<u>Задача 8</u>

а) Дефинераме азбуката $\Sigma_2 = \{ab | \forall a, b \in \Sigma\}$

Нека $\psi : \Sigma_2^* \to \Sigma^*$ е хоморфизъм такъв че $\psi(ab) = a \cdot b$ $(\forall ab \in \Sigma_2)$
Нека $\varphi : \Sigma_2^* \to \Sigma^*$ е хоморфизъм такъв че $\varphi(ab) = a$ $(\forall ab \in \Sigma_2)$

$\Rightarrow L_1 = \varphi(\psi^{-1}(L \cap w : |w| = 2k))$ е регулярен, защото ψ^{-1}, φ запазват регулярността.

б) Дефинераме азбуката $\Sigma_2 = \{ab | \forall a, b \in \Sigma\}$

Нека $\psi : \Sigma_2^* \to \Sigma^*$ е хоморфизъм такъв че $\psi(ab) = a \cdot b$ $(\forall ab \in \Sigma_2)$
Нека $\varphi : \Sigma_2^* \to \Sigma_2^*$ е хоморфизъм такъв че $\varphi(ab) = ba$ $(\forall ab \in \Sigma_2)$

$\Rightarrow L_2 = \psi(\varphi(\psi^{-1}(L \cap w : |w| = 2k)))$ е регулярен, защото ψ^{-1}, φ, ψ запазват регулярността.

в) Нека $\psi : \Sigma* \to \Sigma^* x \Sigma^*$ е хоморфизъм такъв че $\psi(x) = (x, \emptyset$ $(\forall x \in \Sigma^*)$

Нека $\varphi : \Sigma * x \Sigma * \to \Sigma^* x \Sigma^*$ е хоморфизъм такъв че $\varphi(x, y) = (y, x)$ $(\forall x, y \in \Sigma^*)$

Нека $\sigma : \Sigma^* x \Sigma^* \to \Sigma^*$ е хоморфизъм такъв че $\sigma(x, y) = x$ $(\forall x, y \in \Sigma^*)$

$\Rightarrow L_2 = \sigma(\varphi(\psi(L \cap w : |w| = 2k)))$ е регулярен, защото ψ, φ, σ запазват регулярността.