

# Работа 3.1.3

## Измерение магнитного поля Земли.

Малиновский Владимир

galqiwi@galqiwi.ru

**Цель работы:** определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

**В работе используются:** 12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25\*30\*60 мм<sup>3</sup>), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

## Теория

### Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $\vec{P}_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n},$$

где  $\vec{S} = S \vec{n}$  – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией  $B$  на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla}) \vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты  $P_1 = P_2 = P_m$  двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}.$$

## Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

- 1) шары намагничены однородно;
  - 2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.
- Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагниченностью  $\vec{p}_m$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V}.$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$ . Индукция магнитного поля  $\vec{B}_p$  на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r.$$

## Описание работы

### Определение величины магнитного момента магнитных шариков

**Метод А** Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу  $m$  и определив максимальное расстояние  $r_{max}$ , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

**Метод Б** Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром  $d$  с магнитными моментами  $P_m$  равна:

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4}$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен:  $F \approx 1.08F_0$ . Тогда

$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$$

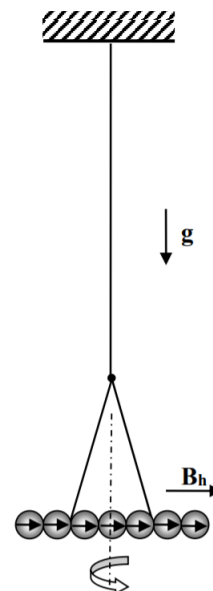
## Определение величины магнитного поля Земли

**Горизонтальная составляющая** Магнитная «стрелка» образована из  $n$  сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью  $\Lambda$ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол  $\theta$  от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

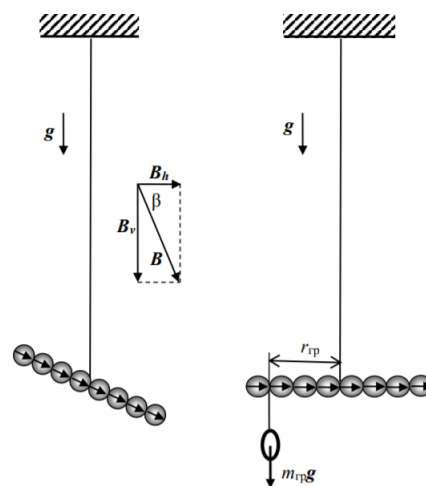
где  $P_0$  – магнитный момент стрелки,  $B_h$  – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли,  $I_n \approx \frac{1}{12}n^3md^3$ , тогда период колебаний  $T = kn$ , где  $k = \pi\sqrt{\frac{md^2}{3P_mB_h}}$ . Измеряя зависимость  $T = T(n)$ , находится  $B_h$ :

$$B_h = \frac{\pi^2 md^2}{3k^2 P_m}$$



**Вертикальная составляющая** Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор  $\vec{B}$  индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол  $\beta$ , зависящим от географической широты  $\varphi$  места, где проводится опыт. Величина угла  $\beta$  называется магнитным наклоном. С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент  $M$  силы тяжести уравнивающего груза пропорционален числу  $n$  шариков, образующих магнитную «стрелку»  $M(n) = An$ ,  $A = P_mB_v$ , то есть

$$B_v = \frac{A}{P_m}$$



## Результаты и обработка

Масса и диаметр 12 шариков ( $10.162 \pm 0.001$ ) г и ( $29.0 \pm 0.5$ ) мм соответственно. Это значит, что масса и диаметр одного шарика

$$m_0 = (0.8468 \pm 0.0001) \text{ г}, \quad d_0 = (2.42 \pm 0.04) \text{ мм}.$$

Измерим магнитный момент шарика. Для этого найдем  $r_{max} = (1.9 \pm 0.1)$  мм, расположив листы бумаги между магнитами и увеличивая расстояние между ними (магнитами) путем увеличения количества листов.

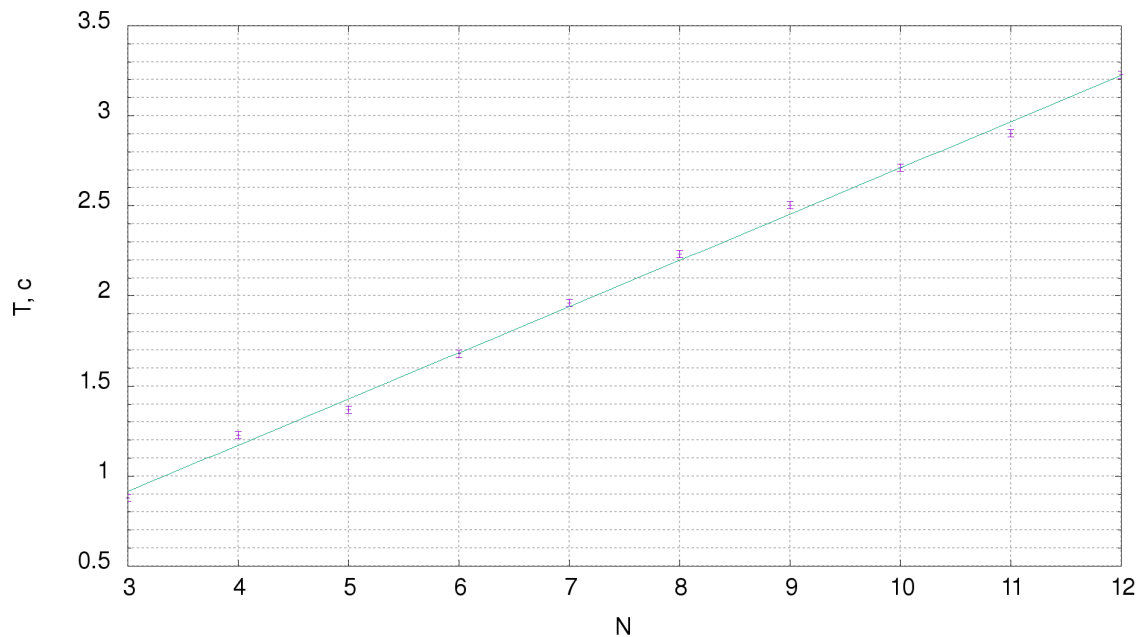
$$P = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} = (31.1 \pm 1.0) \text{ Эрг/Гс}$$

