

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Anja Kokalj in Lina Ivanova

Najdaljši Hamiltonov cikel brez presečišč

Kratko poročilo pri predmetu Finančni praktikum

Mentor: prof. dr. Sergio Cabello, asist. dr. Janoš Vidali

Ljubljana, 2021

1 Uvod

Osrednji problem projektne naloge je iskanje Hamiltonovega cikla brez presečišč, ki se razteza nad množico točk P v evklidski ravnini. Med seboj bova primerjale dva optimizacijska problema: Iskanje najdaljšega Hamiltonovega cikla in iskanje cikla, katerega najkrajša uporabljena povezava bo izmed vseh najkrajših uporabljenih povezav najdaljša. Proti koncu si bova ogledali, kako spreminjanje števila točk v množici P vpliva na optimalno vrednost problema.

1.1 Matematični okvir

Za začetek definirajmo neusmerjeni graf $G = (P, E)$, kjer je

- $P = \{1, 2, \dots, n\}$ množica točk oziroma vozlišča grafa G v splošnem položaju v ravnini,
- E množica povezav grafa G , pri čemer je vsaka povezava par točk.

Hamiltonov cikel v grafu G je cikel, ki obhodi vse točke iz dane množice P natanko enkrat ter sta začetna in končna točki enaki.

Reševanje problema ni enostavno, saj ne poznamo "preprostega" postopka, ki bi bil uporaben za vse grafe. Lahko pa si pomagamo z potrebnimi in in zadostnimi pogoji pri iskanju Hamiltonosti.

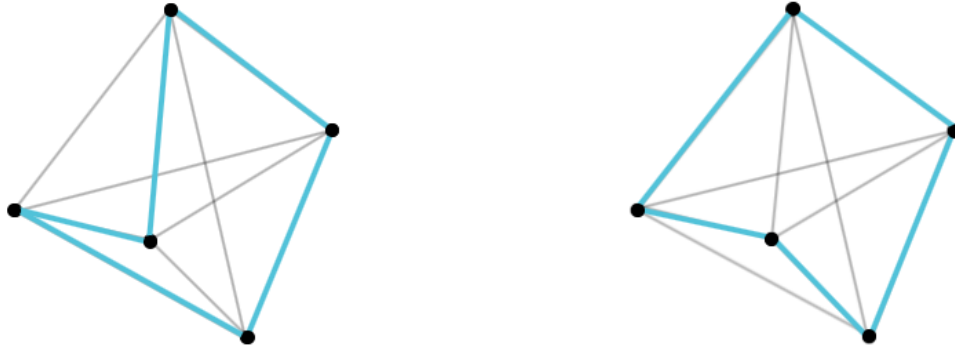
Izrek 1.1. Osnovni potreben pogoj : *Če iz grafa G odstranimo k točk in pri tem graf razpade na več kot k komponent, tedaj graf G ne vsebuje Hamiltonovega cikla.*

2 Potek dela

Za implementacijo problema bova uporabili programski jezik **Python**. Če bova imeli težave s programiranjem celoštevilskega linearne programa, se bova reševanja le-tega raje lotili v **Sage**, kateri ima že vgrajeno potrebno funkcijo `MixedIntegerLinearProgram()`.

Za oblikovanje Hamiltonovega cikla brez presečišč bova sledili naslednjemu postopku:

- Generirali bova naključno množico točk $p_1, p_2, \dots, p_n \in P$ v ravnini s pomočjo funkcije `random.choice()`.



Slika 1: Primer dveh Hamiltonovih ciklov na grafu G

- Funkcija `math.dist()` nama bo poračunala evklidske razdalje $r_{i,j}$ med točkama p_i in p_j za $i \neq j$.
- Napisali bova program, ki nama bo izpisal vse možne Hamiltonove cikle med zgoraj navedenimi točkami.
- Med danimi cikli bova izločile tiste, katerih povezave se med seboj sekajo. To bova naredile s funkcijo, ki bo na podlagi orientacije točk poiskala presečišča segmentov.

Na dobljenih ciklih bova analizirale primer, kjer maksimiramo vsoto dolžin povezav cikla. Torej bova iskale maksimum vsote produktov dolžine $r_{i,j}$ in spremenljivke $t_{i,j}$, katere vrednosti bo 1 ali 0, odvisno ali bomo povezavo med točkama p_i in p_j uporabili. Kot drugo, bova pogledali najkrajše povezave v ciklih. Cikel z maksimalno najkrajšo povezavo bo rešitev najinega drugega problema. V zaključku bova rezultate med seboj primerjali in opazovali spremembe optimalnih vrednosti z dodajanjem in odstranjevanjem vozlišč. Meniva, da bova v nekaterih primerih verjetno izgubile Hamiltonove cikle brez presečišč.