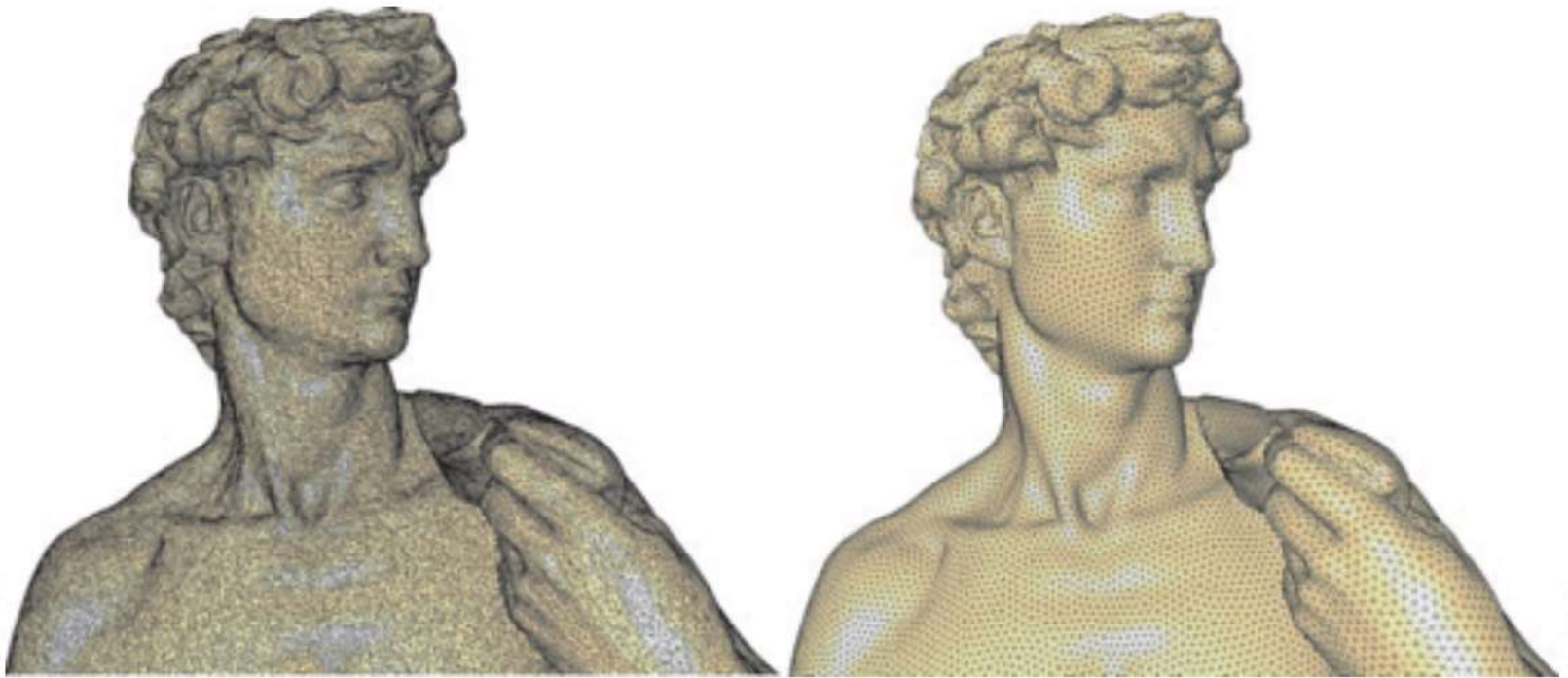


Procesamiento Geométrico y Análisis de Formas

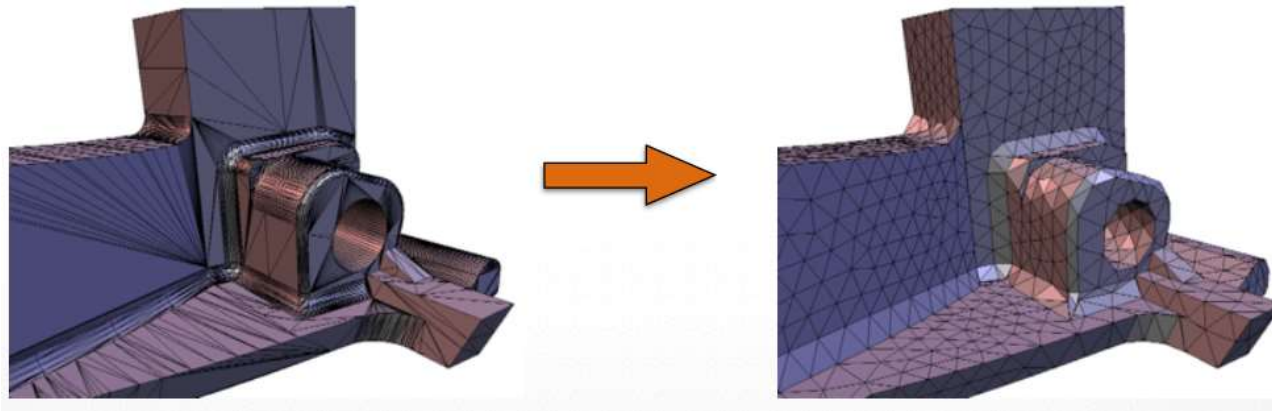
Ivan Sipiran

Remeshing



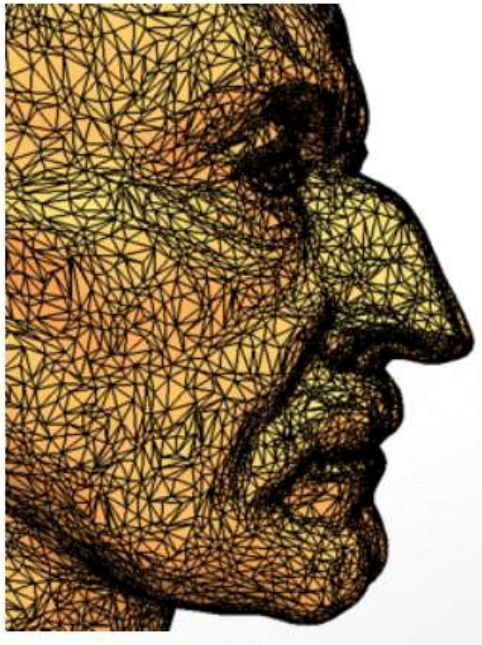
Qué es remeshing?

- Dada una malla manifold 3D, computar otra malla que
 - Satisface algunos requerimientos de calidad
