TP – Probabilidad y Estadística

**Parte 1: Simulación**

1. Utilizando únicamente la función *random* de su lenguaje (la función que genera un número aleatorio uniforme entre 0 y 1),

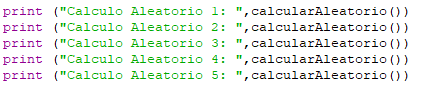
implemente una función que genere un número distribuido Bernoulli con probabilidad *p*.

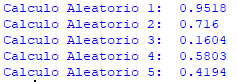
Generación del número aleatorio uniforme:

Con la función random se genera el número aleatorio y se limita a 4 decimales.

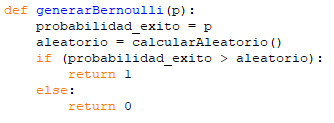


Ejemplo: Ejecuto la función 5 veces





Con la función Bernoulli, utilizamos la función anterior para generarla, recibe la probabilidad como parámetro:



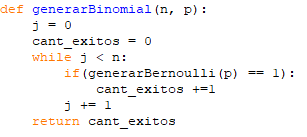
Ejemplo:





2. Utilizando la función del punto anterior, implemente otra que genere un número binomial con los parámetros *n*,*p*.

Función creada a partir de la formula binomial. Recibe N = cantidad de muestra y P = probabilidad. Se utiliza la función Bernoulli para saber si es éxito o fracaso.



Ejemplo:



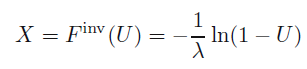


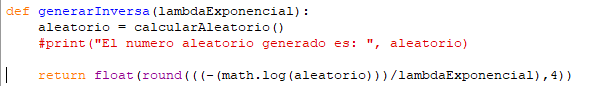


3. Utilizando el procedimiento descrito en el capítulo 6 del Dekking (método de la función inversa o de Monte Carlo), implementar

una función que permita generar un número aleatorio con distribución *Exp*(*¸*).

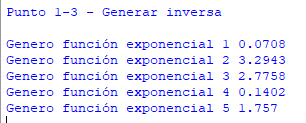
Utilizamos la siguiente función:





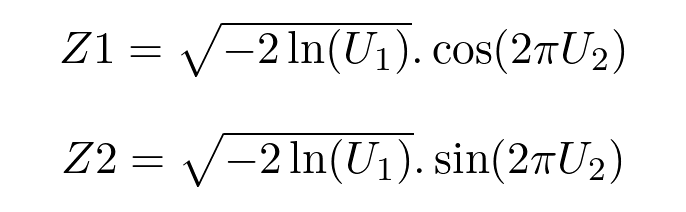
Ejemplo:

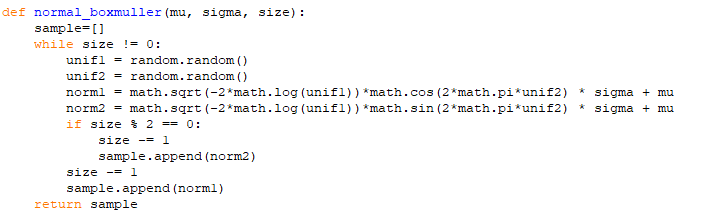




4. Investigar como generar números aleatorios con distribución normal. Implementarlo.

Fórmula utilizada: METODO DE BOX MULLER





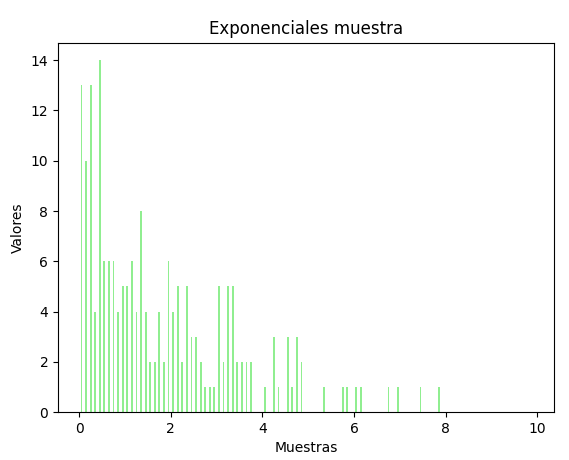
Ejemplo:





