

Лабораторная работа 4.3.3 Исследование разрешающей способности микроскопа методом Аббе

Иван Сладков

19 февраля 2022 г.

1 Аннотация

В данной работе проводится определение периода решёток по их пространственному спектру и по увеличенному изображению, а также определение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа методом Аббе. Кроме того, исследуются пространственная фильтрация и мультипликация изображения решётки.

2 Теоретические сведения

Принцип двойной дифракции и формирование оптического изображения. Формирование изображения с помощью линзы можно рассматривать, основываясь на идее пространственного спектрального разложения. Монохроматическую волну, идущую от предмета, представим в виде суперпозиции плоских волн разных направлений α , т. е. разных пространственных частот $u = k \sin \alpha$. Каждая гармоника фокусируется линзой в определённую точку фокальной плоскости, и там возникает картина пространственного спектра. По этой причине фокальную плоскость линзы называют фурье-плоскостью.

В процессе распространения света от предмета до фурье-плоскости осуществляется преобразование Фурье светового поля (по терминологии Аббе – первая дифракция). Процесс распространения света от фурье-плоскости до плоскости изображения (рис. 1) – вторая дифракция.

Можно сказать, что в процессе образования изображения происходит два последовательных преобразования Фурье: от входной плоскости Π_1 к фурье-плоскости – первая дифракция, и затем от фурье-плоскости с помощью линзы L_2 к выходной плоскости Π_2 – вторая дифракция.

Пространственная фильтрация. В фурье-плоскости возможно избирательное воздействие на разные пространственные гармоники: установив в любой точке x этой плоскости пластиинку, вносящую определённое поглощение, мы изменим амплитуду и фазу плоской волны с пространственной частотой $u = kx/f$, не изменяя амплитуд и фаз других плоских волн.

Мультипликация изображения. Изображение, возникающее в плоскости Π_2 , представляет собой периодически повторяющееся с периодом

$$d_0 = \lambda f / d$$

изображение объекта с функцией пропускания $f_0(x)$. Соседние элементы периодической структуры, видимой в Π_2 , $f(x) = \sum f_0(x - nd_0)$, не налагаются друг на друга при условии $d_0 > a$, где a – размер объекта. Число элементов N размноженного изображения определяется шириной главного максимума картины дифракции Фраунгофера на отдельной щели решётки:

$$N \approx 2b/d_0.$$

Разрешающая способность. Критерий Рэлея. Согласно качественному критерию, предложенному Рэлеем, два источника света различимы, если дифракционный максимум одного приходится на минимум другого. Т. е. расстояние между центрами пятен Δx равно полуширине пятна Эйри (рис. 2):

$$\Delta x = 1.22 \frac{\lambda}{D} z,$$

где z – расстояние от диафрагмы до плоскости наблюдения, а D – диаметр диафрагмы. Отсюда минимальное угловое разрешение равно:

