

Visión Computacional

Ivan Sipiran

Matching de descriptores

Una vez que tenemos keypoints y descriptores locales, queremos encontrar correspondencias

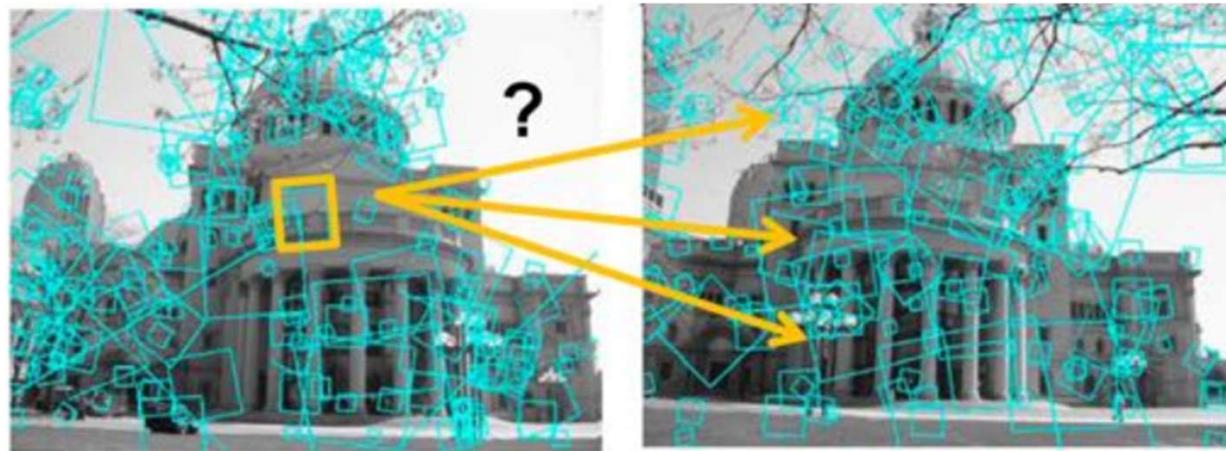
- Correspondencia entre parte local de un objeto en una imagen a la misma parte local en otra imagen



Matching de descriptores

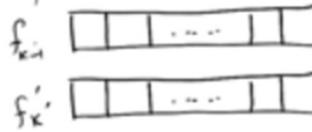
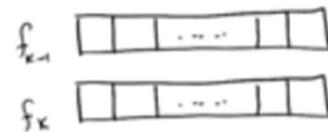
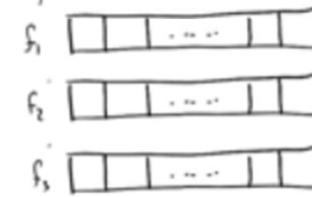
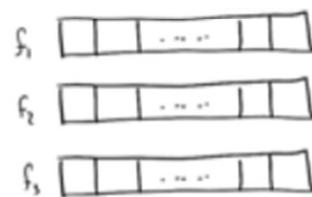
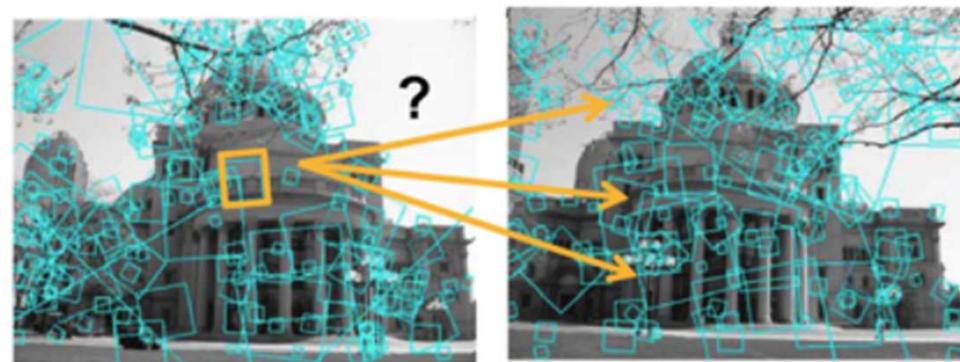
Una vez que tenemos keypoints y descriptores locales, queremos encontrar correspondencias

- Correspondencia entre parte local de un objeto en una imagen a la misma parte local en otra imagen



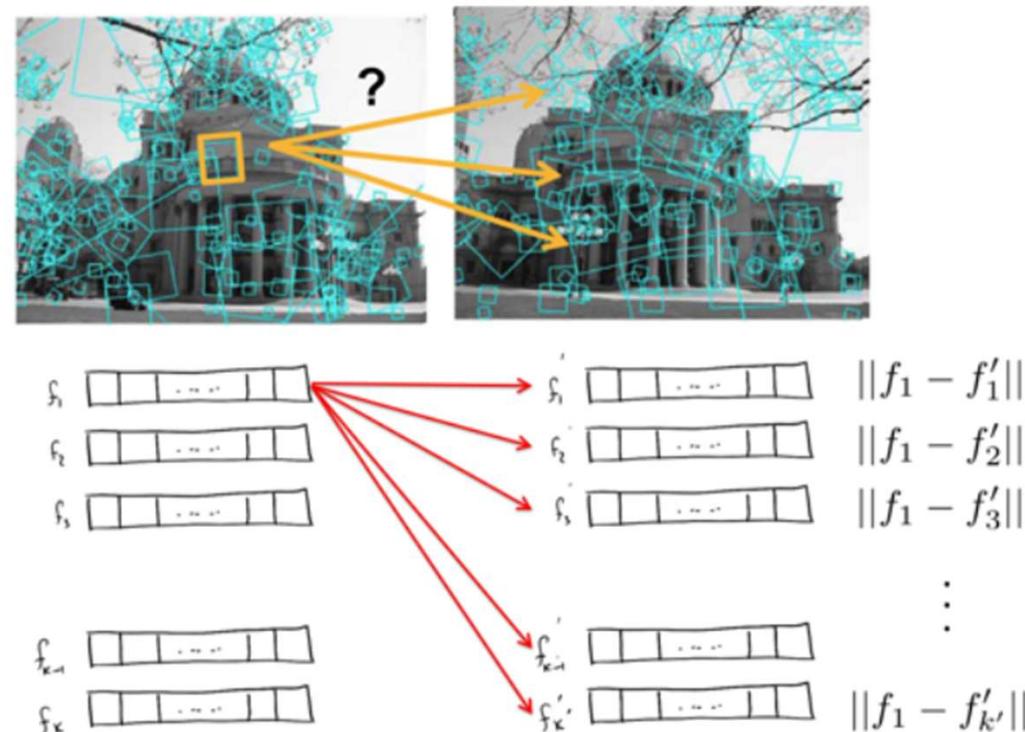
Matching de descriptores

Idea simple: comparar a través de distancia Euclídea



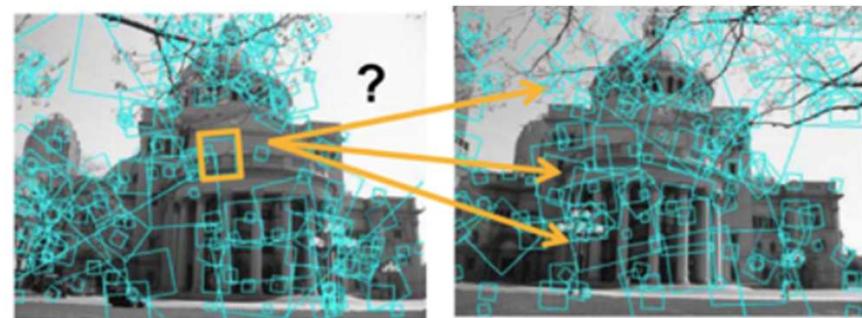
Matching de descriptores

Idea simple: Encontrar el match más cercano.



