



DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico III

Métodos Numéricos
Segundo Cuatrimestre de 2015

Integrante	LU	Correo electrónico
Iván Arcuschin	678/13	iarcuschin@gmail.com
Martín Jedwabny	885/13	martiniedva@gmail.com
José Massigoge	954/12	jmmassigoge@gmail.com
Iván Pondal	078/14	ivan.pondal@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

<http://www.fcen.uba.ar>

Índice

1. Introducción	3
2. Modelo	4
2.1. Video	4
2.2. Vecinos	4
2.3. Interpolación Lineal	4
2.4. Interpolación por Splines	5
2.5. Interpolación por Splines con tamaño de bloque variante	5
3. Implementación	6
4. Experimentación	7
4.1. Funcionamiento de los métodos implementados	7
4.2. Determinación del tamaño de bloque del método Spline	7
4.3. Medición del ECM y PSNR de los métodos.	7
4.4. Medición de los tiempos de ejecución de los métodos	8
4.5. Análisis cualitativos de los métodos, fenómeno de artifacts.	8
4.5.1. Artifacts: Movimientos bruscos	8
4.5.2. Artifacts: Imágenes fijas	8
4.5.3. Artifacts: Pantalla negra	8
5. Conclusión	9
6. Referencias	10
7. Enunciado	11

1. Introducción

2. Modelo

2.1. Video

Definiremos un modelo para los videos con el cual sea fácil de trabajar a la hora de realizar el *slow motion*. Dado un video, definiremos:

- w el ancho en píxeles de cada frame.
- h el ancho en píxeles de cada frame.
- f_i el i -ésimo frame, con $0 < i < k$, donde k es la cantidad de frames totales.
- $p(x, y, f_i)$, con $0 < x < w$, $0 < y < h$, el píxel en la posición (x, y) del frame f_i .

Luego, si tomamos $p(x, y, f_i)$ y $p(x, y, f_{i+1})$ querremos agregar una cierta cantidad de píxeles entre ambos, de forma que haya una transición del primero al segundo y se produzca el *slow motion*.

Para elegir que valores agregar entre los píxeles, utilizaremos diferentes métodos de interpolación.

- *Vecinos*: Consiste en rellenar los nuevos frames replicando los valores de los píxeles del frame original que se encuentra más cerca.
- *Interpolación Lineal*: Consiste en rellenar los píxeles utilizando interpolaciones lineales entre píxeles de frames originales consecutivos.
- *Interpolación por Splines*: Consiste en rellenar los píxeles utilizando Splines entre píxeles de frames originales consecutivos. En este método, utilizaremos la información provista por todos los frames del video, y generaremos $k - 1$ funciones, cada una de a lo sumo grado cúbico.
- *Interpolación por Splines con tamaño de bloque variante*: Simliar al anterior, pero con la posibilidad de variar la cantidad de frames tomados en cuenta al generar las funciones.

En las siguientes secciones explicaremos con mayor detalle cada uno de los métodos.

2.2. Vecinos

En este método, eligiremos para cada nuevo píxel el valor del frame original que se encuentre más cercano. Si definimos c como la cantidad de frames a agregar entre cada par original, y g_0, \dots, g_{c-1} los nuevos frames. Tenemos que:

$$\begin{aligned}
 p(x, y, f_i) &= p(x, y, f_i) \\
 p(x, y, g_0) &= p(x, y, f_i) \\
 &\vdots \\
 p(x, y, g_{c/2-1}) &= p(x, y, f_i) \\
 p(x, y, g_{c/2}) &= p(x, y, f_{i+1}) \\
 &\vdots \\
 p(x, y, g_{c-1}) &= p(x, y, f_{i+1}) \\
 p(x, y, f_{i+1}) &= p(x, y, f_{i+1})
 \end{aligned}$$

2.3. Interpolación Lineal

En este método, buscaremos interpolar los píxeles de frames contiguos con una función lineal. Para ello, construiremos un Polinomio Interpolante de grado 1 utilizando *diferencias divididas*, ya que ofrece una construcción más sencilla que al seguir el método de Lagrange.