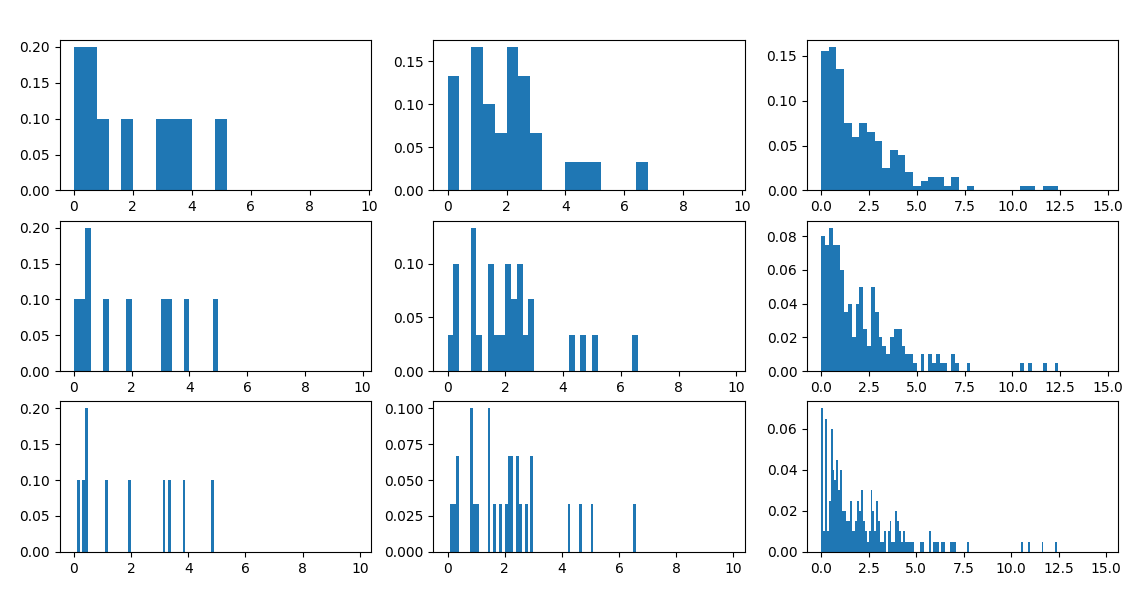
**Parte 2: Estadística descriptiva**

1. Generar tres muestras de números aleatorios *Exp*(0,5) de tamaño *n =* 10, *n* = 30 y *n* = 200. Para cada una, computar la media y varianza muestral. ¿Qué observa?



2. Para las tres muestras anteriores, graficar los histogramas de frecuencias relativas con anchos de banda 0,4, 0,2 y 0,1; es decir,

un total de 9 histogramas. ¿Qué conclusiones puede obtener?



3. Generar una muestra de números *Bin*(10,0,3) de tamaño *n* = 50. Construir la función de distribución empírica de dicha muestra.

4. A partir de la función de distribución empírica del punto anterior, generar una nueva muestra de números aleatorios utilizando

el método de simulación de la primera parte. Computar la media y varianza muestral y graficar el histograma.