Matching de descriptores

Idea simple: Encontrar el match más cercano. Cómo sabemos que es confiable?



$$f_1 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}}$$

$$f_2 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}}$$

$$f_3 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}}$$

$$f_{k-1} \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}}$$

$$f_k \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}}$$

$$f'_1 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}} \quad ||f_1 - f'_1||$$

$$f'_2 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}} \quad ||f_1 - f'_2||$$

$$f'_3 \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}} \quad ||f_1 - f'_3||$$

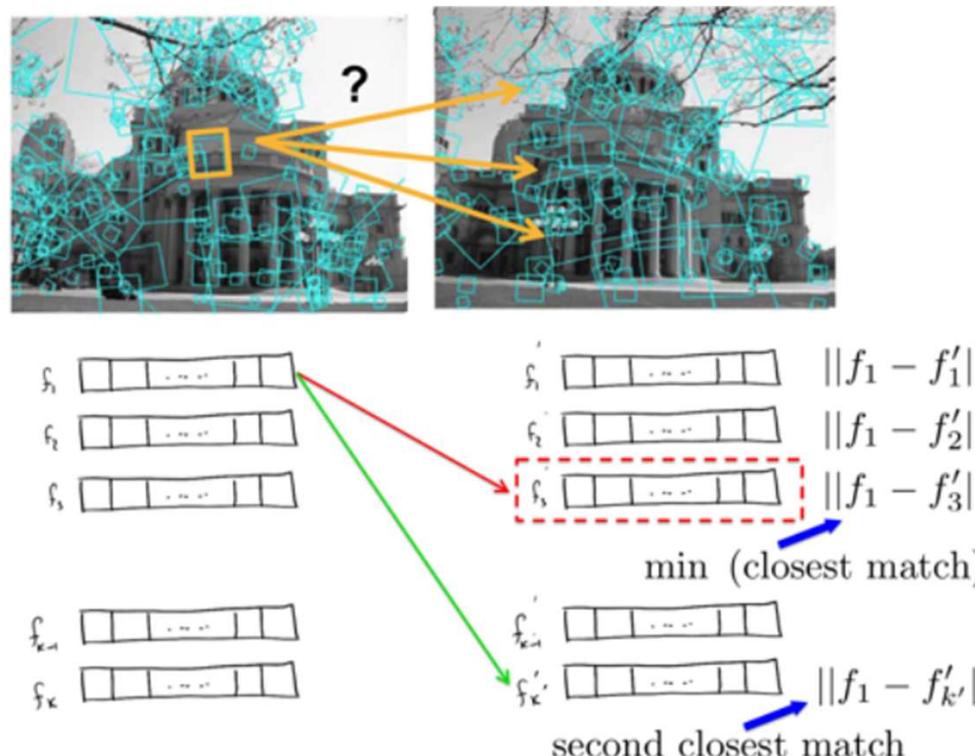
min (closest match)

$$f'_{k-1} \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}}$$

$$f'_k \quad \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \hline \end{array}} \quad ||f_1 - f'_k||$$

Matching de descriptores

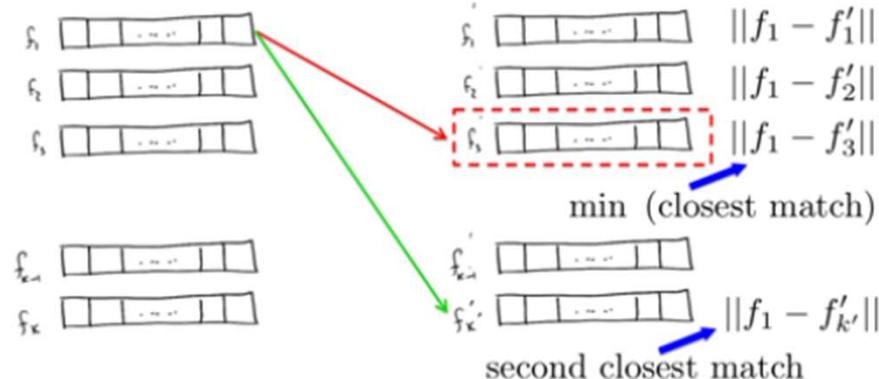
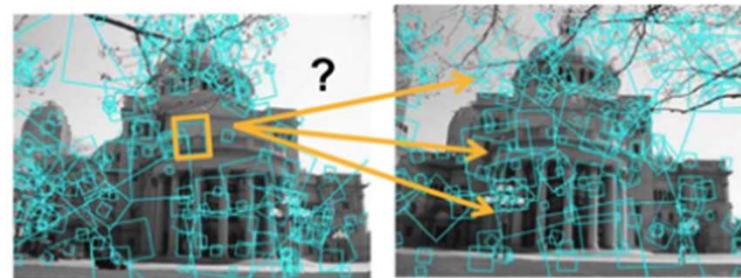
Idea simple: Comparar el primer match más cercano con el segundo match más cercano



Matching de descriptores

Computar el ratio

$$\phi_i = \frac{\|f_i - f'_i\|}{\|f_i - f''_i\|}$$



Aplicaciones

Correspondencias Estéreo



Aplicaciones

Reconocimiento de objetos



Schmid and Mohr 1997



Sivic and Zisserman, 2003



Rothganger et al. 2003



Lowe 2002

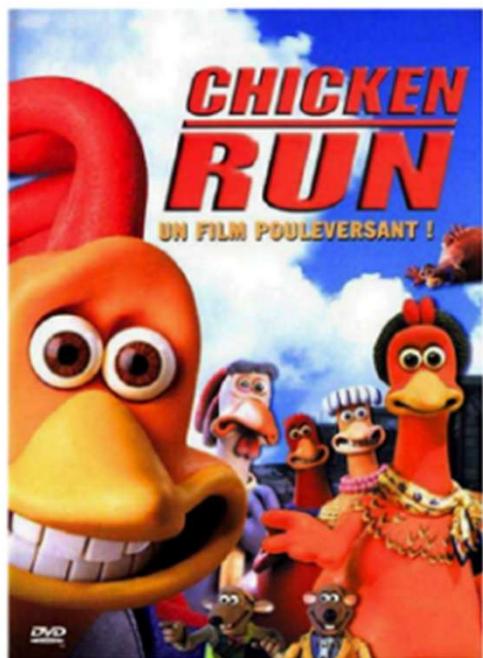
Aplicaciones

Tracking de movimiento



Matching

Qué tipo de transformación existe en ese objeto?

