MÁSTER EN MATEMÁTICA INDUSTRIAL

Trabajo Fin de Máster

2018 – 2019

Simulación numérica del daño producido sobre el canal principal de un horno alto

Iván Martínez Suárez

Índice

1. Problema físico
2. Modelización matemática del daño en el hormigón
   - Modelización matemática del daño
   - Modelo de daño de Mazars para el hormigón
3. Simulación numérica
   - Test numérico
   - Problema del canal principal

Horno alto

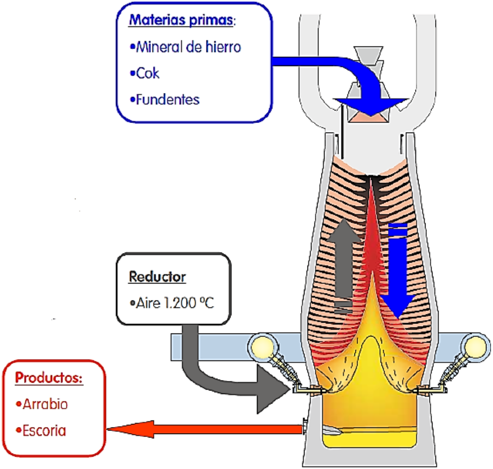


Figura: Esquema del horno alto (*Presentación de ArcelorMittal en el Taller de Problemas Industriales.* 2018).

Canal principal (I)

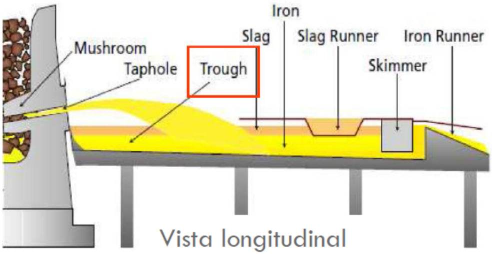


Figura: Vista longitudinal del canal principal del horno alto (Seoane Chouciño, 2016).

Canal principal (II)

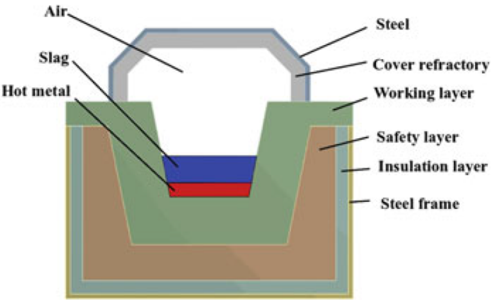


Figura: Vista transversal del canal principal del horno alto (Barral, Nicolás, Pérez-Pérez y Quintela, 2019).

Fenómenos causantes de daño (I)

Ataque químico y erosivo de la escoria

- Reacción química de los componentes del hormigón con los de la escoria
- Erosión debida al rozamiento del flujo de escoria con las paredes

Impacto del chorro de colada

- Chorro líquido saliente del alto horno impacta contra el refractario (Nicolás Ávila, 2017)
- Desprendimiento del revestimiento del hormigón y aumento de tensiones internas

Fenómenos causantes de daño (II)

Impacto termomecánico de la colada

- Impacto térmico inicial
- Reducción del salto térmico: precalentamiento con mecheros
- La temperatura en los componentes sólidos alcanza el estado estacionario (Vázquez Fernández, 2015; Seoane Chouciño, 2016)
- Estudio del daño termomecánico con las temperaturas obtenidas en estado estacionario (Barral, Nicolás, Pérez-Pérez y Quintela, 2019)

Introducción

Consideraciones generales

- Hormigón más resistente a esfuerzos de compresión que de tracción (10 veces)
- Deformaciones plásticas no medibles antes de la fractura (Lemaitre y Chaboche, 1990; Lippmann y Lemaitre, 1996)
- Hormigón refractario: baja porosidad y proceso especial de secado
- Consideraremos deformaciones elásticas y térmicas

Daño isótropo unidimensional (I)

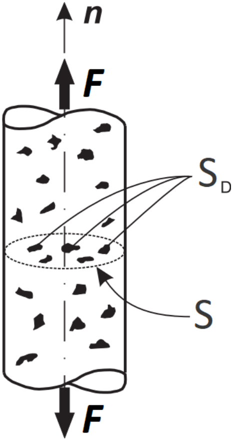


Figura: Elemento dañado (Maßmann, 2009).

