



**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**  
**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
**Departamento de Computación**

**Simulación de Eventos Discretos 2017**

**TP2: Modelo FHP para un autómeta celular de gas en  
reticulado.**

**Ferreyra Emanuel; Martin Rafael; Postolski Ivan**

**Profesor: Rodrigo Castro**

# Modelo Conceptual

Las ecuaciones de Navier-Stokes reciben su nombre de Claude-Louis Navier y George Gabriel Stokes. Se trata de un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que describen el movimiento de un fluido. Estas ecuaciones gobiernan la atmósfera terrestre, las corrientes oceánicas y el flujo alrededor de vehículos o proyectiles y, en general, cualquier fenómeno en el que se involucren fluidos newtonianos.

$$\rho \left[ \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} \right] = \eta \nabla^2 \underline{u} - \nabla P + \Delta \rho g \hat{y}$$

Yuk! Inertial term. Source of turbulence. See next slide.  
 Zero for steady-state flows  
 Diffusion-like viscosity term. **Warning:**  $\nabla^2 \underline{u}$  is complicated, especially in non-Cartesian geom.  
 Pressure gradient  
 Buoyancy force (e.g. thermal or electromagnetic)  $\hat{y}$  is a unit vector

Figure 1: Ecuaciones de Navier-Stokes

No se dispone de una solución general para este conjunto de ecuaciones, y salvo ciertos tipos de flujo y situaciones muy concretas no es posible hallar una solución analítica. Por lo que en muchas ocasiones es preciso recurrir al análisis numérico para determinar una solución aproximada.

En 1986 Uriel Frisch, Brosl Hasslacher y Yves Pomeau propusieron un modelo (FHP) de “lattice gas” equivalente a resolver las ecuaciones de Navier-Stokes.

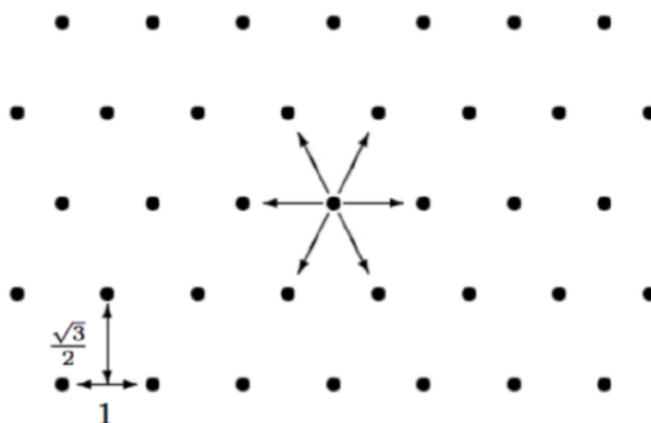


Figure 2: grilla hexagonal propuesta por FHP

La dinámica tendrá las siguientes propiedades:

1. Cada nodo es una celda hexagonal,

2. Cada nodo puede o no tener una partícula,
3. Cada partícula tiene una dirección de movimiento.

En cada paso de la simulación se deben respetar dos invariantes:

1. La cantidad de partículas no cambia.
2. El momento se mantiene constante.

Para ello las reglas de resolución de choques deben ser consecuentes con estos invariantes.

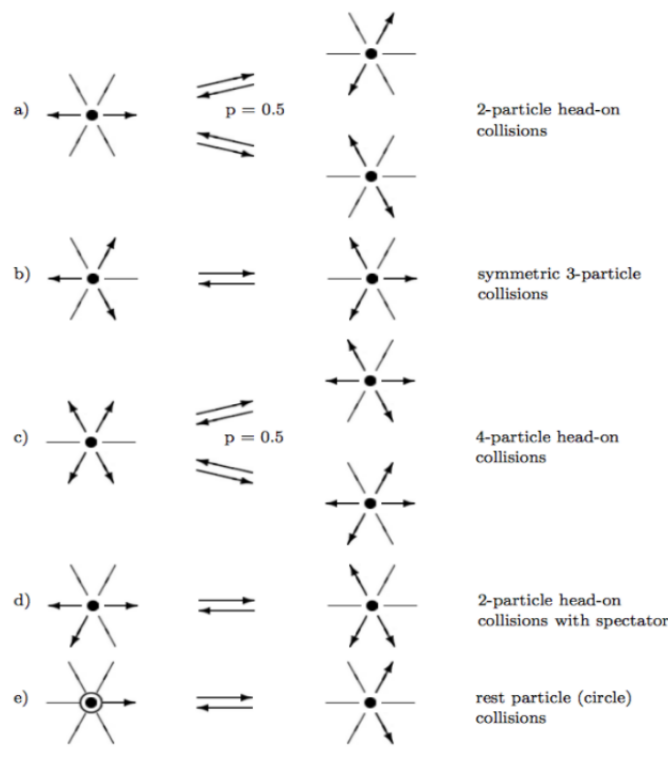


Figure 3: Ejemplos de resolución de choque para algunas partículas

El objetivo del trabajo es implementar este modelo en Cell-Devs y simular algunos casos sencillos, principalmente el de un fluido “viajando” por un caño con obstrucciones.