$$\alpha_{min} \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}.$$

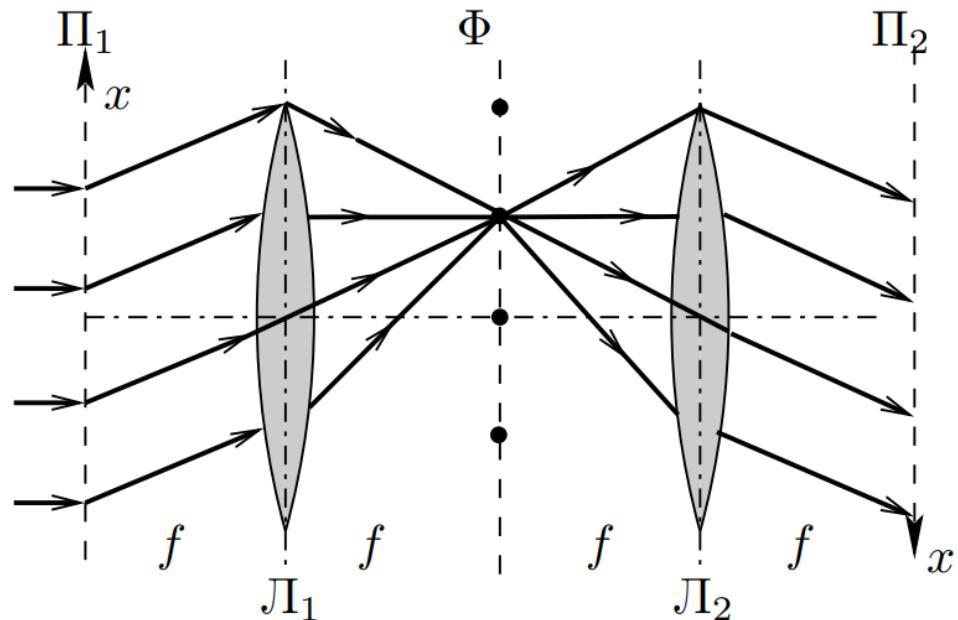


Рис. 1: Двойная дифракция Аббе

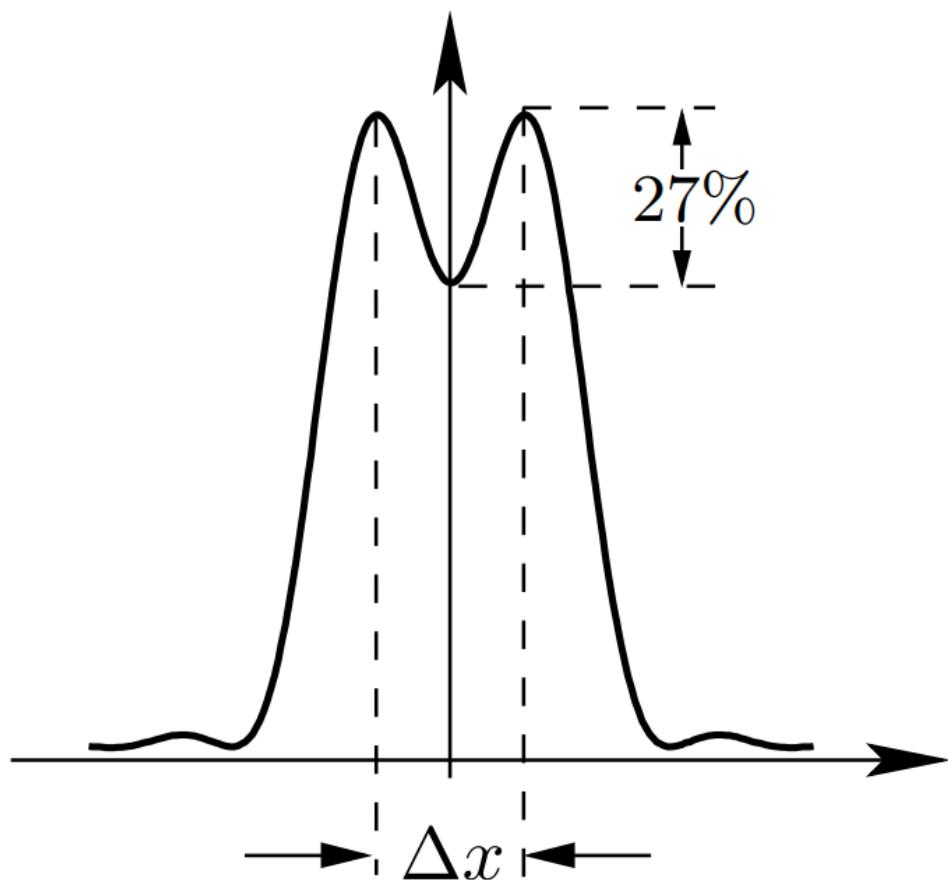


Рис. 2: Разрешение двух пятен Эйри

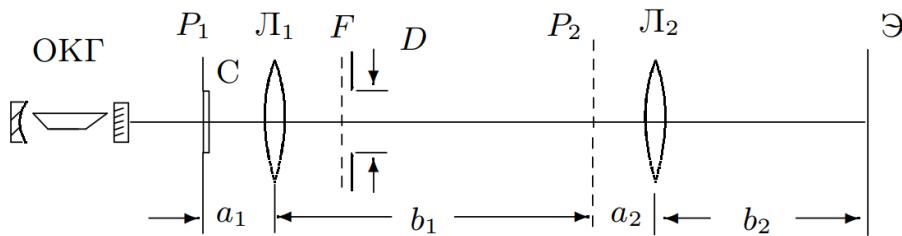


Рис. 3: Схема экспериментальной установки

2.1 Расчётные формулы

Минимально разрешаемое объективом расстояние:

$$l_{min} \approx \frac{2f\lambda}{D}, \quad (1)$$

где f — фокусное расстояние линзы.