Variable interna de daño

$$D = \frac{S_D}{S}$$

- Densidad superficial efectiva de microdefectos
- $0 \leq D \leq 1$
- $D = 0$, material sin daño
- $D = 1$, ruptura del material

Daño isótropo unidimensional (II)

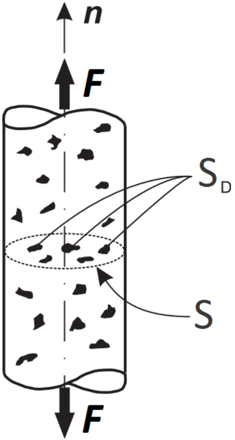


Figura: Elemento dañado (Maßmann, 2009).

Tensión uniaxial σ

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Tensión efectiva $\tilde{\sigma}$

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{F/S}{1 - S_D/S} = \frac{\sigma}{1 - D}$$

- $\tilde{\sigma} \geq \sigma$
- $D = 0 \Rightarrow \tilde{\sigma} = \sigma$
- $D \to 1 \Rightarrow \tilde{\sigma} \to \infty$

Daño isótropo unidimensional (III)

Principio de equivalencia de las deformaciones

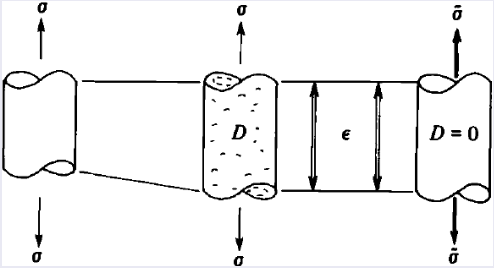


Figura: Principio de equivalencia (Lemaitre y Chaboche, 1990).

Elástico sin daño: ley de Hooke

$$\sigma = E\varepsilon^e$$

Elástico dañado

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon^e$$

Daño isótropo tridimensional

Generalización de conceptos unidimensionales

- Variable de daño

$$D = \frac{S_D}{S}$$

- Tensión efectiva

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{1 - D}$$

- Principio de equivalencia de las deformaciones. Tensor de elasticidad con daño

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{D}} = (1 - D)\boldsymbol{\Lambda}$$

Termoelasticidad lineal con daño

Ley de comportamiento termoelástica lineal isótropa con daño

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{(1-D)\,E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\,\mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{I} + (1-2\nu)\boldsymbol{\varepsilon} - \alpha(\theta-\theta_0)(1+\nu)\boldsymbol{I}\right]$$

Entropía para termoelasticidad lineal isótropa con daño

$$s = \frac{E\alpha\,(1-D)}{\rho\,(1-2\nu)}\mathrm{tr}\,(\boldsymbol{\varepsilon}) + \left[\frac{3\alpha^2 ED}{\rho\,(1-2\nu)} + \frac{C_E}{\theta_0}\right](\theta-\theta_0)$$

Tasa de liberación de energía de deformación debida al daño

$$Y = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Lambda} : \left[\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\alpha}\,(\theta-\theta_0)\right] : \left[\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\alpha}\,(\theta-\theta_0)\right]$$

Leyes de conservación

Ley de conservación de la energía

- Ecuación completa:

$$-\mathrm{Div}\,(\vec{q}) = \rho C_E \dot{\theta} - Y\dot{D} - \theta \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \theta} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial Y}{\partial \theta}\dot{D}$$

- Ley de Fourier:

$$\vec{q} = -\kappa \nabla \theta$$

- Régimen cuasiestático y disipación debida al daño despreciable:

$$\mathrm{Div}\,(\kappa \nabla \theta) = \rho C_E \dot{\theta}$$

Ley de conservación de momentos

$$-\mathrm{Div}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \vec{f}$$

Sistema de ecuaciones

Caso cuasiestático

$$\mathrm{Div}\,(\kappa\nabla\theta) = \rho C_E\dot{\theta},$$

$$-\mathrm{Div}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \vec{f},$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{(1-D)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\,\mathrm{tr}\,(\varepsilon(\vec{u}\,))\,\boldsymbol{I} + (1-2\nu)\varepsilon(\vec{u}\,) - \alpha(\theta-\theta_0)(1+\nu)\boldsymbol{I}\right].$$

