

# Controlador Lineal para el Modelo dinámico de un Cuadrotror

Ivan A. Lopez-Sanchez\*

## Abstract

*In this paper, the application of multiple linear controls for position regulation of a nonlinear model for a quadrotror are presented. The presented control scheme is based on a PID control for quadrotror's altitude, a PD control to estimate the desired roll and pitch angles and a LQR control for the quadrotror's orientation. Is worth mentioning the dynamics of the actuators are considered. The validity of the proposed control scheme is tested by numerical simulations. The results shows that the proposed control scheme works for position regulation and point tracking.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los vehículos aéreos no tripulados representan uno de los campos de investigación de vanguardia, por lo que su estudio es de importancia debido a las múltiples aplicaciones que estos pueden tener, desde el rubro militar hasta el entretenimiento estos vehiculos representan un área de oportunidad para el diseño de distintas filosofías de control. Uno de los vehiculos aéreos con mas versatilidad son los cuadrotror que constan de una estructura ligera, 4 motores que son los actuadores, distintos dispositivos de adquisición de datos como acelerómetros, giroscopios, magnetómetros, GPS, barómetros y entre otros, entonces estas plataformas representan aun un desafío para el desarrollo de controladores con el objetivo de hacerlos autónomos y que estos controladores sean lo mas robustos posible ya que los cuadrotror están sujetos a perturbaciones como las ráfagas de viento. En [1] se propone un controlador LQR para controlar la postura de un cuadrotror el cual puede estabilizar rápidamente la postura del cuadrotror, en [2] se propone un esquema de control basado en control PID para el modelo dinámico de un cuadrotror, en [3] se propone un control compuesto basado en la técnica LQR y un controlador PID para el modelo del Qball

X4 para el seguimiento de una trayectoria circular, en [4] y [8] utilizan un control LQR para el modelo linealizado del Qball X4 el cual considera que las dinámicas de rotación y elevación están completamente desacopladas, en [5] se combinan un control feedback linearization y la técnica LQR para generar un esquema de control más robusto y estable para la postura de un cuadrotror, en [6] se realiza una comparativa entre un controlador PID y un LQR para la estabilización de un cuadrotror y se concluye que para acciones rápidas es mas efectivo un control LQR que un PID, sin embargo el PID produce acciones de control que favorecen a la estabilidad del cuadrotror, en [7] se presenta un esquema de control basado en la técnica LQR para el rastreo de los ángulos de Euler deseados, y se realiza la comparativa con respecto a un controlador PD cabe mencionar que se utiliza un observador de orden completo para la estimación de todos los estados del sistema.

El contenido de este trabajo esta organizado de la siguiente forma. La sección 2 presenta el modelo dinámico no lineal utilizado para la implementación del controlador y la dinámica del actuador. Los modelos simplificados que corresponden a las rotaciones en los ejes del cuadrotror se presentan en la Sección 3. En la sección 4 se presenta el objetivo de control y el esquema de control propuesto. Los resultados de las simulaciones numéricas se presentan en la sección 5. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas a través del análisis de los resultados obtenidos mediante las simulaciones numéricas.

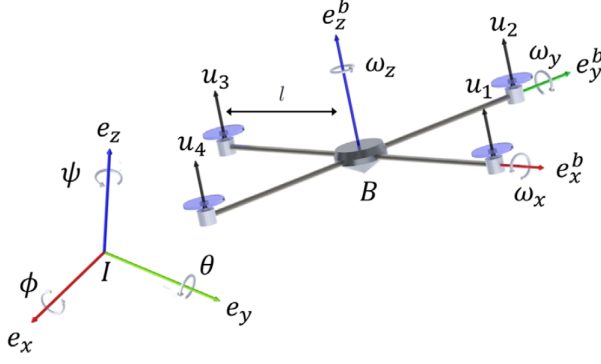
## 2. MODELOS DINÁMICOS

### 2.1. Modelo dinámico del cuadrotror

El modelo dinámico utilizado en el presente trabajo se tomó de [2]

La siguiente representación se obtiene a partir del método quasi-Lagrangiano basado en las ecuaciones de

