Método de Euler

Jorge Iván García

1 Descripión

Una de las técnicas más simples para aproximar soluciones de una ecuación diferencial es el método de Euler. Suponga que se desea aproximar la solución de un problema de valor inicial.

$$\frac{dy}{dx} = f(t, y(t)) \tag{1}$$

$$y(t_0) = y_0 \tag{2}$$

La recta tangente a la curva $y = f(t)$ está dada por $f'(t_n)$ y es aproximadamente igual a la pendiente de la recta secante.

$$\frac{y_n + 1 - y_n}{t_n + h - x_n} = \frac{y_n + 1 - y_n}{h} \tag{3}$$

siempre y cuando h sea pequeño. De aquí obtenemos que

$$f(t_n) \approx \frac{y_n + 1 - y_n}{h} => y_n + 1 + hf(t_n) \tag{4}$$

Con lo cual podemos usar el punto (t_0, y_0) para construir el siguiente punto (t_1, y_1) y así sucesivamente. De esta forma generamos la sucesión de puntos:

$$(t_0, y_0), (t_1, y_1), ..., (t_n, y_n) \tag{5}$$

los cuales es de esperar que se encuentren *cercanos* a los puntos:

$$(t_0, y(t_0)), (t_1, y(t_1)), ..., (t_n, y(t_n)) \tag{6}$$

Al sustituir el valor aproximado de la derivada (3) en la ecuación diferencial del problema de valor inicial (1,2) obtenemos el método de Euler

$$y_n + 1 = y_n + hf(t_n, y_n) \tag{7}$$

$$t_n = t_0 + n * h \tag{8}$$

2 Programa

Para el programa resolvimos la ecuacion del pendulo sencillo para oscilaciones pequeñas:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \tag{9}$$

Donde buscamos la amplitud con respecto al tiempo del pendulo sencillo, donde l es la longitud del pendulo y $\theta << 1$.

Aplicando el metodo de euler a esta ecuacion de segundo orden tenemos que:

$$\theta'' = f(t, \theta, \theta') \tag{10}$$

Para lograr resolver esta EDO de segundo orden realizamos la siguiente transformacion:

$$\theta' = w \tag{11}$$

$$\theta'' = w' = f(t, \theta, w) \tag{12}$$

$$f(t, \theta, w) = -\frac{g}{l}\theta \tag{13}$$

Con esta transformacion nos queda un sistema de primer orden, solo aplicamos euler en dos ecuaciones simultaneamente, donde nos queda que:

$$\theta_{n+1} = \theta_n + h * w_n \tag{14}$$

$$w_{n+1} = w_n + h * f(t_n, \theta_n, w_n) \tag{15}$$

De donde conocemos los valores iniciales que son θ_0 y w_0.

En el programa la unica observacion es que $x = \theta$ y usamos dos arreglos de dos dimensiones que son x y w, donde el primer espacio damos los valores iniciales y los usamos de memoria. h es el cambio en t que usamos, lo calcule de la formula del periodo y lo dividi en 100 partes, para calcular solo una oscilacion completa.

```
  program main

real ::  h, t, f, l
real,dimension(2) :: w,x
integer :: i

    print*,"Longitud pendulo"
    read*,l
    print*,"Angulo inicial << 1"
    read*,x(1)

    open(1,file='tabla.dat',status='unknown')
    t=0
```

```
       w(1)=0
       h=(2.0*3.1416*sqrt(l/9.81))/100
       do i = 1,100
          x(2)=x(1) + h*w(1)
          w(2)=w(1) + h*f(x(1),l)
          write(1,*) t,x(2)
          t = t + h
          x(1)=x(2)
          w(1)=w(2)

       end do



end program main

       function f(x,l)
       real, intent(in)::x, l
       f = -(9.81)*x/l
       end function f
```