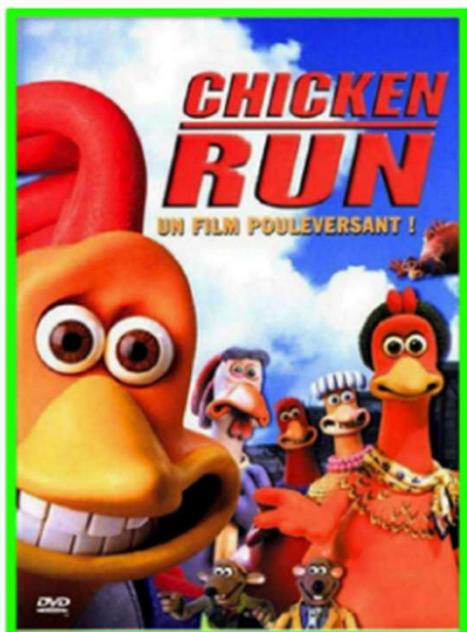


$T?$

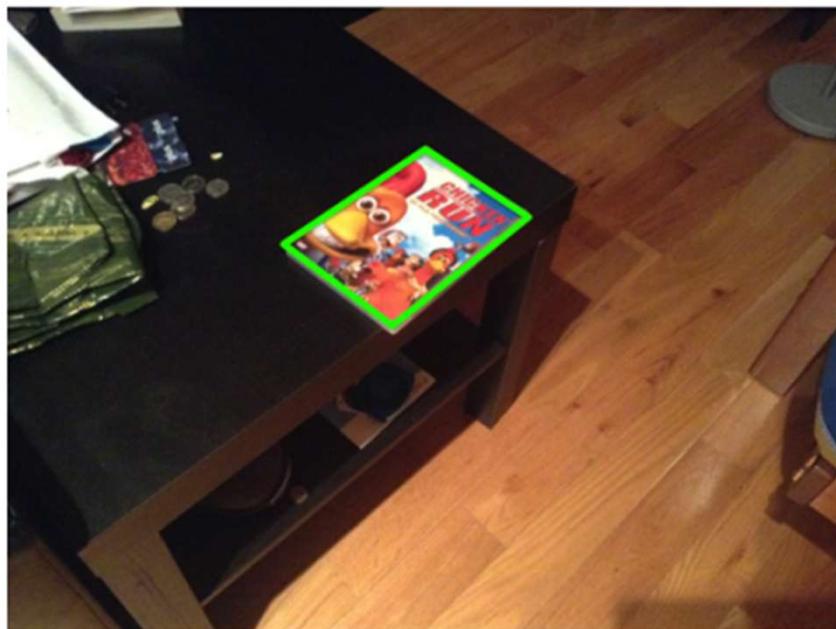


Matching

Rectángulo se convierte en paralelogramo



T?
→



Matching

Transformaciones 2D lineales

- Escala
- Rotación
- Shear
- Reflexión

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Matching

Transformaciones 2D lineales – Propiedades

- Origen a origen
- Líneas a líneas
- Líneas paralelas permanecen paralelas
- Proporciones se preservan
- Cerradas ante composición

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Matching

Transformaciones Afines

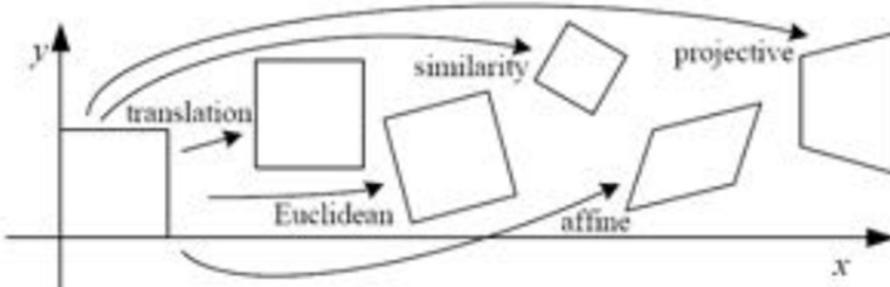
- Transformaciones lineales
- Traslación

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

- Representado como

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

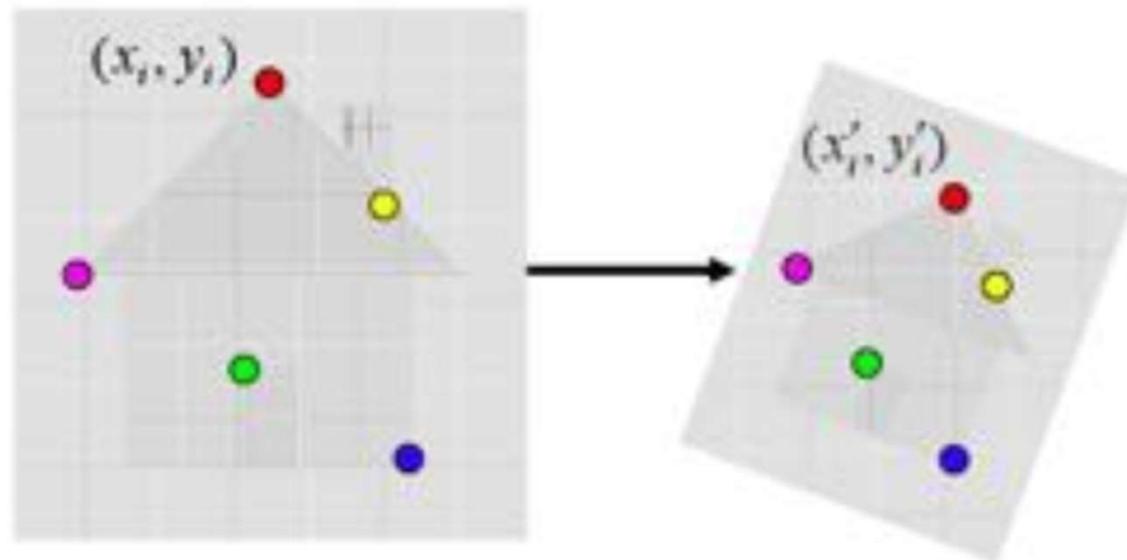
Transformaciones



Transformation	Matrix	# DoF	Preserves	Icon
translation	$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	2	orientation	
rigid (Euclidean)	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	3	lengths	
similarity	$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	4	angles	
affine	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	6	parallelism	
projective	$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$	8	straight lines	

Transformaciones Afines

Aproximan cambios de vista en objetos planares



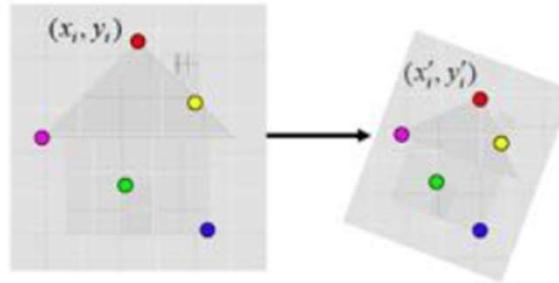
Transformaciones Afines

Tenemos un conjunto de correspondencias en imágenes I y J

- Cómo calculamos la transformación afín?