\*Ivan A. Lopez-Sanchez pertenece al Instituto Politécnico Nacional, CITEDI, Avenida Instituto Politécnico Nacional 1310 Colonia Nueva Tijuana, Tijuana B.C., 22435 [ilopez@citedi.mx](mailto:ilopez@citedi.mx)



**Figure 1. Modelo dinámico de un cuadrotor**

Kirchhoff

$$M_B \dot{\mathbf{v}} + C_B(\mathbf{v}) \mathbf{v} + g_B(\mathbf{q}) = f_B(\mathbf{u}) \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = J(\eta) \mathbf{v} \quad (2)$$

donde  $\mathbf{q} = [\mathbf{p}^T \ \eta^T]^T \in \mathbb{R}^6$  es la pose del vehículo con respecto al marco de referencia inercial,  $\mathbf{p} = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$  es la posición del vehículo,  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$  es la orientación del vehículo,  $\mathbf{v} = [\mathbf{v}^T \ \boldsymbol{\omega}^T]^T$  es el giro del vehículo respecto al marco de referencia en el cuerpo,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  es la velocidad lineal,  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$  es la velocidad angular,  $M_B \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de inercia constante, positiva y simétrica,  $C_B(\mathbf{v}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de Coriolis que depende del giro del vehículo,  $g_B(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^6$  es el vector de fuerzas gravitacionales,  $f_B(\mathbf{u}) \in \mathbb{R}^6$  es el vector de entradas de fuerzas y momentos expresado en el marco de referencia del cuerpo del vehículo que es producido por los actuadores (motores), generado por el vector de fuerzas de levantamiento  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4$ , y  $J(\eta) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es el operador que mapea el giro del vehículo al vector de velocidades generalizadas  $\dot{\mathbf{q}}$ .

$$M_B = \begin{bmatrix} mI_3 & -mS(r)^T \\ mS(r) & I \end{bmatrix}$$

$$C_B(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} mS(\boldsymbol{\omega}) & -[mS(r)S(\boldsymbol{\omega})]^T \\ mS(r)S(\boldsymbol{\omega}) & S(\boldsymbol{\omega})I \end{bmatrix}$$

$$g_B(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} mgR(\eta)^T \mathbf{z}_z \\ mgS(r)R(\eta)^T \mathbf{z}_z \end{bmatrix}$$

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} R(\eta) & 0 \\ 0 & W(\eta) \end{bmatrix}$$

$$R(\eta) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

$$W(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi c_\theta^{-1} & c_\phi c_\theta^{-1} \end{bmatrix}$$

donde  $m$  es la masa del vehículo,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$  es el vector posición del centro de masa del vehículo respecto al marco de referencia en el cuerpo del cuadrotor,  $I$  es la matriz de tensores de inercia del cuerpo,  $I_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la matriz identidad,  $\mathbf{z}_z = [0 \ 0 \ 1]^T \in \mathbb{R}^3$  es el vector unitario en la dirección del eje  $z$  del marco de referencia inercial,  $R(\eta)$  es una matriz de rotación ortogonal,  $W(\eta)$  es una matriz de transformación que relaciona el vector de velocidades angulares con el vector de cambio de los ángulos de Euler ( $\eta$ ),  $s_x$  es la función seno de  $x$ ,  $c_x$  es la función coseno de  $x$ ,  $t_x$  es la función tangente de  $x$ , dado el vector  $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T \in \mathbb{R}^3$ ,  $S(\mathbf{a})$  es una matriz anti-simétrica que se construye

$$S(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

El vector  $f_B(\mathbf{u})$  se obtiene a partir del vector de fuerzas de levantamiento producidas por la rotación de las hélices acopladas a los actuadores(motores)  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$  y se construye de la siguiente forma

$$f_B(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Bu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{Bp} \\ f_{Bo} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (4)$$

donde  $B$  es una matriz de distribución de entradas de control que se construye en base a la numeración de los actuadores del vehículo, que fue construida en función del modelo linealizado que se utilizó para el desarrollo de los controladores que serán presentados posteriormente, entonces  $B$  se define como

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & l & -l \\ l & -l & 0 & 0 \\ k_d & k_d & -k_d & -k_d \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde  $l$  es la distancia entre el centro de masa del vehículo y del eje de rotación del motor.

