УДК 537.612.2

ТОРОИДАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ВИНТОВОЙ СТРУКТУРОЙ

А.С. Петухова[1], И.С. Петухов[1], С.И. Петухов[1]

TOROIDAL MODELS OF MAGNETIC FIELD WITH A TWISTED STRUCTURE

A.S. Petukhova[1], I.S. Petukhov[1], S.I. Petukhov[1]

[1]Институт космофизических исследований и аэрономии им. Ю.Г. Шафера Сибирского отделения Российской Академии наук, Якутск, Россия, i_van@ikfia.ysn.ru

[1]Yu.G. Shafer Institute of Cosmophysical Research and Aeronomy of SB RAS, Yakutsk, Russia, i_van@ikfia.ysn.ru

Аннотация. Представлены и обсуждаются свойства следующих моделей магнитного поля в магнитном облаке: решение Миллера и Тернера, модифицированное решение Миллера и Тернера, тороидальная и интегральная модели Ромашеца и Вандаса, модель Криттинама и Руффоло. Магнитное поле во всех моделях обладает винтовой структурой, что является главным признаком магнитного облака. Первые три модели описывают магнитное поле внутри заданного идеального тора. В интегральной модели параметры образующего тора неоднозначно определяют объем и форму области, занятую магнитным полем. В модели Криттинама и Руффоло радиус сечения тора имеет переменное значение, что лучше соответствует реальной форме магнитных облаков во внутренней гелиосфере. Модели могут быть использованы при интерпретации прямых измерений компонент магнитного поля, изучении Форбуш понижений в магнитных облаках и исследовании распространения солнечных энергичных частиц, сопровождающих выбросы коронального солнечного вещества.

Ключевые слова: модели поля магнитного облака, бессиловое магнитное поле, силовые линии магнитного поля, тороидальное магнитное поле, магнитное облако.

Abstract. We present and discuss properties of the following magnetic field models in a magnetic cloud: Miller and Turner solution, modified Miller and Turner solution, Romashets and

Vandas toroidal and integral models, and Krittinatham and Ruffolo model. Helicity of the magnetic field in all models is the main feature of magnetic clouds. The first three models describe the magnetic field inside an ideal torus. In integral model, the parameters of a generating toroid ambiguously determine the volume and form of the magnetic field region. In Krittinatham and Ruffolo model, the cross-section radius of the torus is a variable, thus, it better corresponds to the real form of magnetic clouds in the inner heliosphere. These models can be used to interpret in-situ observations of the magnetic flux rope, to study Forbush decrease in magnetic clouds and to investigate transport effects of solar energetic particles injected inside a coronal mass ejection.

Keywords: magnetic flux rope models, force-free magnetic field, magnetic field line, toroidal magnetic field, magnetic cloud.

Введение

Выбросы коронального солнечного вещества в межпланетном пространстве называют ICME (Interplanetary coronal mass ejection). Вместе с веществом выносятся солнечные магнитные петли, имеющие винтовую структуру магнитных силовых линий – MFR (Magnetic flux rope). Научный интерес в исследовании MFR обусловлен тем, что MFR: 1) определяет свойства окружающей плазмы; 2) сильно влияет на распространение в межпланетном пространстве солнечных и галактических космических лучей; 3) при взаимодействии с магнитосферой определяет уровень геомагнитной активности. Практический интерес в исследовании MFR состоит в том, что солнечные, галактические космические лучи и геомагнитная активность определяют состояние космической погоды, влияющей на безопасную деятельность оборудования, технологических система и людей. Объем ICME, занятый MFR вместе с солнечным веществом, называют магнитным облаком (МО). МО занимает весь объем ICME либо его значительную часть [Marubashi, Lepping, 2007]. При исследовании процессов, протекающих в МО, необходимо использовать модель MFR. В настоящее время разработано несколько моделей MFR, имеющих разные свойства. Часто используемый метод выявления МО основан на сопоставлении прямых измерений компонент магнитного поля и модели MFR [Burlaga, 1988, Lepping et al., 1990, Farrugia et al., 1993, Leither et al., 2007, Demoklin et al., 2008]. Результаты зависят от модели MFR. К примеру, параметры МО, полученные из анализа прямых измерений на основе цилиндрической и тороидальной моделей MFR, существенно различаются между собой [Marubashi, Lepping, 2007]: 1) ориентацией оси магнитного поля облака; 2) радиусами поперечного сечения (радиус в тороидальной модели меньше). Разные модели MFR используют в исследовании распространения галактических космических лучей в МО: Kuwabara и др. [2004] – цилиндрическую, Петухова и др. [2015] – тороидальную.

В представленной работе приведены и сопоставлены свойства 5-и моделей MFR.

Модель бессилового магнитного поля

В качестве модели MFR часто используют бессиловое магнитное поле. Бессиловое магнитное поле удовлетворяет соотношению $\vec{j} \times \vec{B} = 0$, где $\vec{j}$ – плотность электрического тока, $\vec{B}$– напряженность магнитного поля. Отсюда следует, что ток течет вдоль поля $\vec{j} \sim \vec{B}$. С учетом уравнений Максвелла систему уравнений, определяющих бессиловое магнитное поле, можно записать в виде

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \alpha \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \vec{B} = 0 \qquad (1)$$

где α – скаляр. В том случае, когда α является постоянной величиной или зависит от координат, поле называется линейным или нелинейным соответственно. Второе уравнение из (1) учитывает условие соленоидальности.

