

Лабораторная работа 2.1.2

Определение C_p/C_v методом изобарического расширения

Шерхалов Денис Б02-204

19 февраля 2023 г.

Цель работы: определение отношения C_p/C_v воздуха по измерениям давления в стеклянном сосуде. Измерения проводятся сначала после адиабатического расширения газа, а затем после изохорического нагревания сосуда и газа до комнатной температуры.

В работе используются: стеклянный сосуд; U-образный жидкостный манометр; резиновая груша; газгольдер с воздухом, секундомер.

Экспериментальная установка. Экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда А (объёмом около 20 л), снабжённого краном К, и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на Рис. 1.

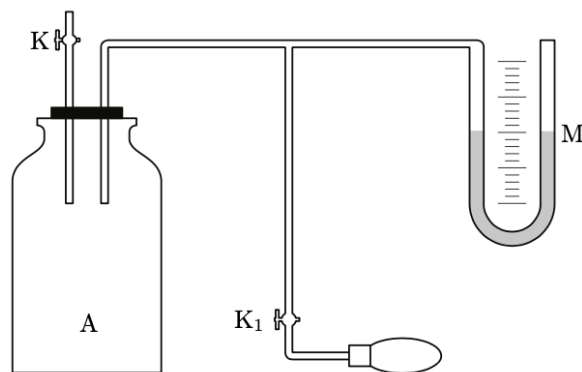


Рис. 1: Установка для определения C_p/C_v методом адиабатического расширения газа

1. Введение

Избыточное давление создаётся с помощью резиновой груши, соединённой с сосудом трубкой с краном K_1 , в сосуде создаётся заданное избыточное давление p_1 . При этом газ становится перегретым.

Мысленно выделим в сосуде некоторый объём ΔV . Будем следить за изменением его состояния. Вследствие теплообмена со стенками сосуда через некоторое время газ остынет

до комнатной температуры T_0 (изохорное охлаждение). При этом давление понизится до $p_0 + \Delta p_1$, где

$$\Delta p_1 = \rho g \Delta h_1 \quad (1)$$

Откроем кран K_1 . За время Δt порядка 0.5с произойдёт адиабатическое расширение газа, и его температура окажется ниже комнатной. Далее газ будет изобарически нагреваться. Зададим время τ , В течение которого кран K остаётся открытым, таким, чтобы можно было пренебречь временем Δt адиабатического расширения воздуха. После закрытия крана K газ станет изохорически нагреваться до комнатной температуры, причём давление внутри сосуда возрастет до $p_0 + \Delta p_2$, где

$$\Delta p_2 = \rho g \Delta h_2 \quad (2)$$

Наибольший интерес представляет исследование зависимости отношения перепадов давления $\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}$ от времени τ .

С хорошей точностью мы можем считать воздух в газгольдере идеальным газом. Рассмотрим изобарическое расширение воздуха. Для этого запишем уравнение теплового баланса для изменяющейся со временем массы $m = \frac{p_0 V_0}{RT} \mu$:

$$c_p m dT = -\alpha(T - T_0)dt$$

где c_p – удельная теплоёмкость воздуха при постоянном давлении, α – положительный постоянный коэффициент, характеризующий теплообмен, V_0 – объём газгольдера.

$$\begin{aligned} \frac{dT}{T(T - T_0)} &= \frac{-\alpha dt}{c_p \frac{p_0 V_0}{R} \mu} \Rightarrow \frac{1}{T_0} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0} \right) dT = \frac{\alpha dt}{c_p m_0 T_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0} \right) dT &= \frac{\alpha}{c_p m_0} \int_0^\tau dt \Rightarrow \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \ln \left(\frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} \right) = \frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \Rightarrow \\ \Rightarrow \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right) &= \frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \Rightarrow \frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\Delta T_2}{T_2} \exp \left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Для адиабатического расширения справедливо соотношение $T^\gamma = \text{const } p^{\gamma-1}$, где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

$$\gamma \frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dp}{p} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{dp}{p} \Rightarrow \frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\Delta p_1}{p_0} \quad (4)$$

При изохорическом нагреве газа выполняется соотношение:

$$\frac{p}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{\Delta p_2}{p_0} = \frac{\Delta T_2}{T_2} \quad (5)$$

После подстановки (4) и (5) в (3) получим:

$$\begin{aligned} \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\Delta p_1}{p_0} &= \frac{\Delta p_2}{p_0} \exp \left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \right) \Rightarrow \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \Delta h_1 = \Delta h_2 \exp \left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \exp \left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \right) \Rightarrow \ln \left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \right) = \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) + \left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \right) \tau \end{aligned} \quad (6)$$

2. Выполнение

1. Проверим исправность установки. Убедимся, что уровни жидкости в манометре одинаковы. Закачаем с помощью груши газ и подождём выравнивания температур. Запишем разность уровней жидкости Δh_1 . Откроем кран К на короткое время ($\tau \approx 0,5\text{с}$) и закроем его снова. Подождём, пока уровень жидкости в манометре перестанет изменяться, т.е. когда температура газа в сосуде сравняется с комнатной. Запишем разность уровней жидкости в манометре Δh_2 . Далее проведём серию из 6 измерений сначала для других времён открытия крана τ . По полученным данным построим график зависимости $\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right)$ от τ (График №1), а далее найдём из него γ используя формулу (6).

