

Лабораторная работа 1.4.8

Измерение модуля Юнга методом акустического резонанса

Дербенев Никита Максимович

26 октября 2023

Цель работы: Исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

В работе используются:

1. Генератор звуковых частот
2. Частотомер
3. Осциллограф
4. Электромагнитные излучатель и приёмник колебаний
5. Набор стержней из различных материалов

Ход работы:

1. Настроим частотомер и осциллограф для работы с установкой
2. Поместим медный стержень на подставку, придвинем максимально близко к торцам датчики, не допуская соприкосновения со стержнем. Расстояние между торцами стержня и датчиками получилось $< 0.5\text{мм}$.
3. Определим приблизительную частоту первого резонанса медного стержня по формуле:

$$f_1 = \frac{u}{2L} \approx \frac{3.7 \cdot 10^3}{2 \cdot 0.6} \approx 3.083 \text{ кГц}$$

4. Плавное изменение частоты генератора в районе 3 кГц, найдем положение резонанса, при котором амплитуда сигнала будет максимальна и изображение на осциллографе будет представлять собой бочку (на самом деле это обрезанный эллипс, ибо датчик жестко обрезает выходной сигнал). Запишем значение резонансной частоты в табл. 1.
5. Получим резонансы на частотах, соответствующих кратным гармоникам. Для этого, плавно перестраивая генератор, добьемся резонанса вблизи частот $f_n = n f_1$, где $n = 2, 3, \dots$ Запишем измеренные значения частот в табл. 1.

Таблица 1: Значения резонансных частот

№ гармоники	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Медь	3.2489	6.4596	9.7282	12.9987	16.2359	19.4556	22.6828	25.9312	29.1485	32.4021	35.6396
Дюраль	4.2274	8.4898	12.7445	16.9726	21.1814	25.3987	29.5944	33.8376	38.0211	42.3422	-
Сталь	4.1291	8.2701	12.3921	16.5571	20.6358	24.7582	28.8421	-	-	-	-

6. Повторим пункты 2-5 для дюрала и стали.
7. Определим плотность материалов стержней. Для этого взвесим и измерим штангенциркулем линейные размеры небольшого образца цилиндрической формы, изготовленного из исследуемого материала. Результаты запишем в табл. 2:

$$\rho = \frac{4m}{\pi l d^2}$$
$$\varepsilon_\rho = \varepsilon_m + \varepsilon_\pi + \varepsilon_l + 2\varepsilon_d \approx 2\varepsilon_d$$
$$\sigma_\rho = \varepsilon_\rho \rho$$

Таблица 2: Параметры кусочков стержней

Материал	Медь	Дюраль	Сталь
m , г	39.366	37.072	26.017
d , мм	11.9	12.2	12.1
l , мм	39.6	41.1	29.5
S , мм ²	111.22	116.90	114.99
V , мм ³	4404.3	4804.6	3392.2
ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	8930 ± 300 (3.4%)	7720 ± 250 (3.3%)	7670 ± 250 (3.3%)

Таблица 3: Параметры стержней

Материал	Медь	Дюраль	Сталь
f_1 , кГц	3.2391 ± 0.0016 (0.05%)	4.2261 ± 0.0032 (0.08%)	4.1197 ± 0.0042 (0.10%)
u , $\frac{\text{м}}{\text{с}}$	3887 ± 2 (0.05%)	5071 ± 4 (0.08%)	4994 ± 5 (0.10%)
E , ГПа	135 ± 5 (3.5%)	199 ± 7 (3.5%)	191 ± 7 (3.5%)

8. Построим график зависимостей резонансной частоты от номера гармоники (рис. 1). Видим, что точки хорошо ложатся на прямые $f_n = kn$. Вычислим скорость распространения волн в стержне по МНК и запишем в табл. 3:

$$u = 2kL$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_L + \varepsilon_k \approx \varepsilon_k = \frac{\sigma_k}{k}$$

$$\sigma_u = u\varepsilon_u$$

9. Определим модули Юнга различных материалов и запишем в табл. 3:

$$E = u^2 \rho$$

$$\varepsilon_E = 2\varepsilon_u + \varepsilon_\rho$$

$$\sigma_E = \varepsilon_E E$$

10. Добьемся возникновения резонанса в стержне из дюрала на частоте $f_1/2$. Добьемся возникновения на экране осциллографа фигуры Лиссажу (рис. 2).
11. Измерим добротность колебаний в дюралюминиевом стержне. Для этого определим частоты вблизи резонанса, при которых амплитуда сигнала достигает $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$:

