

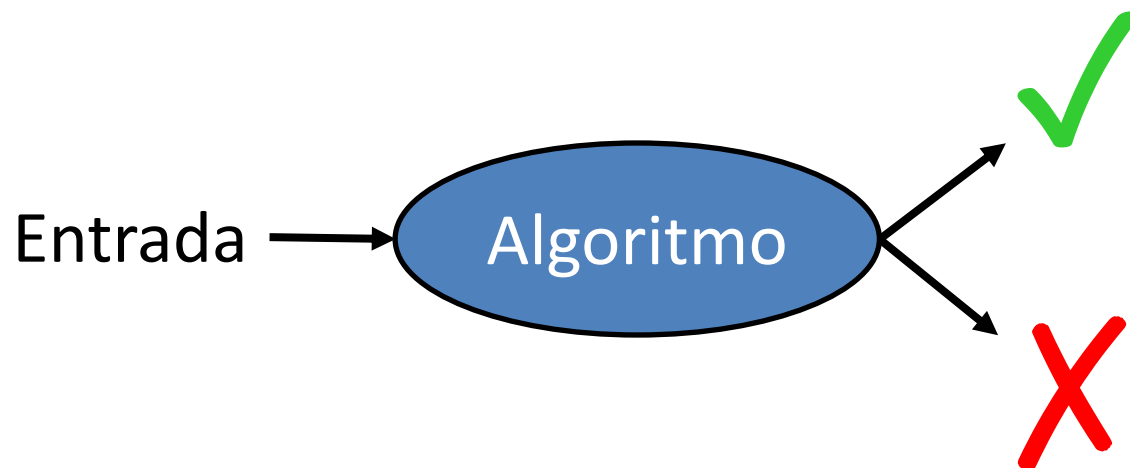
Máquinas de Turing

Jaime A. Pavlich Mariscal

Juguemos un rato...

- <https://playgameoflife.com/>

Problemas de decisión



Problemas indecidibles

- Problema de decisión
- Imposible construir un algoritmo que
 - Responda sí o no correctamente, para todas las posibles entradas

El juego de la vida es **indecidable**

- Dados dos patrones A y B
- Es imposible construir un algoritmo que determine si desde A se puede llegar a B
- Obviamente:
 - Debe ser un algoritmo más breve que ejecutar el juego de la vida propiamente tal 😊

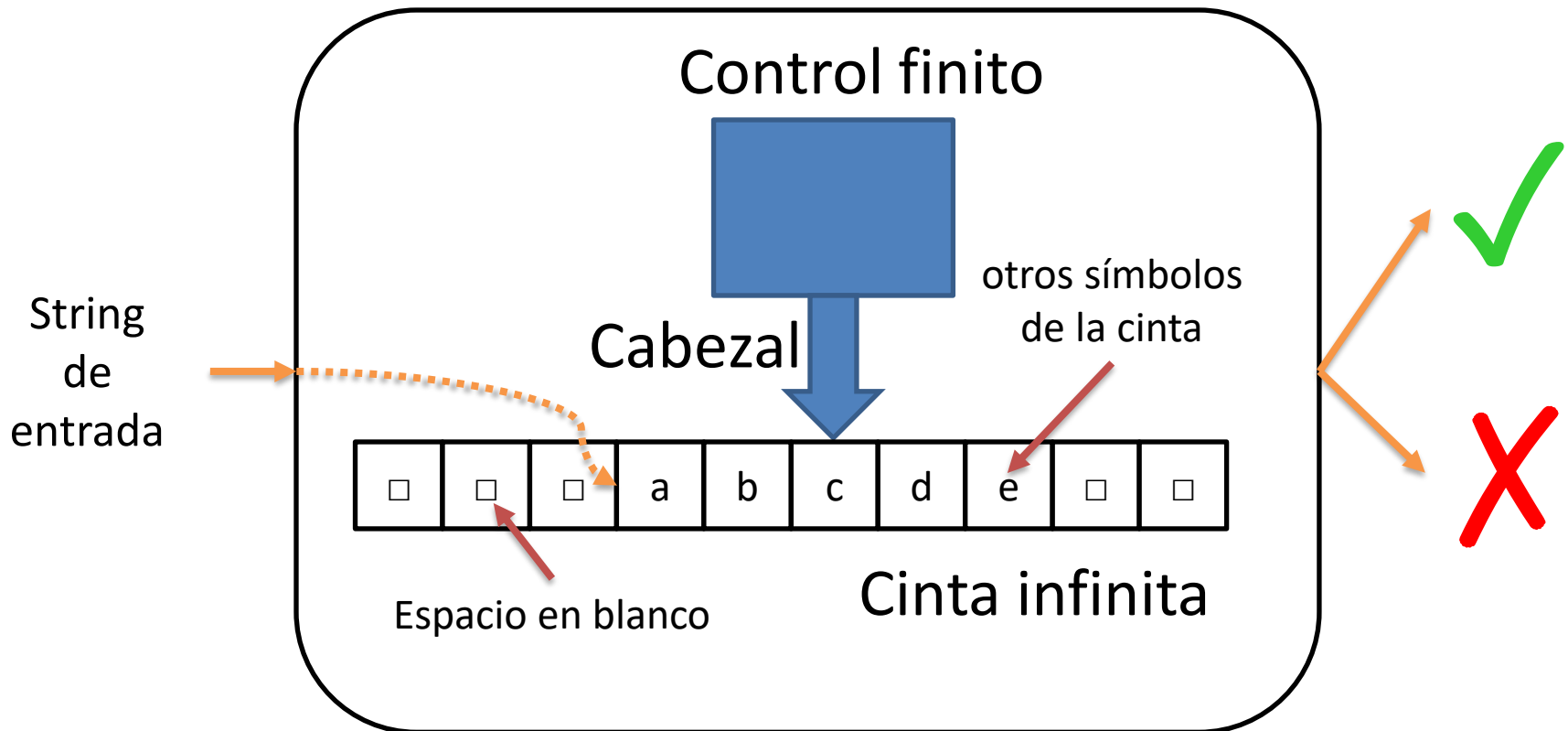
El problema de la detención es indecidible