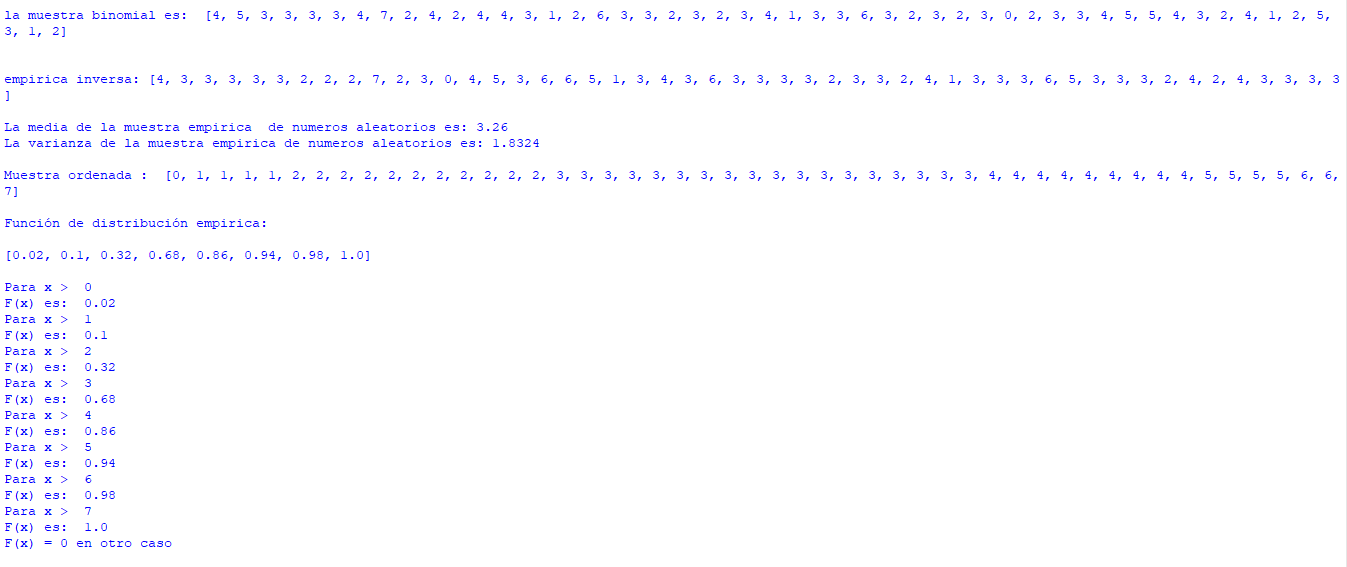
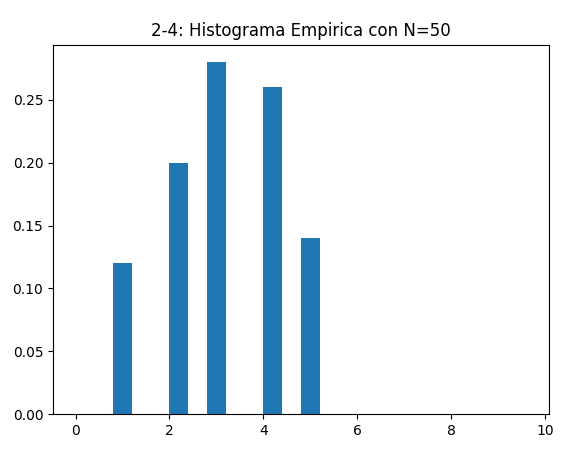
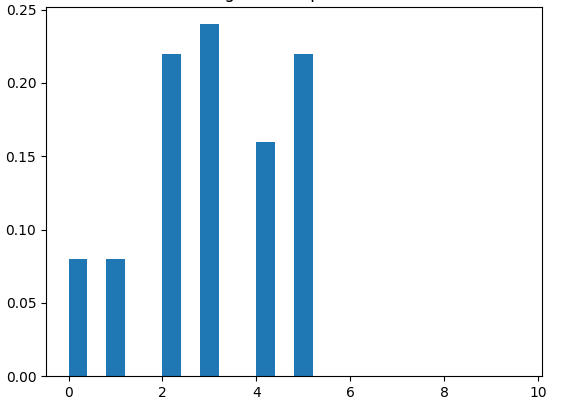
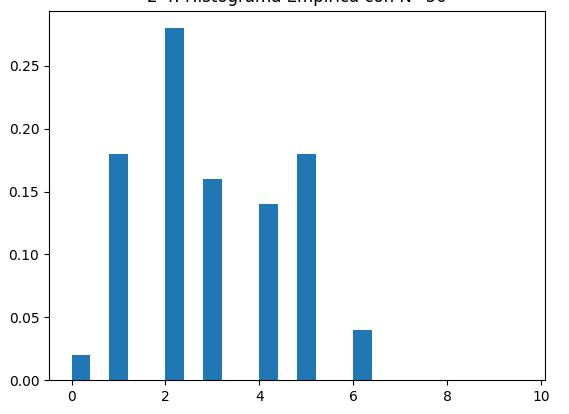