В реальных магнитных облаках установить бессиловой характер магнитного поля затруднительно. В теоретических моделях близость магнитного поля к бессиловому определяют по величине угла между $\vec{B}$ и $\vec{\nabla} \times \vec{B}$: в бессиловом поле этот угол равен нулю [Vandas, Romashets, 2015].

Решение Лундквиста

Решение системы уравнений (1) для бесконечно протяженного цилиндра представил Лундквист [1950]. Компоненты линейного бессилового поля в цилиндрической системе координат имеют вид

$$B_\rho = 0, \;\; B_\theta = -AJ_1, \;\; B_z = AJ_0,$$

где J_0, J_1 – функции Бесселя первого рода, нулевого и первого порядков; $A = \pm B_0$, B_0 – напряженность поля на оси цилиндра; $\alpha\rho$ – аргумент функций Бесселя; ρ – расстояние от оси цилиндра; $\alpha = \pm 2.41/\rho_0$, ρ_0 – радиус поперечного сечения цилиндра. Решение учитывает краевое условие $B_z(\rho_0) = 0$, которое получается при учете $J_0(2.41) = 0$ – приближенно первый корень J_0. Репер цилиндрической системы удовлетворяет векторному произведению $\overrightarrow{\iota_\theta} \times \overrightarrow{\iota_\rho} = \overrightarrow{\iota_z}$, где $\overrightarrow{\iota_{\theta,\rho,z}}$ – единичные вектора. В решении Лундквиста содержится четыре варианта геометрии магнитного поля: каждому значению B_z соответствуют лево- или правовинтовая спирали. На поверхности каждого цилиндра с $\rho \le \rho_0$ располагаются винтовые магнитные силовые линии со своим шагом. Шаг винта меняется от бесконечного на оси цилиндра до нулевого на его поверхности. Напряженность поля уменьшается монотонно в два раза по направлению от оси цилиндра к поверхности.

Решение Миллера и Тернера

Миллер и Тернер рассчитали магнитное поле в торе [1981]. При расчете использована квазитороидальная система координат, координаты которой связаны с декартовыми координатами соотношениями

$$x = (R + \rho cos\theta)cos\varphi,$$
$$y = (R + \rho cos\theta)sin\varphi, \qquad (2)$$
$$z = \rho sin\theta,$$

где R – радиус оси тора, которая лежит в плоскости X0Y; ρ – расстояние от оси тора в плоскости поперечной оси, $0 \le \rho \le \rho_0$, ρ_0 – радиус поперечного сечения тора; θ– угол в этой плоскости, отсчитывается от X0Y по направлению к оси Z ($0 \le \theta \le 2\pi$); φ – угол этой плоскости, отсчитывается от оси X по направлению к оси Y ($0 \le \varphi \le 2\pi$). Центр декартовой системы координат совпадает с центром тора. Репер квазитороидальный системы координат удовлетворяет векторному произведению $\overrightarrow{\iota_\theta} \times \overrightarrow{\iota_\rho} = \overrightarrow{\iota_\varphi}$, где $\overrightarrow{\iota_{\rho,\varphi,\theta}}$ – единичные вектора. Выбор репера влияет на вид оператора набла в 1-ом уравнении системы (1).

При учете симметрии вдоль оси тора (*∂/∂φ=0*) решение можно представить в виде

$$B_\rho = \frac{A}{2\alpha R} J_0 sin\theta,$$
$$B_\theta = -\mathrm{A}[J_1 - \frac{1}{2\alpha R}(J_0 + \alpha\rho J_1)cos\theta], \qquad (3)$$
$$B_\varphi = \mathrm{A}(1 - \frac{\rho cos\theta}{2R})J_0.$$

Обозначения в (3) совпадают с обозначениями в решении Лундквиста. Решение (3) при $R \to \infty$ совпадает с решением Лундквиста. Оно является приближенно бессиловым (предполагается $\rho_0/R \ll 1$) и удовлетворяет уравнению $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \alpha\vec{B} + \vec{H}$, где $\vec{H}$ – невязка. Невязку можно вычислить, если подставить решение (3) в это уравнение. В результате получаем $\vec{H} = -1.5(AJ_0\rho cos\theta(\overrightarrow{\iota_\rho} sin\theta + \overrightarrow{\iota_\theta} cos\theta)/R(R + \rho cos\theta))$. Решение (3) также приближенно удовлетворяет условию соленоидальности $\vec{\nabla}\vec{B} = 3\mathrm{A}J_1\rho sin\theta cos\theta/2R(R + \rho cos\theta)$. Используя соотношения (2), получим метрические коэффициенты $h_\rho = 1$, $h_\theta = \rho$, $h_\varphi = R + \rho cos\theta$.

