

Esercizio 3

31 Ottobre 2025

Gittata di un cannone medioevale

Vogliamo calcolare la gittata di un cannone tipico medioevale considerando anche la resistenza dell'aria. Valuteremo la differenza rispetto al caso ideale senza attrito al variare dell'angolo di lancio θ (alzo) e della velocità iniziale v_0 . Consideriamo tipici proiettili sferici di raggio $r = 5$ cm e di densità 2.7 g/cm^3 (granito) la velocità iniziale dei proiettili era tra 100 m/s e 200 m/s. La forza di attrito dovuta all'aria ha la direzione opposta a quella della velocità ed in modulo vale:

$$F_{att} = \frac{1}{2} \rho_{aria} C_d A v^2 \quad (1)$$

con $\rho_{aria} = 1.22 \text{ kg/m}^3$ (valore tipico), $C_d = 0.47$ coefficiente di resistenza aerodinamica per una sfera, $A = \pi r^2$ area della sezione trasversale del proiettile, v velocità del proiettile. Ci ricordiamo che nel caso ideale senza attrito la gittata è

$$d_{ideal} = 2 \frac{v_0^2}{g} \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (2)$$

Per faremo un programma che propaghi il moto usando i metodo *Eulero esplicito* e *Runge-Kutta a 4 punti*. Il programma avrà la possibilità di annullare la forza di attrito in maniera da controllare il buon funzionamento riproducendo il risultato ideale. Per calcolare la gittata andremo a valutare la coppia di time-steps in cui la coordinata verticale del proiettile cambia segno. Poi faremo un'interpolazione lineare

Consiglio di usare $\theta = 45^\circ$, $v_0 = 100 \text{ m/s}$ e $\Delta t = 0.001 \text{ s}$.

E' utilizzare usare arrays di *numpy* di dimensione 4 per le coordinate generalizzate. l'istruzione *while* può tornar utile:

```
...
found=False
while(not found):
    y1=y0+forza_generalizzata(y0,m,g, Catt)*dt
    if (y0[1]*y1[1]<0):
        gitt=y0[0]-(y1[0]-y0[0])/(y1[1]-y0[1])*y0[1]
        found=True
    y0=y1
...
```