Transformaciones Afines - Computación

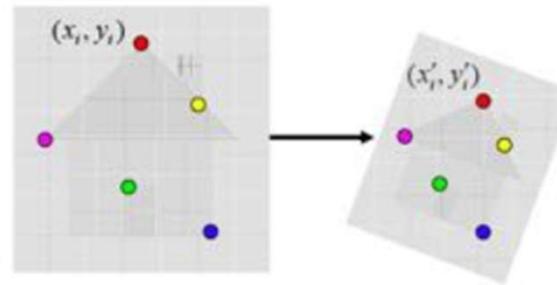


Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

Una transformación afín debería cumplir

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformaciones Afines - Computación



Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

Una transformación afín debería cumplir

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_i & y_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x_i & y_i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix}$$

Transformaciones Afines - Computación

$$\underbrace{\begin{bmatrix} & & \vdots & & & \\ x_i & y_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x_i & y_i & 0 & 1 \\ & & \vdots & & & \end{bmatrix}}_{P} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}}_a = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ x'_i \\ y'_i \\ \vdots \end{bmatrix}}_{P'}$$

Cuántos matche

- Son seis parámetros → tres matches mínimo

Transformaciones Afines - Computación

$$\underbrace{\begin{bmatrix} & & \vdots \\ x_i & y_i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x_i & y_i & 0 & 1 \\ & & \vdots \\ & & & & & \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ x'_i \\ y'_i \\ \vdots \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}'}$$

Con tres matches, la solución es $\mathbf{a} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}'$

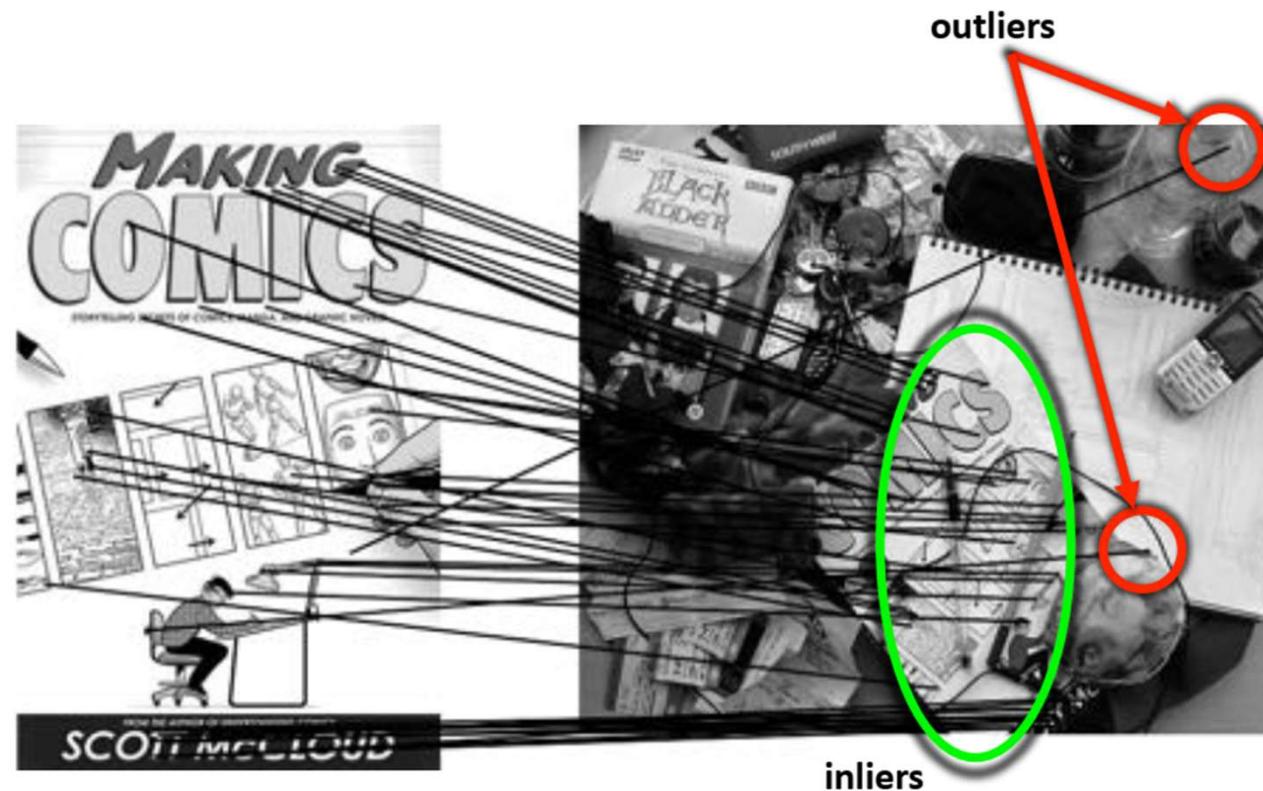
Con más de tres, mínimos cuadrados $\min_{a,b,\dots,f} \|\mathbf{Pa} - \mathbf{P}'\|_2^2$