 - Aproxima bien la malla original



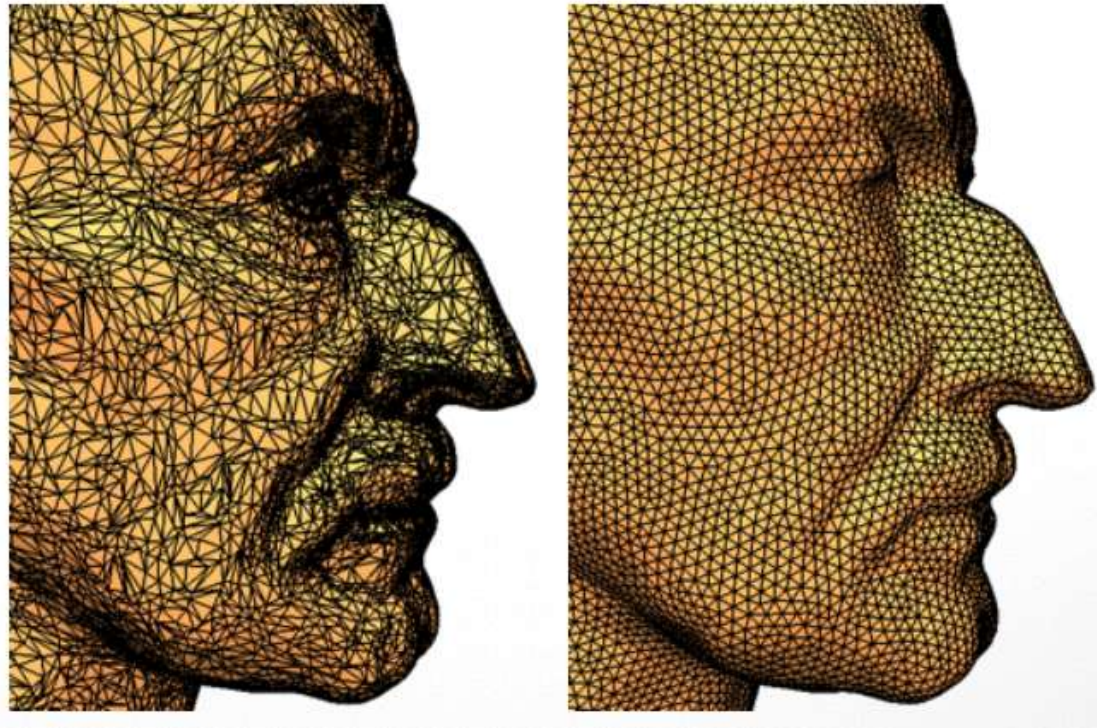
Porqué remeshing?

- Es posible tener una malla inicial que no satisface ciertas propiedades
- Escaneo o representaciones implícitas



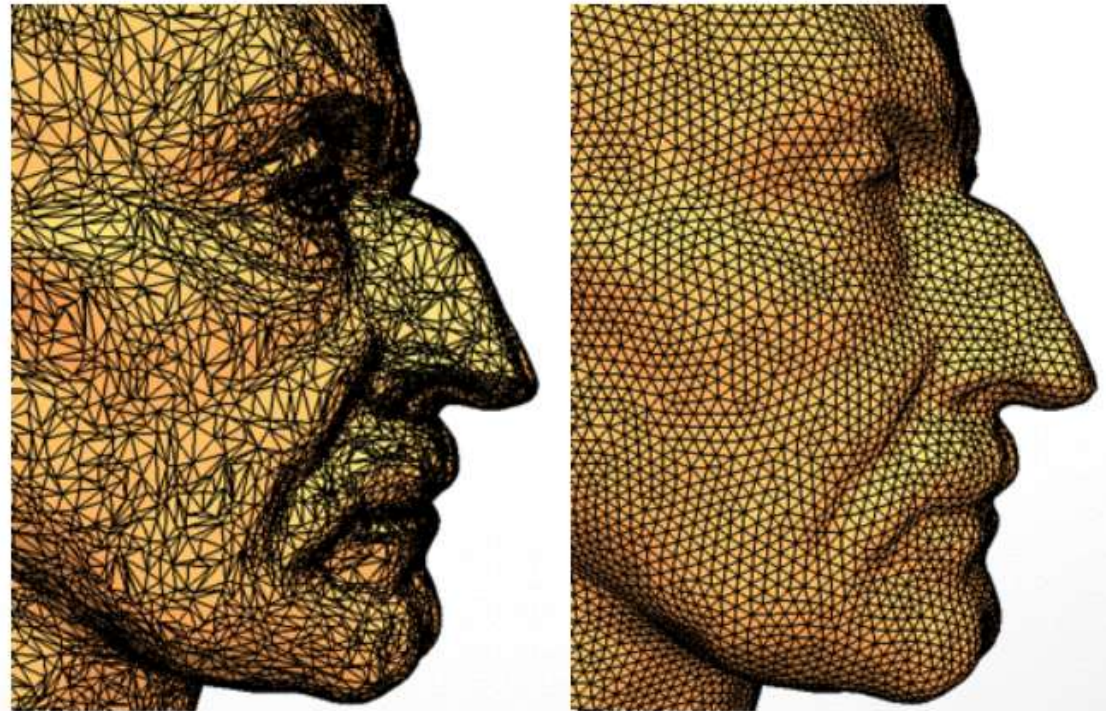
Porqué remeshing?

