Основы теории графов

1 Вершинная связность

Теорема 1 (Хёринга)**.** max *кол-во путей* $P(x \to y)$ *(не перес. во внутр. точках)* $= |R|$ – max *мн-ва вершин, отделяющих* x *и* y.

Теорема 2 (Менгера)**.** *Для* $\forall$ *несмежных вершин* $x,y \in V$ $\nexists e(x,y)$ *размер мин.* ***верш.****-разделяющего мн-ва* $|R_{min}(x \leftrightarrow y)| = \max$ *числу простых путей* $P(x \to y)$*, отличных во внутренних точках.*

Теорема 3 (Уитни)**.** *Граф* G k*-связный* $\iff \forall x,y \in V$, $\exists$ k *простых путей* $P(x \to y)$*, не пересекающихся во внутренних точках* $P_i \neq P_j$ *(внут.).*

2 Рёберная связность

Теорема 4 (Форда-Фалкерсона)**.** max *поток* Q *через сеть* = *пропускной способности минимального* S*-*T *разреза.*

Теорема 5 (Менгера "рёберная")**.** *Для* $\forall$ *несмежных вершин* $x,y \in V$ $\nexists e(x,y)$ *размер* min ***рёберно****-разделяющего мн-ва* $|R^{edge}_{min}(x \leftrightarrow y)| = \max$ *числу простых* ***рёберно****-непересекающихся путей* $P(x \to y)$.

3 Паросочетания

	вершинное	рёберное	
незав. мн-во	α	α'	max
покрытие	β	β'	min
	вершинное	п-сочетание	

Теорема 6 (Галаи)**.**

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' = n$$

Теорема 7 (Кёнига)**.** *В* $\forall$ *2-дольном графе* $B(m,n)$*:* $\beta = \alpha'$

Теорема 8 (Татта)**.** *В графе* $\exists$ *совершенное паро-сочетание* $\iff$ *при удалении* $\forall$ *подмножества вершин* S *образуется нечётных компонент* $C_o(G \setminus S) \leqslant |S|$