Условия главных максимумов:

$$d \sin \theta_x = m_x \lambda, \quad d \sin \theta_y = m_y \lambda, \quad (2)$$

где $m_{x,y}$ — порядок дифракционных максимумов.

Увеличение системы собирающих линз (в условиях опыта):

$$\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2}, \quad (3)$$

где a, b — соответствующие расстояния на рис. 3.

3 Оборудование и инструментальные погрешности

Схема экспериментальной установки отображена на рис. 3. Излучение лазера (ОКГ) почти перпендикулярно падает на сетку С, установленную вблизи фокальной плоскости линзы Л1 — объектива. Вторичное изображение из плоскости P_2 проецируется на экран Э линзой Л2.

В работе используются:

Лазер: $\lambda = 532$ нм

Кассета с набором сеток

Линзы: $f_1 = 110$ мм; $f_2 = 25$ мм

Щель с микрометрическим винтом

Оptический стол

Экран

Линейка: $\Delta = \pm 0.5$ мм

Светофильтр

4 Результаты измерений и обработка данных

Все измерения и расчёты в СИ.

4.1 Определение периода решёток

Расстояние от сетки до экрана: $H = 142 \pm 0.5$ см. Из формул (2), где $\sin \theta \sim a/H$ и a — период изображения, получим результат в табл. 1.

n	a	δ_a	H	δ_H	d	δ_d
2	38	0.5	1420	5	0.0198	0.0001
3	25	0.5	1420	5	0.0302	0.0003
4	12.5	0.5	1420	5	0.060	0.001
5	6.25	0.5	1420	5	0.120	0.005
6	4.6	0.5	1420	5	0.16	0.01

Таблица 1: Определение периода по картине спектра

Теперь соберём микроскоп с параметрами:

$$a_1 = 13.5 \pm 0.5 \text{ см},$$

$$b_1 = 48 \pm 0.5 \text{ см},$$

$$a_2 = 2.5 \pm 0.1 \text{ см},$$

$$b_2 = 59 \pm 0.5 \text{ см}.$$

По формуле (3), $\Gamma = 84 \pm 5$. Тогда найдём период решётки (табл. 2).

n	a	δ_a	Γ	δ_Γ	d	δ_d
2	—	—	—	—	—	—
3	3.9	0.5	85	5	0.04	0.01
4	5.9	0.5	85	5	0.07	0.01
5	12	0.5	85	5	0.14	0.015
6	16	0.5	85	5	0.18	0.02

Таблица 2: Определение периода по увеличенному изображению

Далее по формуле (1) найдём период решётки через критерий Рэлея. Результаты в табл. 3.

n	D	δ_D	f	d	δ_d
2	—	—	—	—	—
3	3.35	0.01	110	0.0349	1E-4
4	1.95	0.01	110	0.0600	3E-4
5	1	0.01	110	0.117	0.001
6	0.695	0.01	110	0.168	0.003

Таблица 3: Определение периода по наименьшему разрешению

4.2 Пространственная фильтрация и мультилипликация

Убедились, что при пропускании через щель только максимумов $(0, m_y)$ наблюдаются горизонтальные дифракционные полосы, а при $(m_x, 0)$ – вертикальные.

Если выставить щель под 45° и пропускать (m_i, m_i) максимумы, наблюдаем наклонные полосы (рис. 4).

Теперь исследуем мультилипликацию: при уменьшении периода сетки увеличивается период мультилиплицированной картины на экране (рис. 5); при увеличении щели увеличивается ширина каждого изображения.