- Es posible tener una malla inicial que no satisface ciertas propiedades
- Mejorar la calidad de la malla para usos posteriores



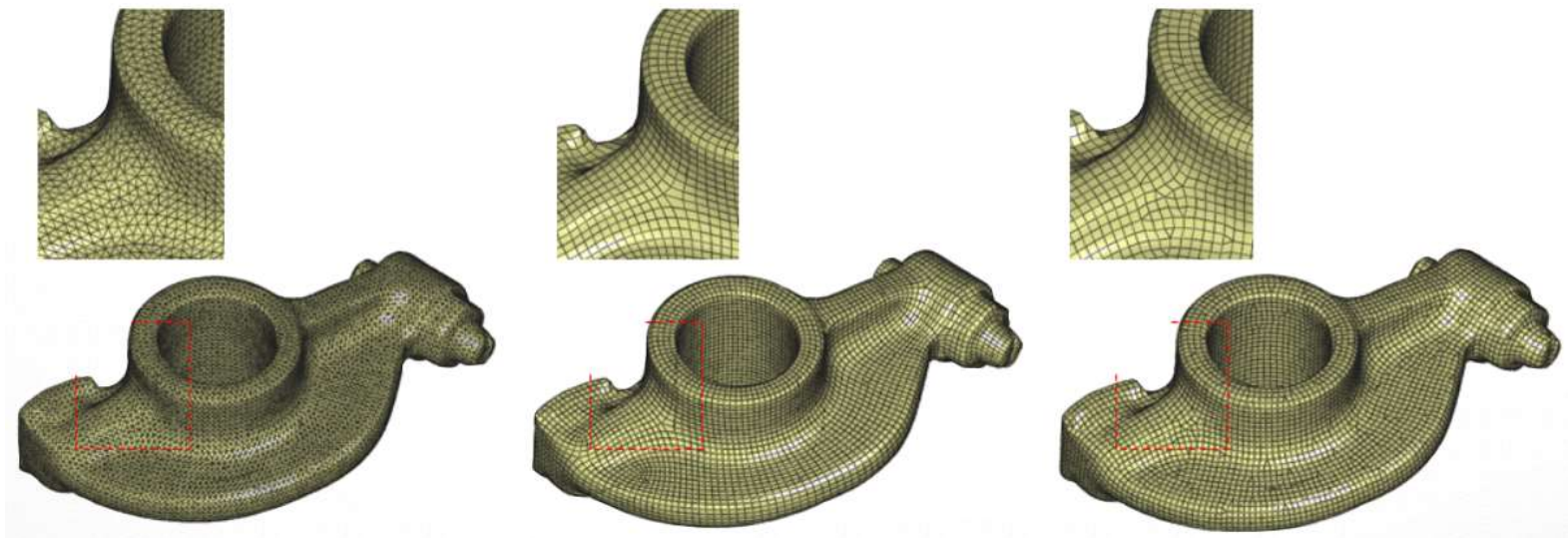
Porqué remeshing?

- Es posible tener una malla inicial que no satisface ciertas propiedades
- Mejorar la calidad de la malla para usos posteriores
- Modelamiento
- Simulación
- Requerimientos de calidad
 - Estructura local
 - Estructura global