Solución

$$\mathbf{a} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{P}'$$

Transformaciones Afines - Computación

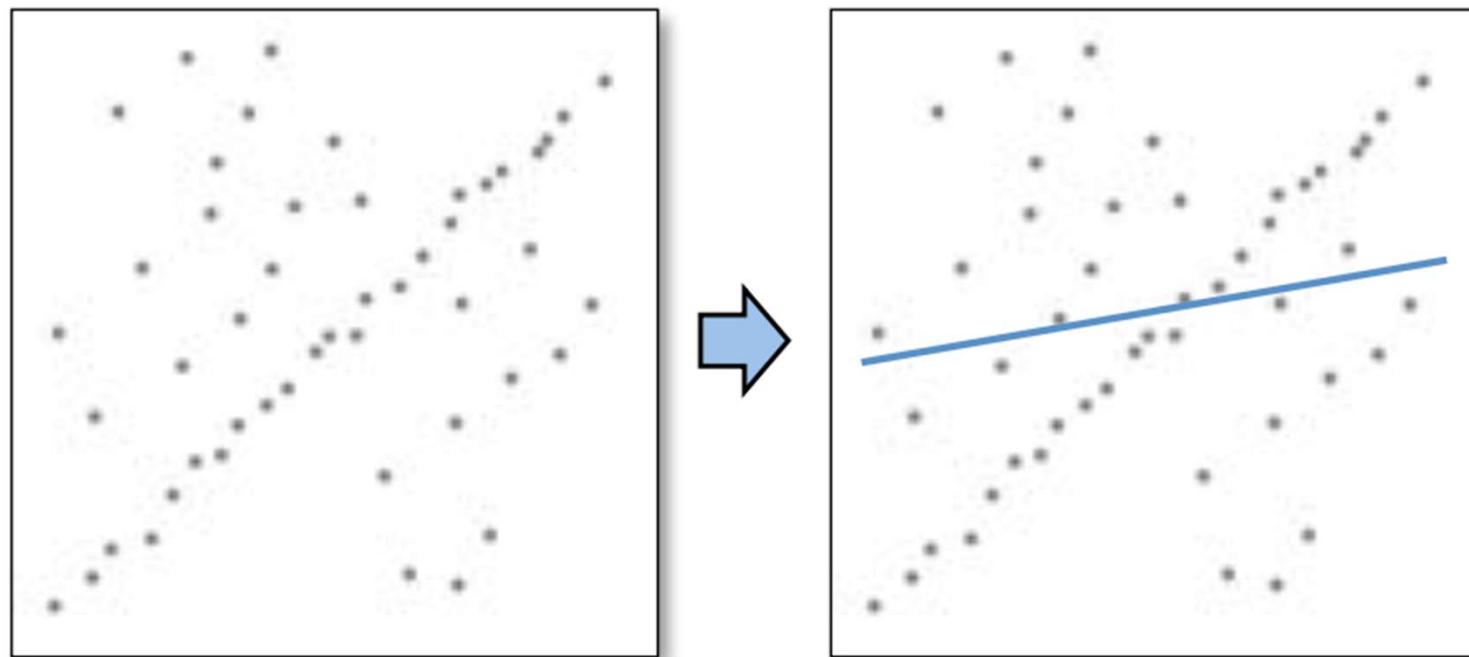
Hay un problema



Transformaciones Afines - Computación

Método para calcular parámetros robustos

- Fitear una línea

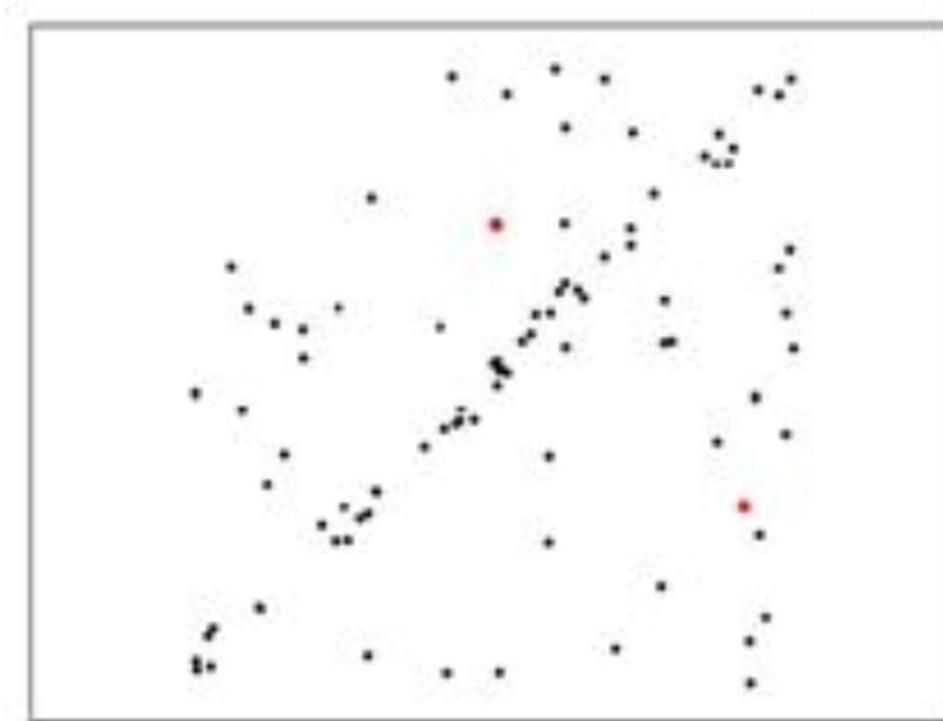


Transformaciones Afines - Computación

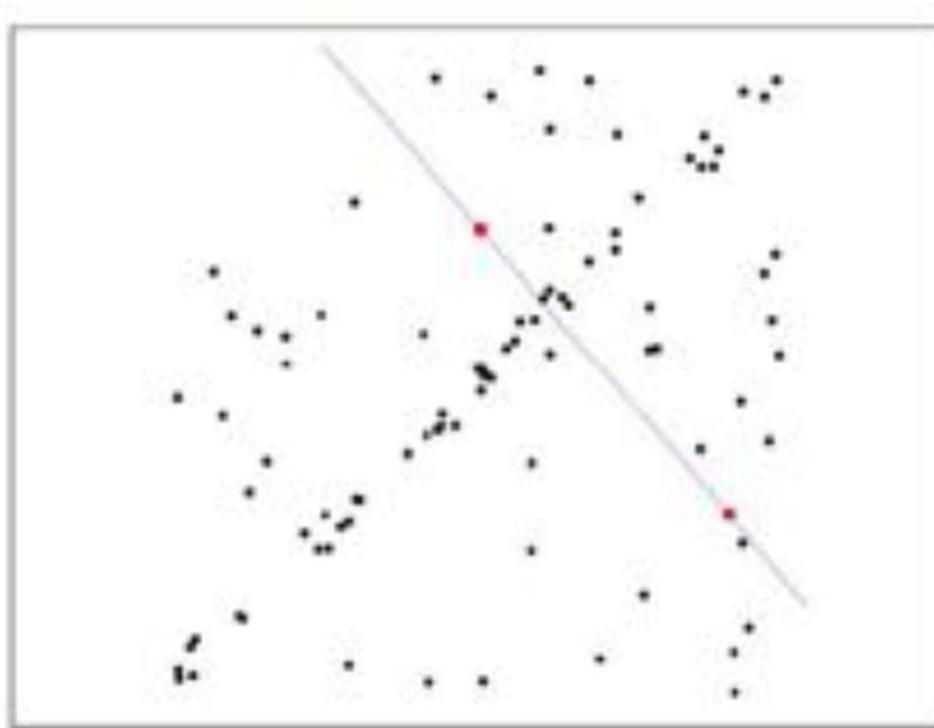
Método para calcular parámetros robustos – RANSAC

- Tomar dos puntos aleatorios
- Fitear una línea a los dos puntos
- Contar el número de puntos que concuerdan con esa línea. Les llamamos **inliers**
- Repetir N veces. Cada intento registra el número de inliers
- Seleccionar el intento con más inliers
- RAndom SAmple Consensus → RANSAC

