

---

# ALFABETIZZAZIONE STRUMENTAZIONI TOPOGRAFICHE: Stazione Totale e GNSS



Dipartimento di Ingegneria  
Civile, Edile e Ambientale

Università degli Studi di  
Napoli Federico II

Tutor: Dott. Ing. Marco Limongiello



## LA TOPOGRAFIA

Che cosa è la Topografia?

La topografia è quella scienza che adotta particolari metodi per ottenere l'esatta descrizione numerica (modello numerico o file numerico) e grafica (modello grafico o mappa) di una limitata porzione di superficie terrestre, assumendo un piano come superficie di riferimento, tangente alla sfera locale, al quale piano dev'essere rigidamente associato un sistema cartesiano  $X, Y, Z$  (3D).

Per ottenere tali descrizioni si applicano le seguenti metodologie:

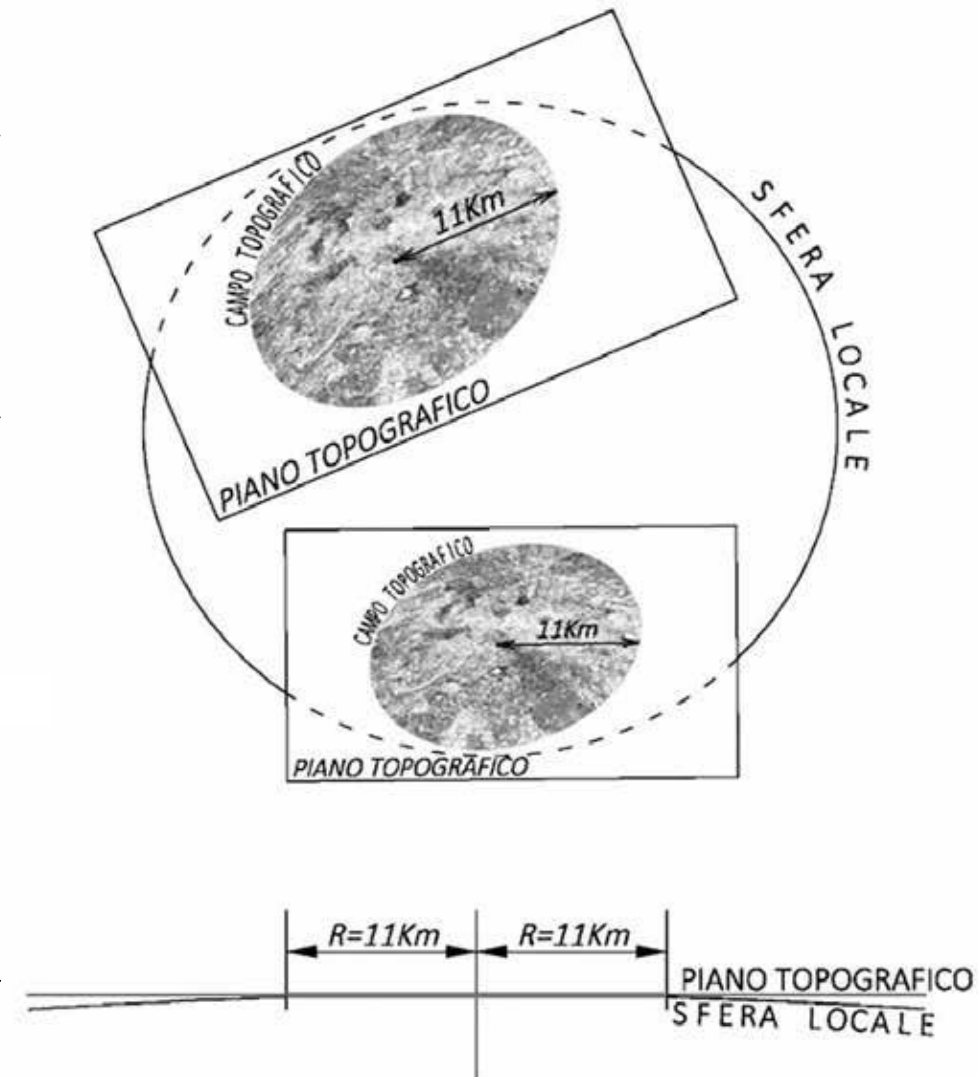
- rilievo topografico;
- rilievo fotogrammetrico;
- telerilevamento.

La seconda e la terza, che spesso interessano estensioni di territorio medio-grandi, esulano dagli argomenti qui trattati, che riguarderanno il solo rilievo topografico “a terra”, negli ambiti limitati di territorio accennati in precedenza.

---

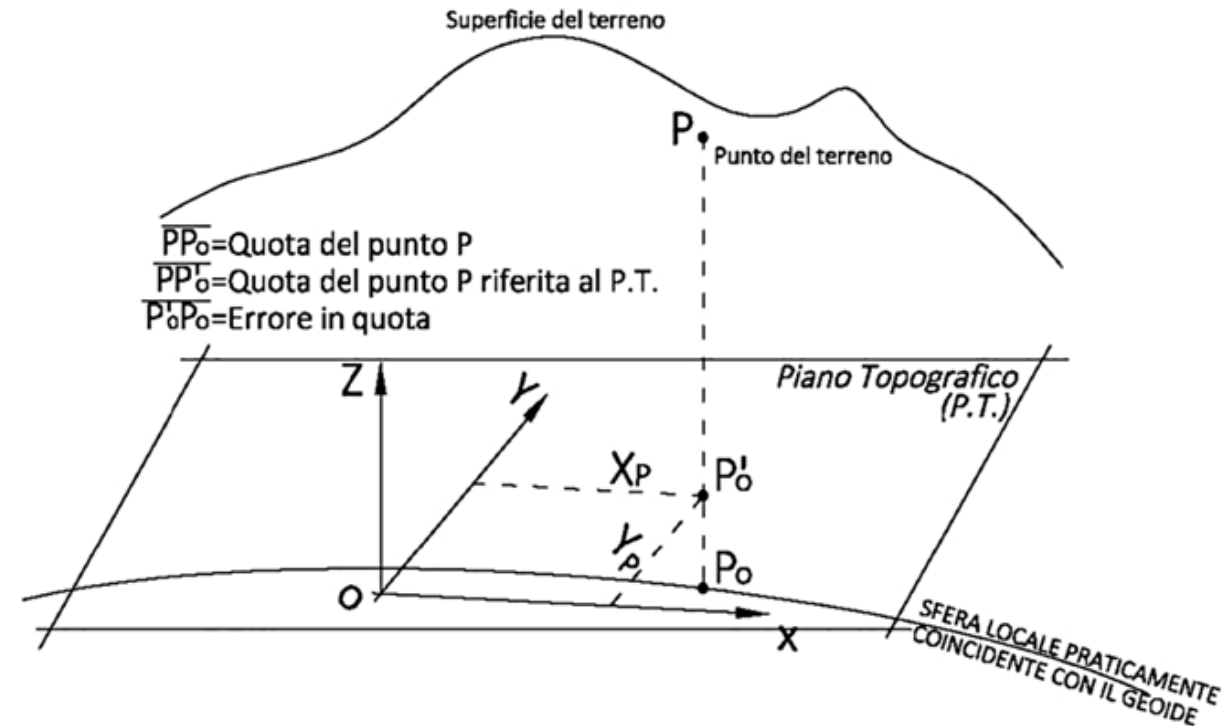
## IL RILIEVO TOPOGRAFICO

Si chiama *campo topografico* l'estensione massima territoriale di **11 km** di raggio in cui la posizione dei punti del terreno può essere riferita al piano, detto topografico o PT; nell'ambito di questo campo ogni piano parallelo al PT si dice orizzontale ed è lecito ritenere le verticali (direzioni della forza di gravità o direzioni del filo a piombo) tutte parallele e perpendicolari al PT. Scelta la terna d'assi cartesiani, rigidamente posizionata rispetto al piano topografico riferito alla zona di rilievo, gli assi X e Y sul piano e l'asse Z ortogonale ad esso, la posizione di ogni punto P del terreno, proiettato sul PT, è determinata dalle tre coordinate (tre numeri), XP, YP, ZP, espressi in metri fino al centimetro o al millimetro: le prime due, XP e YP, ne stabiliscono la planimetria e la ZP ne indica l'altimetria o quota QP.



## QUOTA ELLISSOIDICA E QUOTA ORTOMETRICA

La differenza di quota riferita al piano e la stessa riferita alla sfera locale, differenza non più trascurabile anche negli 11 km di raggio. Sempre in quest'ambito, le due coordinate piane della planimetria e le corrispondenti curve sulla sfera locale hanno invece differenze trascurabili. Nell'ambito di estensioni territoriali di 200 metri di raggio attorno all'operatore, ipotizzate in questo scritto, anche la quota può essere riferita al piano topografico: la sfera locale può essere senz'altro sostituita con un piano ad essa tangente, sostituzione che non influenza l'esattezza della determinazione delle tre coordinate di ogni punto, nelle “normali” operazioni di rilievo.