Luego, si llamamos f a la función (desconocida excepto en los puntos x_j), definimos:

- Diferencia dividida de orden cero en x_j :

$$f[x_j] = f(x_j)$$

- Diferencia dividida de orden uno en x_j, x_{j+1} :

$$f[x_j, x_{j+1}] = \frac{f[x_{j+1}] - f[x_j]}{x_{j+1} - x_j} = \frac{f(x_{j+1}) - f(x_j)}{x_{j+1} - x_j}$$

- Polinomio Interpolante de grado 1 para x_j, x_{j+1} :

$$P_1(x) = f[x_j] + f[x_j, x_{j+1}](x - x_j) = f(x_j) + \frac{f(x_{j+1}) - f(x_j)}{x_{j+1} - x_j} * (x - x_j)$$

2.4. Interpolación por Splines

2.5. Interpolación por Splines con tamaño de bloque variante

3. Implementación

4. Experimentación

En esta sección, se detallan los diferentes experimentos que realizamos para medir el funcionamiento, la eficiencia y calidad de resultados, tanto de forma cuantitativa como cualitativa, de los métodos implementados. Para lograr tal fin realizamos los siguientes tipos de experimentos:

- Funcionamiento de los métodos implementados.
- Determinación del tamaño de bloque del método Spline.
- Medición del ECM y PSNR de los métodos.
- Medición de los tiempos de ejecución de los métodos.
- Análisis cualitativos de los métodos, fenómeno de artifacts.
- VER DE AGREGAR O SACAR EXPERIMENTOS.

4.1. Funcionamiento de los métodos implementados

En este experimento nuestro objetivo fue asegurarnos el correcto funcionamiento de nuestra implementación de la interpolación fragmentaria lineal y spline. Con ese fin, generamos diversas instancias de distintos tamaño y comparamos los resultados obtenidos con los resultados de OCTAVE utilizando la función *interp1*¹ con los parámetros acorde. DETALLE DE LA INSTANCIAS?

4.2. Determinación del tamaño de bloque del método Spline

En este experimento buscamos determinar cual es el mejor tamaño de bloque para el método Spline, teniendo en cuenta el trade-off entre pérdida de precisión para mayor tamaño de bloque y pérdida de performance para menor tamaño de bloque.

Planteamos los siguientes tamaños de bloque: xxxx

4.3. Medición del ECM y PSNR de los métodos.

Sea F un frame del vídeo real (ideal) , y \bar{F} el mismo frame del vídeo efectivamente construidos por alguno de los métodos. Sea m la cantidad de filas de píxeles en cada imagen y n la cantidad de columnas.

Definimos el Error Cuadrático Medio, ECM, como el real dado por:

$$\text{ECM}(F, \bar{F}) = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |F_{k_{ij}} - \bar{F}_{k_{ij}}|^2 \quad (1)$$

A su vez definimos *Peak to Signal Noise Ratio*, PSNR, como el real dado por:

$$\text{PSNR}(F, \bar{F}) = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{\text{ECM}(F, \bar{F})} \right). \quad (2)$$

Ambas medidas nos sirven para realizar un análisis cuantitativo de la calidad de los resultados obtenidos con los distintos métodos.

En este experimento utilizamos las siguientes instancias: INSERTAR INSTANCIA

Los resultados obtenidos son los siguientes: (GRÁFICO COMPARANDO LOS MÉTODOS)

¹https://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/One_002ddimensional-Interpolation.html

4.4. Medición de los tiempos de ejecución de los métodos

COMPLEJIDAD DE RESOLVER UNA INSTANCIA O UN PÍXEL?

A partir de la implementación descrita en la Sección xxx, podemos inferir una complejidad temporal para cada método: Nuevamente, sea m la cantidad de filas de píxeles en cada imagen y n la cantidad de columnas y sea f la cantidad de frames a agregar entre los originales.

- LINEAL: dado que realizamos 3 ciclos, en donde el primero se ejecuta n veces, el segundo m veces y el tercero f veces, la complejidad temporal del mismo es $\Theta(nmf)$.
- VECINOS: situación idéntica al método lineal, realizamos 3 ciclos, en donde el primero se ejecuta n veces, el segundo m veces y el tercero f veces, la complejidad temporal del mismo es $\Theta(nmf)$.
- SPLINE: ??

Es importante mencionar que la complejidad temporal resultante de la creación de los elementos de la clase `vídeo` desde la cual aplicamos los métodos implementados, es de $\Theta(nm(c + f))$, donde c es la cantidad de cuadros originales. Sin embargo no la consideraremos en nuestro análisis, ya que este costo es el mismo para todos los métodos.

Las instancias que utilizamos, en este caso, fueron las siguientes:

Los resultados obtenidos:

4.5. Análisis cualitativos de los métodos, fenómeno de artifacts.

Los *artifacts* son errores visuales resultantes de la aplicación de los métodos. Estos errores visuales se caracterizan por romper la coherencia entre imágenes al generar distorsiones evidentes. Para poder analizar este tipo de fenómeno

4.5.1. Artifacts: Movimientos bruscos

4.5.2. Artifacts: Imágenes fijas

4.5.3. Artifacts: Pantalla negra

5. Conclusión

6. Referencias

7. Enunciado