

Optimización

¿Que es?

Es un método que permite establecer, mediante el uso de ecuaciones, los valores que toman las variables, de manera que se pueda obtener el mejor resultado posible. El valor optimo es el mejor resultado hallado, cuando se cumplen todas las restricciones

Criterio de optimización:

El objetivo de la función, es decir si se desea maximizar o minimizar. Maximizar es encontrar el valor mas alto de la función y minimizar es encontrar el valor mas bajo. En conclusión, define la dirección en la que se mueve la función objetivo, buscando el optimo

Componentes I:

Función objetivo:

Función que contiene las variables de las cuales se desean definir los valores, para obtener el resultado buscado o meta. Esta depende del criterio de optimización, es decir que, es la función que se minimiza o se maximiza

Conjuntos:

Son los elementos del problema, es decir que van a condicionar las variables y los parámetros

Parámetros:

Son los valores conocidos del problema. Forman parte de él, lo determinan, pero se conoce su valor.

Componentes II:

Variables:

- ✓ Aportan o contribuyen a la función objetivo. El propósito es definir o determinar su valor.
- ✓ Al conocer su valor, se obtiene el valor optimo.
- ✓ Los tipos de variables son, continuas, enteras, binarias y se pueden tener combinaciones de las mismas

Restricciones:

- ✓ Son las ecuaciones matemáticas que expresan las limitantes o condicionantes del problema.
- ✓ Se expresan mediante desigualdades (mayor o igual que, menor o igual que) e igualdades
- ✓ Definen las cotas superiores o inferiores para las variables
- ✓ Crean la región de soluciones, es decir, la región donde se pueden encontrar los valores de las variables

Otros elementos:

Solución infactible:

Después de aplicar un método de solución, este no encuentra una solución viable, no hay región de factibilidad

Solución factible:

Solución factible o viable es aquella que cumple con todas las restricciones.

Optimo global:

Es la mejor solución de un problema que contiene varios óptimos locales

Optimo local:

El optimo de una región específica en la que se está buscando

Ejemplo 1:

Tenemos presupuesto de \$10 y deseamos gastarnos el dinero en productos que nos permitan maximizar la satisfacción (felicidad). Sabemos que hay 7 productos en el mercado que nos haría muy feliz comprarlos

Producto	Grado o nivel de satisfacción	Precio
chocolate	1	1
papas	2	2
arequipe	2	1
masmelos	3	2
chicles	1	1
platanitos	3	2
maní	2	2

Conjuntos:

- producto

Parámetros:

- Precio
- NivelSatisfaccion
- Presupuesto

Función objetivo:

Maximizar: satisfacción * cantidad producto

Variables:

X: cantidad de unidades de producto de cada tipo

Restricciones:

1. El dinero que se utiliza para comprar los productos no puede ser mayor al presupuesto

Ejemplo 2:

Una empresa fabrica 2 tipos de producto, a partir de una materia prima. Los productos se venden a granel. Se cuenta con una cantidad específica de materia prima en el inventario y se quiere maximizar el ingreso de la empresa, entendiendo que esta dado por el precio de cada producto y la cantidad de kilos que se venda de cada uno

Producto	Cantidad requerida de MP por kilo de producto terminado	Precio por kilo	Cantidad mínima de kilos a producir
A	1.3	\$ 3,700	68
B	3.1	\$ 4,000	80

Los productos se fabrican en la misma maquina y ésta tiene una capacidad máxima de 300 kilos de producto terminado.

La cantidad de materia prima que hay en el inventario es 800 kilos

Conjuntos:

- producto

Parámetros:

- Precio
- CapacidadMaquina
- InventarioMax
- CantidadMinima
- CantidadRequerida

Función objetivo:

Maximizar: Cantidad * precio

Variables:

X: cantidad de kilos de cada tipo de producto

Restricciones:

1. El consumo de materia prima debe ser inferior o igual a la cantidad de materia prima que esta disponible
2. La cantidad de producto fabricado debe ser inferior a la cantidad de producto que puede hacer la maquina
3. La cantidad de producto que se fabrique debe ser superior a la cantidad que se solicita

Ejemplo 3:

Se desean fabricar cinco tipos de producto en una sola maquina, de manera que el plan de producción permita obtener la mayor utilidad posible. Los datos son los siguientes:

Producto	Tiempo (minutos)	Utilidad/unidad
Producto A	1	10
Producto B	3	8
Producto C	2	5
Producto D	3	5
Producto E	1	8

La capacidad de la maquina es de 480 minutos

Conjuntos:

- producto

Parámetros:

- Utilidad
- Tiempo

Función objetivo:

Maximizar: Cantidad * utilidad

Variables:

X: cantidad de cada tipo de producto

Restricciones:

1. La cantidad de horas usadas debe ser inferior o igual a la cantidad de horas disponibles

Ejemplo 4:

Una empresa de producción desea minimizar el costo total de almacenamiento. La empresa puede decidir si usar la bodega propia y/o usar una bodega de un tercero

- El costo de la bodega propia es de \$15 por unidad
- El costo de la bodega arrendada es de \$5 por unidad
- La capacidad de la bodega propia es de 500 unidades
- La capacidad de la bodega arrendada es de 1000 unidades
- El costo de transporte a la bodega arrendada es de \$7 por unidad
- El total de unidades que deben almacenarse en el periodo es de 750
- Por una disposición del manejo de los activos de la empresa, la bodega propia no puede tener una ocupación inferior al 80%