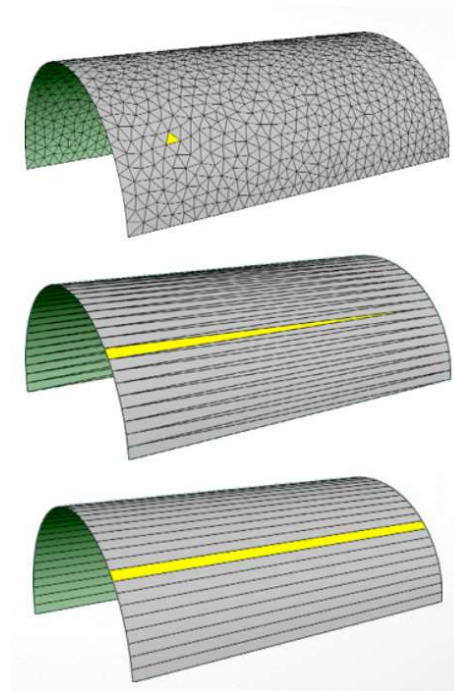
Estructura Local

- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero



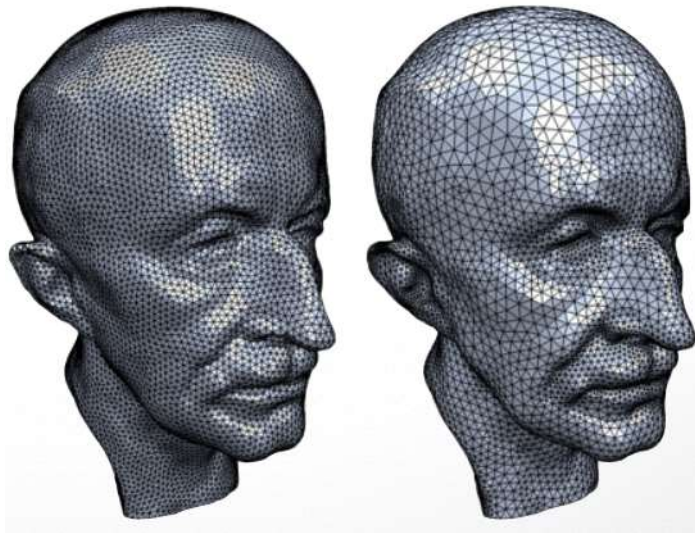
Estructura Local

- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero
- Forma del elemento: isotrópico vs anisotrópico



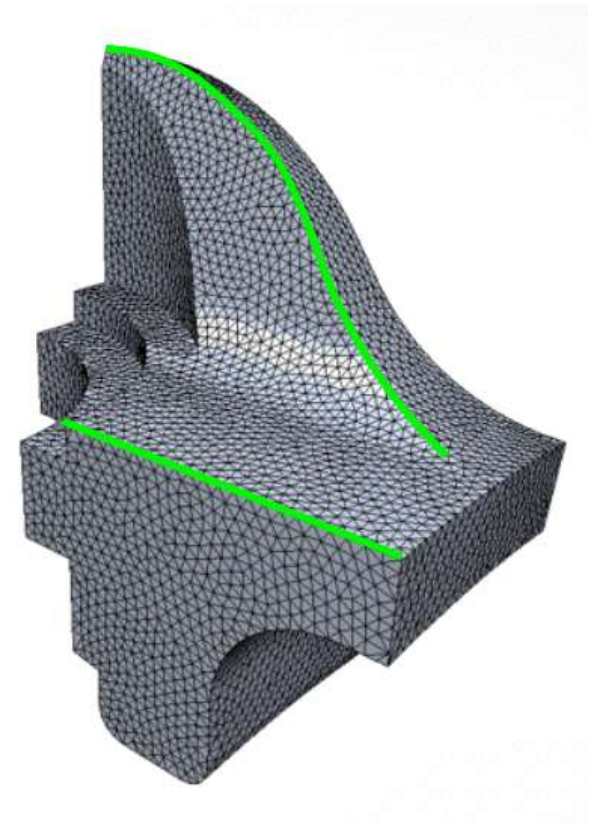
Estructura Local

- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero
- Forma del elemento: isotrópico vs anisotrópico
- Distribución del elemento: Uniforme vs adaptativo



Estructura Local

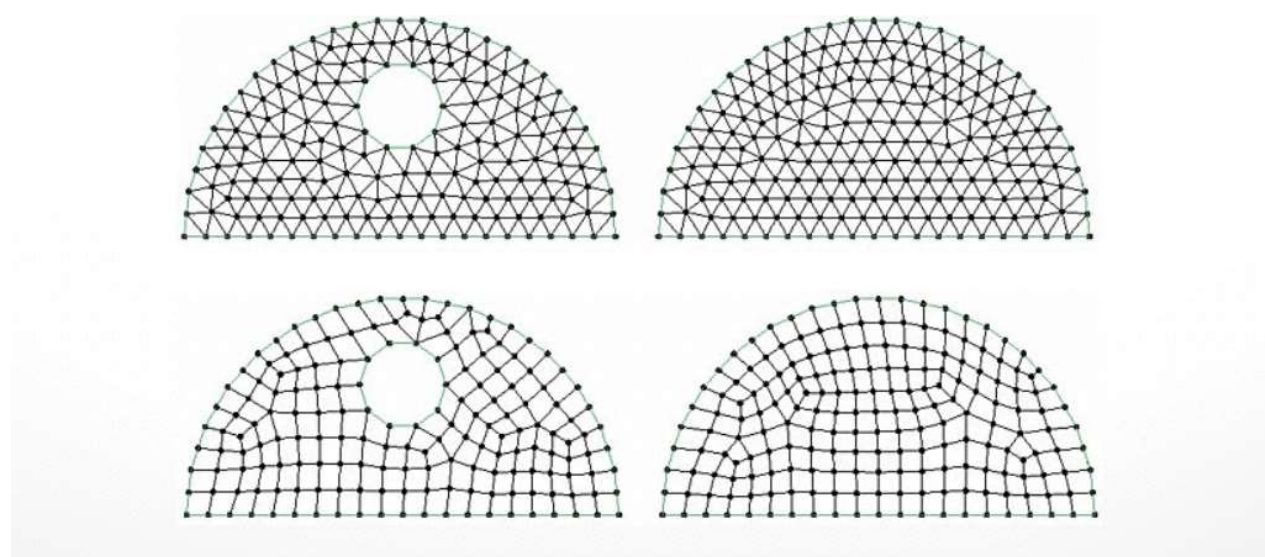
- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero
- Forma del elemento: isotrópico vs anisotrópico
- Distribución del elemento: Uniforme vs adaptativo
- Alineamiento del elemento:
 - Preservar características y curvaturas