La grafica obtenia cuando el angulo inicial es .1 fue la siguiente

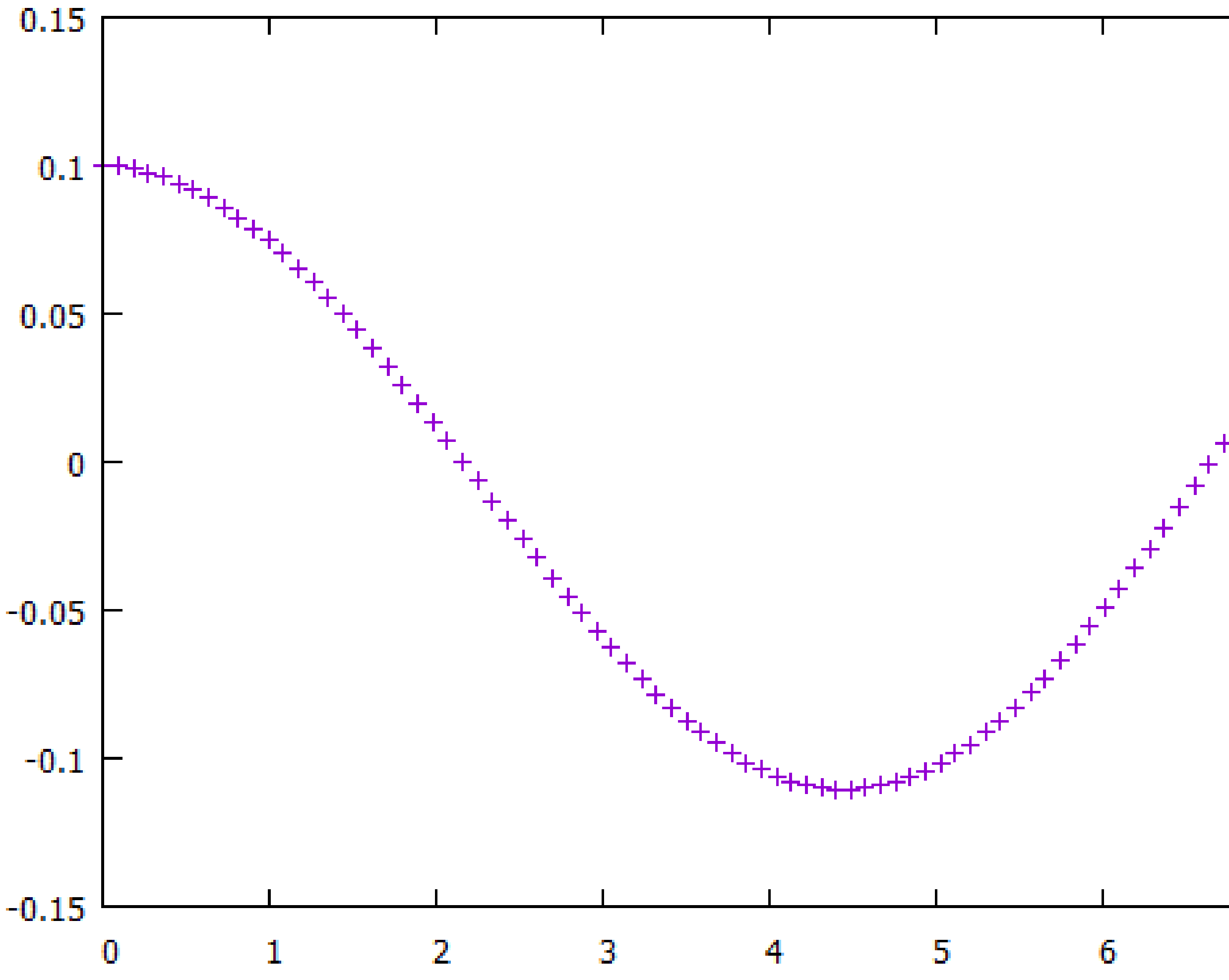

Figure 1: Caption