



Segundo Exercício Computacional – PTC3213 - 2022

(Prazo limite de entrega em 13/11/2022, às 23h59min)

CÁLCULO DA MATRIZ DE CAPACITÂNCIAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O objetivo deste trabalho é a determinação computacional de grandezas eletrostáticas pelo Método dos Elementos Finitos, em especial a matriz de capacitâncias de um sistema constituído por tubos cilíndricos metálicos na presença de dielétricos. Quando indicado, os resultados numéricos deverão ser confrontados com valores calculados analiticamente, seguindo os procedimentos descritos mais adiante.

O programa a ser utilizado nas simulações, **FEMM**® [1], é de distribuição livre e deve ser baixado e instalado previamente a partir do *link* fornecido no e-Disciplinas da USP ou ao final deste documento. Os arquivos de projeto para os casos de estudo estão disponíveis no *link* desta atividade (EC2) no e-Disciplinas da USP.

Antes de realizar as simulações a partir dos arquivos de projeto fornecidos, será necessário efetuar pequenas alterações nos dados de entrada desses arquivos, que envolvem propriedades de materiais e algumas dimensões geométricas.

Este trabalho deverá ser realizado em grupos de no máximo **3** alunos (todos de uma mesma turma de PTC3213). O *número USP (nusp)* do primeiro aluno do grupo, em ordem alfabética, deverá ser o utilizado para a escolha dos parâmetros do problema.

A partir dos resultados das simulações, cada grupo deverá gerar um relatório com os resultados, de acordo com modelo *Google Docs* fornecido (*Modelo de relatório EC2 – PTC3213*). Um arquivo em formato PDF deve ser gerado a partir desse documento e depois submetido através do *link* da tarefa EC2, no e-Disciplinas da USP. O nome do arquivo PDF deve ser modificado para **EC2_2022_grupo_nusp_AlunoA.pdf** (trocar os campos em cinza pelos dados correspondentes – ex.: **EC2_2022_xZ_1234578_FernandoPessoa.pdf**).

Ao final deste documento, é fornecido um breve tutorial com comandos básicos do **FEMM**, que serão necessários para efetuar as modificações e simulações solicitadas.

Caso 1 - Tubos não concêntricos

No primeiro problema a ser estudado, tem-se dois tubos cilíndricos metálicos não concêntricos de 100 m de comprimento. A seção transversal desse conjunto de tubos é ilustrada na Fig. 1. O cilindro externo, denominado *Condutor 2*, é oco e tem potencial nulo, e o cilindro interno, denominado *Condutor 1*, está sob o potencial de 10 V. O arquivo de projeto para esse problema, **Tubo.FEE**, deve ser baixado do *link* desta atividade no e-Disciplinas da USP e devidamente modificado de acordo com os dados da **Tabela I**, que fornece vários dielétricos. O dielétrico original do projeto **Tubo.FEE** (ar), deve ser substituído por um dos dielétricos desta tabela, conforme seu número USP (nusp).

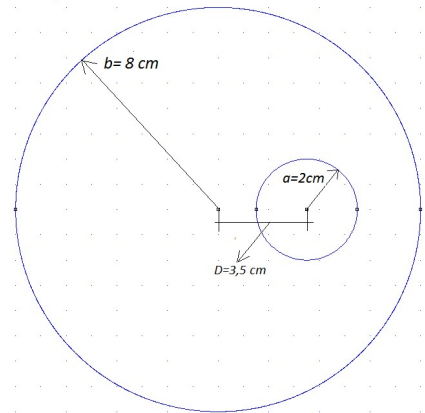


Fig. 1 **Caso 1** - tubos metálicos cilíndricos não concêntricos.

Tabela I - DIELÉTRICOS PARA OS CASOS 1 E 2

nusp ^{U*}	nusp ^{P*}		
	0, 1, 2	3, 4, 5, 6	7, 8 e 9
0, 1, 2	<i>Delrin</i>	<i>Marble</i>	<i>Nylon</i>
3, 4, 5, 6	<i>Porcelain</i>	<i>Mica</i>	<i>Polyamide</i>
7, 8 e 9	<i>Lexan</i>	<i>Mylar</i>	<i>Polypropylene</i>

*Último e Penúltimo algarismo do número USP (**nusp**) do primeiro aluno do grupo em ordem alfabética.