- La ecuación térmica se resuelve de forma independiente
- Tenemos 10 ecuaciones y 11 incógnitas ($\vec{u}$, $\boldsymbol{\sigma}$, θ y D)
- Modelización de la variable de daño

Características del modelo de Mazars

Modelo original

- Daño isótropo (Mazars, 1984)
- Solo las deformaciones elásticas intervienen en el daño
- Comportamiento diferente a tensión y a compresión
- Mucho mayor peso de los esfuerzos a tensión en el daño

Modelo implementado en Code Aster

- Mayor importancia de los esfuerzos a compresión en el daño
- Mejor descripción de esfuerzos cortantes puros y bicompresión

Modelo de Mazars (I)

Deformación equivalente

- El factor γ confiere mayor peso a los esfuerzos compresivos
- Deformación equivalente:

$$\overline{\varepsilon}_{corr} = \gamma \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \langle \varepsilon_i \rangle_+^2}$$

Máxima deformación equivalente alcanzada en la historia de carga

$$K(t) = \text{máx} \left\{ \varepsilon_{D_0}, \max_{0 \leq s \leq t} \left[\overline{\varepsilon}_{corr}(s) \right] \right\}$$

Función de fluencia (criterio de daño)

$$f(\overline{\varepsilon}_{corr}, K) = \overline{\varepsilon}_{corr} - K,$$

Modelo de Mazars (II)

Condiciones de complementariedad (Kuhn–Tucker)

$$\dot{K}(t) \geq 0, \quad f(t) \leq 0, \quad \dot{K}(t) f(t) = 0, \qquad \text{c.p.d. en } (0, t)$$

Evolución de la variable de daño

$$\begin{aligned} D(K) &= 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}}{K}(1 - A) - A \exp\left[-B\left(K - \varepsilon_{D_0}\right)\right] \\ A &= A(r; A_c, A_t, k) \\ B &= B(r; B_c, B_t) \end{aligned}$$

Parámetros del modelo de Mazars

- A_c, A_t, B_c, B_t, k y ε_{D_0}

Introducción de la deformación térmica en el modelo (I)

Consideraciones

- Deformaciones térmicas relevantes en el canal principal
- Code Aster no incluye modelos de daño térmico
- Disponemos del campo de temperaturas estacionario
- Seguimos la propuesta de Gawin (Gawin, Pesavento y Schrefler, 2002): el daño crece con la deformación total (elástica más térmica) de acuerdo con el modelo de Mazars

Introducción de la deformación térmica en el modelo (II)

Inclusión de la deformación térmica

- Deformación equivalente:

$$\overline{\varepsilon}_{corr} = \gamma\sqrt{\sum_{i=1}^{3}\langle\varepsilon_i\rangle_+^2} = \gamma\sqrt{\sum_{i=1}^{3}\langle\varepsilon_i^e + \varepsilon_i^{th}\rangle_+^2}$$

- Máxima deformación alcanzada:

$$K(t) = \max\left\{\varepsilon_{D_0}, \max_{0\leq s\leq t}\left[\overline{\varepsilon}_{corr}(s)\right]\right\}$$

- Evolución de la variable de daño:

$$D(K) = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}}{K}(1-A) - A\exp\left[-B\left(K-\varepsilon_{D_0}\right)\right]$$

- Los parámetros del modelo son función de la temperatura

Problema a resolver

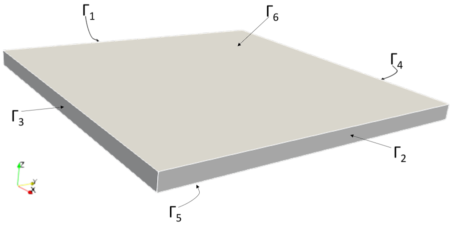
Dado el campo de temperaturas θ en Ω_s, resolver:

$$\begin{cases} -\mathrm{Div}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \vec{f}\tau & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{(1-D)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\,\mathrm{tr}\,(\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{u}\,))\,\boldsymbol{I} + (1-2\nu)\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{u}\,) - \alpha(\theta-\theta_0)(1+\nu)\boldsymbol{I}\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\ D = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}}{K}(1-A) - A\exp\left[-B\left(K - \varepsilon_{D_0}\right)\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\ \dot{K} \geq 0, \quad \overline{\varepsilon}_{corr} - K \leq 0, \quad \dot{K}\left(\overline{\varepsilon}_{corr} - K\right) = 0 & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \end{cases}$$

con las condiciones iniciales y de contorno adecuadas.