# LE FASI DEL RILIEVO TOPOGRAFICO

Sono sostanzialmente:

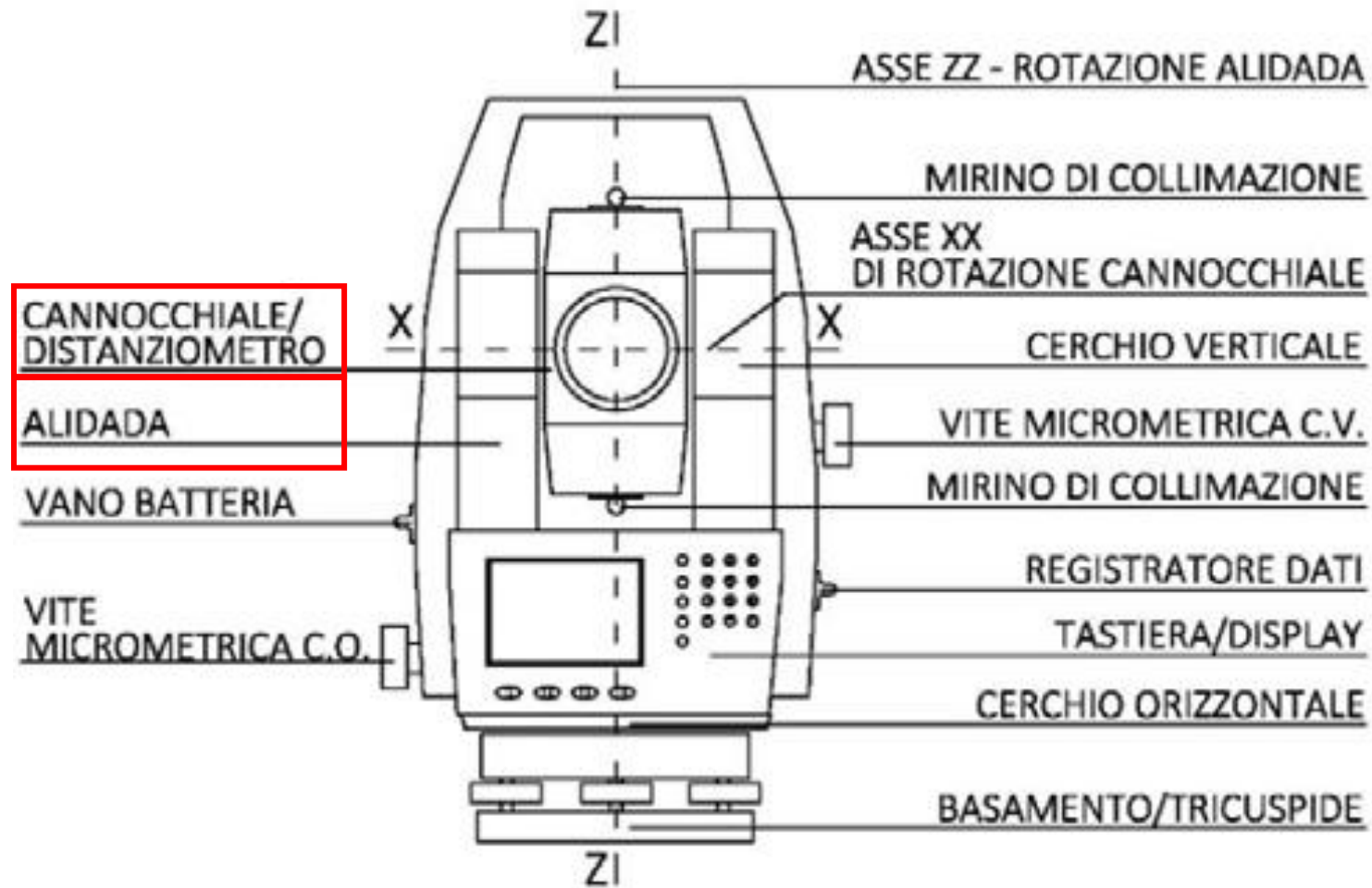
- la ricognizione (su mappa o in situ);
- **le misurazioni di campagna;**
- il calcolo;
- la restituzione;
- la post-ricognizione.

Eseguite con apposita strumentazione, servono per ottenere quelle grandezze necessarie alla determinazione delle tre coordinate cartesiane di ogni punto “battuto”; tali grandezze vengono registrate o direttamente nello strumento o in supporti amovibili, per essere elaborate successivamente (post-processing).

Come già accennato, qui si suppone il solo impiego della **Stazione totale** e del **GPS** (sistema di posizionamento statunitense), esistendo anche il GLONASS (sistema di posizionamento russo) e il GALILEO (sistema di posizionamento Europeo), strumenti che si ritengono i più idonei per eseguire rilievi dell'estensione ipotizzata.

---

## LA STAZIONE TOTALE





## LA STAZIONE TOTALE

**Alidada**, ruotante attorno al suo asse Z, il quale risulta verticale quando il basamento è reso orizzontale; è provvista della tastiera dei comandi, anche amovibile, con display di lettura a cristalli liquidi. La rotazione dell'alidada, generalmente manuale, nelle stazioni totali motorizzate può essere comandata da un dispositivo telematico, montato sul prisma.

**Cannocchiale**, con l'asse di collimazione YY perpendicolare e ruotante attorno all'asse XX, quest'ultimo orizzontale quando ZZ è verticale; è presente in tutti gli strumenti ottico-meccanici ed elettro-ottici che hanno bisogno di ingrandire l'immagine del punto per la sua precisa collimazione.

**Distanziometro**, che fa corpo unico con il cannocchiale, è un congegno elettronico che emette e riceve un fascio di radiazioni modulate, percorrenti due volte (in andata e ritorno) la distanza inclinata  $D'$ , riflettendosi – spesso - su di un prisma; tale distanza viene calcolata all'interno del distanziometro, al centimetro o al millimetro e trasformata, tramite l'angolo zenitale  $V$  già misurato, nella distanza topografica  $D$ ; ambedue possono essere visualizzate sul display.



## LA STAZIONE TOTALE

È uno strumento elettro-ottico, generalmente posizionato su di un treppiede; oltre ad eseguire altre specifiche ed utili elaborazioni, misura principalmente le tradizionali grandezze topografiche:

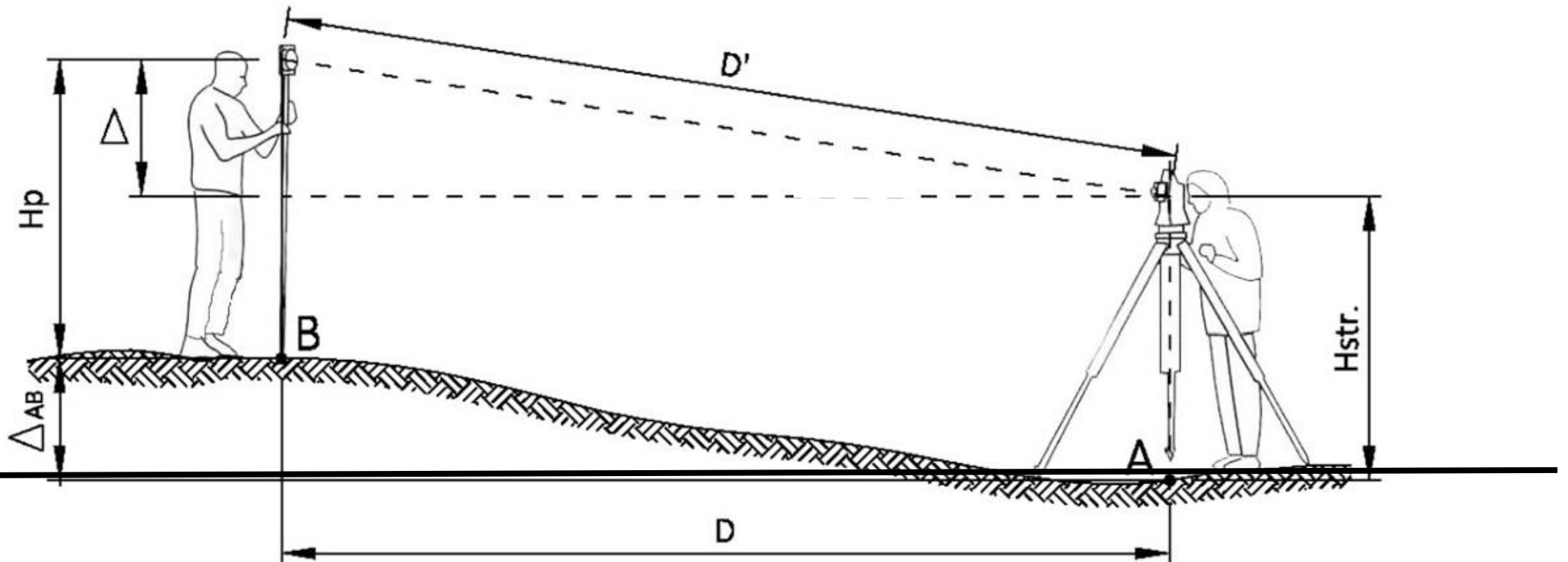
- **angoli** generalmente in graduazione centesimale, con precisioni dai 5<sup>cc</sup> all'1<sup>cc</sup>:
    - *angoli orizzontali o azimutali* HZ fra due lati sul piano orizzontale; quando uno dei due viene arbitrariamente orientato, gli HZ, normalmente orari, si dicono di direzione e se l'orientamento è al Nord geografico (N), si chiamano azimut;
    - *angoli zenitali* V, sul piano verticale, che “partono” dalla direzione dello zenit (verticale verso l'alto per il punto di stazione) e “arrivano” sull'asse di collimazione del cannocchiale.
  - **distanze** misurate in metri fino al centimetro o al millimetro:
    - *inclinate o effettive* D' (centro strumento-centro prisma);
    - *orizzontali o topografiche* D (fra le proiezioni di due punti sul piano orizzontale), ottenute da quelle inclinate con una semplice elaborazione dello strumento.
  - **dislivelli**, come differenze di quote fra due punti, misurati in metri fino al centimetro o al millimetro.
-