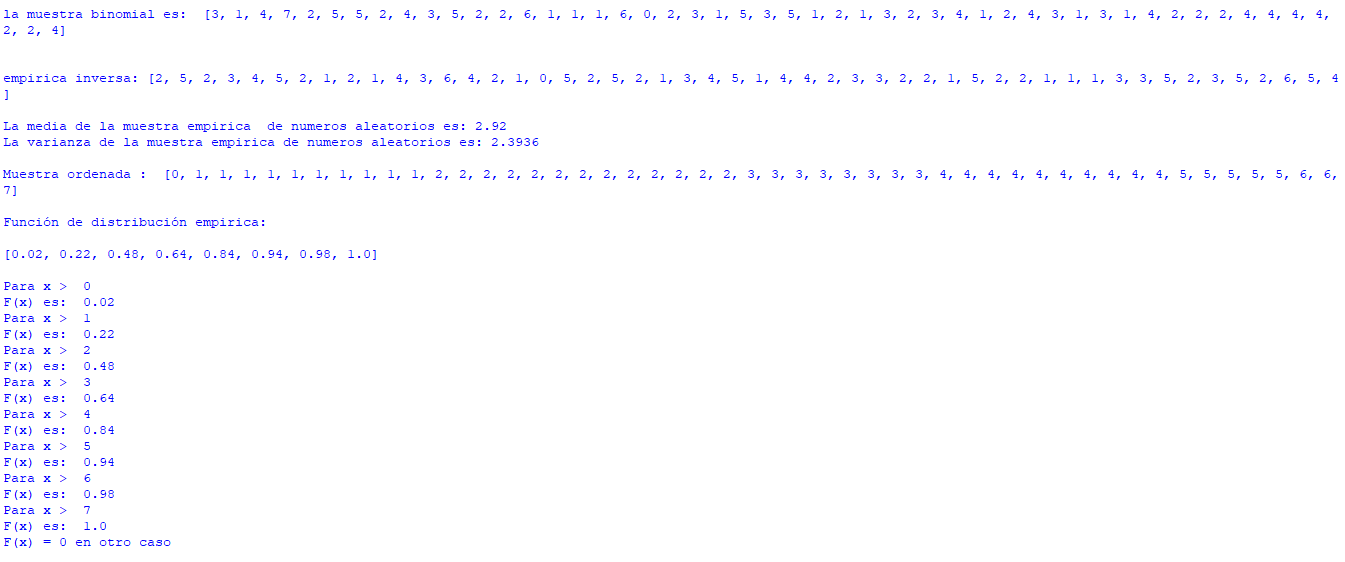
Grafico:

