

# Правила проведения экзамена по курсу

## «Алгоритмы и структуры данных»

Первый семестр набора 2025 года (базовый поток), ВШПИ

### Порядок проведения

Экзамен будет проходить в три этапа: предварительный, основной и бонусный.

1. *Предварительный этап.* Дана тестовая работа на 10 вопросов на 20 минут. Если даны корректные ответы на шесть или более вопросов, то этап пройден. У вас уже два балла. Если этап не пройден, то оценка неуд(2)
2. *Основной этап.* Выдается билет, содержащий четыре вопроса из программы и одну задачу. Ответ на каждый вопрос оценивается в 1 балл (с возможностью частичных баллов), задача стоит 2 балла. На подготовку ответа дается один час (60 минут). Экзаменатор имеет право попросить сформулировать смежные по теме определения и формулировки теорем, не указанные явно в вопросе. При использовании теоремы из данного курса экзаменатор имеет право поинтересоваться ее доказательством.
3. *Бонусный этап.* Если у вас семь или более баллов за стадии до, то вы допущены к заключительной стадии. Финальный этап дает до двух баллов. Вам будет дана одна задача на час. Можно попросить у экзаменатора подсказку для задачи в первые сорок минут, но тогда оценка ограничивается девятью баллами

### Программа

1. Понятие временной и пространственной (по памяти) сложности алгоритма. Определение асимптотических сравнений  $\mathcal{O}$ ,  $\Theta$ ,  $\Omega$ . Примеры.
2. Бинарный поиск. Бинарный поиск по ответу. Временная сложность.
3. Вещественнозначный бинарный поиск (по ответу). Временная сложность.
4. Префиксные суммы. Обобщение на произвольную обратимую операцию.
5. Факторизация числа. Функция Эйлера. Сводимость вычисления функции Эйлера к факторизации.
6. Классическое решето Эратосфена за  $\mathcal{O}(n \log \log n)$  (время работы б/д). Линейное решето Эратосфена.

7. Арифметика в  $\mathbb{Z}_m$ . Малая теорема Ферма и теорема Эйлера (б/д). Критерий существования обратного по модулю. Поиск обратного по модулю.
8. Критерий существования обратного по модулю. Поиск обратного по модулю. Алгоритм Евклида (классический, б/д).
9. Амортизированный анализ. Метод монеток. Применение на примере `push_back` в динамическом массиве.
10. Амортизированный анализ. Метод потенциалов. Применение на примере `push_back` в динамическом массиве.
11. Линейные контейнеры. Односвязный и двусвязный списки. Стек, очередь, дек (через списки и через кольцевой буфер).
12. Линейные контейнеры. Очередь с поддержкой произвольной ассоциативной операции.
13. Сортировки. Теорема о нижней границе времени сортировки. Стабильные сортировки.
14. Сортировка слиянием. Подсчет числа инверсий.
15. Бинарная пирамида. Определение. Поддержка свойства пирамиды.
16. Бинарная пирамида. Определение. Основные операции.
17. Бинарная пирамида. Определение. Операция `Heapify` (время работы  $\mathcal{O}(n)$  б/д). Пирамидальная сортировка.
18. Быстрая сортировка. Процедура `Partition` за  $\mathcal{O}(1)$  допамяти. Оценка времени с случайным `pivot` (б/д).
19. Поиск порядковой статистики. Оценка времени с случайным `pivot` (б/д).
20. Алгоритм медианы медиан. Время поиска медианы медиан.
21. Алгоритмы и время работы быстрой сортировки с использованием алгоритма медианы медиан.
22. Сортировка подсчетом. Стабильный вариант. Алгоритм LSD.
23. Бинарное дерево поиска. Определение, операции `Find`, `Insert`, `Erase`.
24. Бинарное дерево поиска. Определение. Поиск порядковой статистики, `LowerBound`.
25. AVL-дерево. Определение. Теорема о высоте (формула Бине про асимптотику роста чисел Фибоначчи б/д).
26. AVL-дерево. Определение. Повороты и балансировка. Основные операции.
27. Декартово дерево. Определение. Операции `Split`, `Merge`. Выразимость остальных операций через них. Теорема о высоте (б/д).
28. Splay-дерево. Определение операции `Splay`. Время работы `Splay`.
29. Splay-дерево. Определение операции `Splay`. Выразимость остальных операций через `Splay`.

30. Задачи RMQ, RSQ. Постановки `online/offline`, `static/dynamic`.
31. Разреженная таблица. Область применимости. Построение. Ответ на запрос.
32. Дерево отрезков. Область применимости. Построение. Случай отсутствия обновлений на подотрезке. Изменение в точке. Ответ на запрос.
33. Дерево отрезков. Область применимости. Построение. Случай наличия обновлений на подотрезке. Изменение в точке. Ответ на запрос.
34. Декартово дерево по неявному ключу. Задача о развороте подотрезка.
35. Дерево Фенвика.
36. Хеш-функция. Коллизия. Хеш-таблица на цепочках и основные операции. Гипотеза простого равномерного хеширования. Математическое ожидание длины цепочки в предположении гипотезы простого равномерного хеширования.
37. Задача о наибольшей возрастающей подпоследовательности. Решение за квадратичное время.
38. Задача о наибольшей возрастающей подпоследовательности. Решение за  $\mathcal{O}(n \log n)$ , где  $n$  — длина последовательности.
39. Задача о наибольшей общей подпоследовательности.
40. Задача о рюкзаке за  $\mathcal{O}(nW)$ .
41. Динамическое программирование на подотрезках. Задача об оптимальном перемножении матриц.
42. Матричное динамическое программирование. Подсчет  $k$ -го члена однородной линейной рекурренты  $n$ -го порядка за  $\mathcal{O}(n^3 \log k)$ .
43. Динамическое программирование на подмножествах. Задача о рюкзаке за  $\mathcal{O}(n \cdot 2^n)$ .
44. Динамическое программирование на подмножествах. Задача поиска гамильтонова пути минимального веса.