- Para calcular el daño es necesaria la historia de carga
- El problema mecánico se resuelve de forma incremental
- Las cargas y las condiciones de contorno se aplican gradualmente con un parámetro $\tau \in (0,1]$
- $\tau = 0$ corresponde al estado inicial descargado y $\tau = 1$ es el problema termoelástico que queremos resolver

Test numérico. Modelo térmico



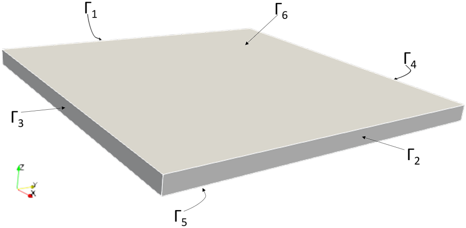
$$\begin{cases} \mathrm{Div}\,(\kappa\nabla\theta) = 0 & \text{en } \Omega_s, \\ \theta = 600\ ^\circ\mathrm{C} & \text{sobre } \Gamma_1, \\ \theta = 1600\ ^\circ\mathrm{C} & \text{sobre } \Gamma_2, \\ \kappa\frac{\partial\theta}{\partial\vec{n}} = 0 & \text{sobre } \bigcup_{i=3}^{6}\Gamma_i. \end{cases}$$

Solución para la temperatura:

$$\theta(x,y,z) = \theta(x) = 600 + 5x$$

Modelo termomecánico con daño (I)

$$\left\{\begin{array}{lr}
-\mathrm{Div}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \vec{f}\tau & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma} = \frac{(1-D)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\,\mathrm{tr}\,(\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{u}\,))\,\boldsymbol{I} + (1-2\nu)\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{u}\,) - \alpha\,(\theta-\theta_0)\,(1+\nu)\boldsymbol{I}\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
D = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}}{K}(1-A) - A\exp\left[-B\,(K-\varepsilon_{D_0})\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\dot{K} \geq 0, \quad \bar{\varepsilon}_{corr} - K \leq 0, \quad \dot{K}\,(\bar{\varepsilon}_{corr} - K) = 0 & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
u_x = -\frac{5}{2}\alpha\,(y^2+z^2)\,\tau & \text{sobre } \Gamma_1 \times (0,1], \\
u_y = 0 & \text{sobre } \Gamma_3 \times (0,1], \\
u_z = 0 & \text{sobre } \Gamma_5 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = C(1-\nu)\,(580 + 5\times 200)\,h(200)\tau\vec{e}_1 & \text{sobre } \Gamma_2 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = C\nu\,(580+5x)\,h(x)\tau\vec{e}_2 & \text{sobre } \Gamma_4 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = C\nu\,(580+5x)\,h(x)\tau\vec{e}_3 & \text{sobre } \Gamma_6 \times (0,1], \\
\vec{u}(0) = \vec{0}, \quad \boldsymbol{\sigma}(0) = \boldsymbol{0} & \text{en } \Omega_s, \\
K(0) = \varepsilon_{D_0} & \text{en } \Omega_s.
\end{array}\right.$$



Modelo termomecánico con daño (II)

Densidad de fuerzas de volumen

$$\vec{f} = \begin{cases} -5C(1-\nu)\vec{e_1} & \text{si } x \leq x_D, \\ -5C(1-\nu)\left[1 - g(x)\right] \exp\left[-g(x) + 1{,}8\right] \vec{e_1} & \text{si } x > x_D, \end{cases}$$

donde

$$C = \frac{E\alpha}{10(1+\nu)(1-2\nu)},$$

$$g(x) = 900\sqrt{321}\,\alpha\,(580 + 5x)\,,$$

y

$$x_D = \frac{1}{5}\left(\frac{2 \times 10^4}{\sqrt{321}} - 580\right) \approx 107{,}26 \text{ m}.$$

$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq x_D, \\ \exp\left[-g(x) + 1{,}8\right] & \text{si } x > x_D. \end{cases}$$

Parámetros

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
E	20×10^9 Pa	A_t	1
ν	0,2	B_c	10^3
A_c	1,4	B_t	9×10^3
k	0,7	ε_{D_0}	2×10^{-4}
α	$10^{-7}\ {}^\circ\mathrm{C}^{-1}$	κ	$1\ \mathrm{W\,m^{-1}\,{}^\circ C^{-1}}$

