Задача 19

Щом L е регулярен $\Rightarrow$ съществува минимален детерминиран автомат $M = (S, s_0, \delta, F)$. Нека $n = |S| \Rightarrow$ и нека x, y, z са такива че $xyz \in L$ и $|y| = n$.

Нека $p(i)$ $(0 \leq i \leq n)$ е префикса на y.

Нека $\delta_p(i) = \delta(s_0, x \cdot p(i))$.

Понеже броят на стойностите на $\delta_p(i)$ са по-малко от стойностите на i (състоянията са n, а стойностите на i - $n + 1$) $\Rightarrow$ нека j и k са такива че $j < k$ и $\delta_p(j) = \delta_p(k)$.

Нека

- $u = p(i)$ (подниза от y до позиция j вкл.)
- v е такава че $p(j) = p(i) \cdot v$ (подниза от y от позиция $j + 1$ до позиция k вкл.)
- w е такава че $p(k) = p(j) \cdot w$ (подниза от y от позиция $k + 1$ вкл.)

$\Rightarrow$ се получава следното:

1. $\delta(s_0, xu) = \delta_p(j)$ (така сме го дефинирали)
2. $\delta(\delta_p(j), v) = \delta_p(k) = \delta_p(j)$ (така сме го дефинирали)
3. $\delta(\delta_p(j), v^i) = \delta_p(j)$ $(i \in N)$ (индукция от горното + 0 - свойство на $\delta()$)

$\Rightarrow$

$$\delta(s_0, xyz) = \delta(s_0, xuvwz) = \delta(s_0, xuv^iwz)$$

$\Rightarrow$

$\delta(s_0, xyz) \in F \Rightarrow \delta(s_0, xuv^iwz) \in F$ $(i \in N)$

$\Rightarrow$

$xuv^iwz \in L$