## Dificultades, Simplificaciones y Modelado

La primer simplificación del modelo fue la reducción de las colisiones a analizar. Las dificultades para manejar eventos simultáneos en Cell-DEVS generaban inconvenientes en identificar como resolver los choques para actualizar las posiciones de las partículas puesto que cada una de ellas debe observar a toda su vecindad y esta estar sincronizada para poder actualizar el valor.

Por esto es que decidimos que el gas tuviera una direccionalidad limitando a tres las posibles velocidades de las partículas (derecha, arriba-derecha, abajo-derecha). Haciendo esto reducimos la resolución de choques a propagar el gas en la dirección que llevaba, como si estuviera en un caño. En esto, simplemente hay que tener cuidado con los límites superior e inferior. Es importante aclarar, que teniendo este supuesto, todas las celdas se comportan de la misma manera, ya sean de filas pares o impares, algo que en realidad no sucede en este tipo de modelos hexagonales.

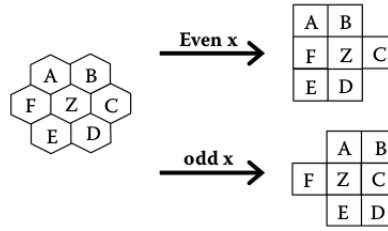


Figure 4: Vecindades hexagonales

Como el gas se mueve solo en una dirección (a la derecha), cada celda debe mirar que hay en sus tres vecinos de la izquierda para actualizarse, comportándose todas como si pertenecieran a filas pares.

Con el fin de que dicha actualización se realice con las celdas sincronizadas es que el valor de cada célula es una tupla que contiene la dirección en la que se está propagando el gas y el paso temporal en el que esto sucede. Esto lo hacemos vía los macros *AdelanteSincronizado*, *AdelanteSincronizadoMasUno* y *AtrasSincronizado*.

Para las direcciones utilizamos una codificación basada en la escritura única en base 2. La dirección arriba a la derecha representada por  $2^0$ , a la derecha por  $2^1$  y abajo a la derecha por  $2^2$ . Así, el valor  $5 = 2^0 + 2^2$  en una celda representa que hay dos partículas, una moviéndose hacia arriba y la otra hacia abajo (ambas hacia la derecha).

Con esta idea, los valores para identificar los bordes son 8 y 16 para los correspondientes superior e inferior. En los casos que la partícula se dirija hacia un borde, ésta rebotará con dirección opuesta, lo cual es una excepción a la invarianza del momento. Utilizamos macros para chequear estas condiciones y obtener el comportamiento deseado.

Las dos limitaciones de nuestra implementación que terminaron siendo las más restrictivas con respecto a los experimentos que queríamos hacer fueron que las partículas no puedan volver y que no podamos tener dos partículas en la misma celda moviéndose en la misma dirección.

## Testing

Para testear que las interacciones se sucedieran como era esperado trabajamos con cuadrículas con bordes superior e inferior colocando en el extremo izquierdo de esta una columna de datos iniciales diferentes cada vez, y chequeando que

la columna de gas se moviera hacia la derecha resolviendo correctamente las colisiones y manteniendo cada partícula la dirección adecuada.

## Experimentación mediante Simulación

### Resultados de la simulación

Entre los experimentos que planeábamos hacer se encontraban analizar como evolucionaba el gas en un tubo angostándose, o cómo interactuaba con otras partículas sólidas fijas dispuestas en el medio del ambiente, o un modelo del tipo Ehrenfest (que por estar teóricamente resuelto sería idóneo para validar). La realidad es que la limitación de no poder modelar dos partículas en la misma posición moviéndose en la misma dirección hizo que estas tres situaciones estuvieran fuera de nuestro alcance.

La experimentación que pudimos llevar a cabo satisfactoriamente fue la de considerar separaciones horizontales entre dos sectores por los que se mueve gas y, eventualmente, eliminar dicha separación. Con esto el espacio en el que se mueve el gas se ve repentinamente más grande y partículas de los dos sectores comienzan a interactuar.

Este modelo es un comienzo para algo que a futuro podrá desarrollarse mejor, incorporando reglas y restricciones para darle más direccionalidad al movimiento de las partículas de gas.