Solución analítica

Campo de desplazamientos ($\tau = 1$)

$$\begin{cases} u_x(x,y,z) = \frac{11}{10}\alpha\left(580x + \frac{5}{2}x^2\right) - \frac{5}{2}\alpha\left(y^2 + z^2\right) \\ u_y(x,y) = \alpha\left(580y + 5xy\right) \\ u_z(x,z) = \alpha\left(580z + 5xz\right) \end{cases}$$

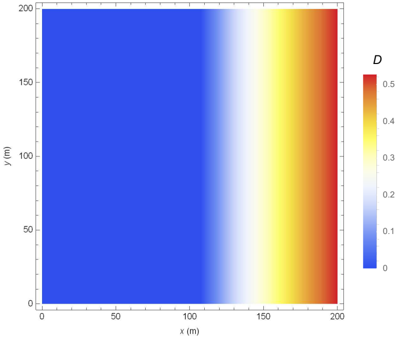
Variable de daño ($\tau = 1$)

$$D(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathrm{x} \leq \mathrm{x_D}, \\ 1 - \exp\left[-9000\left(\frac{\sqrt{321}}{10}\alpha\left(580 + 5x\right) - 2 \times 10^{-4}\right)\right] & \text{si } \mathrm{x} > \mathrm{x_D}. \end{cases}$$

Tensor de tensiones ($\tau = 1$)

$$\boldsymbol{\sigma}(x) = C\left(580 + 5x\right)h(x)\begin{pmatrix} 1-\nu & 0 & 0 \\ 0 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & \nu \end{pmatrix}.$$

Resultados (I)



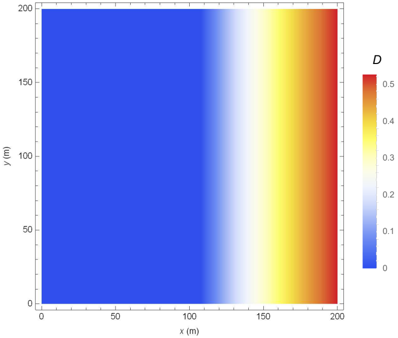


Figura: Distribución analítica de daño (izquierda) y distribución numérica de daño (derecha) en el plano $z = 10$ m.

Resultados (II)

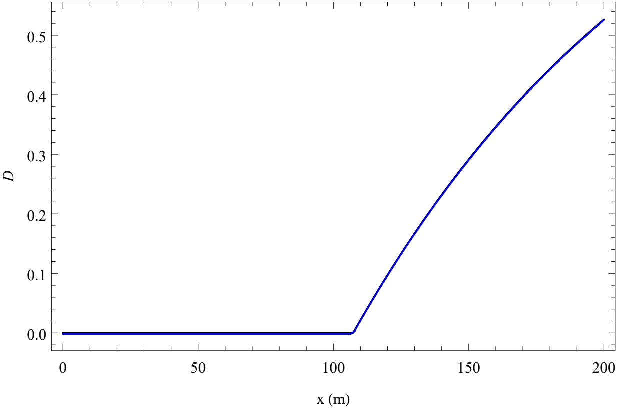


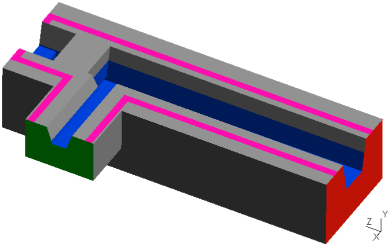
Figura: Variable de daño a lo largo de la línea con $y = 100$ m y $z = 5$ m.

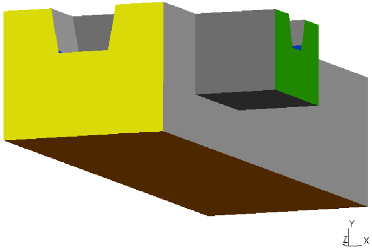
Resultados (III)

Variable	Error
θ	$7{,}8 \times 10^{-17}$
$\vec{u}$	$9{,}8 \times 10^{-5}$
ε	$7{,}0 \times 10^{-5}$
$\boldsymbol{\sigma}$	$1{,}3 \times 10^{-3}$
D	$4{,}8 \times 10^{-4}$

Tabla: Errores relativos en norma 2 ($\tau = 1$).