Estructura global

- Valencia de un vértice regular

	Interior vertex	Boundary vertex
Triangle mesh	6	4
Quadrangle mesh	4	3



Estructura global

- Valencia de un vértice regular

	Interior vertex	Boundary vertex
Triangle mesh	6	4
Quadrangle mesh	4	3

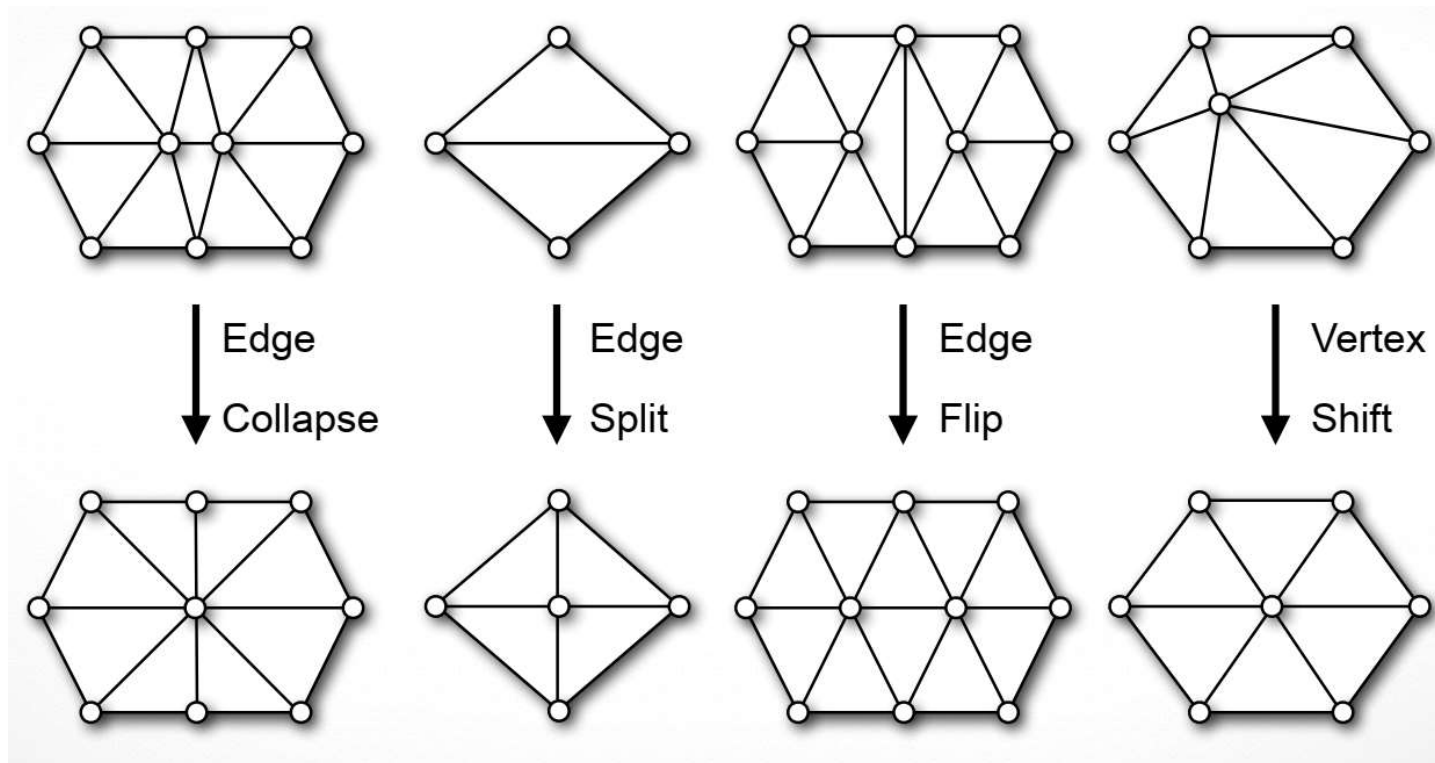
- Diferentes tipos de estructura
 - Irregular
 - Semi-regular: modelamiento
 - Altamente regular: simulación numérica
 - Regular: Solo posible para modelos especiales

Remeshing isotrópico

- Remeshing incremental:
 - Fácil de implementar y robusto
 - No necesita parametrización
 - Eficiente para mallas de alta resolución
- Remeshing Variacional:
 - Minimización de energía
 - Basado en parametrización → costoso
 - Funciona para mallas de baja resolución
- Remeshing avaro

Remeshing incremental

- Se basa en aplicar operaciones locales para remeshing



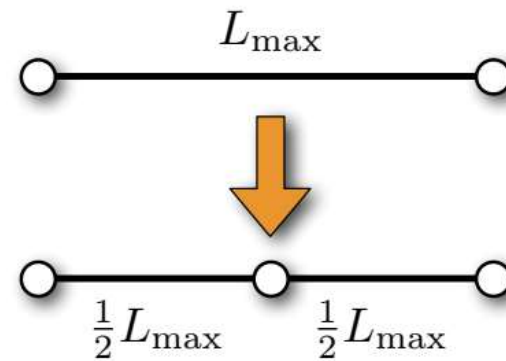
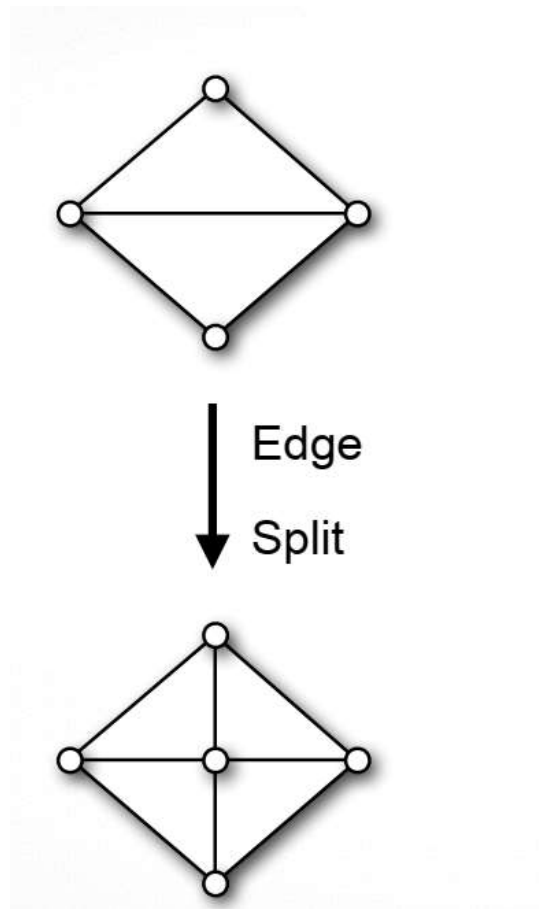
Remeshing incremental