## LA STAZIONE TOTALE

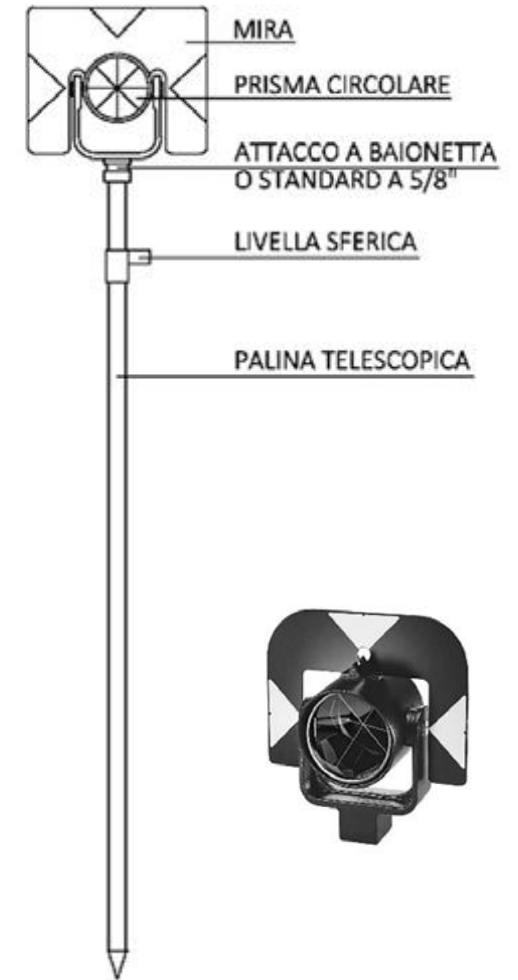
Inoltre il microprocessore calcola il dislivello strumentale  $\Delta$  (centro strumento-centro prisma), uguale a quello topografico  $\Delta_{AB}$ , quando l'altezza del prisma e quella dello strumento risultano identiche; nel caso in cui le due altezze sono diverse, per ottenere il dislivello topografico occorre informare lo strumento, tramite tastiera, di  $H_{str}$  e  $HP$  (vedi Figura 1.5):

$$\Delta_{AB} = \Delta + H_{str} - HP$$



## PRISMA

**Prisma** è lo strumento a riflessione totale delle radiazioni elettromagnetiche emesse dal distanziometro; viene inserito in cima ad un'asta-palina telescopica, graduata in centimetri, per la determinazione dell'altezza HP; la palina viene posizionata verticalmente sul punto da battere, tramite una livella sferica di cui è munita; il prisma può essere inserito anche su un basamento (tricuspite) sorretto da treppiede, quando si ha necessità di esattezze più spinte (centramento forzato); esistono prismi che possono riflettere le radiazioni a 360°, in modo tale che il suo dispositivo di comando a distanza possa far ruotare l'alidada della Stazione totale motorizzata nella direzione del punto da battere; tale dispositivo ha indotto la prassi di rilievo di dettaglio eseguito da un solo operatore al prisma, mentre lo strumento robotizzato può compiere le sue operazioni senza l'intervento umano: non sempre è consigliabile lasciare incustodita la stazione totale, specialmente quando le distanze dal prisma sono notevoli e le visuali libere non ottimali.



## LA STAZIONE TOTALE



## LA STAZIONE TOTALE





## GNSS

Global Navigation Satellite System è l'acronimo generico che definisce i sistemi di posizionamento globali basati su costellazioni di satelliti. Allo stato attuale i sistemi GNSS che interessano Italia ed Europa sono:

### GPS

**G**lobal **P**ositioning **S**ystem (*Stati Uniti*) – pienamente operativo dal **1995**

### GLONASS

**GLO**bal'naya **NA**vigatsionnaya **S**putnikovaya **S**istema = **GLO**bal **NA**avigation **S**atellite **S**ystem (*Russia*) – attualmente 20 satelliti sui 24 previsti

### GALILEO

(*Comunità Europea*) – operativo nel **2013** (delibera 27 Ministri dei Trasporti degli Stati Europei, novembre 2007)

## GNSS

Il sistema NAVSTAR (Navigation System with Timing And Ranging) GPS (Global Positioning System) è stato commissionato nel 1973 dal Dipartimento della Difesa degli USA (DoD) allo scopo di realizzare un sistema di radio-posizionamento che permettesse di ottenere con un apposito ricevitore, in ogni ora del giorno e della notte, in ogni punto della terra e con ogni condizione atmosferica, le informazioni riguardanti:

- **il tempo,**
- **la posizione,**
- **la velocità del ricevitore.**

Il GPS è un sistema di navigazione tramite satelliti artificiali che permette all'utente (uomo, automezzo, nave, aereo) oltre che di conoscere il tempo esatto, anche di trovare la propria posizione e quindi di muoversi verso una direzione prestabilita. Sistema di posizionamento SPAZIALE e TEMPORALE IL SISTEMA NavSTaR GPS Navigation Satellite Timing and Ranging Global Positioning System. Il primo satellite GPS viene messo in orbita nel 1978. Nel 1995 il sistema GPS è completamente operativo con una costellazione di 24 satelliti. Il Sistema è costantemente in evoluzione (la vita media di un satellite GPS è di circa 7 anni e mezzo).

---





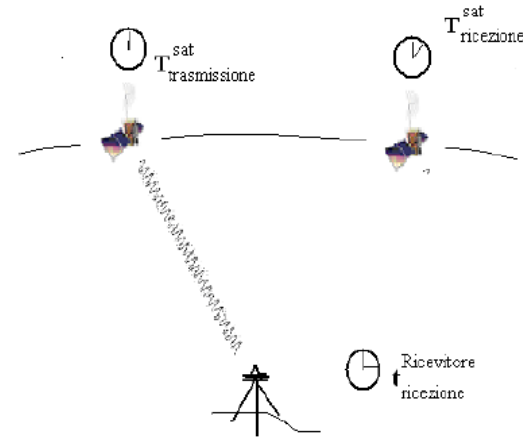
### GPS

Per rendere possibile l'utilizzabilità del sistema su tutta la Terra è stata realizzata una costellazione di satelliti artificiali, che percorrono orbite predefinite e controllate con continuità. Dal punto di vista geometrico è nota la traiettoria e la legge del moto con la quale il satellite percorre l'orbita, e di conseguenza è nota la posizione del satellite ad ogni istante. *Il Sistema GPS prevede la realizzazione ed il mantenimento di una "scala dei tempi" denominata GPST (GPS Time);* su questo tempo vengono sincronizzati gli orologi atomici collocati a bordo dei satelliti. In linea di principio, anche gli oscillatori dei ricevitori dovrebbero essere allineati sul tempo GPST: la loro bassa qualità tuttavia, fa sì che l'asincronia (offset temporale) sia sensibilmente più elevata di quella degli orologi atomici a bordo dei satelliti. La misura del tempo gioca un ruolo fondamentale nel funzionamento del sistema GPS, grazie alla particolare struttura del segnale diffuso dai satelliti.

---

## GNSS

I satelliti emettono dei segnali elettromagnetici modulati in modo tale da riportare l'indicazione dell'istante GPST nel quale la porzione di segnale è stato emesso. I segnali così marcati sono acquisiti dall'antenna di appositi ricevitori che sono in grado di riconoscere l'istante di emissione di ogni porzione, in quanto sono in grado di confrontare il segnale ricevuto da un particolare satellite con una replica dello stesso segnale realizzata al loro interno. È possibile così determinare il tempo trascorso tra l'emissione di una porzione del segnale da parte del satellite e la sua ricezione da parte del ricevitore sulla superficie della terra.