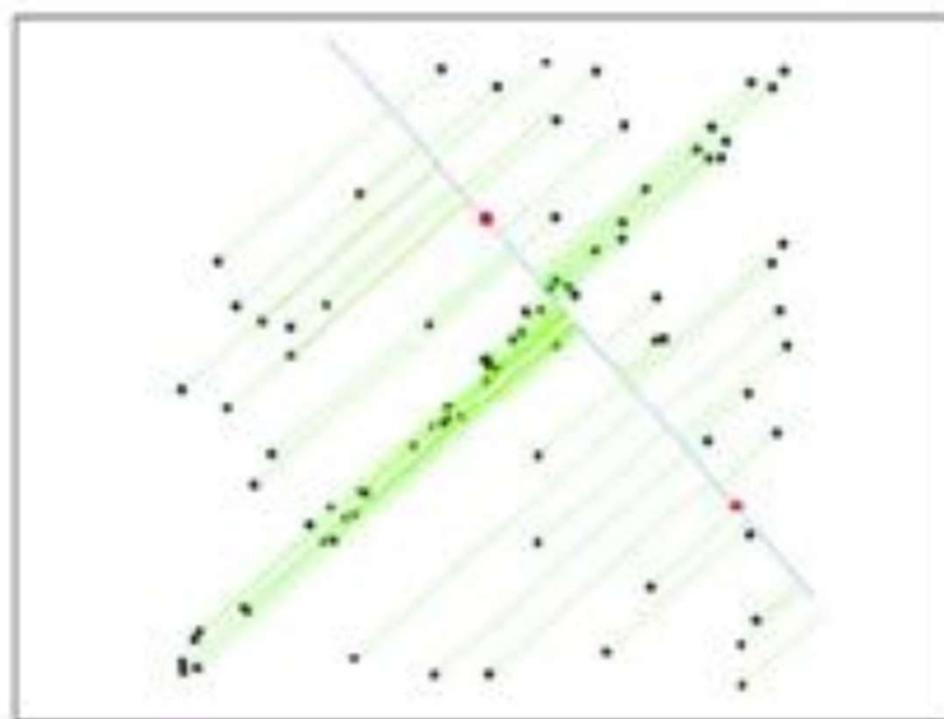
Transformaciones Afines - Computación



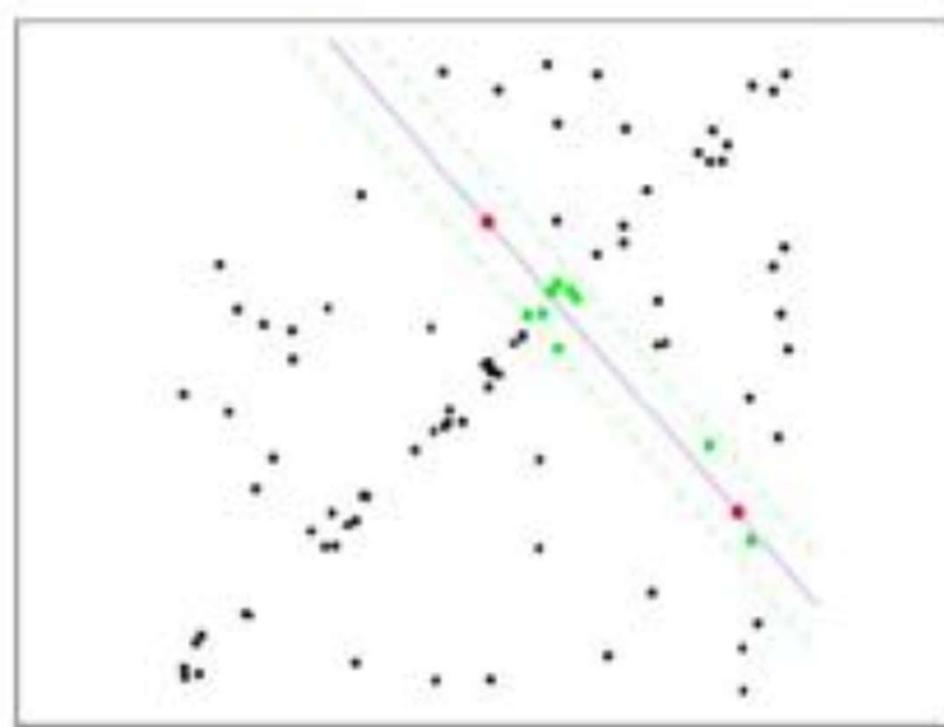
Transformaciones Afines - Computación



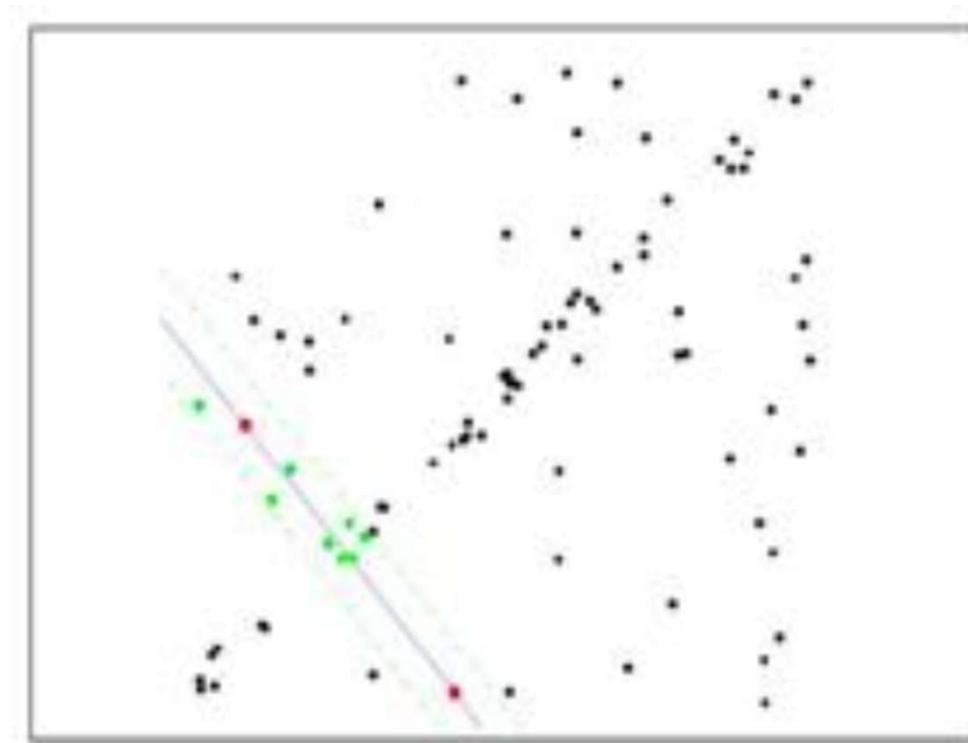
Transformaciones Afines - Computación



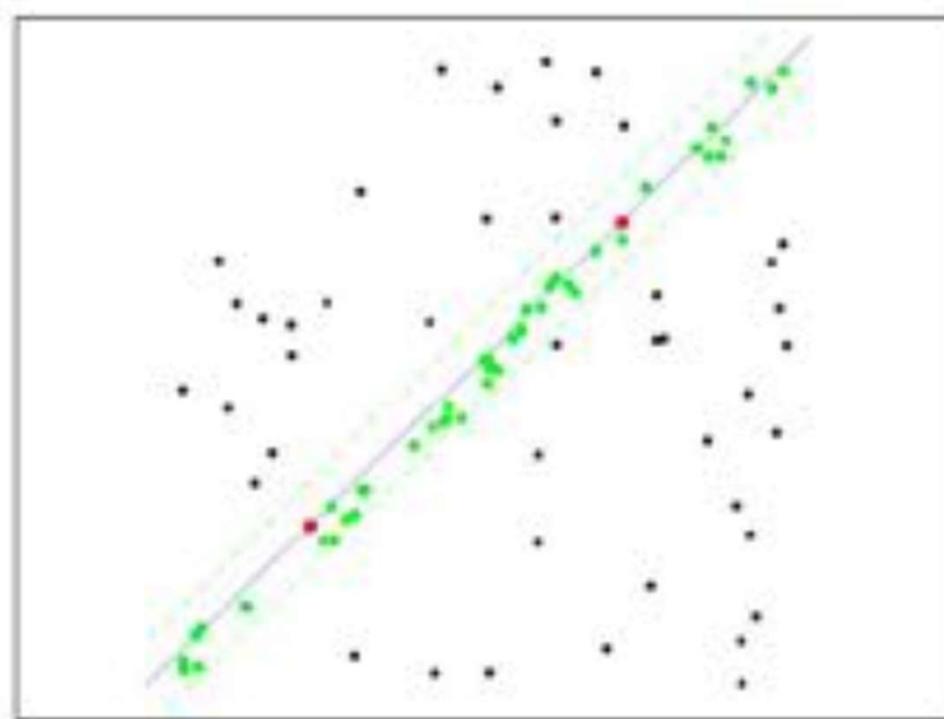
Transformaciones Afines - Computación



Transformaciones Afines - Computación



Transformaciones Afines - Computación



Transformaciones Afines - Computación

Para transformación afín

- Escoger tres pares de matches
- Computar la transf. Afín
- Proyectar los puntos con la transf. Afín y medir error
- Calcular inliers
- Repetir

Transformaciones Afines

Y aquí?