Для представления разных проекций магнитного поля, либо при использовании компонент магнитного поля в расчетах, или при сопоставлении MFR с измерениями приходится использовать решения в разных системах координат. Для определения компонент поля в нужной системе необходимо определить компоненты в декартовой системе координат, поскольку эта система является связующей между различными системами координат. Для расчета компонент магнитного поля в декартовой системе необходимо использовать связь между компонентами в разных системах. Представим линейный вектор $d\vec{r}$ в двух системах $d\vec{r} = \overrightarrow{\iota_x}dx + \overrightarrow{\iota_y}dy + \overrightarrow{\iota_z}dz = \overrightarrow{\iota_\rho}h_\rho d\rho + \overrightarrow{\iota_\varphi}h_\varphi d\varphi + \overrightarrow{\iota_\theta}h_\theta d\theta$. Вычислим дифференциалы *dx, dy, dz* через *dρ, dφ, dθ,* используя (2), и подставим в это соотношение. С учетом независимости дифференциалов получим

$$\vec{\iota_\rho} = \vec{\iota_x} cos\theta cos\varphi + \vec{\iota_y} cos\theta sin\varphi + \vec{\iota_z} sin\theta,$$
$$\vec{\iota_\varphi} = -\vec{\iota_x} sin\varphi + \vec{\iota_y} cos\varphi, \qquad (4)$$
$$\vec{\iota_\theta} = -\vec{\iota_x} sin\theta cos\varphi - \vec{\iota_y} sin\theta sin\varphi + \vec{\iota_z} cos\theta.$$

Представим вектор относительно 2-х систем координат $\vec{B} = \vec{\iota_x} B_x + \vec{\iota_y} B_y + \vec{\iota_z} B_z = \vec{\iota_\rho} B_\rho + \vec{\iota_\theta} B_\theta + \vec{\iota_\varphi} B_\varphi$ и, используя (4), получим

$$B_x = B_\rho cos\theta cos\varphi - B_\varphi sin\varphi - B_\theta sin\theta cos\varphi,$$
$$B_y = B_\rho cos\theta sin\varphi + B_\varphi cos\varphi - B_\theta sin\theta sin\varphi, \qquad (5)$$
$$B_z = B_\rho sin\theta + B_\theta cos\theta.$$

Для определения формы магнитной силовой линии используем определение $d\vec{l} = \vec{B} dl/B$. Здесь $d\vec{l}$, dl – вектор и длина элемента силовой линии; $\vec{B}$, B – вектор и величина напряженности магнитного поля. Из определения следуют

$$d\rho = B_\rho dl/h_\rho B,$$
$$d\theta = B_\rho dl/h_\theta B, \qquad (6)$$
$$d\varphi = B_\varphi dl/h_\varphi B.$$

Построение магнитной силовой линии происходит согласно реккурентной процедуре: выбираем (ρ, θ, φ); вычисляем согласно (3) B_ρ, B_θ, B_φ; вычисляем $d\rho$, $d\theta$, $d\varphi$ согласно (6); в новой точке ρ+$d\rho$, θ+$d\theta$, φ+$d\varphi$ вычисляем B_ρ, B_θ, B_φ и т.д. Для определения силовой линии в декартовой системе используем (2) и (5).

На рисунках 1а, 1б представлены свойства магнитного поля для решения Миллера и Тернера. На рисунке 1а приведены распределение относительной величины напряженности поля (B/B_0) в плоскости поперечного сечения тора и проекции силовых линий поля, расположенных на поверхности тороидов с разными радиусами, на эту плоскость. На рисунке 1б изображены проекции силовых линий поля на плоскость X0Y, расположенных на поверхности разных тороидов. Здесь в качестве тороидов обозначены тороидальные поверхности с радиусами $\rho_T < \rho_0$, вложенные вовнутрь тора. Как видно из рисунка, силовые линии поля лежат на поверхности каждого тороида. При этом, силовые линии представляют винтовые кривые с шагом, зависящим от радиуса тороида: чем меньше радиус, тем больше шаг. Отмеченные свойства являются характерными свойствами бессилового магнитного поля. Из рисунка 1а видно, что ось поля немного смещена от центра поперечного сечения в направлении от центра тора. В то же время, максимальная величина напряженности поля смещена к центру тора. Величина напряженности поля меняется в два раза. Результаты расчета, представленные на рисунках 1а-1е, получены при $R/\rho_0 = 10$, $A = B_0$, $\alpha = 2.41/\rho_0$. Всего возможно четыре варианта геометрии магнитного поля, также как в решении Лундквиста.

Варианты магнитного поля различаются между собой знаками компонент поля, однако на проекции силовых линий, изображенных на рисунках 1а-1е, это различие не влияет.

Модифицированное решение Миллера и Тернера

Ромашетс и Вандас [2003b] модифицировали решение Миллера и Тернера. Вводится вектор-потенциал модифицированного решения $\vec{A}^{(m)} = \frac{1}{\alpha}\vec{B}$, где $\vec{B}$ – решение Миллера и Тернера (3). Тогда $\vec{B}^{(m)} = \vec{\nabla} \times \vec{A}^{(m)} = \frac{1}{\alpha}\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{\alpha}\left(\alpha\vec{B} + \vec{H}\right) = \vec{B} + \frac{\vec{H}}{\alpha}$, где $\vec{B}^{(m)}$ – напряженность модифицированного поля, $\vec{H}$ – невязка решения Миллера и Тернера. Используя решение (3) получим компоненты модифицированного поля

$$B_\rho^{(m)} = \frac{AJ_0 sin\theta}{2\alpha \mathrm{R}}\frac{(R-2\rho cos\theta)}{(\mathrm{R}+\rho cos\theta)},$$

$$B_\theta^{(m)} = \frac{A}{2\alpha \mathrm{R}(\mathrm{R}+\rho cos\theta)}[2\alpha R^2 J_1 - \mathrm{R}cos\theta(J_0 - \alpha\rho J_1) + \rho(2J_0 - \alpha\rho J_1)cos^2\theta], \qquad (7)$$

$$B_\varphi^{(m)} = AJ_0(1 - \rho cos\theta/2R).$$

Обозначение величин совпадают с обозначениями в (3). Модифицированное решение также является приближенным ($\rho_0/R \ll 1$) и точно удовлетворяет условию соленоидальности. Построение магнитных силовых линий производится также, как в решении Миллера и Тернера.