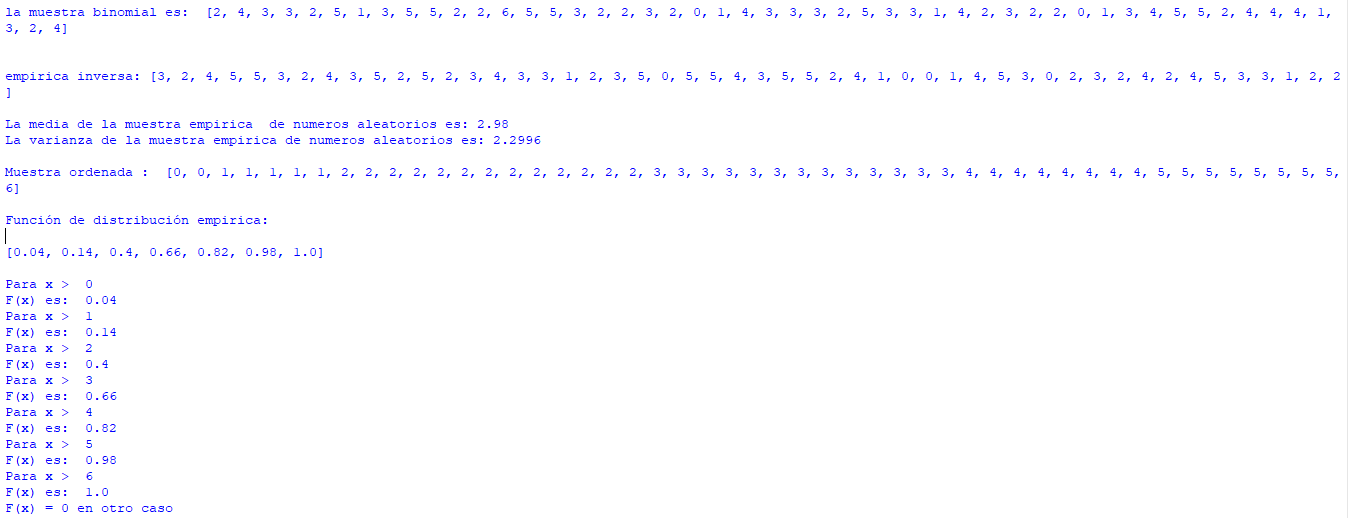


5. Repetir el experimento de los dos puntos anteriores con dos muestras aleatorias más generadas con los mismos parámetros.

¿Qué conclusión saca?







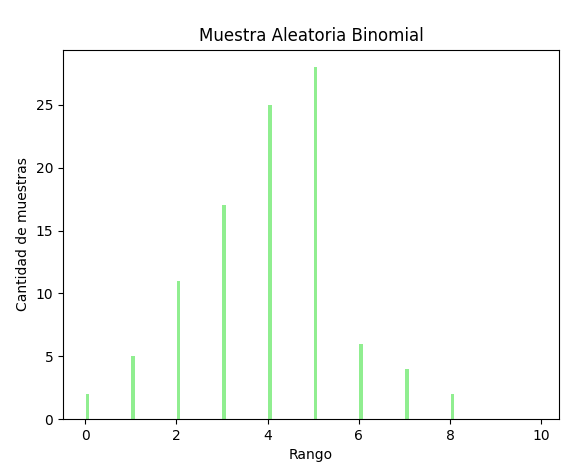
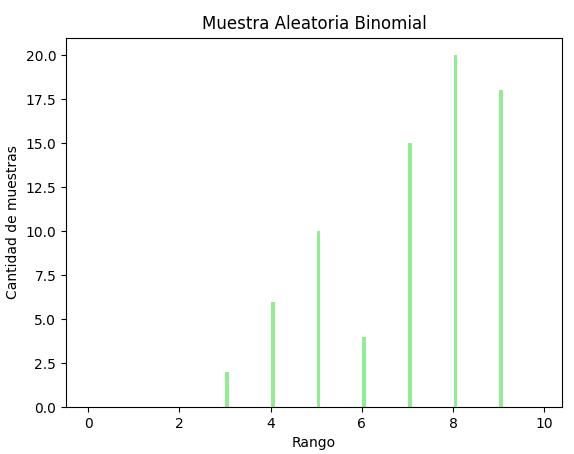
**Parte 3: Convergencia**

El propósito de esta sección es ver en forma práctica los resultados de los teoremas de convergencia.