## 2.2. Dinámica del actuador (Motor de corriente continua)

En este trabajo se introduce la dinámica de los actuadores de tal forma que la relación entre la fuerza de empuje generada por la rotación de cada hélice acoplada al rotor y la entrada de PWM ( $u_i$ ) esta dada por

$$F_i = Kv_i \quad (6)$$

donde  $K$  es una ganancia positiva y  $v$  es una variable de estado que define la dinámica del actuador como

$$\dot{v}_i = \frac{w}{s + w} u_i \quad (7)$$

donde  $w$  representa el ancho de banda del actuador y  $u_i$  representa la señal PWM correspondiente al  $i$ -ésimo motor.

### 3. MODELOS SIMPLIFICADOS

El modelado de los movimientos en pitch y roll se realizó asumiendo que las rotaciones respecto a los ejes  $xy$  están completamente desacopladas y también se asume que son iguales. Para el modelado de la rotación en yaw también se asume que esta rotación esta completamente desacoplada a las rotaciones de roll y pitch.

#### 3.1. Modelo de rotación en roll/pitch

La dinámica de la rotación en roll/pitch esta dada como

$$J\ddot{\theta} = \Delta F_{\theta} l \quad (8)$$

$$J\ddot{\phi} = \Delta F_{\phi} l \quad (9)$$

donde  $l$  es la distancia entre el centro de gravedad del cuadrotor y el eje del rotor,  $J$  es la inercia rotacional en los ejes de rotación que se asume igual para ambos ejes,  $\Delta F_{\alpha}$  esta dado por

$$\Delta F_{\theta} = F_1 - F_2 \quad (10)$$

$$\Delta F_{\phi} = F_3 - F_4 \quad (11)$$

que es la diferencia de fuerzas de empuje generadas por los motores.

#### 3.2. Modelo de rotación en yaw

La dinámica de rotación en yaw esta dada como

$$J_y \ddot{\psi} = \Delta \tau \quad (12)$$

donde  $J_y$  es la inercia rotacional en el eje  $z$ ,  $\Delta \tau$  esta dado como

$$\Delta \tau = \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 - \tau_4 \quad (13)$$

y  $\tau$  que es la relación entre torque generado por la rotación de las hélices y la señal PWM  $u$  correspondiente al motor se obtiene como

$$\tau = K_d u \quad (14)$$

donde  $K_d = K_y/K$  es el coeficiente de arrastre de las hélices.

### 4. CONTROLADOR BASADO EN EL MODELO LINEAL DE UN CUADROTOR

El control del cuadrotor esta basado en una simplificación del modelo lineal de un cuadrotor en el cual

se asume que el centro de masa coincide con el centro del cuerpo del vehículo, se asume que el vehículo de comporta como un cuerpo rígido desplazándose en un espacio tridimensional, se asume que las variaciones en los ángulos de Euler son muy cercanas a cero y finalmente se asume que las dinámicas de elevación, cabeceo, alabeo y rotación sobre su propio eje están completamente desacopladas, por tal motivo en este trabajo se aplican distintos controladores para las distintas dinámicas. Para la elevación se utilizo un PID, para la posición en el plano  $xy$  se utilizó un PD para la estimación de los ángulos de roll y pitch deseados y un control LQR para rastrear estos ángulos, finalmente también se utilizó el mismo control LQR para el angulo de yaw.

#### 4.1. Objetivo de Control

El objetivo de control es el de regular la posición del cuadrotor, esto se puede lograr definiendo lo siguiente

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e_y(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e_z(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\psi}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

puesto que el cuadrotor es un sistema subactuado, para lograr el objetivo anterior también se debe plantear lo siguiente

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\phi}(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Para lo cual se establece al error como

$$e_{\alpha} = \alpha_d - \alpha \quad (17)$$

#### 4.2. Control PID para altitud

Para cumplir el objetivo de control establecido en (15) se propuso un controlador PID con la siguiente estructura

$$U_z = K_{pz} e_z + K_{iz} \int e_z + K_{dz} \dot{e}_z \quad (18)$$

donde  $K_{pz}, K_{iz}, K_{dz}$  son ganancias positivas correspondientes a la acción proporcional, integral y derivativa respectivamente y  $e_z$  representa el error de altitud que esta dado como (17).