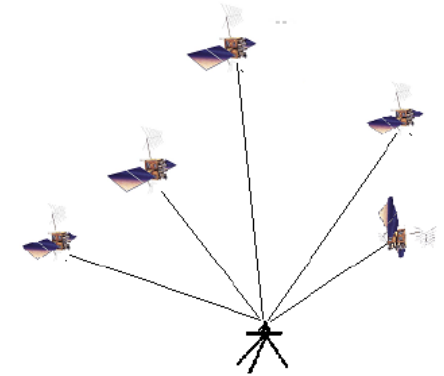
Pseudo range

$\Delta t = \text{Tempo ricevitore} - \text{Tempo satellite}$

$\Delta t = \Delta T_{GPS} + \delta t$

$R = c \Delta t = c \Delta T_{GPS} + c \delta t$

Pseudo Range in termini di lunghezza



Posizione puntuale

Note : X satelliti

Incognite: X,Y,Z,  $\delta t$  ricevitore

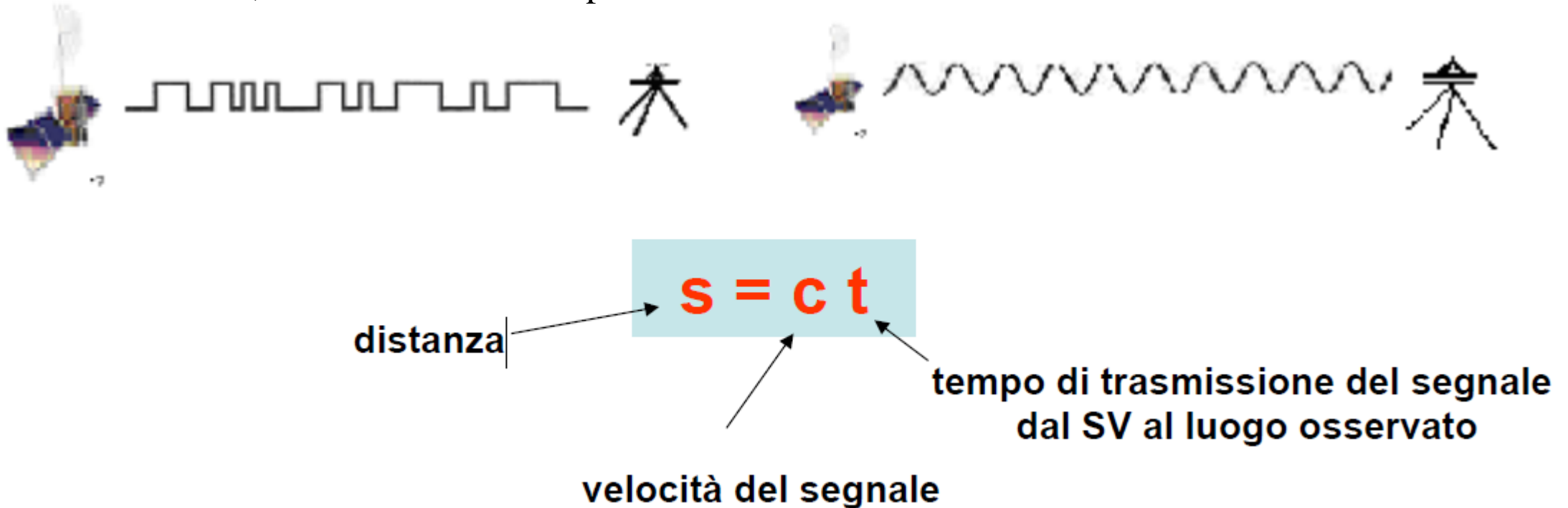
Misure : pseudo – range  $\geq 4$

Sistema : WGS84

## GNSS

Se si suppone di conoscere la velocità di propagazione del segnale, si può calcolare la distanza satellite-ricevitore: questa lunghezza viene chiamata **pseudo-range**.

Se ad un certo istante un ricevitore acquisisce segnali da più satelliti contemporaneamente, può calcolare la distanza da tutti questi, che sono a posizione nota nel sistema di riferimento proprio del GPS: se i satelliti sono in numero sufficiente, risulta nota anche la posizione del ricevitore.





## PRINCIPIO GENERALE DI FUNZIONAMENTO

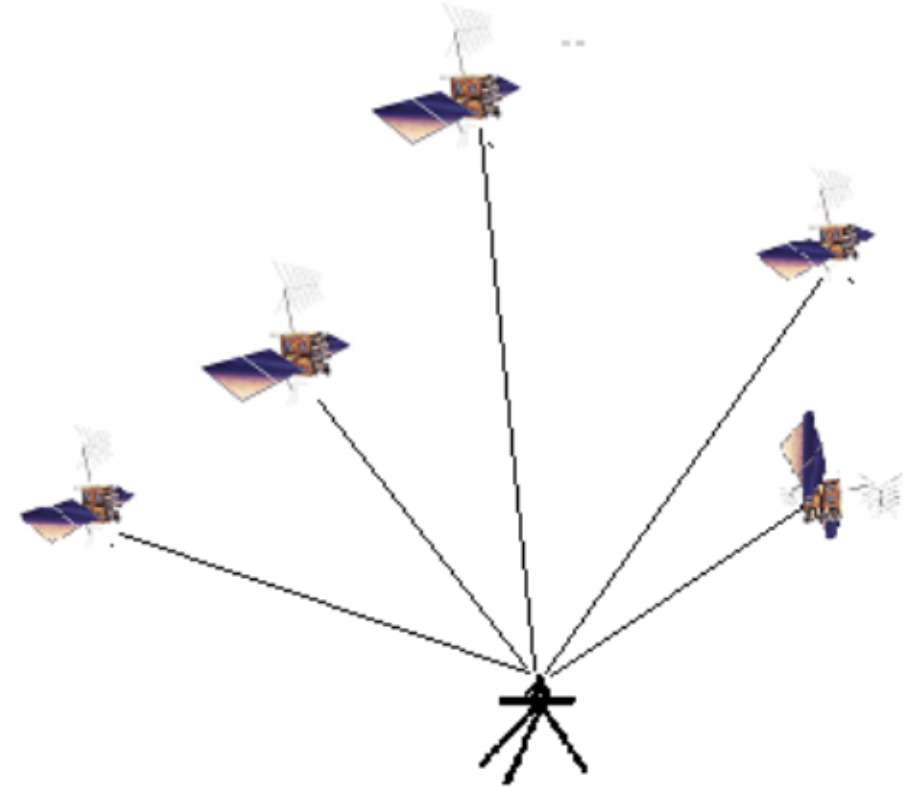
Da un punto di vista strettamente geometrico sarebbero sufficienti tre satelliti contemporaneamente in vista al ricevitore per poterne determinare la posizione: 3 incognite spaziali: X, Y, Z del ricevitore (o meglio del centro di fase dell'antenna). In realtà le incognite del problema non sono solo le tre coordinate che definiscono la posizione spaziale del centro dell'antenna nel sistema di riferimento adottato. Infatti la durata della trasmissione del segnale viene calcolata confrontando l'istante di emissione del segnale, misurato dall'orologio atomico del satellite, con l'istante di ricezione da parte del ricevitore, misurato dall'orologio del ricevitore: *mentre il primo è un orologio atomico di alta stabilità e mantenuto abbastanza ben sincronizzato al tempo GPS, il secondo è un orologio al quarzo assai più economico e molto meno stabile.*

L'orologio del ricevitore non è cioè sincronizzato con quello dei satelliti, per cui ad ogni istante si aggiunge una quarta incognita al problema: **l'offset dell'orologio del ricevitore** che deve essere conosciuto per potere calcolare correttamente la distanza ricevitore-satellite. *1 incognita di tempo: errore di sincronizzazione dell'orologio del ricevitore con il tempo ufficiale GPS in conclusione. Per determinare la propria posizione il ricevitore deve acquisire contemporaneamente segnali da almeno quattro satelliti.* Questa tecnica, basata sulla misura di un intervallo di tempo (pseudo-range) si chiama **Posizionamento Assoluto del ricevitore** (Point Positioning) ed è la meno precisa tra quelle possibili con il GPS: gli errori nella posizione assoluta del punto sono di qualche metro.

---

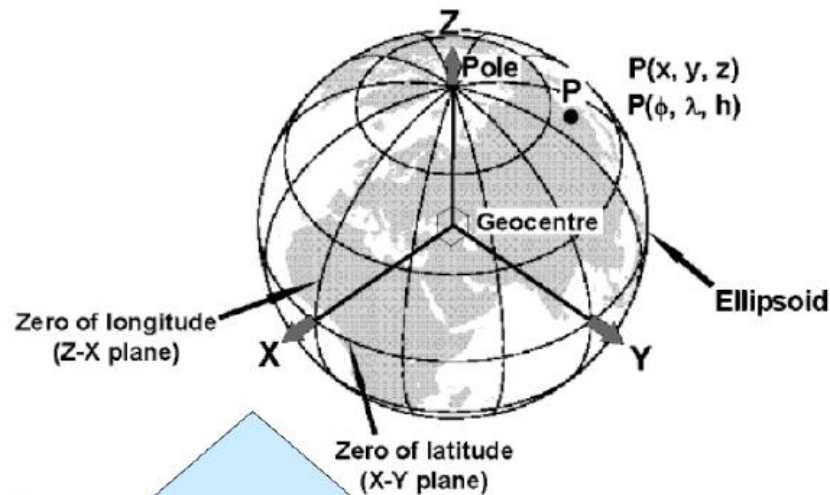
## PRINCIPIO GENERALE DI FUNZIONAMENTO

Il posizionamento assoluto è di estrema utilità in moltissime applicazioni, tra le quali la navigazione marittima o terrestre. Le misure di pseudo-range possono essere eseguite con ricevitori economici (a partire da poche centinaia di euro) che permettono ad una barca di arrivare in porto con una precisione di qualche decina di metri o ad un taxi di trovare la propria posizione sul reticolo stradale di una città e portare il cliente dinanzi al numero civico desiderato.