Após efetuar as alterações solicitadas, pode-se então gerar a malha (malhar) de elementos finitos e lançar a resolução. Cada grupo deverá, então, apresentar os seguintes cálculos no seu trabalho final:

- [1,0]** Imagem com as Linhas Equipotenciais do problema (sobreposta ao mapa de cores).
- [1,0]** Cálculo analítico da Capacitância entre os dois tubos cilíndricos. A resolução analítica deve utilizar os mesmos dados de entrada empregados na simulação. As propriedades dos materiais da **Tabela I** devem ser aquelas usadas pelo FEMM. Apresentar todos os dados utilizados nos cálculos e desenvolvimento; só o valor final não será considerado.
- [2,0]** Cálculo numérico da Capacitância entre os dois tubos e **Tabela Comparativa**, contendo os valores analítico e numérico da capacitância, além do erro relativo porcentual ($100 * |1 - C_{\text{num}}/C_{\text{teo}}|$) entre eles. Analisar e comentar o resultado (de forma clara e sucinta). Apresentar uma imagem da janela *pop-up* do programa com o valor numérico obtido.
- [1,0]** Movimentar o tubo cilíndrico interno para a direita de $d = (\text{nusp} + 1)/10$ cm (instruções de como mover um ponto são fornecidas no tutorial ao final). Incluir esse dado na tabela do item b). Determinar numericamente o novo valor de capacitância, bem como o valor teórico correspondente e o erro percentual.

Caso 2 - Tubos paralelos

O segundo caso a ser simulado através do **FEMM** consiste em dois tubos metálicos cilíndricos de 10 cm de comprimento, dispostos paralelamente no interior de um terceiro tubo metálico oco de mesmo comprimento, conforme ilustrado na Fig. 2 (corte transversal). Os tubos internos foram denominados *Condutor 1* e *Condutor 2*, e o tubo externo, que envolve os anteriores, foi chamado de *Referência*. Cada tubo interno tem seu centro situado à mesma distância da linha diametral que separa o tubo externo em dois. O arquivo de projeto para esse caso de estudo é denominado **parciais.FEE**.

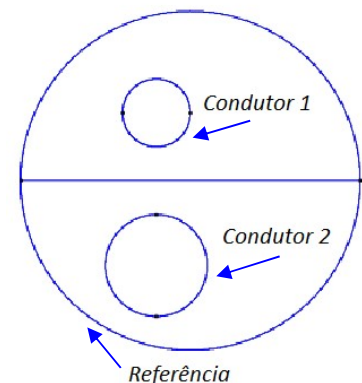


Fig. 2 **Caso 2** - tubos metálicos cilíndricos paralelos no interior de um terceiro.

O espaço entre o tubo externo e os condutores internos é preenchido por dois dielétricos distintos, cuja interface coincide com a linha diametral do tubo externo, de modo que cada tubo interno é envolvido por apenas um dos dielétricos. O *Condutor 1* está contido no dielétrico *TransformerOil* e o *Condutor 2*, no dielétrico *Porcelain*. O *Condutor 1* é mantido a um potencial de 1 V, enquanto o *Condutor 2* está com potencial nulo. O condutor externo (*Referência*) está aterrado.

Antes de efetuar a simulação, deve-se alterar um dos dielétricos no projeto **parciais.FEE**. O dielétrico *Porcelain* deve ser trocado por outro, conforme dados da **Tabela I**, baseado no seu número USP (nusp).

Após efetuar as alterações pedidas, malhar e resolver o problema, cada grupo deverá apresentar os seguintes resultados no seu trabalho final:

- [1,0]** Imagem com as Linhas Equipotenciais do problema (sobreposta ao mapa de cores), na situação em que o *Condutor 1* está com 1 V, o *Condutor 2* com potencial nulo, e o *Referência* está aterrado.
- [1,0]** Cálculo numérico dos elementos C'_{11} e C'_{21} da matriz de capacitâncias do sistema, ambas nas condições do item a).
- [1,0]** O modelo de Circuito Elétrico Equivalente do sistema da Fig. 2 possui um elemento C_{10} , que é a capacitância parcial entre o *Condutor 1* e a *Referência*. Obter numericamente esse valor e determinar a carga no condutor *Referência*. Há uma relação entre esses dois valores. Justificá-la fisicamente.
- [1,0]** Modificar as condições de contorno do problema de forma que o *Condutor 1* tenha agora potencial nulo, e o *Condutor 2*, potencial de 1 V. Após simular, calcular numericamente os elementos C'_{22} e C'_{12} da matriz de capacitâncias do sistema. Analisar e comentar os valores obtidos.

Para efetuar as mudanças de condições de contorno no **FEMM**, executar os comandos:

- *Properties >> Conductors >> Condutor 1 >> Modify Property >> Prescribed Voltage >> 0.*
- *Properties >> Conductors >> Condutor 2 >> Modify Property >> Prescribed Voltage >> 1.*

- [1,0]** Nas condições do item d), determinar numericamente a distribuição do potencial ao longo da interface entre os dois dielétricos. Apresentar esses resultados em forma de gráficos (obtidos a partir do próprio FEMM).

REFERÊNCIAS

[1] **FEMM**© - *Finite Element Method Magnetics* (v. 4.2), D. Meeker, Abril de 2019, <http://www.femm.info/wiki/Download>.