$T?$

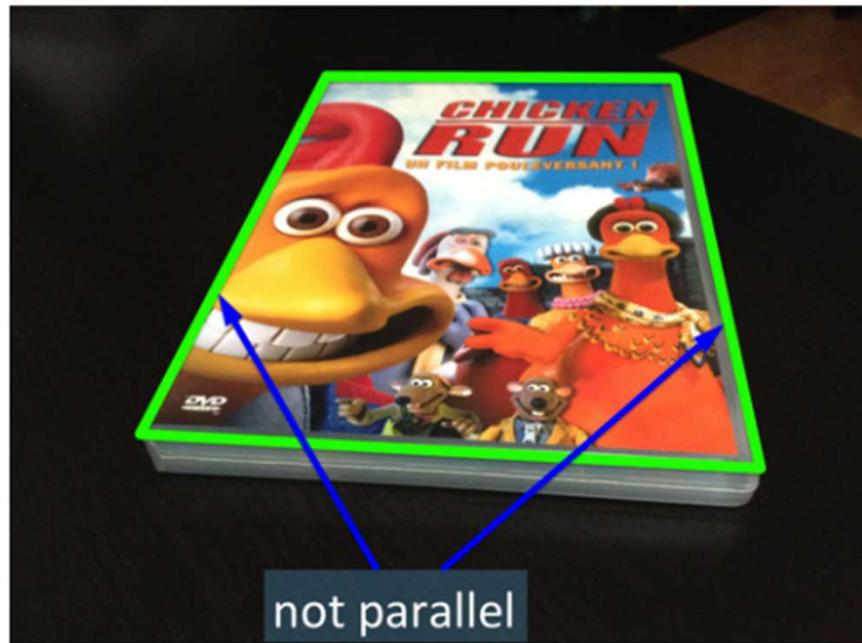


Transformaciones Afines

Y aquí?

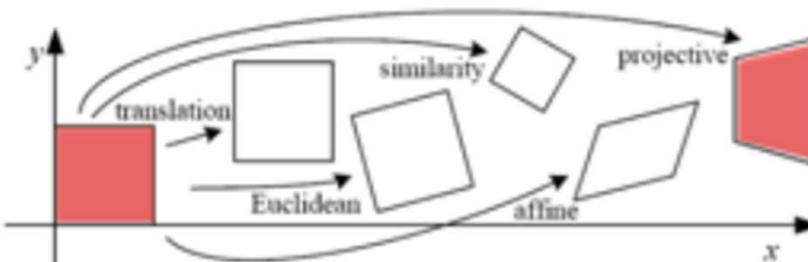


$T?$



Transformaciones Afines

Y aquí?



Transformation	Matrix	# DoF	Preserves	Icon
translation	$\begin{bmatrix} I & t \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	2	orientation	
rigid (Euclidean)	$\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	3	lengths	
similarity	$\begin{bmatrix} sR & t \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	4	angles	
affine	$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	6	parallelism	
projective	$\begin{bmatrix} \tilde{H} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$	8	straight lines	

Transformaciones Proyectivas

Homografía

$$w \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Origen no necesariamente mapea al origen
- Líneas mapean a líneas
- Líneas paralelas no necesariamente se preservan
- Proporciones no se preservan

Transformaciones Proyectivas

Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

$$\begin{bmatrix} ax'_i \\ ay'_i \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{00} & h_{01} & h_{02} \\ h_{10} & h_{11} & h_{12} \\ h_{20} & h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x'_i &= \frac{h_{00}x_i + h_{01}y_i + h_{02}}{h_{20}x_i + h_{21}y_i + h_{22}} \\ y'_i &= \frac{h_{10}x_i + h_{11}y_i + h_{12}}{h_{20}x_i + h_{21}y_i + h_{22}} \end{aligned}$$

Transformaciones Proyectivas

Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

$$\begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_i x_i & -x'_i y_i & -x'_i \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 & -y'_i x_i & -y'_i y_i & -y'_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{00} \\ h_{01} \\ h_{02} \\ h_{10} \\ h_{11} \\ h_{12} \\ h_{20} \\ h_{21} \\ h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Transformaciones Proyectivas

Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

Con muchos matches

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_1x_1 & -x'_1y_1 & -x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -y'_1x_1 & -y'_1y_1 & -y'_1 \\ & & & & & \vdots & & & \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_nx_n & -x'_ny_n & -x'_n \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 & -y'_nx_n & -y'_ny_n & -y'_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{00} \\ h_{01} \\ h_{02} \\ h_{10} \\ h_{11} \\ h_{12} \\ h_{20} \\ h_{21} \\ h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A
 $2n \times 9$

h
9

0
 $2n$

Transformaciones Proyectivas

Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_1 x_1 & -x'_1 y_1 & -x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -y'_1 x_1 & -y'_1 y_1 & -y'_1 \\ & & & & & \vdots & & & \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_n x_n & -x'_n y_n & -x'_n \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 & -y'_n x_n & -y'_n y_n & -y'_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{00} \\ h_{01} \\ h_{02} \\ h_{10} \\ h_{11} \\ h_{12} \\ h_{20} \\ h_{21} \\ h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A **h** **0**

$2n \times 9$ 9 $2n$

Cuántos matches necesito?

Mínimos cuadrados

$$\min_{\mathbf{h}} \|\mathbf{Ah}\|_2^2$$

Transformaciones Proyectivas

Sea (x_i, y_i) un punto en la imagen de referencia, y (x'_i, y'_i) su match en la imagen de test

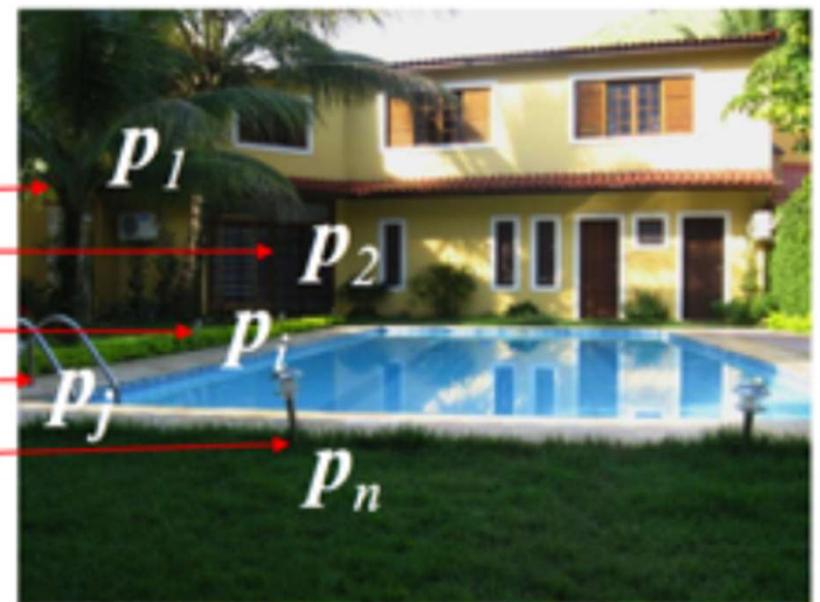
$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_1 x_1 & -x'_1 y_1 & -x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -y'_1 x_1 & -y'_1 y_1 & -y'_1 \\ & & & & & \vdots & & & \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_n x_n & -x'_n y_n & -x'_n \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 & -y'_n x_n & -y'_n y_n & -y'_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{00} \\ h_{01} \\ h_{02} \\ h_{10} \\ h_{11} \\ h_{12} \\ h_{20} \\ h_{21} \\ h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{A} \mathbf{h} $\mathbf{0}$