1. Generar cuatro muestras de números aleatorios de tamaño 100, todas con distribución binomial con *p* = 0,40 y *n* = 10, *n* = 20,

*n* = 50 y *n* = 100 respectivamente. Graficar sus histogramas. ¿Qué observa?

Graficos:

2. Elija la muestra de tamaño 200 y calcule la media y desviación estándar muestral. Luego, normalice cada dato de la muestra

y grafique el histograma de la muestra normalizada. Justifique lo que observa.

3. Para cada una de las muestras anteriores, calcule la media muestral. Justifique lo que observa.

**Parte 4: Estadística inferencial**

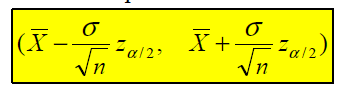
Para terminar, vamos a hacer inferencia con las muestras que generamos y obtener así información sobre sus distribuciones.

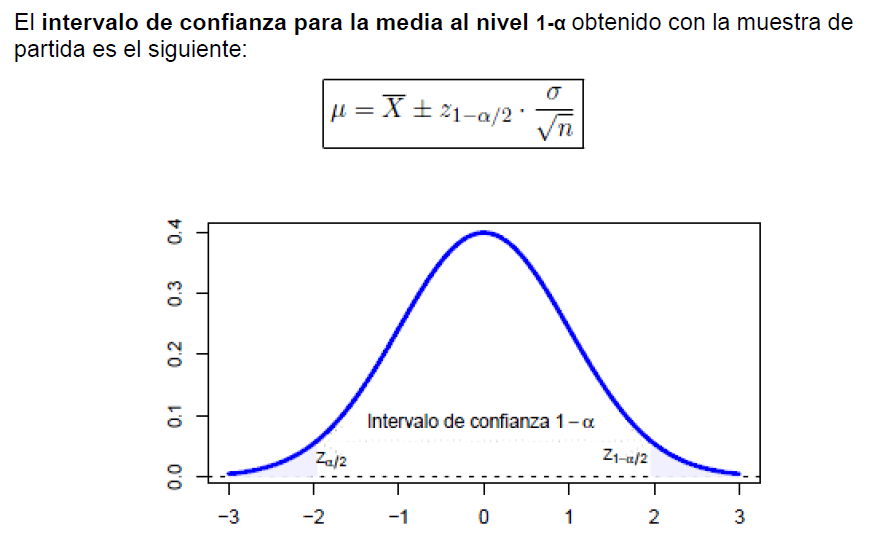
1. Generar dos muestras *N*(100, 5), una de tamaño *n* = 10 y otra de tamaño *n* = 30. Obtener estimaciones puntuales de su media

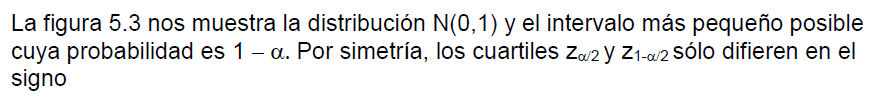
y varianza.

2. Suponga que ya conoce el dato de que la distribución tiene varianza 5. Obtener intervalos de confianza del 95% y 98% para

la media de ambas muestras.