### 4.3. Control PD para $\phi_d$ y $\theta_d$

Para poder cumplir el objetivo de control establecido en (15) dado que el cuadrotor es un sistema sub-actuado no es posible actuar directamente en el plano xy, la única forma de hacerlo es modificar las orientaciones de roll y pitch para cambiar la posición en el plano xy, por tal motivo es necesario que se cumpla lo establecido en (16), por consiguiente es necesario calcular los ángulos deseados de roll y pitch. Para estimar los ángulos  $\phi_d$  y  $\theta_d$  se propuso un controlador PD con la siguiente estructura para cada ángulo

$$\phi_d = K_{py}e_y + K_{dy}\dot{e}_y \quad (19)$$

$$\theta_d = K_{px}e_x + K_{dx}\dot{e}_x \quad (20)$$

donde  $K_{p\alpha}, K_{d\alpha}$  son ganancias positivas correspondientes a la acción proporcional y derivativa respectivamente y  $e_\alpha$  representa el error de los ángulos de Euler que está dado como (17).

### 4.4. Controlador LQR para ángulos de Euler

El regulador cuadrático lineal (LQR) es una de las técnicas de control óptimo más utilizadas para sistemas lineales con la siguiente estructura

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (21)$$

Esta técnica de control toma en cuenta una función de costo que está dada por

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (22)$$

La función de costo depende de los estados del sistema y la entrada de control para realizar las acciones de control óptimas.

Para poder llevar a cabo la acción de control se propone un control por realimentación de estados de la forma

$$U = -Kx \quad (23)$$

donde  $K$  es la ganancia que garantiza que el error tienda a cero y  $x$  es el vector de estados del sistema. Entonces la ganancia para el controlador de realimentación de estados está dada por

$$K = R^{-1}B^T P \quad (24)$$

donde  $P$  es una matriz constante y definida positiva, la cual se obtiene a partir de la ecuación de Riccati.

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (25)$$

Entonces para cumplir el objetivo de control descrito en (15) y (16) se construyen los errores en base a (17) y se obtiene

$$e_\phi = \phi_d - \phi \quad (26)$$

$$e_\theta = \theta_d - \theta \quad (27)$$

$$e_\psi = \psi_d - \psi \quad (28)$$

Como se especifica en el objetivo de control se busca la regulación de posición, por lo que se encuentra que la derivada de los ángulos deseados es igual a cero y por ende también su segunda derivada, por lo cual la dinámica del error queda descrita como

$$\dot{e}_\phi = \dot{\phi}_d - \dot{\phi} = -\dot{\phi} \quad (29)$$

$$\ddot{e}_\phi = \ddot{\phi}_d - \ddot{\phi} = -\ddot{\phi} \quad (30)$$

$$\dot{e}_\theta = \dot{\theta}_d - \dot{\theta} = -\dot{\theta} \quad (31)$$

$$\ddot{e}_\theta = \ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} = -\ddot{\theta} \quad (32)$$

$$\dot{e}_\psi = \dot{\psi}_d - \dot{\psi} = -\dot{\psi} \quad (33)$$

$$\ddot{e}_\psi = \ddot{\psi}_d - \ddot{\psi} = -\ddot{\psi} \quad (34)$$

Entonces utilizando las ecuaciones (6), (8), (9), (12), (14) se obtienen las siguientes expresiones

$$\dot{e}_\phi = -\dot{\phi} \quad (35)$$

$$\ddot{e}_\phi = -\frac{Kl}{J}v \quad (36)$$

$$\dot{e}_\theta = -\dot{\theta} \quad (37)$$

$$\ddot{e}_\theta = -\frac{Kl}{J}v \quad (38)$$

$$\dot{e}_\psi = -\dot{\psi} \quad (39)$$

$$\ddot{e}_\psi = -\frac{K_d}{J_y}u \quad (40)$$

Para poder aplicar el control LQR es necesario construir el sistema  $\dot{x} = Ax + Bu$ , entonces se construyen los siguientes sistemas en base a la dinámica del error, la dinámica del actuador representada en (7) que al realizar una manipulación mediante la transformada inversa de Laplace obtenemos que  $\dot{v} = w(u - v)$  y un término integral  $s = \theta$  como parte de la realimentación entonces podemos construir las matrices  $A$  y  $B$  de tal forma que el sistema linealizado de la dinámica del error