На рисунках 1в, 1г аналогичных 1а, 1б приведено распределение свойств магнитного поля для модифицированного решения Миллера и Тернера. Из сопоставления рисунков видно, что свойства магнитного поля в решении Миллера, Тернера и в модифицированном решении Миллера, Тернера отличаются незначительно.

Решение Ромашетса и Вандаса

При расчете магнитного поля в торе использована тороидальная система координат [Romashets, Vandas, 2003a], параметры которой связаны с параметрами декартовой системы соотношениями

$$x = \frac{a \sinh(\mu)\, cos\varphi}{\cosh(\mu) - cos\eta},$$

$$y = \frac{a \sinh(\mu)\, sin\varphi}{\cosh(\mu) - cos\eta}, \qquad (8)$$

$$z = \frac{a\, sin\eta}{\cosh(\mu) - cos\eta}.$$

Здесь a – параметр системы координат, который задается размерами выбранного тора $\rho_0 = a/sinh(\mu_0)$, $R = \mathrm{a}\cosh(\mu_0)/\sinh(\mu_0)$, $R/\rho_0 = \cosh(\mu_0)$, $a = \sqrt{R^2 - \rho_0^2} = \rho_0\sqrt{(R/\rho_0)^2 - 1}$, ρ_0, R – радиусы поперечного сечения тора и оси тора; $\sinh(\mu)$, $\cosh(\mu)$ –

гиперболические синус и косинус. Область определения параметров: $\mu \geq \mu_0$, $0 \leq \eta \leq 2\pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, где μ_0, соответствует поверхности выбранного тора.

Решение задачи можно представить в виде

$$B_\mu = 0,$$

$$B_\eta = -A\frac{\varepsilon\cosh(\mu)(\cosh(\mu)-cos\eta)}{2sinh^3(\mu)}F_1, \qquad (9)$$

$$B_\varphi = \mathrm{A}\frac{\cosh(\mu)-cos\eta}{\sinh(\mu)}F_0,$$

где $F_0 = F(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \xi)$, $F_1 = F(1+\alpha_0, 1+\beta_0, 1+\gamma_0, \xi)$ – гипергеометрические функции, $\alpha_0 = (1+\sqrt{1-4\varepsilon^2})/4$, $\beta_0 = (1-\sqrt{1-4\varepsilon^2})/4$, $\gamma_0 = 1$, $\xi = -sinh^{-2}(\mu)$.

В тороидальной системе координат все поверхности с $\mu = const$ являются координатными поверхностями – тороидами. При это поверхность с $\mu = \mu_0$ совпадает с поверхностью выбранного тора, а поверхности с $\mu > \mu_0$ описывают тороиды, вложенные вовнутрь выбранного тора. Поверхность с $\mu \to \infty$ вырождается в ось тора. Решение (9) представляет магнитное поле, имеющее две компоненты, силовые линии которого расположены на поверхности тороидов. Величина ε определяется из соотношения $F_0\left(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, -sinh^{-2}(\mu_0)\right) = 0$. Как видно из (9), в этом случае B_φ на поверхности тора обратится в нуль. Это условие аналогично использованию первого корня $J_0(2.41) = 0$ в решении Лундквиста.

Связь между компонентами поля в декартовой и тороидальной системах получаем из соотношения

$$\vec{B} = \vec{\imath_x}B_x + \vec{\imath_y}B_y + \vec{\imath_z}B_z = \vec{\imath_\eta}B_\eta + \vec{\imath_\varphi}B_\varphi,$$

где учтено, что поле в тороидальной системе имеет 2 компоненты ($B_\mu = 0$). Орты систем координат связаны соотношениями

$$\vec{\imath_\eta} = \frac{1}{h_\eta}\left(\vec{\imath_x}\frac{\partial x}{\partial\eta} + \vec{\imath_y}\frac{\partial y}{\partial\eta} + \vec{\imath_z}\frac{\partial z}{\partial\eta}\right), \vec{\imath_\varphi} = \frac{1}{h_\varphi}\left(\vec{\imath_x}\frac{\partial x}{\partial\varphi} + \vec{\imath_y}\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right),$$

где $h_\eta = a/(\cosh(\mu) - cos\eta)$, $h_\varphi = a\,sin\mathrm{h}(\mu)/(\cosh(\mu) - cos\eta)$ – метрические коэффициенты. Частные производные вычисляем, используя (8). В результате получаем

$$B_x = B_\eta \sinh(\mu)\, sin\eta\, cos\varphi/(\cosh(\mu) - cos\eta) - B_\varphi sin\varphi,$$

$$B_y = B_\eta \sinh(\mu)\, sin\eta\, sin\varphi/(\cosh(\mu) - cos\eta) + B_\varphi cos\varphi, \qquad (10)$$

$$B_z = B_\eta\, (\cosh(\mu)\, cos\eta - 1)/(\cosh(\mu) - cos\eta).$$

Магнитные силовые линии определяем из соотношения

$$d\vec{l} = \vec{\imath_x}dx + \vec{\imath_y}dy + \vec{\imath_z}dz = \left(\vec{\imath_x}B_x + \vec{\imath_y}B_y + \vec{\imath_z}B_z\right)dl/B,$$

где $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$, $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$.