2. Рассчитаем погрешность для графика:

$$\Delta\tau = \pm 0,5\text{с}, \quad \Delta\left(\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right)\right) = \pm 2\delta h \frac{\Delta h_2}{\Delta h_1}$$

Таблица 1: Результаты эксперимента, $\Delta\tau = \pm 0,5\text{с}$, $\delta h = \pm 0,1\text{см}$

№	τ , с	Δh_1 , см	Δh_2 , см
1	0,5	16.0	4.4
2	5	15.3	3.4
3	10	13.2	2.4
4	15	12.3	1.8
5	20	12.0	1.4
6	25	12.6	1.2
7	30	12.1	0.9

Используя библиотеки *NumPy* и *Matplotlib* на *Python* построим график по МНК и получим погрешность.

$$b = \ln\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) = 1.272 \pm 0.041 \quad \Rightarrow \quad \sigma_b = 3.22\%$$

Далее найдем γ . Приравняем $\sigma_b = \sigma_\gamma \approx 3.22\%$

$$\gamma = \frac{e^b}{e^b - 1} = 1.389 \pm 0.045$$

3. Вывод

В ходе эксперимента при использовании знаний полученных в ходе курса термодинамики было получено значение показателя адиабаты для воздуха. Полученное значение $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.389 \pm 0.045$ в пределах погрешности ($\sigma_\gamma = 3.22\%$) совпало с табличным $\gamma^* = 1.4$. Неполное совпадение результата вызвано, во-первых, погрешностью в определении времени τ , а во-вторых с тем, что снятая мной разница уровней воды в трубке не всегда была окончательной, т.к. установление идеального равновесия требует слишком большого времени ожидания.

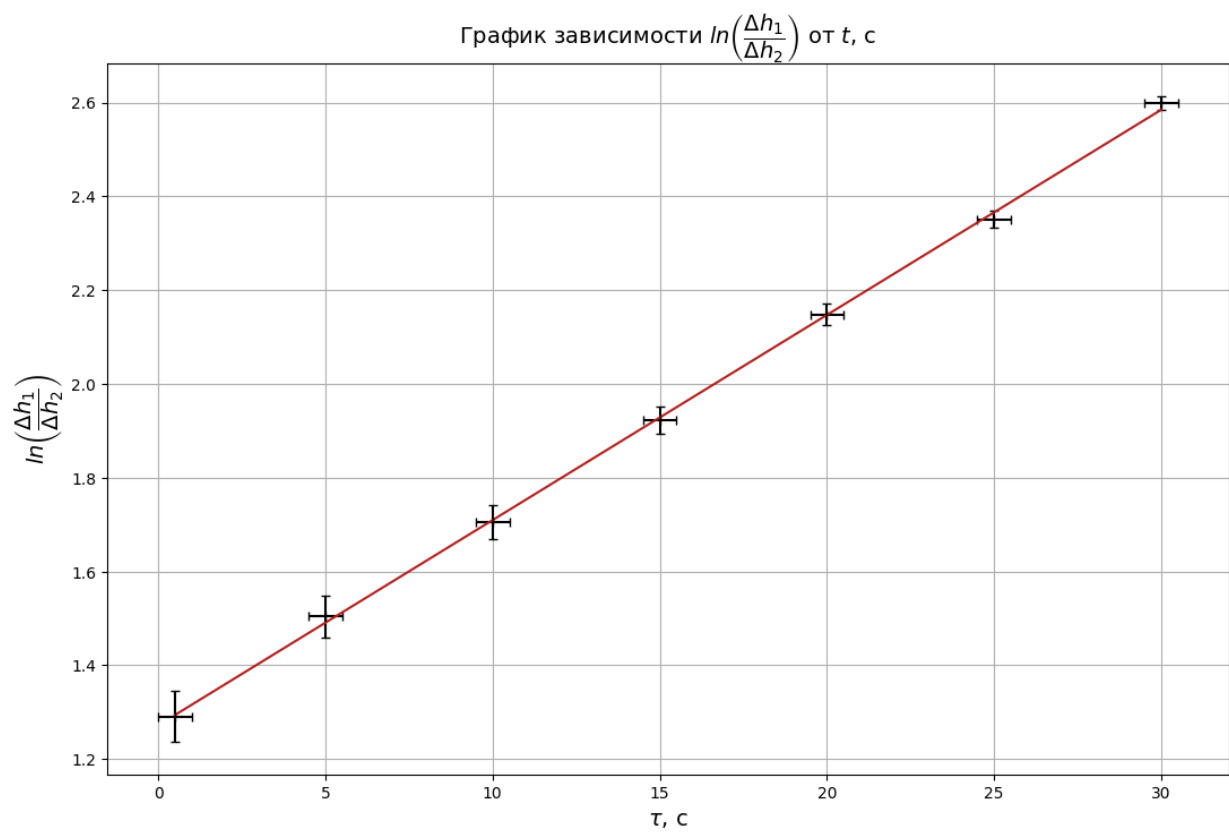


Рис. 2: График №1