ror está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\phi \\ \ddot{e}_\phi \\ \dot{v} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Kl}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ \dot{e}_\phi \\ v \\ s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \\ 0 \end{bmatrix} u_\phi \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\theta \\ \ddot{e}_\theta \\ \dot{v} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Kl}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ \dot{e}_\theta \\ v \\ s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \\ 0 \end{bmatrix} u_\theta \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\psi \\ \ddot{e}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\psi \\ \dot{e}_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K_d}{J_y} \end{bmatrix} u_\psi \quad (43)$$

Para encontrar el vector de ganancia correspondientes para el control por realimentación de estados se utilizó la técnica LQR para la cual se definieron las siguientes matrices y parámetros para roll y pitch

$$Q_{\phi,\theta} = \text{diag}[100 \ 0 \ 22000 \ 10] \quad (44)$$

$$R_{\phi,\theta} = 30000 \quad (45)$$

Para en control en yaw se utilizaron los siguientes parámetros

$$Q_\psi = \text{diag}[1 \ 0.1] \quad (46)$$

$$R_\psi = 1000 \quad (47)$$

Con estos parámetros y mediante la utilización de Matlab se encontraron los siguientes vectores de ganancia

$$\begin{aligned} K_{\phi,\theta} &= [-0.0629 \ -0.0171 \ 0.8873 \ -0.0183]^T \\ K_\psi &= [0.0316 \ 0.0240]^T \end{aligned} \quad (48)$$

#### 4.5. Distribución de las señales de control

Una vez obtenidas las señales de control es necesario distribuir estas y también tomar en cuenta la dinámica de los actuadores para poder adaptar las entradas que se obtienen del control lineal al modelo no lineal de cuadrotor descrito en (1) y (2) y por lo tanto se construyen las siguientes señales

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{4}U_z + \frac{1}{2}U_\theta + \frac{1}{4}U_\psi \\ U_2 &= \frac{1}{4}U_z - \frac{1}{2}U_\theta + \frac{1}{4}U_\psi \\ U_3 &= \frac{1}{4}U_z + \frac{1}{2}U_\phi - \frac{1}{4}U_\psi \\ U_4 &= \frac{1}{4}U_z - \frac{1}{2}U_\phi - \frac{1}{4}U_\psi \end{aligned} \quad (49)$$

Puesto que las entradas de control del modelo no lineal están dadas en función de la fuerza aplicada, es necesario recurrir a la expresión (6) y (7), de esta forma ya solo es necesario utilizar la matriz de distribución (5) y con esto ya es posible construir el vector  $f_B(u)$ .

## 5. SIMULACIÓN

Mediante la realización de simulaciones numéricas en Matlab-Simulink se demuestra la funcionalidad del esquema de control propuesto, la simulación tiene una duración de 105 segundos donde se especifican una serie de puntos deseados. Las condiciones iniciales son el origen.

Los parámetros del sistema son los siguientes

$$\begin{aligned} K &= 120 \ N \\ w &= 15 \ rad/s \\ J &= 0.03 \ kg \cdot m^2 \\ m &= 1.4 \ kg \\ K_y &= 4 \ N \cdot m \\ J_y &= 0.03 \ kg \cdot m^2 \\ l &= 0.2 \ m \end{aligned}$$

Las ganancias para el control PID que regula la altura son

$$\begin{aligned} K_{pz} &= 0.33 \\ K_{iz} &= 0.15 \\ K_{dz} &= 0.25 \end{aligned}$$

Las ganancias del control PD que estima los ángulos  $\phi_d$  y  $\theta_d$  son