Problema del canal principal. Fronteras





- Γ_1 (marrón): la base del canal principal,
- Γ_2 (rosa): la parte donde se apoya la cubierta,
- Γ_3 (azul): la zona por donde discurren el arrabio y la escoria,
- Γ_4 (verde): la zona de salida de la ruta de la escoria,
- Γ_5 (rojo): la mitad del canal principal,
- Γ_6 (amarillo): la parte final del canal, detrás del *skimmer*,
- Γ_R (gris): las demás fronteras.

Problema mecánico

$$
\left\{
\begin{array}{lr}
-\mathrm{Div}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \vec{f}\tau & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma} = \frac{(1-D)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\,\mathrm{tr}\,(\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{u}\,))\,\boldsymbol{I} + (1-2\nu)\boldsymbol{\varepsilon}(\vec{u}\,)\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
D = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}}{K}(1-A) - A\exp\left[-B\,(K - \varepsilon_{D_0})\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\dot{K} \geq 0, \quad \bar{\varepsilon}_{corr} - K \leq 0, \quad \dot{K}\,(\bar{\varepsilon}_{corr} - K) = 0 & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\vec{u} = \vec{0} & \text{sobre } \Gamma_1 \times (0,1], \\
u_x = 0, \quad \vec{\sigma}_t = \vec{0} & \text{sobre } \Gamma_4 \times (0,1], \\
u_z = 0, \quad \vec{\sigma}_t = \vec{0} & \text{sobre } \Gamma_5 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = -P\tau\vec{e}_2 & \text{sobre } \Gamma_2 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = -h(y)\tau\vec{n} & \text{sobre } \Gamma_3 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = \vec{0} & \text{sobre } (\Gamma_6 \cup \Gamma_R) \times (0,1], \\
\vec{u}(0) = \vec{0} & \text{en } \Omega_s, \\
K(0) = \varepsilon_{D_0} & \text{en } \Omega_s.
\end{array}
\right.
$$

Cargas aplicadas

Fuerza de la gravedad

$$\vec{f} = -\rho g \vec{e_2} \ (g = 9{,}8 \ \mathrm{m\,s^{-2}}).$$

Presión ejercida por la cubierta

$$P = \frac{g}{A_2}(\rho_A V_A + \rho_H V_H) \approx 6{,}40587 \times 10^4 \ \mathrm{N\,m^{-2}} \ (\text{dirección} - \vec{e_2}).$$

Presión ejercida por los fluidos

$$h(y) = \begin{cases} 20619{,}7 - 68747y & \text{si } y < 0{,}1565 \ \mathrm{m}, \\ 13848{,}4 - 25480y & \text{si } 0{,}1565 \ \mathrm{m} \leq y \leq 0{,}5435 \ \mathrm{m}, \\ 0 & \text{si } y > 0{,}5435 \ \mathrm{m}, \end{cases}$$

que se aplica en la dirección normal interior a Γ_3.

Parámetros

- Problema: la empresa está realizando una campaña de medidas pero todavía no disponemos de parámetros mecánicos
- Material único para todo el canal

Parámetro	**Valor**	**Parámetro**	**Valor**
E	10^9 Pa	A_t	1
ν	0,2	B_c	10^3
A_c	1,4	B_t	9×10^3
k	0,7	ε_{D_0}	9×10^{-5} (θ ambiente) 9×10^{-3} (θ elevada)
α	$5{,}3 \times 10^{-6}\ {}^\circ\mathrm{C}^{-1}$	ρ	$3210\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$

Resultados

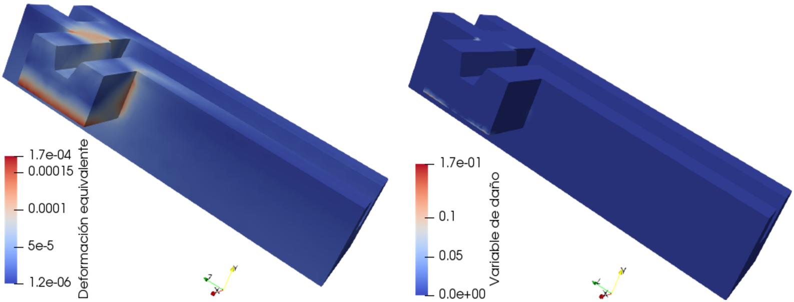
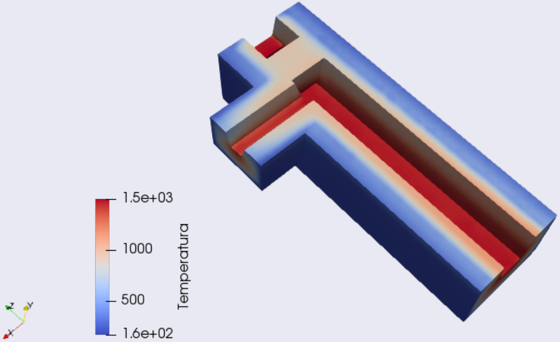