## Il datum WGS84



Alla terna cartesiana è associato un **ellissoide geocentrico** con i seguenti parametri:

$$a = 6378137 \text{ m}$$

$$\alpha = 1/298.2572221$$

La **realizzazione** del datum WGS84 è legata alle realizzazioni ITRF, ma comprende anche le **stazioni di tracking** della costellazione satellitare NAVSTAR GPS, disposte in prevalenza lungo la fascia equatoriale della Terra

## WGS84 = World Geodetic System 1984

È il datum utilizzato per la gestione del sistema GPS.

Si basa su una **terna cartesiana geocentrica XYZ**. Le definizioni del geocentro e dell'asse polare (Z) erano inizialmente relative a convenzioni valide nel 1984, ma nel tempo il sistema è stato via via riallineato alle realizzazioni successive di ITRS (ITRFxxxx). Attualmente la definizione **WGS84 (G1150)** è allineata a ITRF2000.





## La rete IGM95 e il suo inquadramento in ETRF



La **rete geodetica fondamentale italiana IGM95** è una rete **statica**, misurata “una tantum” all’inizio e poi successivamente raffittita e integrata

Le coordinate presenti nelle **monografie** sono riferite al datum **ETRF89** all’epoca **1989.0** (1 gennaio 1989) in quanto la rete si dall’origine includeva 9 stazioni EUREF.

La rete IGM95 è quindi una *realizzazione italiana del datum ETRF89*, e può essere considerata per molti fini pratici (ad es. per la cartografia) coincidente con WGS84.

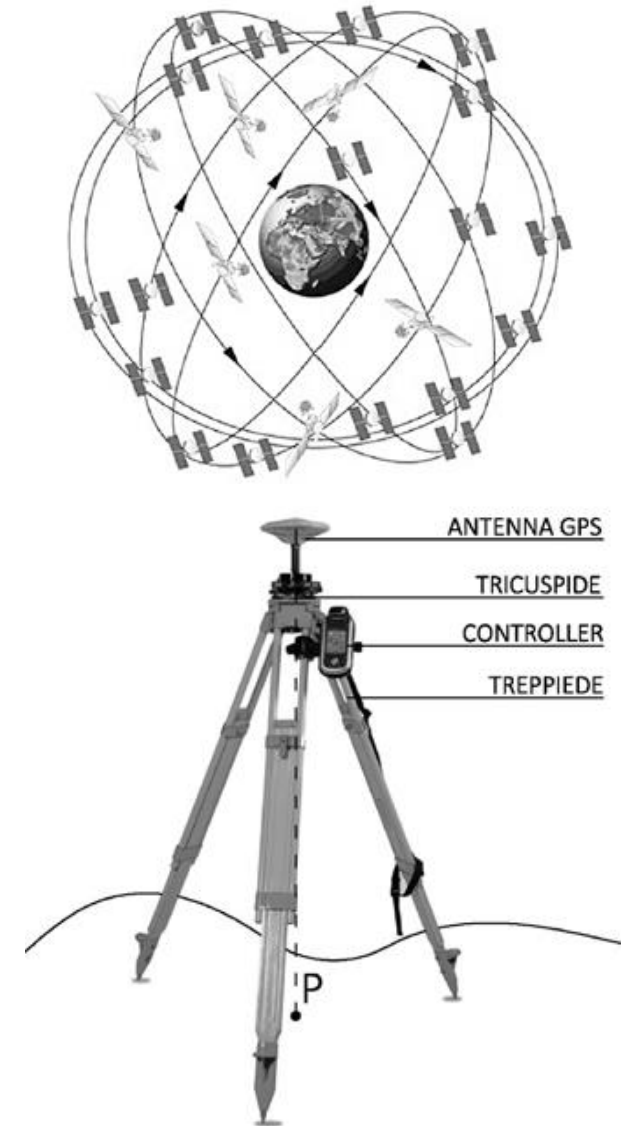
In attuazione della direttiva europea **INSPIRE**, le coordinate sono state recentemente ricalcolate nel frame **ETRF2000** all’epoca **2008.0** (1 gennaio 2008).

Le **variazioni da ETRF89 (1989.0) a ETRF2000 (2008.0)** sono al massimo dell’ordine del decimetro e possono essere ottenute gratuitamente dal sito web IGM inserendo il n° di catalogo del vertice IGM95:

## SEZIONE UTENZA

Ogni stazione è costituita da:

- **un ricevitore GPS**, con incorporato almeno un orologio atomico, un ripetitore di codici di frequenza, un gruppo di batterie ed altre strumentazioni di supporto; esso è capace di acquisire i dati occorrenti attraverso un sistema apposito;
- **un'antenna esterna interconnessa al ricevitore;**
- **una strumentazione accessoria**, di cui fa parte il controller, in cui vengono immessi i dati dal ricevitore, per una prima elaborazione di verifica del buon funzionamento dell'apparato.

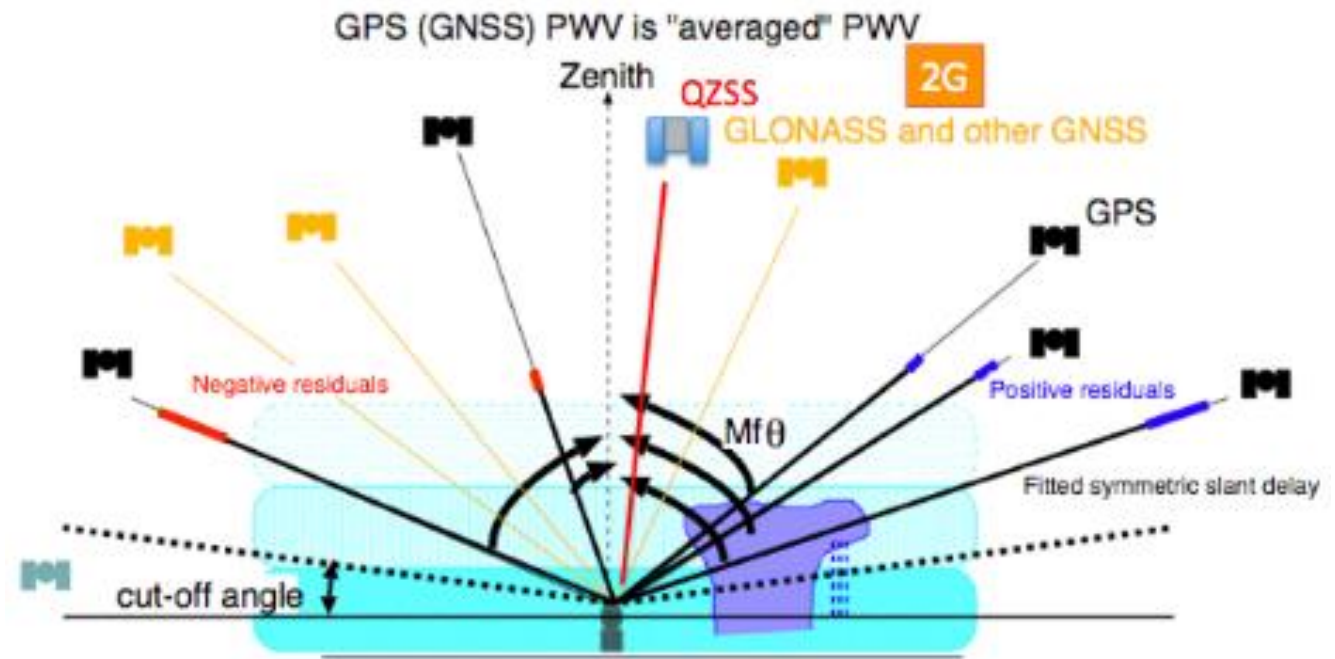


## CONDIZIONI D'USO

Per il corretto dialogo satellitare, sopra l'antenna GPS non ci debbono essere ostacoli per un angolo conico di **almeno 150°** (assenza di alberi, edifici ed altro); inoltre occorre evitare la vicinanza a superfici fortemente riflettenti come laghi, ampie superfici vetrate, ecc. che potrebbero far captare il segnale dalle antenne in maniera indiretta, falsando la misurazione (**multipath**).

Le misure con cui vengono elaborate le posizioni di punti sono di tre tipi:

- **misure di pseudo-ranges** (pseudodistanze) con cui si ottengono precisioni dell'ordine del metro, adatte per navigazioni aeree e navali;
- **misure di fase** con precisioni al centimetro, compatibili con il rilievo topografico;
- **misure di pseudo-distanze** approssimate con misure di fase, ottenendo precisioni intermedie alle prime due.





## CONDIZIONI D'USO

Onde evitare la cosiddetta diluizione della precisione (DOP), occorre dialogare con il maggior numero di satelliti possibile, evitando quelli che si trovano a meno di  $15^\circ$  di elevazione rispetto all'orizzonte.