Conjuntos:

- Tipo bodega

Parámetros:

- CostoBodega
- Capacidad
- CostoTransporte
- Requerimiento
- OcupacionMinima

Función objetivo:

Minimizar: $\text{CostoBodega} * \text{cantidad} + \text{CostoTransporte} * \text{cantidad}$

Variables:

X: cantidad de producto en cada tipo de bodega

Restricciones:

1. La cantidad de producto almacenado en cada bodega, debe ser inferior a su capacidad
2. Lo que se almacene en las dos bodegas debe ser igual a un requerimiento
3. Lo que se almacena en la bodega propia no puede ser menor al 80% del total almacenado

Ejemplo 5:

Una empresa de producción que fabrica 4 referencias (A,B,C,D) desea minimizar el costo asociado a la distribución. Al no tener flota propia, paga por kilo a una empresa de distribución.

Los datos del problema son los siguientes:

	A	B	C	D
Kilos/unidad	2	3	1	4
Costo/unidad	12	23	34	22
Penalización por no entrega	2	1	4	3
Demanda	30	34	45	60

La empresa transportadora, por temas contractuales con otros clientes, solo tiene una capacidad disponible de 400 kilos

Conjuntos:

- referencia

Parámetros:

- Penalizacion
- Costo
- Peso
- Demanda
- Capacidad

Función objetivo:

Minimizar: Penalizacion * Faltante + costo * cantidad de kilos a transportar

Variables:

- X: Cantidad de kilos por referencia a transportar
- F: Faltante en kilos por referencia

Restricciones:

1. La cantidad de kilos a transportar no puede sobrepasar la capacidad disponible
2. La cantidad de faltante es igual a la demanda menos lo que se transporta

Ejemplo 6:

Una empresa productora de alimentos tiene 3 cultivos propios de donde saca la materia prima para el procesamiento. La empresa cuenta con 2 plantas de producción que se encargan de recibir la materia prima proveniente de los cultivos y procesarla para obtener su único producto, cuya demanda al mes es de 10 toneladas

	Cultivo A	Cultivo B	Cultivo C
Producción máxima de toneladas al mes	6	7	5
Costo de produccion de un kilo de MP	420	350	480

Rendimiento de la materia prima (cantidad de kg de PT por 1 kg de MP):

	Cultivo A	Cultivo B	Cultivo C
Planta 1	0.6	0.7	0.8
Planta 2	0.67	0.89	0.77

Los costos de transporte son los siguientes:

	Planta 1	Planta 2
Cultivo A	800	876
Cultivo B	657	760
Cultivo C	765	875

Conjuntos:

- plantas
- cultivos

Parámetros:

- ProduccionMaxima
- CostoProduccion
- CostoTransporte
- RendimientoMP
- Demanda

Función objetivo:

Minimizar: $\text{CostoProduccion} * \text{Cantidad de producto terminado} + \text{CostoTransporte} * \text{Cantidad de producto terminado}$

Variables:

- X : Cantidad de producto terminado fabricado a partir de la materia prima del cultivo c , en la planta j

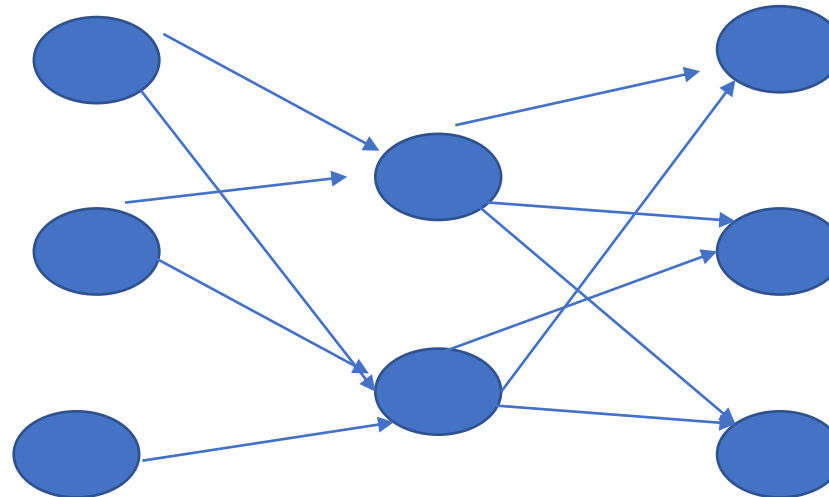
Restricciones:

1. La cantidad de materia prima extraída de cada cultivo, no puede sobrepasar la cantidad máxima
2. La demanda debe cumplirse

Ejemplo 7:

Una empresa que fabrica juguetes tiene 3 fabricas ubicadas en diferentes regiones del país. Adicionalmente, cuenta con 2 centros de distribución. La empresa puede decidir si envía el producto directamente o por medio de los CD.

- Existen costos de fabricación, transporte
- Es necesario cumplir con la demanda
- Se deben minimizar los costos



Conjuntos:

- Origen
- Destino

Parámetros:

- CostoTransporte
- CostoProduccion
- Demanda

Función objetivo:

Minimizar: $\text{CostoTransporte} * \text{Cantidad de juguetes} + \text{CostoProduccion} * \text{Cantidad de juguetes}$

Variables:

- X : Cantidad de juguetes a transportar de i a j

Restricciones:

1. La demanda debe cumplirse
2. Lo que salga de un nodo tuvo que haber llegado a ese nodo desde otro