$$f_1 = 4238.0 \text{ Гц}$$

$$f_2 = 4230.1 \text{ Гц}$$

$$\Delta_f = \frac{f_1 + f_2}{2} \approx 4.0 \text{ Гц}$$

$$U = \frac{f_n}{\Delta_f} \approx 1058$$

Вывод: Метод акустического резонанса - достаточно точный метод определения модуля Юнга материалов с низкой погрешностью (3.5%). Основная погрешность связана с определением плотности материалов, а точнее с определением диаметра стержней. Ее можно уменьшить, если измерять диаметр стержней микрометром в разных местах.

Рис. 1: График зависимости частоты от номера гармоники ($f_n(n)$)

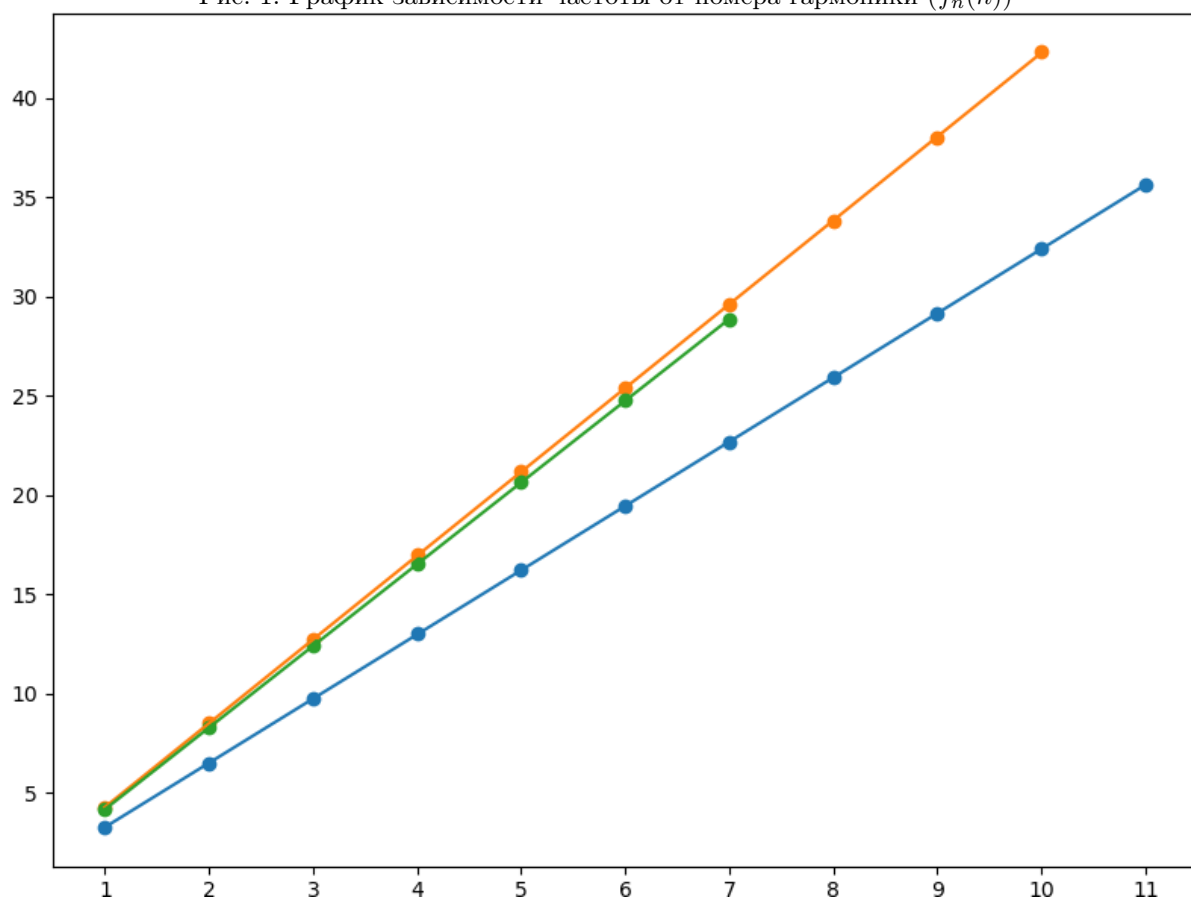


Рис. 2: Резонанс на $f_1/2$