Vi sono altre fonti di errore, che possono rendere il posizionamento di un punto non ottimale e di cui si dà solo questo cenno. In generale il ricevitore acquisisce la posizione dei punti in cui si staziona tramite la longitudine  $\lambda$  e la latitudine  $\phi$ , rispetto al sistema geodetico mondiale, rappresentato dal particolare ellissoide WGS84; tali coordinate (curve) vengono elaborate con un software specifico in coordinate X, Y, Z rettilinee rispetto al centro dell'ellissoide (coordinate geocentriche) e quindi rielaborate fino ad ottenere N, E, H nel nostro sistema.

### L'uso topografico

In genere si dovrebbero adoperare almeno **due stazioni GPS**, *una su di un punto di note coordinate, ricevitore di riferimento o stazione master, e l'altra o stazione rover sui punti di cui si vogliono ottenere le coordinate 3D*, nello stesso sistema del punto noto; le due stazioni debbono “vedere” contemporaneamente gli stessi 5 satelliti almeno, così ottenendo la correzione differenziale (DGPS): in tal modo si ottengono precisioni di posizionamento ottimali, che sarebbero scarse adoperando un'antenna sola. Si potrebbero impiegare, con lo stesso ricevitore di riferimento, *più stazioni rover*.

---

## RTK Real Time Kinematic mode

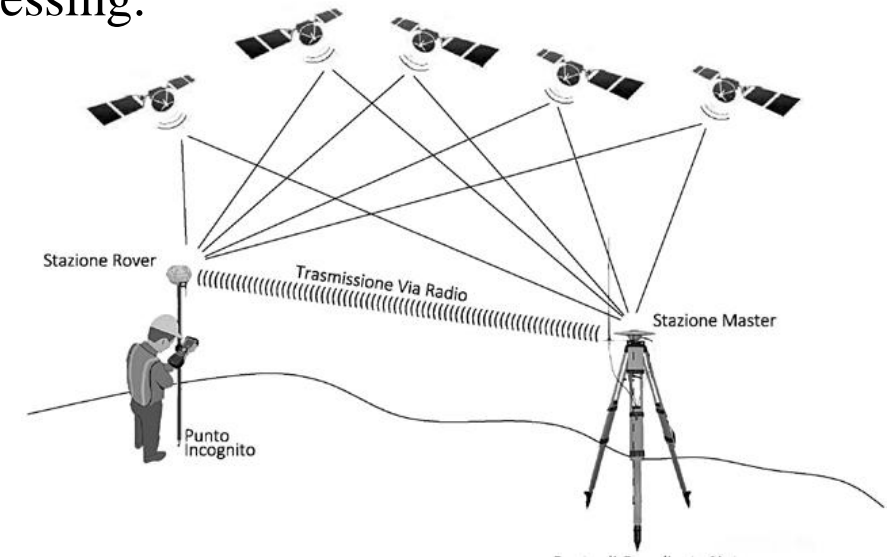
Si può utilizzare il GPS in vari modi (mode), a seconda delle esigenze; qui appresso si tratterà solo del RTK (Real Time Kinematic mode), con la stazione rover montata su palina.

Quando il terreno è privo di ostacoli aerei e di altro tipo, l'RTK è il più idoneo: con esso possono essere determinate e visualizzate in tempo reale le coordinate 3D di molti punti in rapida successione (rilievo di dettaglio), tramite una stazione rover su palina, collegata via radio ad una stazione master posizionata su di un punto di coordinate note (punto noto) e che trasmette i dati dagli stessi satelliti; con questo metodo si possono ottenere precisioni fino al mezzo centimetro, con elaborazione post-processing.

L'organizzazione del lavoro deve essenzialmente prevedere:

- le connessioni radio;
- l'apparato di comunicazione fra gli operatori;
- verifica delle batterie di alimentazione ed equipaggiamento,
- le coordinate della stazione master;
- la progettazione della sessione di misura.

Per procedere con l'RTK nel modo su esposto si ha ovviamente bisogno dell'oneroso utilizzo di 2 stazioni GPS.





## Metodo RTK con collegamento a reti GNSS

Alle reti GNSS si è già accennato nell'introduzione; qui si rammenta che ognuna di esse si compone da un certo numero di stazioni permanenti GPS e GPS-GLONASS, gestita da un unico centro; tali reti sono opportunamente distribuite su porzioni di territorio abbastanza ampie. La procedura GPS con collegamento GNSS è la più usata per tutte le fasi del rilievo topografico "a terra", con la possibilità di eseguire il rilievo con una sola antenna su palina (stazione rover). L'organizzazione del lavoro risulta identica alla precedente, con la sola differenza del collegamento radio della rover con il centro di controllo di una rete GNSS, la quale ultima, se usata con tale modalità di rilievo, può essere chiamata anche rete RTK.





## Metodo RTK con collegamento a reti GNSS

Fra la rover e il centro di controllo la distanza non può superare i 30 km, potendo creare una Stazione di Riferimento Virtuale, molto prossima alla rover, con cui si ottengono dati più attendibili. Data la continuità di informazioni che le stazioni fisse inviano al centro di controllo della rete, il rilievo RTK può essere così schematizzato:

- il collegamento al centro di controllo della stazione rover, usando una delle varie possibilità di accesso;
- il centro di controllo invia i dati elaborati alla stazione rover, che dialoga continuamente con il centro.

I tempi di stazionamento della rover vanno da qualche secondo per i punti di dettaglio alle decine di minuti per i punti di inquadramento (vedi appresso), ottenendo per quest'ultimi precisioni molto più spinte; in questi casi la rover dev'essere posizionata con un supporto (treppiede o tripide), che garantisca la stabilità della palina dell'antenna per tutto il tempo necessario.



## Metodo RTK con collegamento a reti GNSS





## LIVELLAZIONI

Il rilievo del territorio o dell'oggetto in senso lato, richiede una sua conoscenza non solo planimetrica ma anche altimetrica. In cartografia l'altimetria può essere rappresentata per punti discreti o per curve di livello, mentre in un rilievo cartografico numerico, specie se ottenuto per vie fotogrammetriche dirette, ogni oggetto rilevato è già naturalmente formato da una serie di tre coordinate.

Determinare la quota di più punti è fondamentale nella costruzione di qualunque opera antropica e di ingegneria ed è ovvio che per questi scopi occorre fare riferimento al campo reale della gravità, e quindi al geoide, e non a superfici teoriche note solo matematicamente come l'ellissoide.

Si definisce **quota ortometrica** di un punto la distanza del punto dal geoide, misurata lungo la linea di forza passante per il punto stesso.

Si definisce dislivello (ortometrico) tra due punti la differenza di quota ortometrica tra i due punti:  $\Delta_{AB} = Q_B - Q_A$ . Come si vede il dislivello è positivo o negativo a seconda che la quota del secondo punto sia maggiore o minore di quella del primo.

Per livellazione si intende l'operazione di misura di un dislivello fra due punti.

---



## I VARI TIPI DI LIVELLAZIONE

### *Livellazioni indipendenti dalla distanza*

1. **La livellazione geometrica, che utilizza il livello a cannocchiale, le stadie, un eventuale micrometro a lamina piano parallela e vari accessori.**
2. La livellazione idrostatica, che prevede l'utilizzo di sistemi a vasi comunicanti e sfrutta il principio che in questi vasi il pelo libero si dispone lungo una superficie equipotenziale.
3. La livellazione barometrica, che è basata sul principio che il dislivello fra due punti relativamente vicini sulla superficie terrestre è funzione della pressione e in parte della temperatura di un loro intorno.