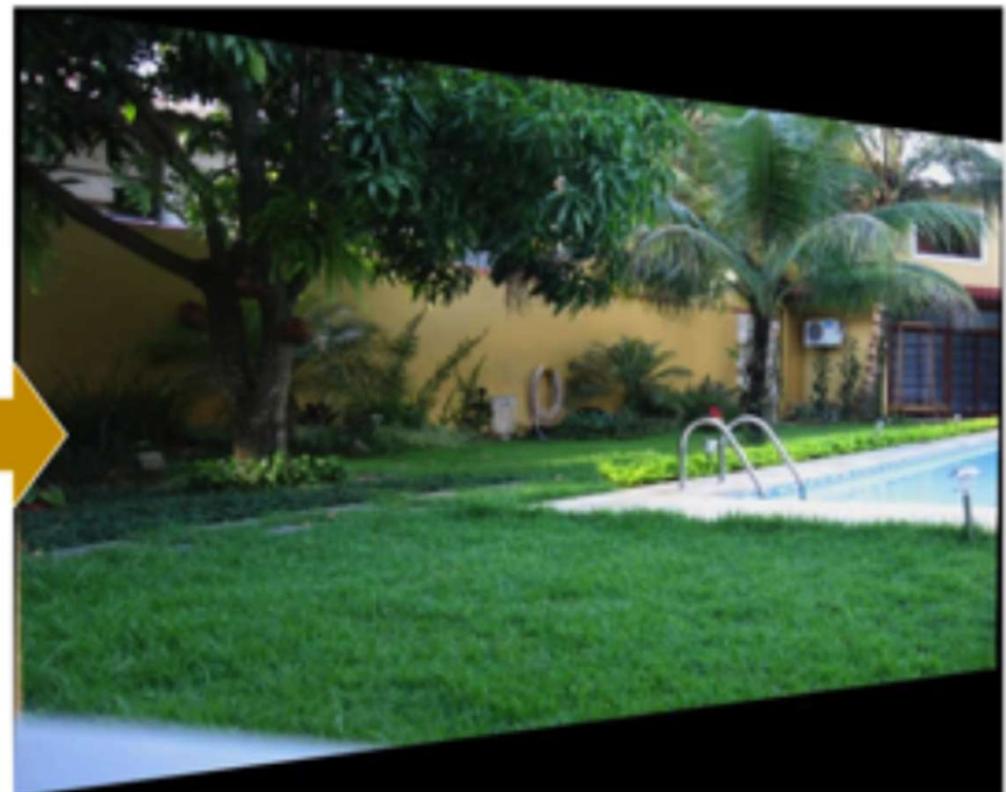
Solución es $\hat{\mathbf{h}} = \text{eigenvector of } \mathbf{A}^T \mathbf{A} \text{ con el eigenvalue más pequeño}$

Mínimo 4 puntos

Aplicación – Panorama Stitching



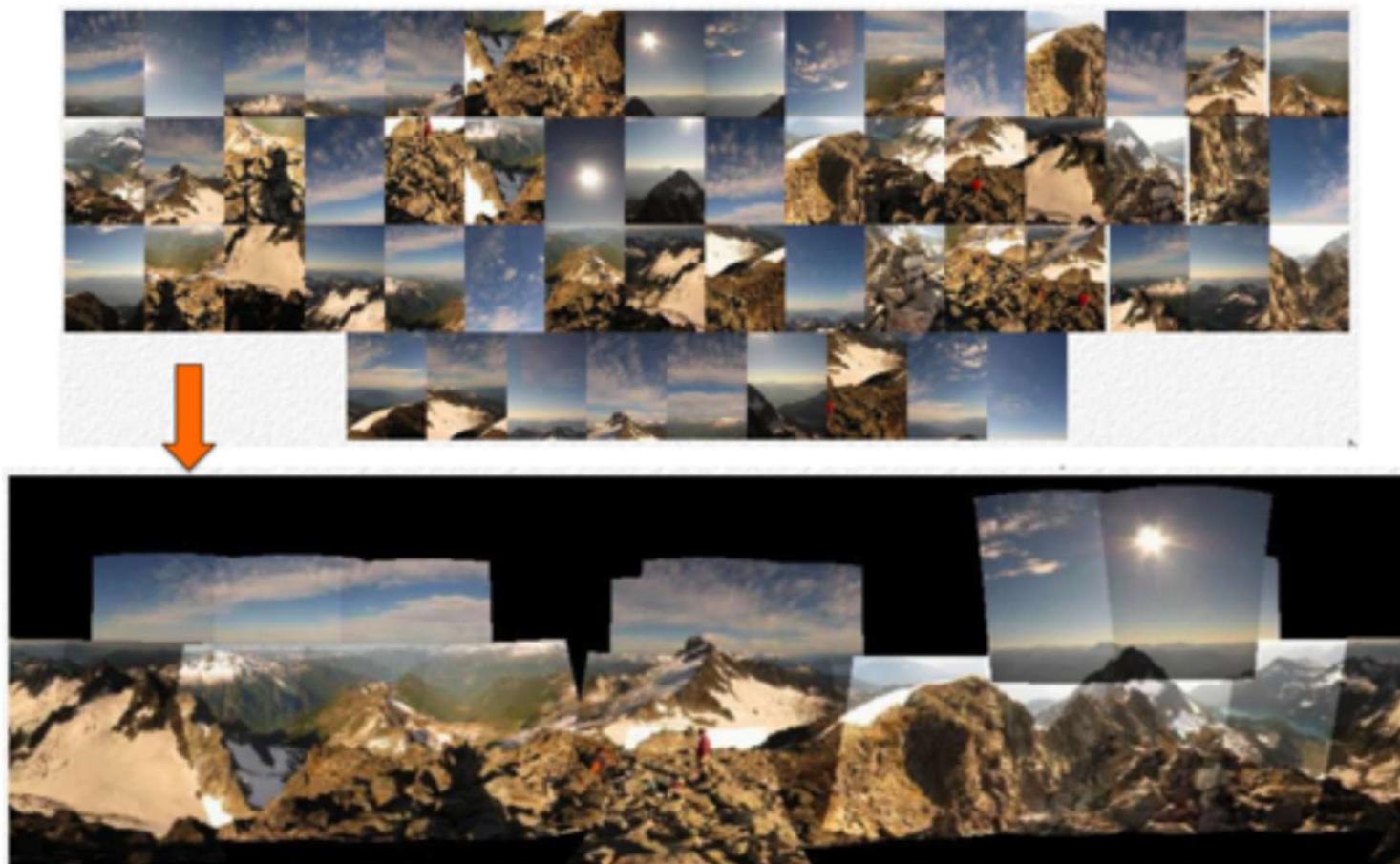
Aplicación – Panorama Stitching



Aplicación – Panorama Stitching



Aplicación – Panorama Stitching



Aplicación – Panorama Stitching



Aplicación – Panorama Stitching



Laplacian Pyramid Blending \downarrow seams not visible anymore