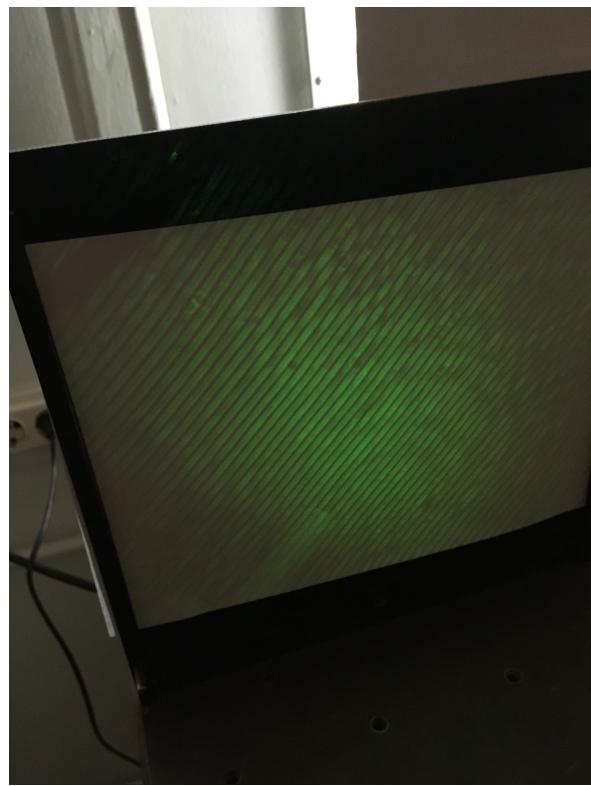


Рис. 4: Дифракционная картина от максимумов (m_i, m_i)

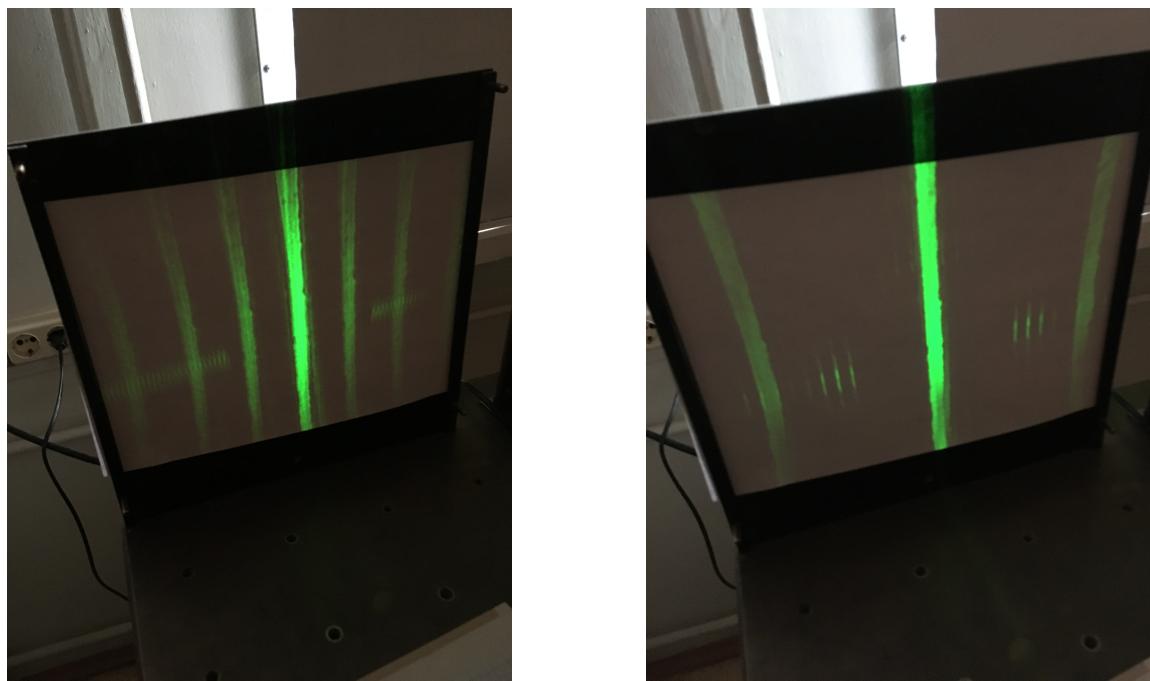
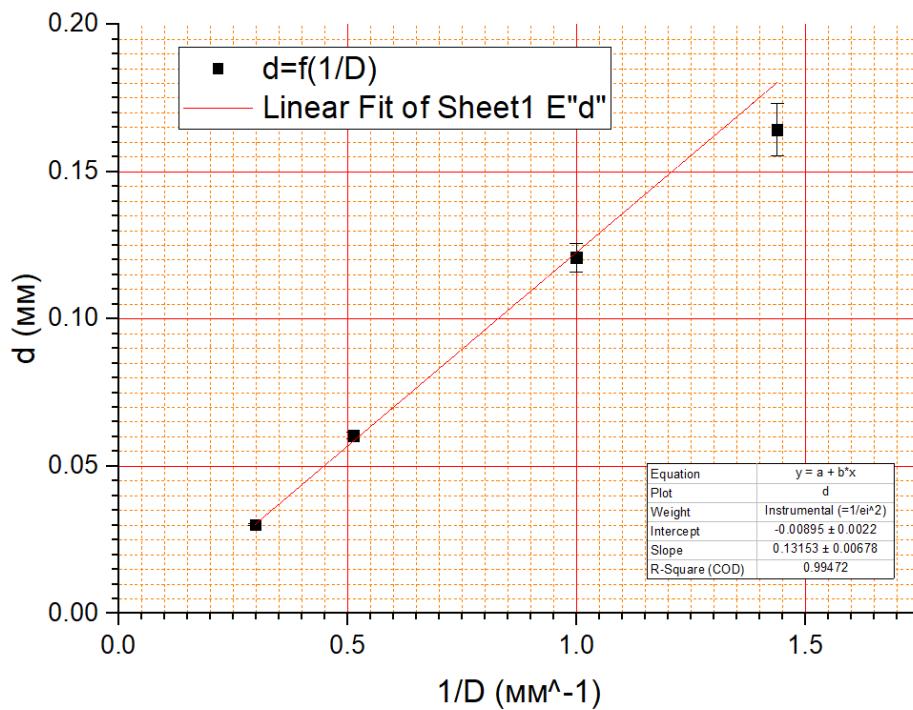