- Especificar la longitud de arista objetivo L

$$L_{max} = \frac{4}{3}L \qquad L_{min} = \frac{4}{5}L$$

- Iterar
 - Dividir aristas más largas que L_{max}
 - Colapsar aristas más cortas que L_{min}
 - Hacer flip a aristas para optimizar la valencia
 - Mover vértices por relajación tangencial
 - Proyectar vértices en la malla original

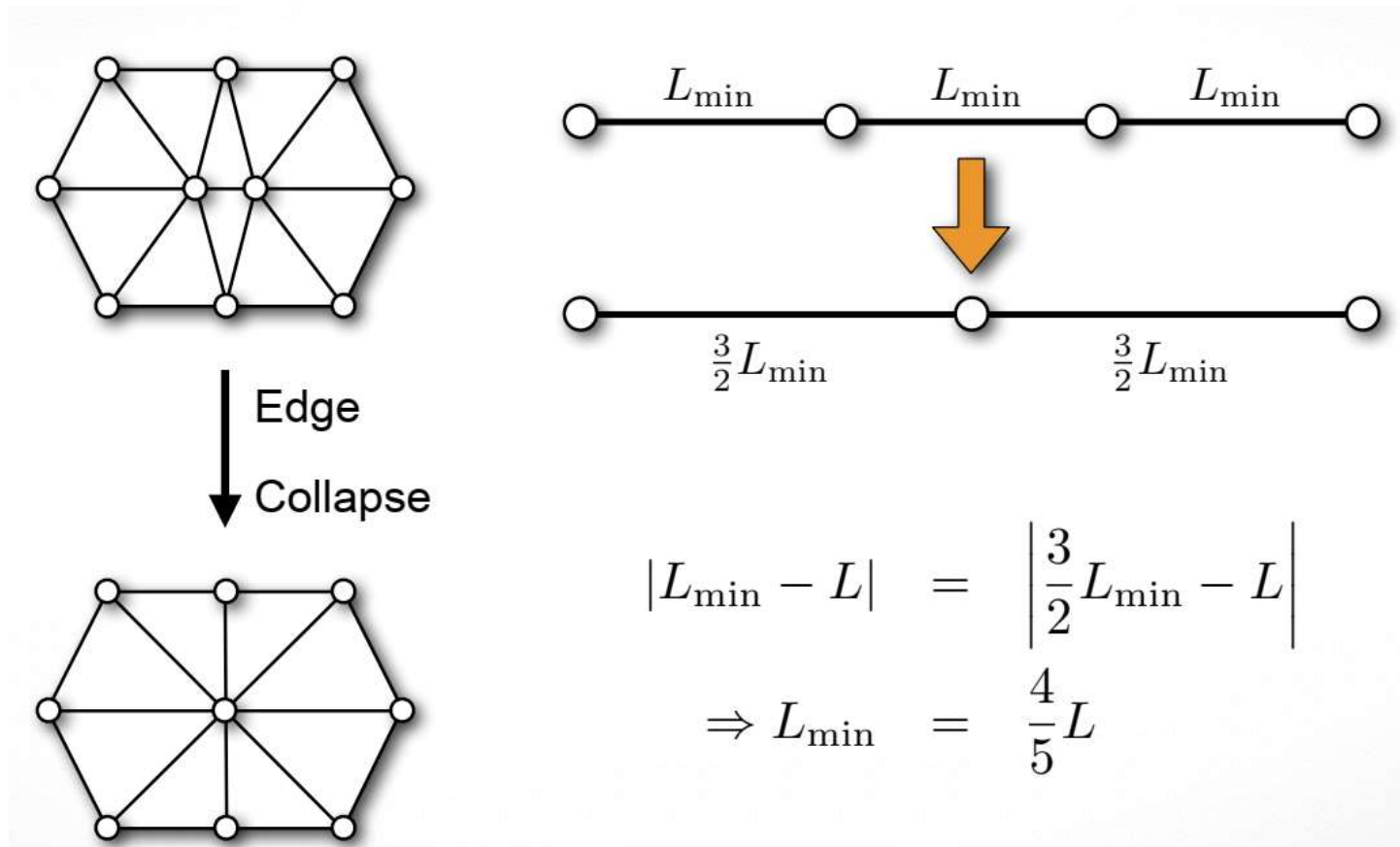
División de aristas



$$|L_{\max} - L| = \left| \frac{1}{2}L_{\max} - L \right|$$
$$\Rightarrow L_{\max} = \frac{4}{3}L$$