На рисунках 1д, 1е приведено то же самое, что на рисунках 1а, 1б. Как видно, область максимальной величины напряженности поля смещена к центру тора. При этом величина напряженности поля во внутренней области меняется в 10 раз.

Интегральная модель

Ромашетс и Вандас сконструировали тороидальное поле [2009], используя решение Лундквиста. Вводится образующий тор с ρ_0 – радиусом поперечного сечения и R – радиусом оси тора. Ось тора расположена в плоскости X0Y лабораторной декартовой системы координат и центр тора совпадает с центром системы. Вводятся вспомогательные цилиндры с радиусом поперечного сечения ρ_0, оси которых лежат в плоскости X0Y и являются касательными к окружности радиуса R – оси тора. Магнитное поле в цилиндре и за его пределами является решением Лундквиста.

Тороидальное поле образуется суммой полей вспомогательных цилиндров с угловым размером $d\varphi$:

$$B_x = A\int_0^{2\pi}(J_1 z cos\varphi/\rho - J_0 sin\varphi)d\varphi,$$

$$B_y = A\int_0^{2\pi}(J_1 z sin\varphi/\rho + J_0 cos\varphi)d\varphi, \qquad (11)$$

$$B_z = -A\int_0^{2\pi}(J_1(x cos\varphi + y sin\varphi - R)/\rho)d\varphi, \text{где } \rho = \sqrt{z^2 + (x cos\varphi + y sin\varphi - R)^2}.$$

Решение Лундквиста является бессиловым полем с постоянной величиной α, все поля вспомогательных цилиндров являются бессиловыми полями с такой же величиной α, следовательно, линейная сумма полей (11) является бессиловым полем с той же величиной α.

Свойства магнитного поля изображены на рисунках 1ж, 1з при $R = 6$, $\alpha = 2.41$, $\rho_0 = 1$. Как видно, магнитное поле расположено за пределами образующего тора (максимальный и минимальный радиусы тора относительно его центра равны 7 и 5, соответственно), проекции силовых линий поля на поперечное сечение заметно отличаются от круговых. Величина напряженности поля меняется в 5 раз. Параметры образующего тора не определяют однозначно объем области, занятой магнитным полем, и ее форму. На других расстояниях компоненты поля (11) представляют магнитные поля, отличающиеся от изображенного на рисунках 1ж, 1з по объему области и форме.

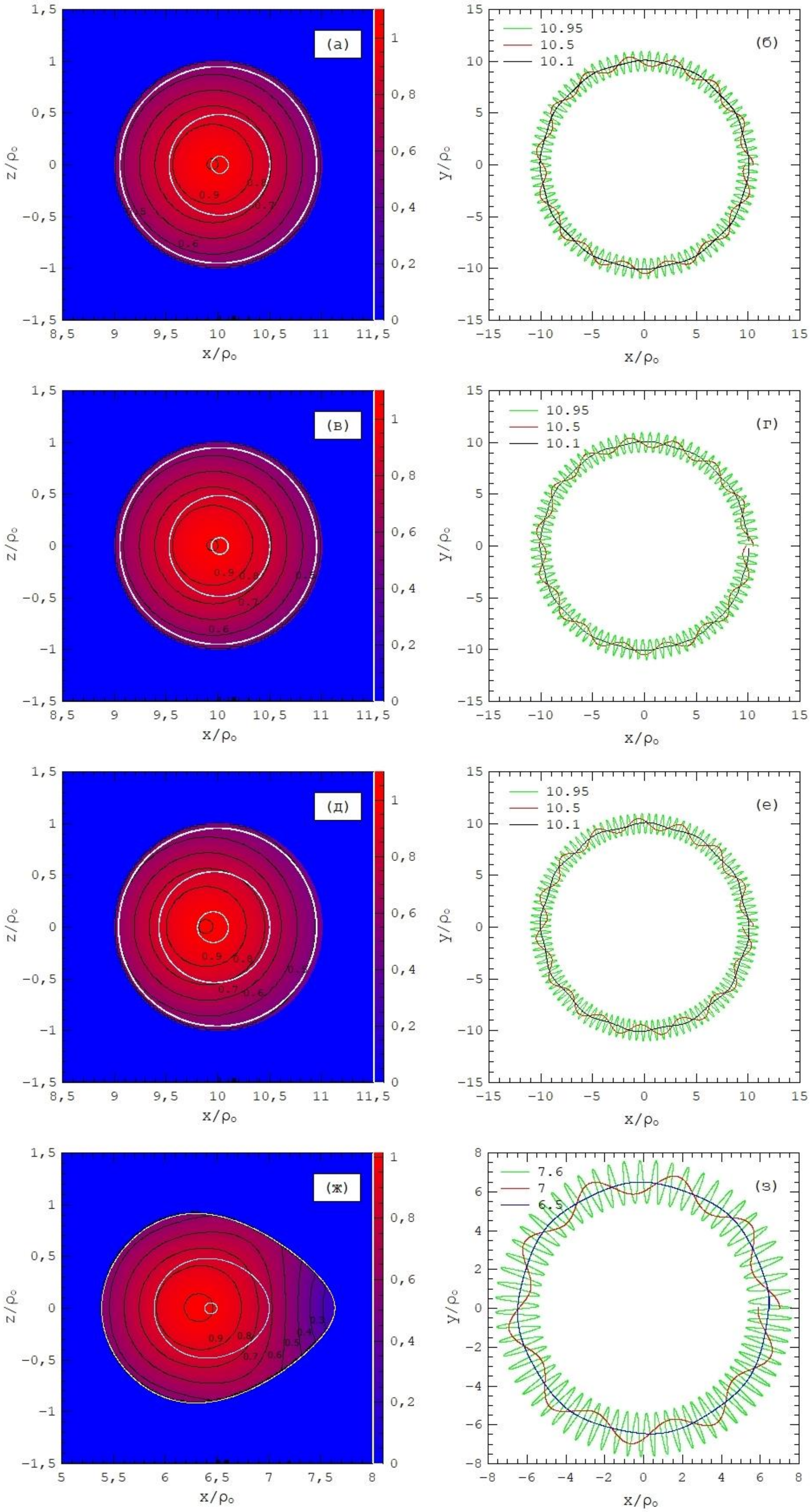
(а)
(б)
(в)
(г)
(д)
(е)
(ж)
(з)
10.95
10.5
10.1
7.6
7
6.5
z/ρ₀
y/ρ₀
x/ρ₀