Также магнитный момент шарика можно получить из показаний датчика холла:

$$P = \frac{Br^3}{2} = (B = (320 \pm 1) \text{ мТл}) = (38 \pm 2) \text{ Эрг/Гс}.$$

Теперь измерим магнитное поле земли. Если подвесить кольцо из неодимовых магнитов вертикально, период его колебаний будет  $8.18 \pm 0.04$  с, что много больше периодов, рассматриваемых далее.

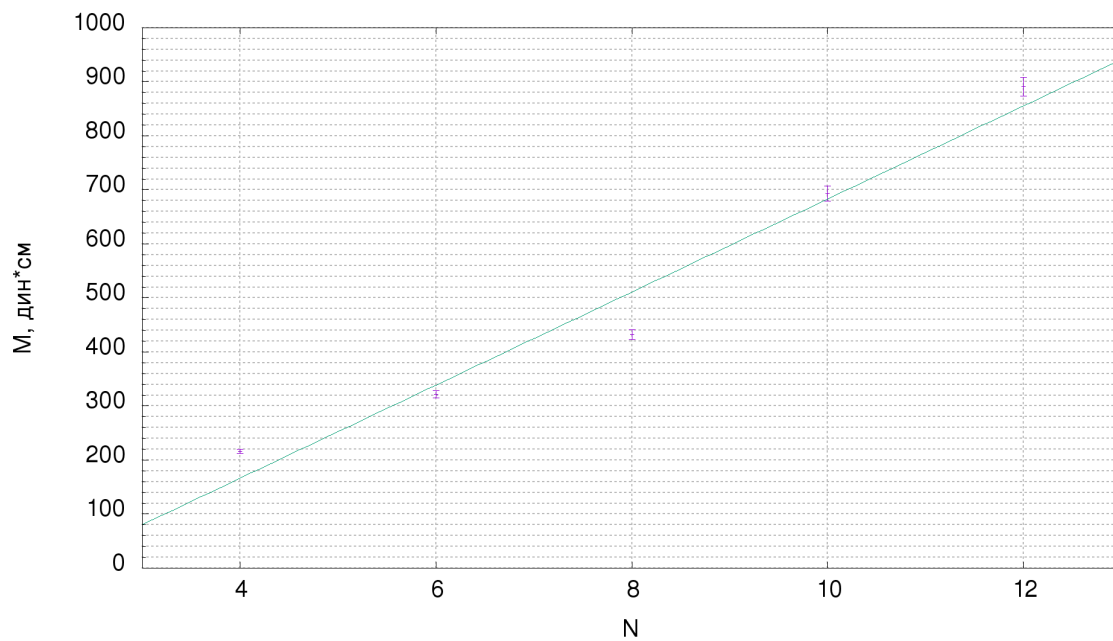
Посмотрим на период колебаний горизонтальной планки, состоящей из  $N$  неодимовых магнитов. Эта зависимость должна быть линейной, и по формуле, написанной ранее, должна получиться горизонтальная составляющая магнитного поля земли:



$$k = (0.257 \pm 0.005) \text{ с}$$

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m} = (0.37 \pm 0.03) \text{ Гс}$$

Для того, чтобы найти вертикальную составляющую магнитного поля земли, измерим  $M(n)$  как в теории.



$$k = (86 \pm 9) \text{дин} \cdot \text{см}$$

$$B_2 = \frac{k}{P_m} = 2.3 \pm 0.4 \text{ Гс}$$

Магнитное наклонение

$$\beta = (80 \pm 5)^\circ.$$

## Вывод

Мы получили значения магнитного поля в 2-3 раза отличающиеся от табличного значения в  $(0.6 - 0.7)$  Гс. Возможно, это было связано с нахождением источников магнитного поля рядом с нашей установкой.

$N$	$T, \text{ c}$
12.0	3.23
11.0	2.90
10.0	2.71
9.0	2.50
8.0	2.23
7.0	1.96
6.0	1.68
5.0	1.37
4.0	1.23
3.0	0.88

$$\Delta T = 0.02 \text{ c}$$

$N$	$m, \text{ г}$	$M, \text{ дин см}$	$\Delta M, \text{ дин см}$
12.0	0.183	891	18
10.0	0.178	693	14
8.0	0.148	432	9
6.0	0.165	321	7
4.0	0.222	216	4

$$\Delta m = 0.001 \text{ г}$$