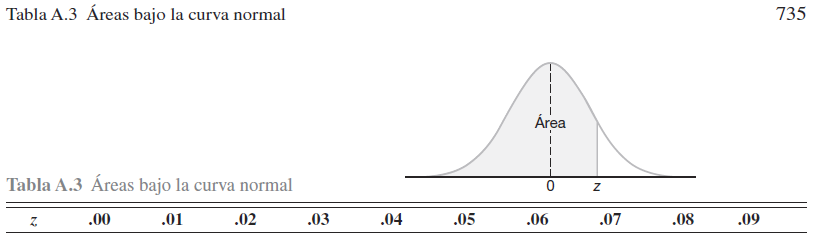


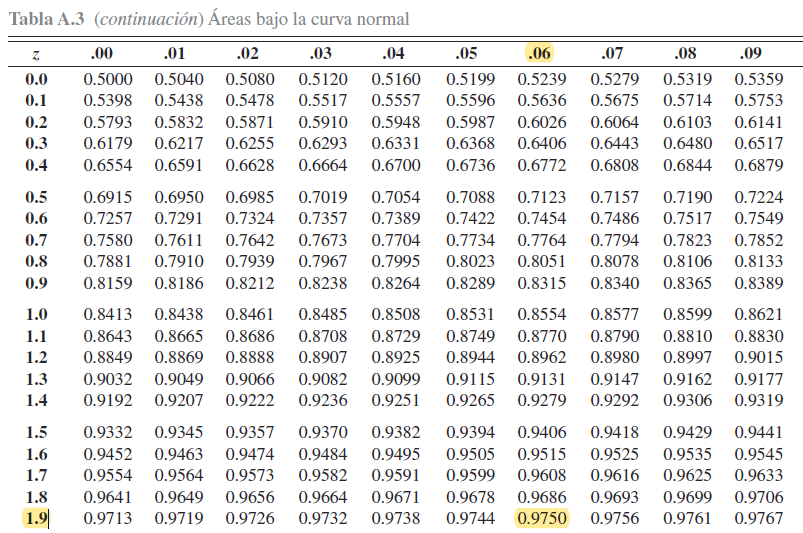




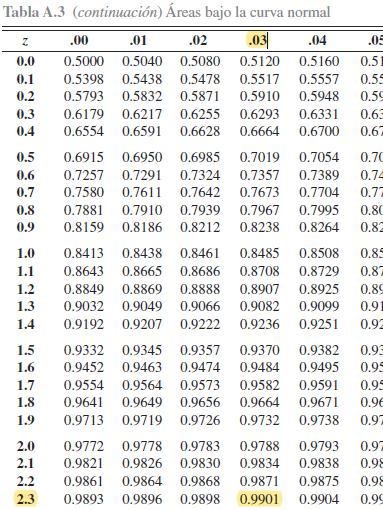
*Solución: 1-α = 0.95 entonces α = 0.05, α/2 = 0.025, zα/2 = 1.96*

En la tabla se encuentra que Z0.025=1,96 con 10 (N) o 30(N) de aquí, el intervalo de confianza de 95% para es:

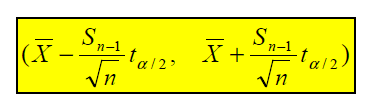




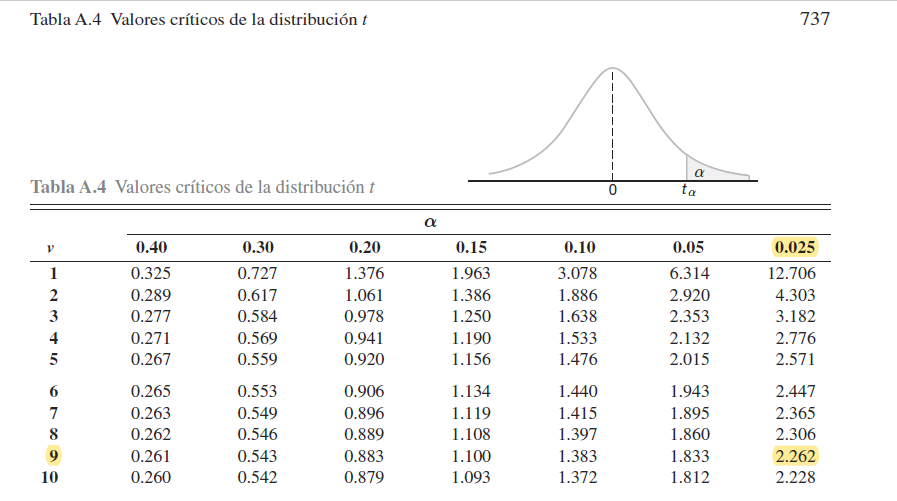
En la tabla se encuentra que Z0.01=2,33 con 10 (N) o 30(N) de aquí, el intervalo de confianza de 98% para es