Рисунок 1. Распределение относительной напряженности магнитного поля (B/B_0) в плоскости, поперечной оси тора, в решении Миллера и Тернера (1а); модифицированного решения Миллера и Тернера (1в); в тороидельном (1д) и интегральном (1ж) решениях Ромашеца и Вандаса, соответственно. Цвет определяет величину напряженности согласно шкале, приведённой на правой стороне рисунков. Черные кривые и цифры возле них – изолинии напряженности. Белые кривые – проекции силовых линий поля для 3-х вариантов, различающихся x-координатой начала силовой линии. Для рисунков 1а, 1в, 1д координаты начальной точки силовых линий $y = 0, z = 0, x/\rho_0 = 10.95, 10.5, 10.1$. Для рисунков 1ж, 1з координаты начальной точки силовых линий $y = 0, z = 0, x/\rho_0 = 7.6, 7, 6.5$. На рисунках 1б, 1г, 1е, 1з представлены проекции магнитных силовых линий на плоскость X0Y для тех же 3-х вариантов. Варианты различаются цветом силовых линий, отмеченных в левом верхнем углу.

Модель Криттинама и Руффоло

Криттинам и Руффоло представили аналитическую модель магнитного поля в петле, изображающей магнитное облако [2009]. Использована квазитороидальная система координат, как в модели Миллера и Тернера (2). В модельном расчете принято $R = 0.5r_e,\ \rho_0 = 0.1r_e$, где r_e – астрономическая единица. В этом случае ось при $\varphi = \pi,\ x/r_e = -0.5$ проходит через Солнце и при $\varphi = 0,\ x/r_e = 0.5$ проходит через Землю. Форма магнитных силовых линий задается двумя соотношениями

$$\rho = d\, cos(\varphi/2),\ \ \theta = w\pi e^{-d/d_0}\sin(\varphi/2) + \theta_0, \qquad (12)$$

где $0 \le \varphi \le 2\pi$, $0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le d \le \rho_0$. Каждая силовая линия определяется величинами d, θ_0 при $\varphi = 0$. Из 1-го соотношения (12) следует, что площадь поперечного сечения петли стремится к нулю при приближении к Солнцу. Величина w равна полному количеству оборотов по углу θ силовой линии, расположенной вблизи оси – спиральность силовой линии. Знак w определяет лево- или правовинтовую спиральность силовых линий магнитного поля: при $w > 0$ левовинтовая спиральность и наоборот. Экспоненциальный множитель во 2-м соотношении (12) посредством множителя d_0 учитывает изменение спиральности при удалении от оси. Построение силовых линий производится также как в модели Миллера и Тернера. С учетом соотношений (12) вычисляем дифференциалы $d\rho = -(d/2)\sin(\varphi/2)d\varphi$, $d\theta = (w\pi/2)\, e^{-d/d_0}\cos(\varphi/2)d\varphi$, которые используем в рекуррентной процедуре. Для расчета компонент магнитного поля учитываем связь между формой силовых линий и компонентами

$$B_\rho = (B_\varphi/h_\varphi)d\rho/d\varphi, B_\theta = (B_\varphi/h_\theta)d\theta/d\varphi.$$

Для B_φ использовано выражение $B_\varphi = B_0/[(d^2/d_0^2 + 1)^{3/2}\, cos^2(\varphi/2)]$, которое учитывает сохранение магнитного потока через поперечное сечение петли. С учетом 1-го соотношения из (12) получаем

$$B_\rho = -\frac{B_0}{2}\sin(\frac{\varphi}{2})\, F\, \frac{\rho}{R+\rho cos\theta},$$

$$B_\varphi = B_0 \cos(\frac{\varphi}{2})\, F\,,$$

$$B_\theta = \frac{B_0 \mathrm{w}\pi}{2} cos^2(\frac{\varphi}{2})\, F\, \frac{\rho}{R+\rho cos\theta} e^{-\rho/[d_0\cos(\varphi/2)]},$$ где $F = [\rho^2/d_0^2 + cos^2(\varphi/2)]^{-3/2}$.