Рис. 5: Мультипликация изображения щели при разных периодах решётки

Рис. 6: График зависимости $d(1/D)$

4.3 Сравнение результатов и оценка погрешностей

Добавим все полученные периоды решётки в сводную таблицу 4. Можно видеть, что данные, полученные по изображению, не совпадают с остальными и имеют большую погрешность. Это связано с общими недостатками метода, например, с погрешностью определения фокусного расстояния (изображение может быть достаточно чётким на довольно большом диапазоне расстояний) и др.

n	d, мм		
	По спектру	По изображению	По мин. разрешению
2	$0.0198 \pm 1E - 4$	—	—
3	$0.0302 \pm 3E - 4$	0.04 ± 0.01	$0.0349 \pm 1E - 4$
4	0.060 ± 0.001	0.07 ± 0.01	$0.0600 \pm 3E - 4$
5	0.120 ± 0.005	0.14 ± 0.015	0.117 ± 0.001
6	0.16 ± 0.01	0.18 ± 0.02	0.168 ± 0.003

Таблица 4: Сводная таблица результатов измерений периода d .

Как и обычно, погрешности вычисляются по общей формуле. Погрешность фокусного расстояния линз взята равной единице младшего разряда.

Стоит заметить, что в 3-м опыте указанная погрешность несколько меньше фактической, т. к. критерий Рэлея обычно не даёт достаточно точных результатов, а микрометрический винт имеет достаточно небольшую инструментальную погрешность. Для увеличения точности опыт был проведён дважды. В расчёт брались только усреднённые значения.

4.4 Проверка теории Аббе

Для проверки построим график $d = f(1/D)$ на рис. 6 и найдём коэффициент

$$k_{\text{эксп}} = 0.13 \pm 0.01.$$

Посчитаем точный коэффициент:

$$k_{\text{точн}} = 2f\lambda = 0.12,$$

что совпадает в рамках погрешности. В пределах этих опытов теория Аббе выполняется.

5 Вывод

Определили несколькими способами периоды решёток; исследовали зависимость дифракционного предела разрешения объектива микроскопа от его диаметра; на качественном уровне изучили пространственную фильтрацию и мультипликацию изображения решётки.

Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Общий курс физики. Том 4 Оптика*, 2004
- [2] Кириченко Н. А. *Принципы оптики*, 2014
- [3] *Лабораторный практикум по общей физике. В 3 томах. Том 2. Оптика: учебное пособие* под ред. А. В. Максимычева