Las aristas divididas no son más largas que L_{\max}

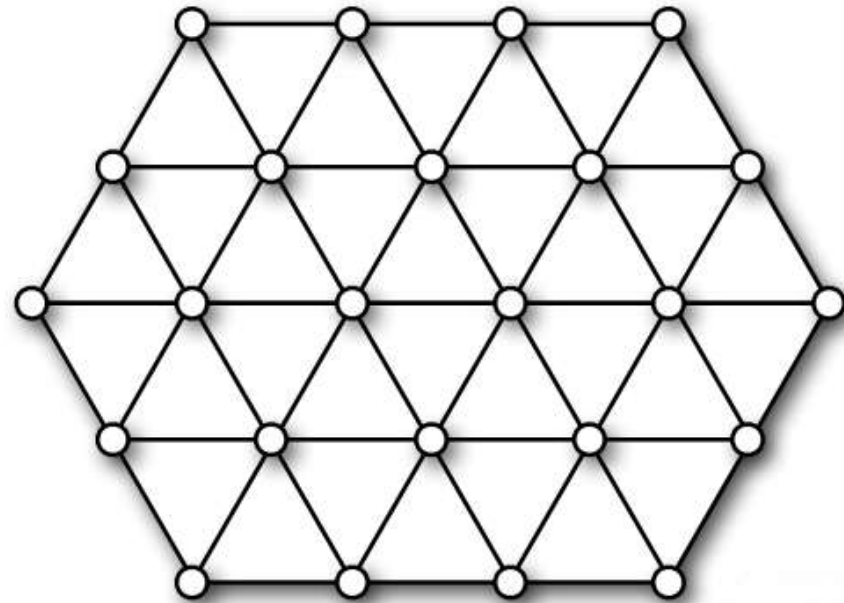
Colapso de aristas



Aristas colapsadas son más cortas que L_{\min}

Flip de aristas

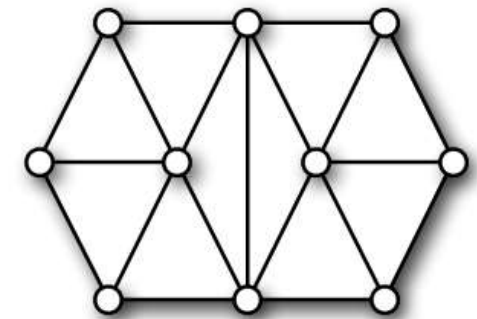
- Valencia óptima
 - 6 para vértices interiores
 - 4 para vértices de borde



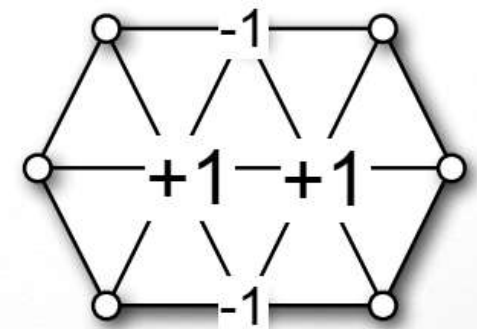
Flip de aristas

- Valencia óptima
 - 6 para vértices interiores
 - 4 para vértices de borde
- Mejora las valencias
 - Minimiza el exceso de valencias

$$\sum_{i=1}^4 (\text{valence}(v_i) - \text{opt_valence}(v_i))^2$$



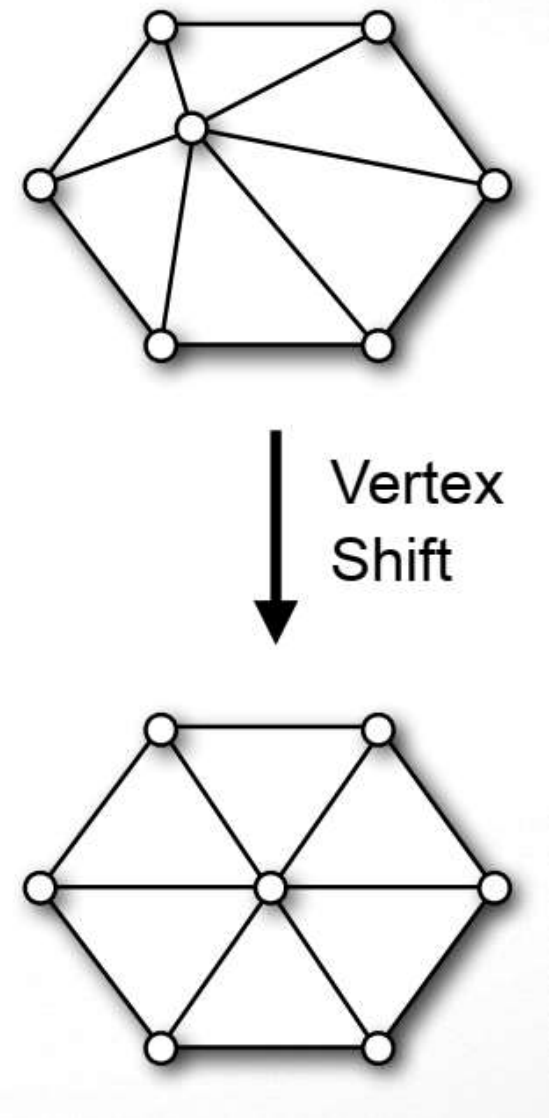
Edge
Flip



Movimiento de vértices

- Relección local
 - Suavizamiento Laplaciano uniforme
 - Baricentro de la vecindad uno-anillo

$$\mathbf{c}_i = \frac{1}{\text{valence}(v_i)} \sum_{j \in N(v_i)} \mathbf{p}_j$$