На рисунках 2а, 2в изображены распределения напряженности магнитного поля на плоскость, поперечную оси. Проекции силовых линий представляют собой окружности с центром, совпадающим с осью. На рисунках 2б, 2г приведены проекции 3 силовых линий, расположенных на разных расстояниях от оси, на плоскость X0Y. В расчете использовано $R = 0.5r_e$, $\rho_0 = 0.1r_e$, $w = 8$, $d_0 = 0.07$. Как видно из рисунков 2а, 2б распределение напряженности поля соответствует бессиловому, тогда как распределение спиральности – нет. Если изменить знак показателя экспоненциального множителя во 2-ом соотношении (12), тогда максимумы напряженности и спиральности поля будут на поверхности петли (рисунки 2в, 2г).

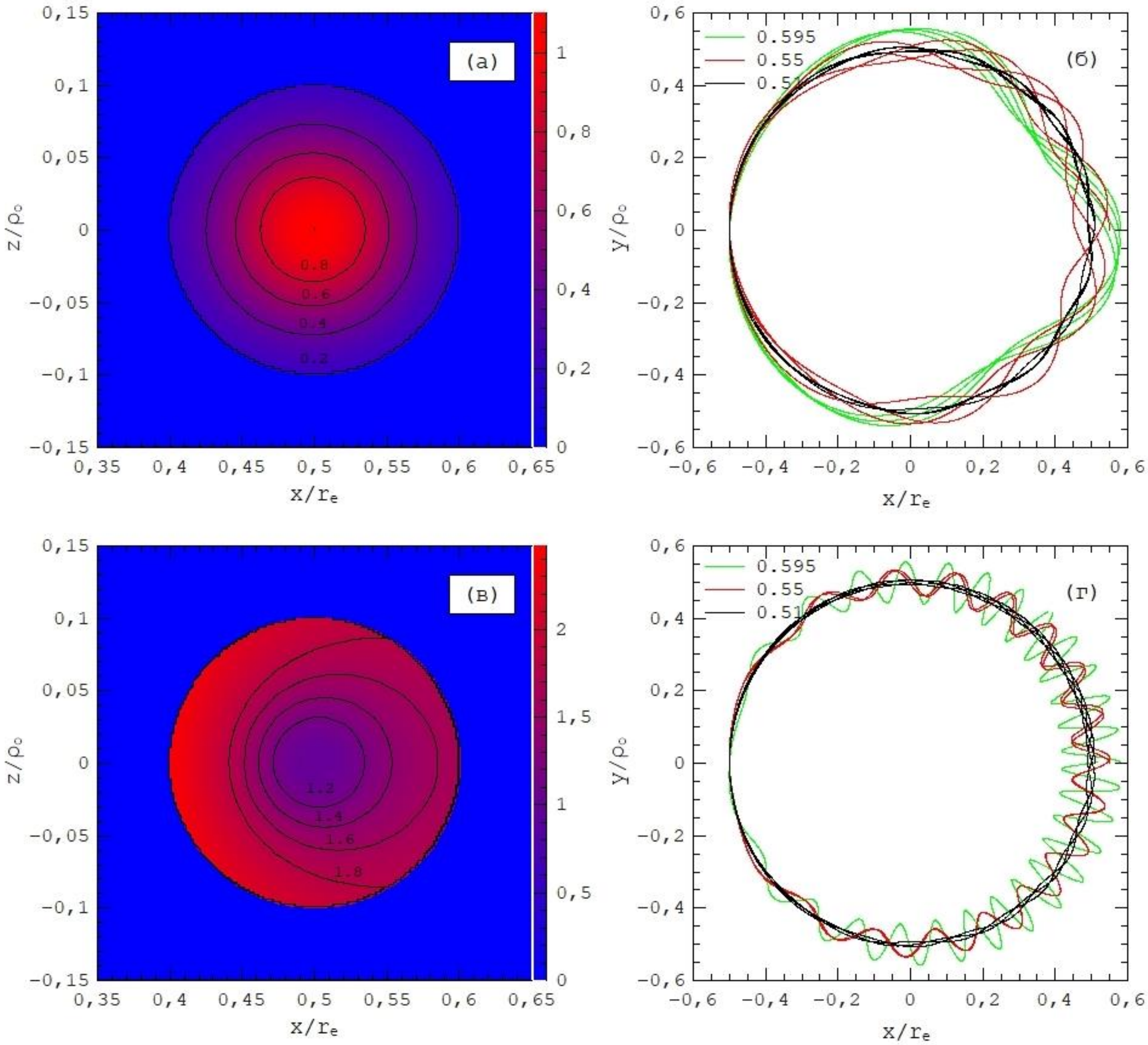

Рисунок 2. Распределение относительной напряженности магнитного поля (B/B_0) в плоскости, поперечной оси петли (2а, 2в). Цвет определяет величину напряженности согласно шкале, приведённой на правой стороне рисунков. Черные кривые и цифры возле них – изолинии напряженности. На рисунках 2б, 2г представлены проекции магнитных силовых линий на плоскость X0Y для 3 силовых линий, различающихся x-координатой начала силовой линии $y = 0, z = 0, x/r_e = 0.595, 0.55, 0.51$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приближенное решение Миллера, Тернера ($\rho_0/R \ll 1$) описывает структуру магнитного поля в торе. Всего возможны четыре варианта структуры поля: на ± компоненту поля вдоль оси тора лево- и правовинтовые спирали. Свойства магнитного поля соответствуют аналогичным свойствам поля в цилиндрической модели Лундквиста. Напряженность поля максимальна на оси тора и в 2 раза превышает напряженность на боковой поверхности. Спиральность поля максимальна на поверхности тора. Модифицированное решение Миллера и Тернера точно удовлетворяет условию соленоидальности. Свойства магнитного поля в решении Миллера, Тернера и модифицированном решении Миллера, Тернера различаются незначительно. Установлено, что приближенное решение Миллера и Тернера достаточно хорошо соответствует точному решению бессилового поля в торе вплоть до $\rho_0/R \leq 0.5$ [Vandas, Romashets, 2015].

Существенно ассиметричное распределение свойств магнитного поля получается в тороидальной модели Ромашетса и Вандаса. Асимметрия распределения сильно зависит от величины R/ρ_0: при уменьшении величины асимметрия возрастает. В интегральной модели результирующее магнитное поле выходит за пределы образующего тора, распределение напряженности поля сильно неоднородное. Параметры образующего тора не определяют однозначно объем области, занятой магнитным полем, и ее форму. На других расстояниях компоненты поля (11) представляют магнитные поля, отличающиеся от изображенного на рисунках 1ж, 1з по объему области и форме. В аналитической модели Криттинама и Руффоло представлены компоненты магнитного поля в петле, изображающей магнитное облако. Площадь поперечного сечения петли стремится к нулю при приближении к Солнцу. Магнитные силовые линии имеют лево- или правовинтовую спиральность. Напряженность магнитного поля и спиральность силовых линий уменьшаются в направлении от оси петли к ее поверхности.

