ Z_3 := X_1\}$
6. (5 y 2) $\{\neg R(X_2, Y_2)\}$ $S = \{X_1 := X_2,\ Y_3 := Y_2\}$
7. (6 y 4) $\square$ $S = \{X_2 := \mathrm{a},\ Y_2 := \mathrm{b}\}$