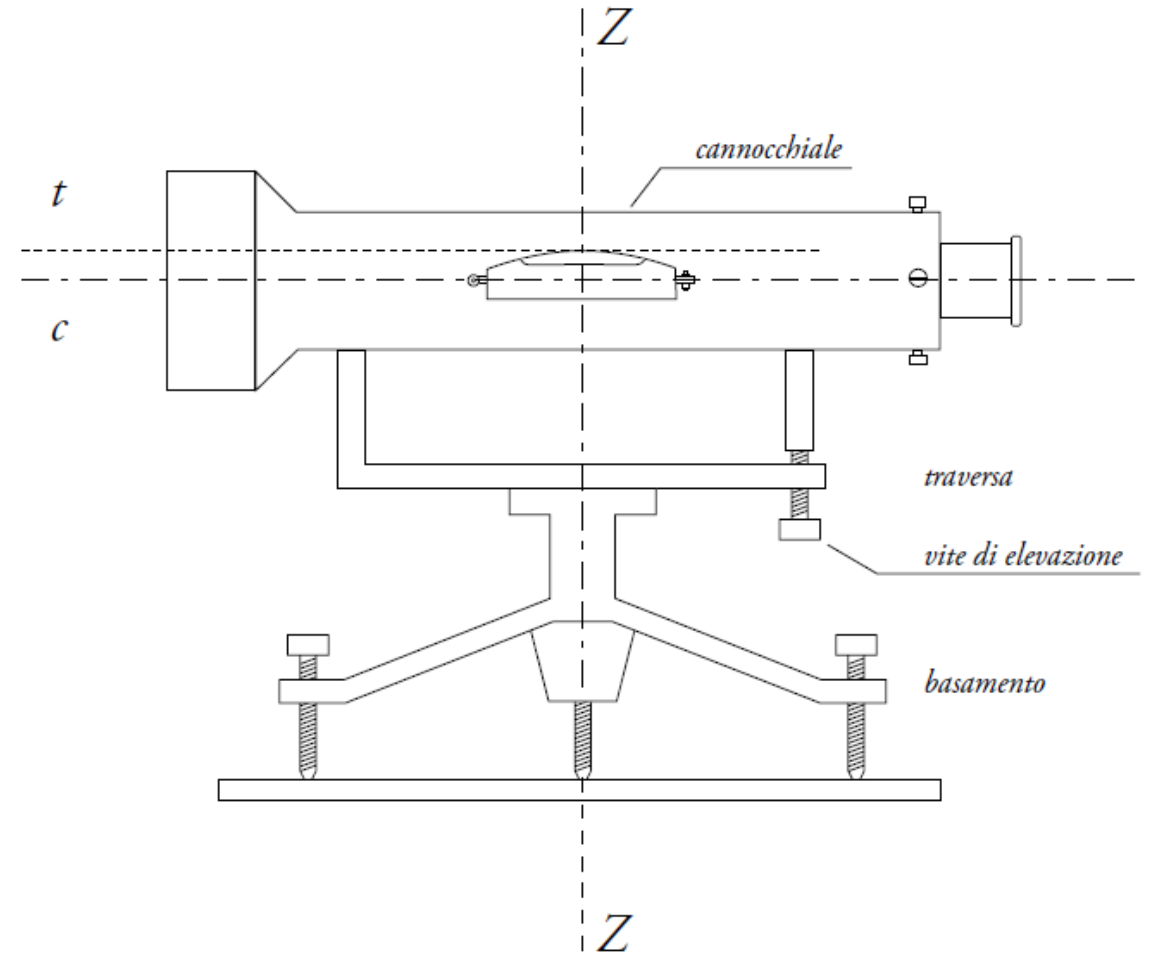
### *Livellazioni dipendenti dalla distanza*

1. La livellazione tacheometrica o distanziometrica, che utilizza il teodolite ed un distanziometro ad onde.
  2. La livellazione trigonometrica, che utilizza il teodolite e un distanziometro di grande portata, ma più spesso sfrutta la misura indiretta della distanza o la sua conoscenza a priori e prevede la stima della rifrazione.
  3. La livellazione ecclimetrica, che prevede l'utilizzo di un ecclimetro e cioè di un goniometro in grado di misurare angoli in un piano verticale e la misura diretta o indiretta della distanza
-

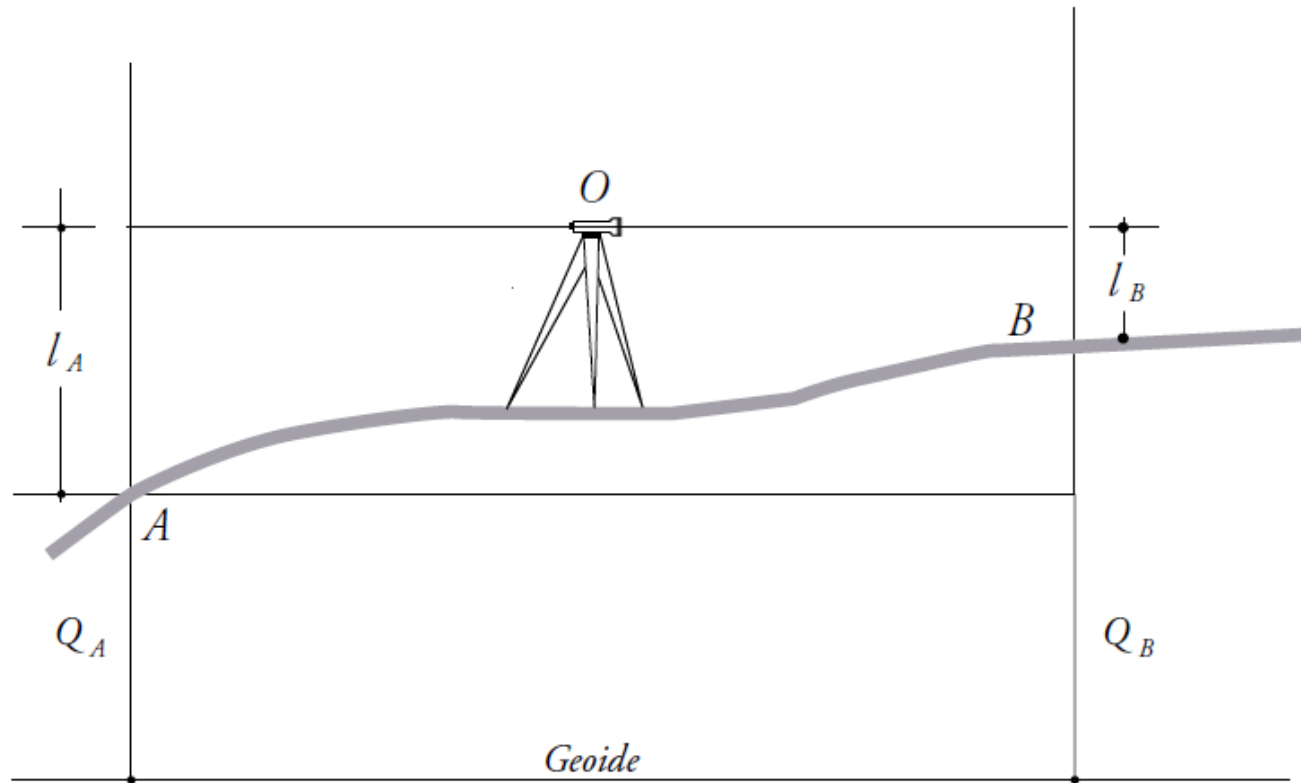
## I VARI TIPI DI LIVELLAZIONE

La livellazione geometrica utilizza come strumento di misura il livello a cannocchiale, detto anche livello; lo strumento è strutturalmente formato da tre parti il cannocchiale, il quale è appoggiato isostaticamente su una traversa, quest'ultima può ruotare sul basamento.

L'operazione di misura di un dislivello fra due punti avviene misurando per collimazione un regolo graduato detto stadia: si misura la posizione del reticolo del cannocchiale sulla stadia dopo aver reso l'asse di collimazione accuratamente orizzontale.



## LIVELLAZIONE DAL CENTRO



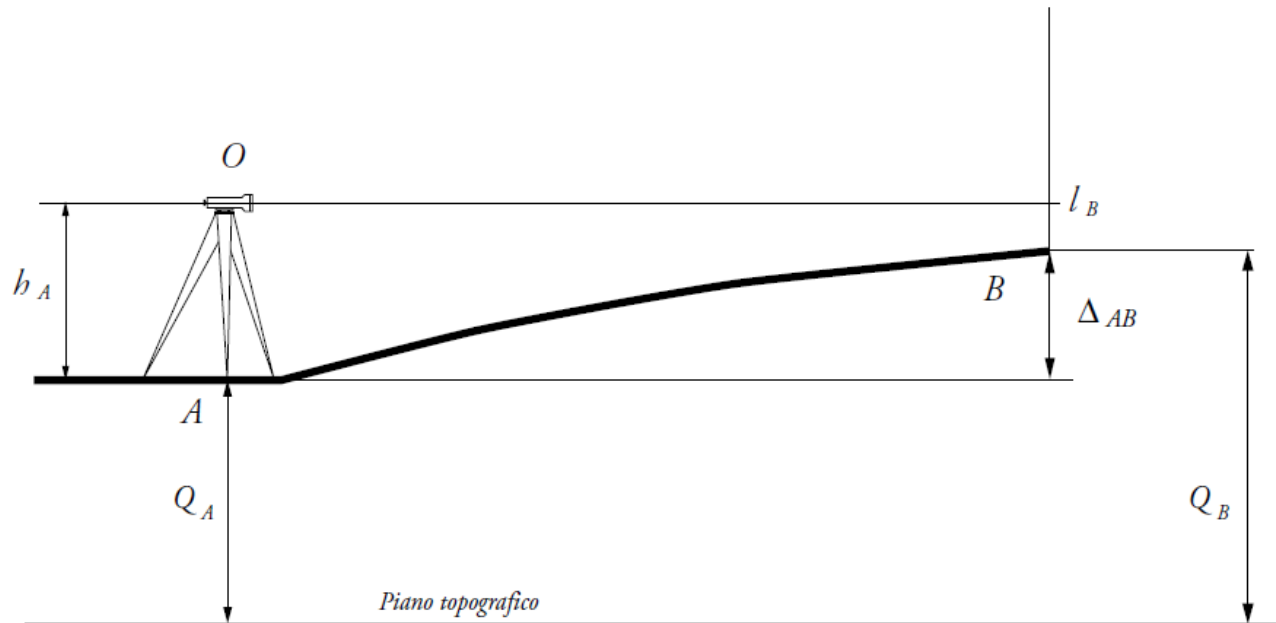
Il dislivello tra A e B vale:

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A = l_A - l_B$$

La distanza fra ogni battuta di livellazione dipende dalla precisione che si vuole ottenere, per livellazioni tecniche non supera i 200 m, mentre per livellazioni di precisione o di alta precisione non supera mai i 40 m. Il punto A viene denominato spesso «punto indietro» ed il punto B «punto avanti».