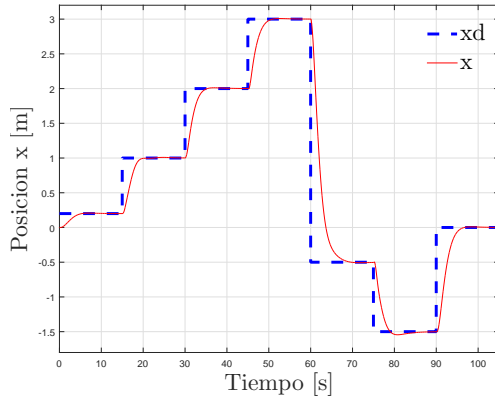
$$\begin{aligned} K_{p\phi} &= 0.04 \\ K_{d\phi} &= 0.1 \\ K_{p\theta} &= 0.04 \\ K_{d\theta} &= 0.1 \end{aligned}$$

Las ganancias obtenidas mediante el control LQR se presentan en (48)

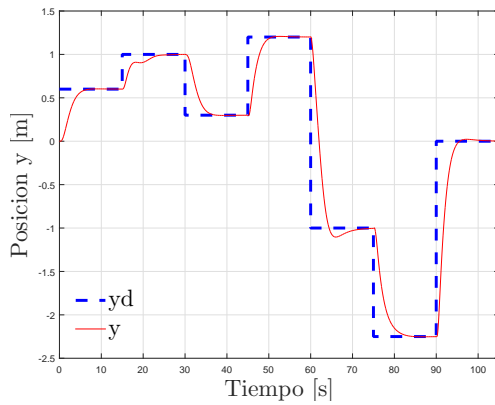
En las figuras (2)-(7) se muestran los resultados de la regulación de la posición y los ángulos de Euler. También se utilizó el módulo de 3-D animation para simular la traslación y las rotaciones de del cuadrotor al realizar el seguimiento de los puntos deseados.

## 6. CONCLUSIONES

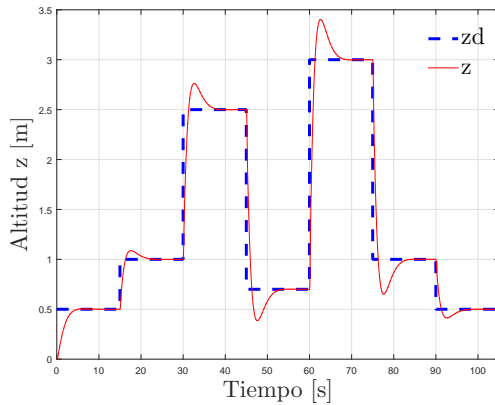
Un conjunto de controladores lineales PD, PID y LQR basados en un modelo lineal de un cuadrotor donde se asume que sus dinámicas de rotación y elevación están desacopladas fue adaptado para regular la posición de un cuadrotor utilizando un modelo dinámico no lineal e incluyendo la dinámica de los actuadores. El controlador cumple con el objetivo de control y logra llegar a los puntos deseados en un tiempo