TUTORIAL RÁPIDO DE UTILIZAÇÃO DO FEMM

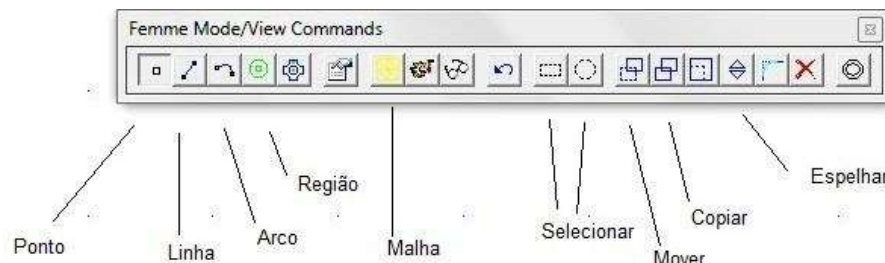







Fig. 3 - Ícones de comandos básicos do FEMM.

Selecionar um ponto: clicar no botão de ponto (Fig. 3). Usar um dos botões “Selecionar” para escolher um ponto da geometria. Ele deverá ficar na cor vermelha. Para movê-lo, usar o botão “Mover” e fornecer o deslocamento.

Selecionar uma reta ou arco: usar os botões “Selecionar” para escolher os pontos que definem a reta ou arco. Eles deverão ficar na cor vermelha. Para movê-los, usar o botão “Mover” e fornecer o deslocamento.

Movimentar condutores: clicar sobre o ícone arco  (Fig. 3). Selecionar um condutor com o ícone . Eles devem se tornar vermelhos. Clicar sobre o ícone Mover . Fornecer o deslocamento solicitado.

Selecionar uma região (para atribuir material): clicar inicialmente sobre o botão . Escolher uma das regiões de estudo e inserir um ponto nessa região. Usar um dos botões “Selecionar”  para selecionar esse ponto. Ele deverá ficar na cor vermelha. Para atribuir alguma propriedade a ele, clicar na sequência de menus:

Operation >> Open selected >> Block type (para especificar o tipo de material)

Operation >> Open selected >> <NoMesh> (para especificar região sem malha, p. ex., um furo).

Modificar condições de contorno - Selecionar as seguintes opções no menu principal:

Properties >> Conductors >> Condutor 1 >> Modify Property >> Prescribed Voltage >> “novo valor”.

Properties >> Conductors >> Condutor 2 >> Modify Property >> Prescribed Voltage >> “novo valor”.

Gerar a malha de elementos finitos: clicar sobre o botão com quadradinho amarelo. Caso o projeto ainda não esteja salvo, será solicitado.

Resolução (execução da simulação): clicar no botão da engrenagem (*Run Analysis*).

Importante: ao se realizar uma modificação, deve-se sempre fazer uma **nova malha** e uma nova **resolução**, pois o FEMM preserva a solução anterior.

Traçado de linhas equipotenciais: concluída a resolução, clicar em *View Results* (botão “óculos”). Abre-se uma nova janela (p.ex. *Tubo.ans*). A barra de botões desta nova janela é similar à mostrada na Fig. 4. Clicar sobre o botão com quadradinho hachurado em preto e branco (linhas equipotenciais) e sobre o quadradinho colorido (equipotenciais em *ColorMap*).

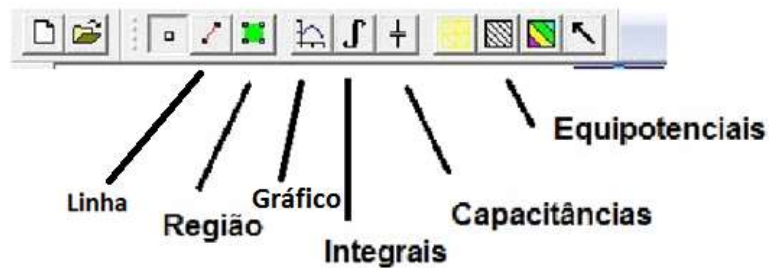


Fig. 4 – Ícones dos comandos da Janela de Visualização de Resultados.

Cálculo de Capacitância: usar o botão “Capacitância” da Janela de Resultados (Fig. 4).

Gráficos: (i) primeiro deve-se clicar sobre o botão com o ícone de “Linha” para selecionar a linha desejada para traçado do gráfico. A linha escolhida deve então ficar vermelha. (ii) em seguida, clicar no botão “Gráfico”, e depois selecionar a grandeza a traçar.

Captura de imagens: primeiramente, ajustar convenientemente o tamanho da janela (pode demorar a atualizar!) e a posição/tamanho dos objetos (*Zoom In* e *Out* e ícones de setas amarelas do menu vertical à esquerda). No menu, clicar em **Edit** >> **Copy as Bitmap**. Colar a imagem copiada num aplicativo de imagens (p.ex., *Paintbrush*) e salvar no formato *.PNG.