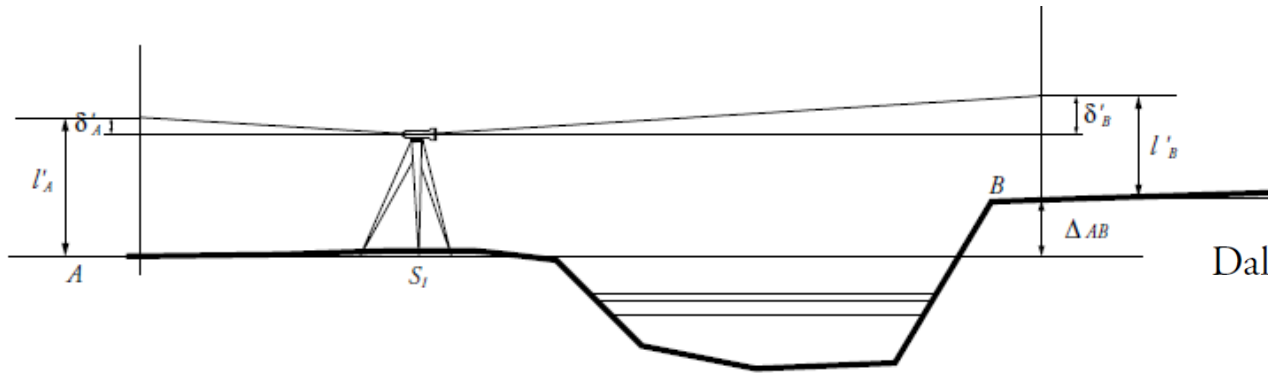
## LIVELLAZIONE DA UN ESTREMO



La livellazione geometrica da un estremo  
Astraendo dalla curvatura terrestre, dall'errore di rifrazione e dall'errore residuo di rettifica, il dislivello nel caso di una livellazione da un estremo si ottiene come è evidente in figura da:

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A = h_A - l_B$$

# LIVELLAZIONE GEOMETRICA RECIPROCA



Dalla stazione  $S_1$  si ha:

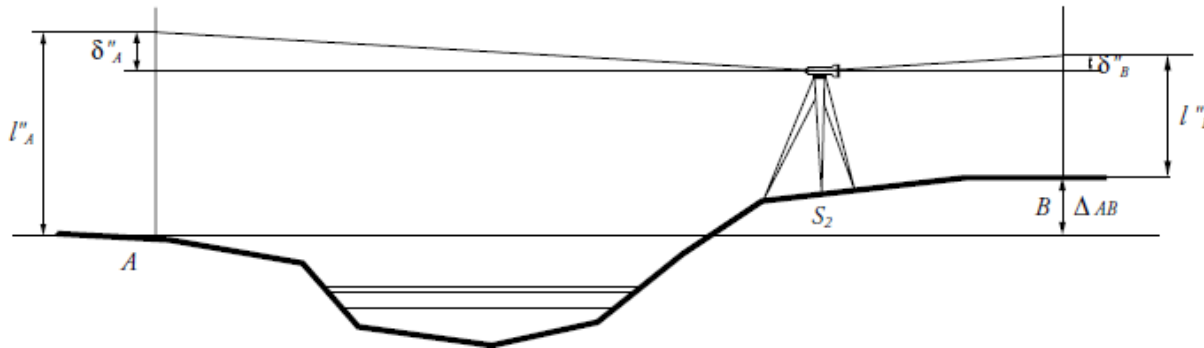
$$\Delta_{AB} = (\ell'_A - \delta'_A) - (\ell'_B - \delta'_B) \text{ e da } S_2 \text{ si ottiene:}$$

$$\Delta_{AB} = (\ell''_A - \delta''_A) - (\ell''_B - \delta''_B) \text{ ma, essendo}$$

$$\delta'_A = \delta''_B \text{ e } \delta''_A = \delta'_B, \text{ sommando membro a membro si ricava:}$$

$$\Delta_{AB} = \frac{(\ell'_A - \ell'_B) + (\ell''_A - \ell''_B)}{2}$$

b.



## LE STADIE

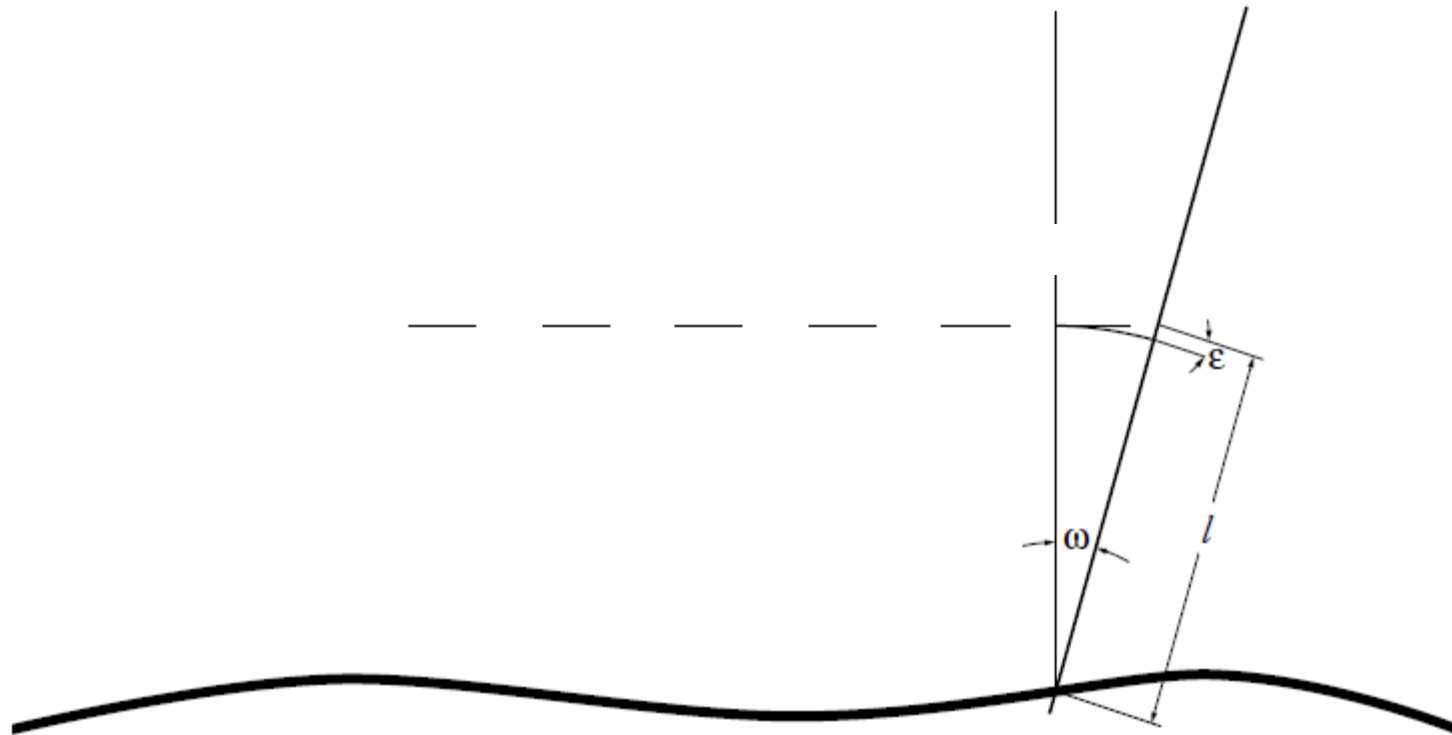
Per livellazioni tecniche o da cantiere, si utilizzano delle stadie in legno, aste centimetrata generalmente della lunghezza di due o tre metri. Nel caso di livellazioni di precisione le stadie sono formate da una custodia in legno o di alluminio, contenente un nastro di acciaio invar centimetrato o mezzo centimetrato. In entrambi i casi le graduazioni sono numerate ad ogni decimetro. Le stadie dispongono di una livella sferica che ne rende possibile la resa verticale, ciò è anche assicurato dall'operatore che regge questi attrezzi nelle livellazioni tecniche con due paline, o, nelle livellazioni utilizzando stadie a nastro invar, con l'aiuto di due aste allungabili, che dalla sommità della stadia si ancorano saldamente al terreno.



## LE STADIE

Nella livellazione di precisione la verticalità della stadia va realizzata con cura maggiore, infatti, pure essendo l'errore di lettura del secondo ordine rispetto all'angolo  $\omega$

Es: Per  $l=2$  m ed  $\omega=1$  gon, tale errore è di 0.25 mm, che nel caso di livellazione di alta precisione non è accettabile. Normalmente tale errore è contenuto attorno a 0.1-0.2 gon, attraverso una livella sferica solidale al corpo della stadia.



## MISURAZIONI CON IL LIVELLO