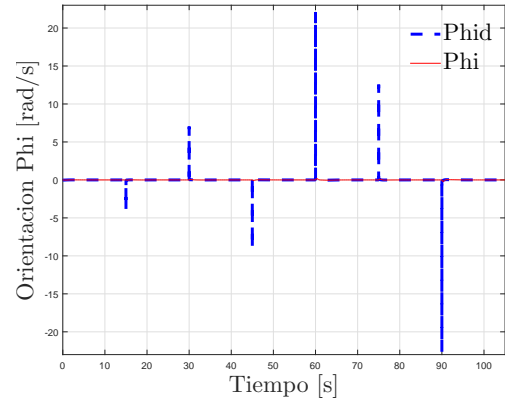
**Figure 2. Regulación en x**



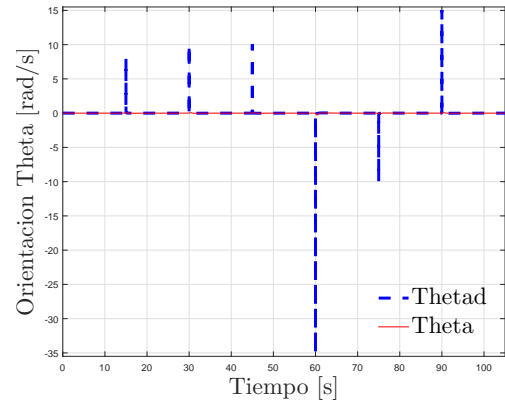
**Figure 3. Regulación en y**



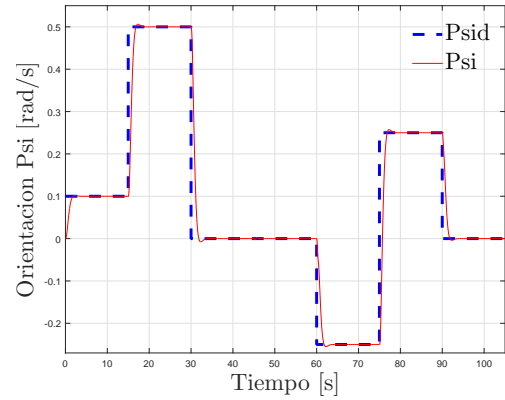
**Figure 4. Regulación en z**



**Figure 5. Regulación en phi**



**Figure 6. Regulación en theta**

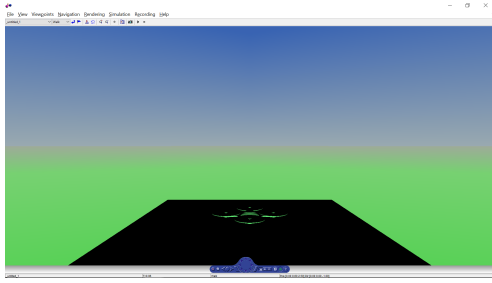


**Figure 7. Regulación en psi**

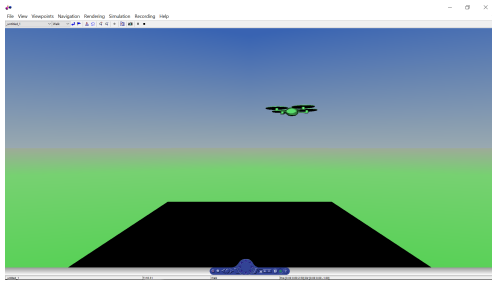
promedio de aproximadamente 6 segundos. Se demostró la funcionalidad del esquema de control propuesto mediante simulaciones numéricas y se utilizó el modulo de animación 3-D para visualizar el comportamiento del quadrotor como se puede apreciar en las figuras (8) y (9).

## 7. REFERENCIAS

- [1] Fan, B., Sun, J., & Yu, Y. (2016, November). A LQR controller for a quadrotor: Design and experiment. In Chinese Association of Automation (YAC), Youth Academic Annual Conference of (pp. 81-86). IEEE.



**Figure 8. Pantalla de la animacion 3-D al inicio de la simulación**



**Figure 9. Pantalla de la animacion 3-D durante la simulación**

[2] Prez-Alcocer, R., Moreno-Valenzuela, J., & Miranda-Colorado, R. (2016). A robust approach for trajectory tracking control of a quadrotor with experimental validation. *ISA transactions*, 65, 262-274.

[3] Liu, C., Pan, J., & Chang, Y. (2016, July). PID and LQR trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental studies. In *Control Conference (CCC), 2016 35th Chinese* (pp. 10845-10850). IEEE.

[4] Yiqun, D., Jun, F., Bin, Y., Youmin, Z., & Jianliang, A. (2015, July). Position and heading angle control of an unmanned quadrotor helicopter using LQR method. In *Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese* (pp. 5566-5571). IEEE.

[5] Shulong, Z., Honglei, A., Daibing, Z., & Lincheng, S. (2014, December). A new feedback linearization LQR control for attitude of quadrotor. In *Control Automation Robotics & Vision (ICARCV), 2014 13th International Conference on* (pp. 1593-1597). IEEE.

[6] Khatoon, S., Gupta, D., & Das, L. K. (2014, September). PID & LQR control for a quadrotor:

Modeling and simulation. In *Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI), 2014 International Conference on* (pp. 796-802). IEEE.

[7] Panomrattananarug, B., Higuchi, K., & Mora-Camino, F. (2013, September). Attitude control of a quadrotor aircraft using LQR state feedback controller with full order state observer. In *SICE Annual Conference (SICE), 2013 Proceedings of* (pp. 2041-2046). IEEE.

[8] Tosun, D. C., Isik, Y., & Korul, H. LQR control of a quadrotor helicopter.