

Tarea 4

Iván Mauricio Burbano Aldana

February 19, 2017

Un oscilador armónico cuántico con energía definida E satisface la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo $-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) + \frac{1}{2}kx^2\psi(x) = E\psi(x)$. Por simplicidad considere $\hbar = 1$, $m = 1/2$ y $\omega = 2$ donde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. De manera analítica se puede demostrar (ya sea a través de series de potencia o de operadores de escalera) que las soluciones tienen energías separadas por $\hbar\omega$. De manera más específica, las energías son $(n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ con $n \in \mathbb{N}$. En nuestro caso $\hbar\omega = 2$ y por lo tanto las energías esperadas son 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

Para probar esto se utilizó el siguiente código:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

plt.rc("text", usetex = True)

dx = 100000
res = 100
E_ligado = np.linspace(0, 18, res)
inicial = 1
criterio = 0.03
Epar = []
Eimpar = []

def U(x):
    return x**2

def psi(E, paridad, inicial):
    x = np.linspace(0, np.sqrt(E) + 3, dx)
    if (paridad == 0):
        phi = [inicial]
        Dphi = [0]
    else:
        phi = [0]
        Dphi = [inicial]
    for n in range(1, len(x)):
```

```

        Dphi.append(Dphi[n - 1] + ((U(x[n]
            - 1)) - E) * phi[n - 1] * (x[
                n] - x[n - 1])))
        phi.append(phi[n - 1] + (Dphi[n -
            1] * (x[n] - x[n - 1])))
    return [phi, Dphi]

def buscador(E_iniciales, paridad):
    E = []
    for n in range(0, len(E_iniciales) - 1):
        Dsol1 = psi(E_iniciales[n], paridad,
            inicial)[1]
        Dsol2 = psi(E_iniciales[n + 1], paridad,
            inicial)[1]
        if (np.sign(Dsol1[dx-1]) != np.sign(Dsol2[
            dx-1])):
            E.append(E_iniciales[n])
            E.append(E_iniciales[n + 1])
    return E

Epar = buscador(E_ligado, 0)
Eimpar = buscador(E_ligado, 1)
print Epar
print Eimpar

for n in range(0, len(Epar[:2])):
    valor = criterio + 1

```

Este funciona de una manera bastante similar al utilizado para el pozo de potencial finito. La diferencia principal consiste en el rango de valores de x utilizado. Para el pozo de potencial finito se tenía que una vez acababa el pozo (entrando así a la región prohibida clásicamente la solución caía de forma exponencial. En el código anterior se le daban tres unidades a este decaimiento. Dado su buen funcionamiento, en este caso también se le dieron 3 unidades a la región clásicamente prohibida. Sin embargo, en este caso la región prohibida depende de la energía. Esta se encuentra en la región $x \geq \sqrt{E}$. Los resultados fueron los de la figura :

Es de notar que excepto por el estado base ningún valor de la energía se encuentra en el intervalo reportado en la gráfica. Esto se debe a la imprecisión del algoritmo de Euler para resolver ecuaciones diferenciales. En efecto, al momento de aumentar dx (un nombre terrible puesto que normalmente lo que se conoce como "dx" es el tamaño del intervalo, no la cantidad de intervalos) los intervalos tienden más a las energías esperadas.

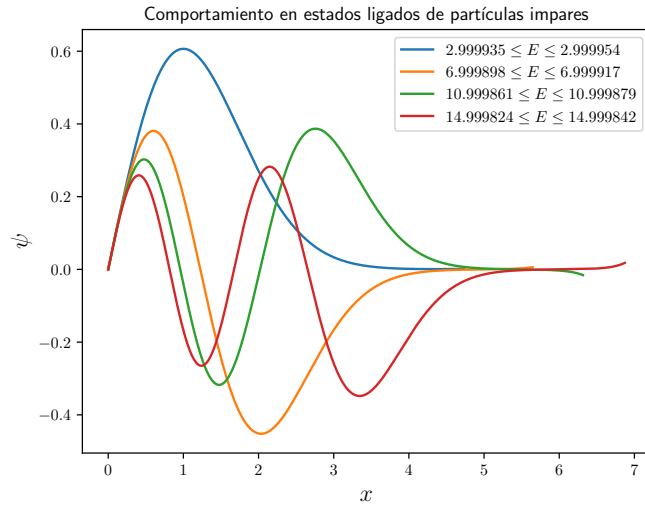
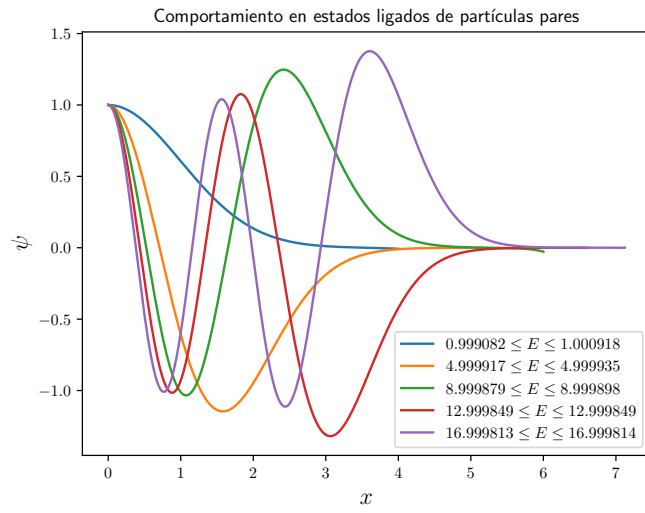


Figure 1: Las soluciones de la función de onda para una partícula en un potencial armónico