Figura: Deformación equivalente corregida (izquierda) y variable de daño (derecha) a lo largo del canal.

Problema termomecánico (I)

Campo de temperaturas

Distribución estacionaria de temperaturas conocida (Barral, Nicolás, Pérez-Pérez y Quintela, 2019)



Problema termomecánico (II)

$$
\left\{
\begin{array}{lr}
-\mathrm{Div}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \vec{f}\tau & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma} = \frac{(1-D)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[\nu\,\mathrm{tr}\,(\varepsilon(\vec{u}))\,\boldsymbol{I} + (1-2\nu)\varepsilon(\vec{u}) - \alpha\,(\theta-\theta_0)\,(1+\nu)\boldsymbol{I}\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
D = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}}{K}(1-A) - A\exp\left[-B\,(K-\varepsilon_{D_0})\right] & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\dot{K} \geq 0, \quad \bar{\varepsilon}_{corr} - K \leq 0, \quad \dot{K}\,(\bar{\varepsilon}_{corr} - K) = 0 & \text{en } \Omega_s \times (0,1], \\
\vec{u} = \vec{0} & \text{sobre } \Gamma_1 \times (0,1], \\
u_x = 0, \quad \vec{\sigma}_t = \vec{0} & \text{sobre } \Gamma_4 \times (0,1], \\
u_z = 0, \quad \vec{\sigma}_t = \vec{0} & \text{sobre } \Gamma_5 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = -P\tau\vec{e}_2 & \text{sobre } \Gamma_2 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = -h(y)\tau\vec{n} & \text{sobre } \Gamma_3 \times (0,1], \\
\boldsymbol{\sigma}\vec{n} = \vec{0} & \text{sobre } (\Gamma_6 \cup \Gamma_R) \times (0,1], \\
\vec{u}(0) = \vec{0}, \quad \boldsymbol{\sigma}(0) = \boldsymbol{0} & \text{en } \Omega_s, \\
K(0) = \varepsilon_{D_0} & \text{en } \Omega_s.
\end{array}
\right.
$$

Resultados

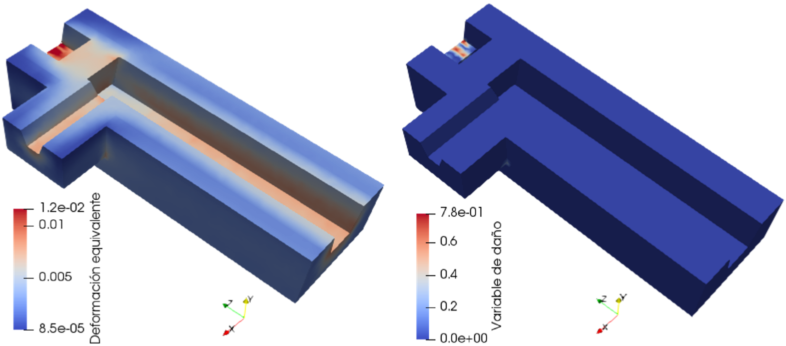


Figura: Deformación equivalente corregida (izquierda) y variable de daño (derecha) a lo largo del canal.

Conclusiones y futuras líneas de investigación

Conclusiones

- Modelización y simulación numérica de un problema de termoelasticidad con daño en el canal de un horno alto
- Es necesario disponer de parámetros mecánicos para los distintos materiales del canal para validar los resultados

Futuras líneas de investigación

- Análisis del daño térmico considerado de forma independiente al mecánico (Damhof, W.A.M. Brekelmans y Geers, 2008). Resolución del problema térmico evolutivo
- Análisis de modelos de daño no local (Peerlings, Borst y W. Brekelmans, 1995)