

Формальные языки

домашнее задание до 23:59 14.05

2. Построить однозначную КС грамматику, эквивалентную грамматике
 $S \rightarrow aSbbbb \mid aaaSbb \mid c$.

Solution. Заметим, что грамматика $\begin{cases} S \rightarrow aSbbbb \mid R \\ R \rightarrow aaaSbb \mid c \end{cases}$ эквивалентна исходной, так как результат не зависит от порядка применения правил. Рассмотрим слово $a^p cb^q$ из языка грамматики. Заметим, что $p = x + 3y$ и $q = 4x + 2y$, где x и y – количества применений первого и второго правил соответственно. Эта система совместна и имеет единственное решение:
 $\begin{cases} x = \frac{3q-2p}{10} \\ y = \frac{4p-q}{10} \end{cases}$ Значит, грамматика однозначна. ■

3. Описать язык, порождаемый грамматикой $F \rightarrow \varepsilon \mid aFaFbF$

Solution. Эта грамматика порождает язык, слова которого состоят только из букв a и b , причем всего букв a в слове ровно в 2 раза больше, чем букв b (следует из правила), и в любом префиксе слова букв a хотя бы в 2 раза больше, чем букв b (также следует из правила). ■

4. Найти КС грамматику, порождающую пересечение языка, порождаемого грамматикой

$F \rightarrow a \mid bF \mid cFF$ с языком, порождаемым грамматикой $\begin{cases} K \rightarrow aM \mid cM \\ M \rightarrow aK \mid bK \mid \varepsilon \end{cases}$

Solution. Заметим, что в языке второй грамматики длина слов нечетная, потому что правила будут чередоваться, и мы закончим на применении второго. Также слова могут начинаться только на буквы a и c , и не может встретиться подстрока bb и cc , то есть в слове из языка буквы b могут стоять только на чётных местах, а буквы c на нечётных. Преобразуем первую грамматику в соответствии с ограничениями:

$\begin{cases} \text{EVEN}_b \rightarrow b \text{ ODD}_c \\ \text{ODD}_b \rightarrow a \mid b \text{ EVEN}_c \\ \text{EVEN}_c \rightarrow c \text{ EVEN}_b \text{ ODD}_b \mid c \text{ ODD}_b \text{ EVEN}_c \\ \text{ODD}_c \rightarrow a \mid c \text{ EVEN}_b \text{ EVEN}_b \mid c \text{ ODD}_b \text{ ODD}_c \end{cases}$ ■