Для описания магнитных полей в магнитных облаках лучше подходят тороидальные модели Миллера, Тернера и Ромашеца, Вандаса.

Реализованные программные коды для пяти моделей магнитного поля с пояснениями доступны по адресу XXX. При использовании кодов необходимо ссылаться на данную статью.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований №18-32-0064 мол_а, Министерства образования и науки Российской Федерации и Сибирского отделения Российской академии наук (Проект II.16.2.2.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Петухова А.С., Петухов И.С., Петухов С.И. Форбуш-понижение космических лучей в тороидальной модели магнитного облака // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2015. Т. 102. № 11. С. 807

Burlaga L. F. Magnetic clouds and force-free fields with constant alpha // Journal of Geophysical Research. 1988. V. 93(A7), P. 7217–7224.

Démoulin, P., Nakwacki, M.S., Dasso, S. et al. Expected in situ velocities from a hierarchical model for expanding interplanetary coronal mass ejections. // Solar Physics. 2008. V. 250 (2), P. 347–374.

Farrugia C.J., Burlaga L.F., Osherovich V.A., et al. A study of an expanding interplanetary magnetic cloud and its interaction with the Earth's magnetosphere: The interplanetary aspect. // Journal of Geophysical Research. 1993. V. 98, P. 7621–7632.

Krittinatham W. and Ruffolo D. Drift orbits of energetic particles in an interplanetary magnetic flux rope // Astrophysical Journal. 2009. V. 704, P. 831–841.

Kuwabara, T., Munakata, K., Yasue, S., et al. Geometry of an interplanetary CME on October 29, 2003 deduced from cosmic rays // Geophysical Research Letters. 2004. V. 31, P L19803.

Leitner M., Farrugia C.J., Möstl C., et al. Consequences of the force-free model of magnetic clouds for their heliospheric evolution // Journal of Geophysical Research. 2007. P. 112.

Lepping R.P., Jones J. A., Burlaga L.F. Magnetic field structure of interplanetary magnetic clouds at 1 AU // Journal of Geophysical Research. 1991, V. 95, P. 11957–11965.

Lundquist S. Magnetohydrostatic fields // Ark. Fys. 1950, V. 2, P. 361.

Marubashi K. and Lepping R. P. Long-duration magnetic clouds: a comparison of analyses using torus- and cylinder-shaped flux rope models // Annals of Geophysics. 2007. V. 25, P. 2453–2477.

Miller G., Turner L. Force free equilibria in toroidal geometry // Physics of Fluids. 1981. V. 24, P. 363–365.

Romashets E. P., Vandas M. Force-free field inside a toroidal magnetic cloud // Geophysical Research Letters. 2003a. V. 30, P. 2065–2069.

Romashets E. P., Vandas M. Interplanetary magnetic clouds of toroidal shapes // Proceedings of International Solar Cycle Studies (ISCS) 2003 Symposium. 2003b. P. 535–540

Romashets E. P., Vandas M. Linear force-free field of a toroidal symmetry // Astronomy and Astrophysics. 2009. V. 499, P. 17–20.

Vandas M., Romashets E. P. Comparative study of a constant-alpha force-free field and its approximations in an ideal toroid // Astronomy and Astrophysics. 2015. V. 580, P. A123.