- Datos
 - Un programa
 - Los datos de entrada suministrados a dicho programa
- Determinar (para cualquier programa y datos de entrada)
 - Si el programa termina en algún momento
 - O sigue ejecutándose infinitamente
- Obviamente:
 - No está permitido ejecutar el programa propiamente tal

Máquina de Turing

- Modelo abstracto de un computador
- ¿Por qué es importante?
 - Determinar qué problemas se pueden resolver con un computador
 - Base para análisis de algoritmos
 - Complejidad, problemas tratables e intratables

Máquina de Turing - Estructura

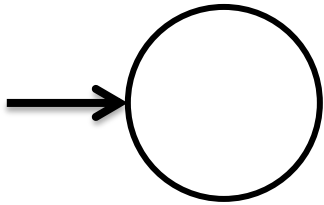


Máquina de Turing - Comportamiento

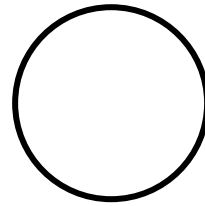
- Por cada *movimiento* se realizan 3 acciones
 - Cambiar de estado
 - Puede saltar al mismo estado en que se encuentre
 - Escribir un símbolo en la celda apuntada por el cabezal
 - Puede escribir el mismo símbolo que había en la celda
 - Mover el cabezal (izquierda o derecha)

Notación

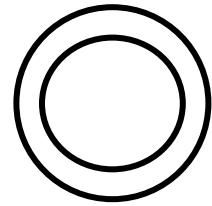
Estados



Estado inicial

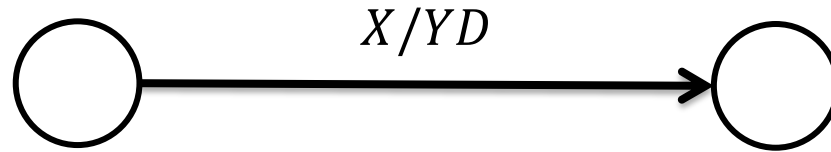


Estado



Estado final

Transiciones



- X : Símbolo que **debe** estar en la celda apuntada por el cabezal
- Y : Símbolo a escribir en la celda apuntada por el cabezal
 - X/X : La celda no cambia
 - X/Y : Se reemplaza X por Y en la celda
 - X/\square : Se borra X (se reemplaza por espacio en blanco)
- D : Dirección en la que se mueve el cabezal

← →

Ejemplo

- Escriba una MT que reconozca el siguiente lenguaje

$$\{0^n 1^n | n \geq 1\}$$

Definición Formal

- Un Máquina de Turing (MT) es la siguiente tupla:

$$MT = (Q, \Sigma, \Gamma, D, \delta, q_0, \square, F)$$

Q : Conjunto finito de *estados*

$\Sigma \subset \Gamma$: Alfabeto de *entrada*

Γ : Alfabeto de la *cinta*

$D = \{\leftarrow, \rightarrow\}$: Direcciones de movimiento del cabezal

$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times D$: *Función de transición*.

$q_0 \in Q$: *Estado inicial*

$\square \in \Gamma$: Símbolo de *espacio en blanco*

$F \subseteq Q$: Conjunto de *estados finales* o de aceptación

Ejercicios – Construya una MT que

- Sume 2 números
 - Codificación
 - $11111 = 5$
 - $111 = 3$
 - $11111+111 = 5 + 3$
 - El resultado puede quedar en cualquier parte de la cinta
- Reste 2 números A y B ($A \geq B$)
 - Codificación (similar)
 - $11111-111 = 5 - 3$
- Reconozca el lenguaje $\{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$