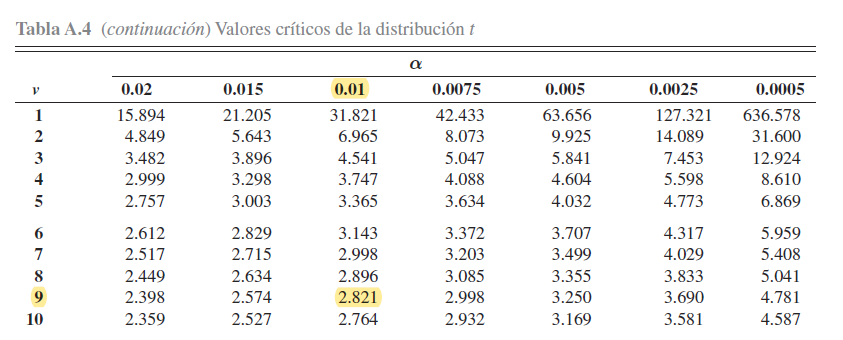
3. Repita el punto anterior, pero usando la varianza estimada *s*2, para la muestra de tamaño adecuado.



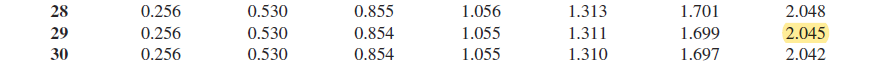
En la tabla se encuentra que t0.025=2.262 con 9 (N-1) grados de libertad, de aquí, el intervalo de confianza de 95% para es:



En la tabla se encuentra que t0.01=2.821 con 9 (N-1) grados de libertad, de aquí, el intervalo de confianza de 98% para es:



En la tabla se encuentra que t0.025=2.045 con 29 (N-1) grados de libertad, de aquí, el intervalo de confianza de 95% para es:

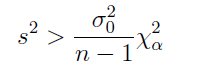


En la tabla se encuentra que t0.01=2.462 con 29 (N-1) grados de libertad, de aquí, el intervalo de confianza de 98% para es:



4. Probar a nivel 0,99 la hipótesis de que la varianza sea *¾*2 È 5. Calcular la probabilidad de cometer error tipo II para la hipótesis

alternativa *¾*2 Æ 6.



S^2 = varianza muestral

Sigma^2= varianza hipótesis nula

Sigma^2 = varianza30\* 29 / chi\_cuadrado

(WAL9-10.68) Por experiencia se sabe que el tiempo que se requiere para que los estudiantes de preparatoria de último año completen una prueba estandarizada es una variable aleatoria normal, con una desviación estándar de 6 minutos. Pruebe la hipótesis de que σ = 6 contra la alternativa de que σ < 6, si una muestra aleatoria de 20 estudiantes de preparatoria de último año tiene una desviación estándar s = 4,51. Utilice un nivel de significancia de 0,05.

H0 (nula) => varianza = 6

H1(alternativa) => varianza < 6

Chi2 = (n-1)\*(s)^2 / desviación^2 => desviación^2 = (n-1)\*(s)^2 / chi2

Chi2 = (19)(4,51)^2 / 36 = 10,74

Calcular la probabilidad de cometer error tipo II para la hipótesis

Alternativa varianza = 6.

H0 (nula) => varianza σ² ≠ 6-> decimos que es ≠ 6 -----rechazarla es = 6

H1(alternativa) => varianza σ² = 6-> error tipo 2 No rechazar la hipotesis nula cuando es falsa

(s)^2 = chi2 \* desviación^2 / (n-1) nuevo chi2 => Chi2 = (n-1)\*(s)^2 / desviación^2

5. Agrupando los datos en subgrupos de longitud 0,5, probar a nivel 0,99 la hipótesis de que la muestra proviene de una distribución

normal.