Movimiento de vértices

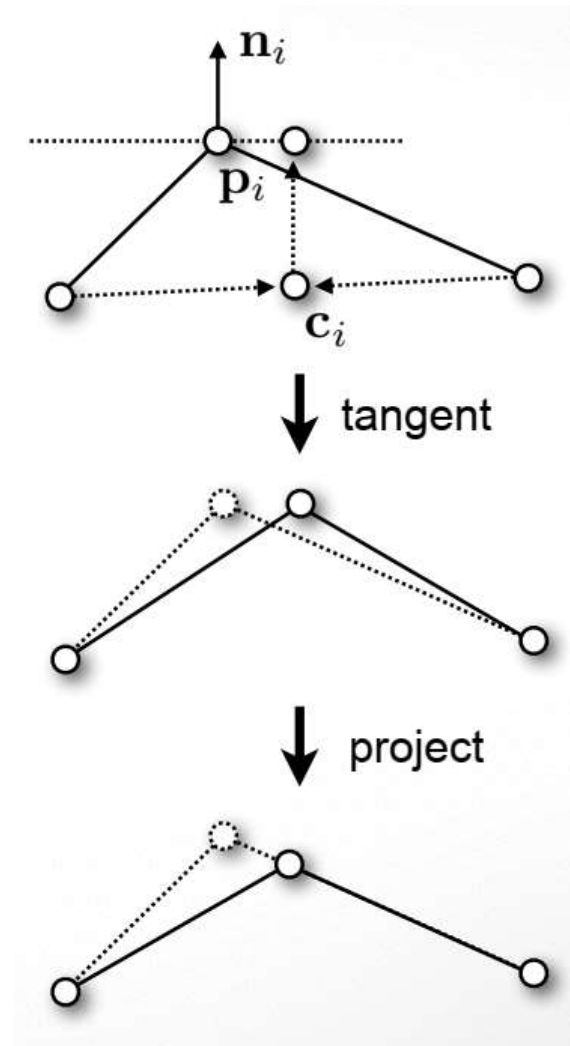
- Relección local

- Suavizado Laplaciano uniforme
- Baricentro de la vecindad uno-anillo

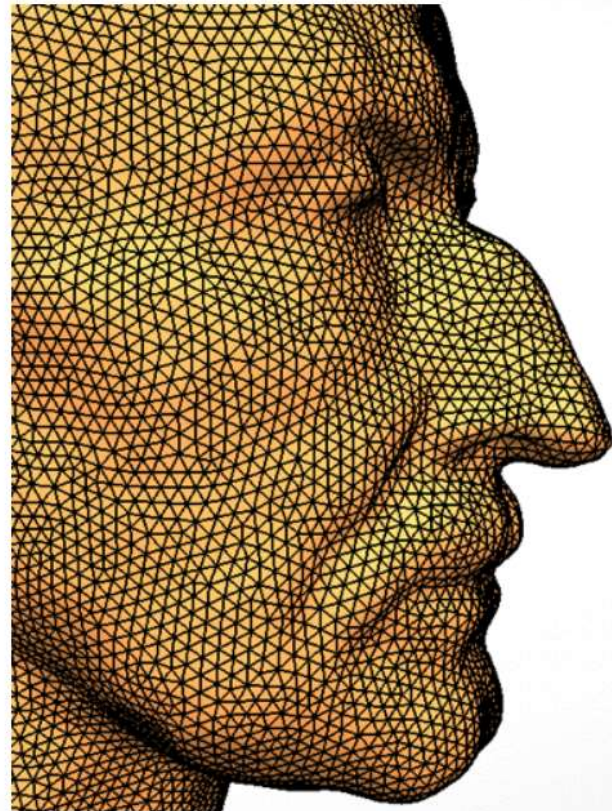
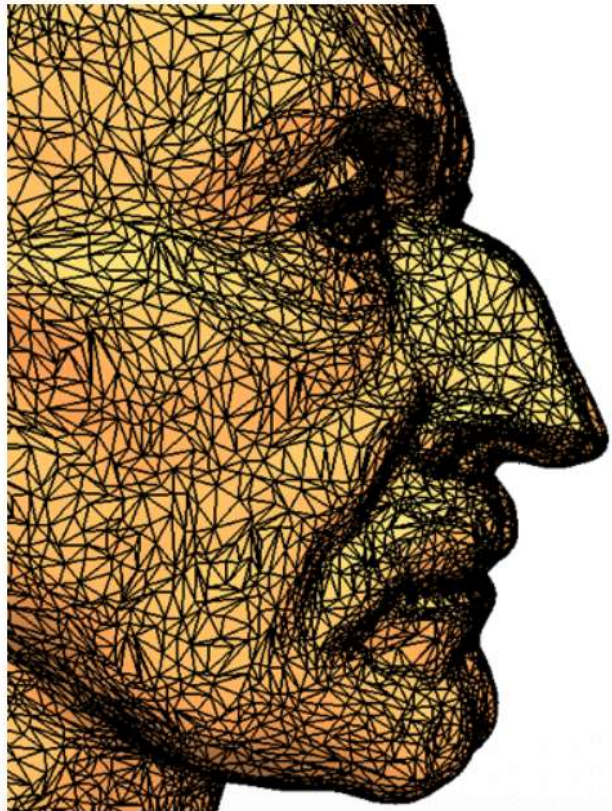
$$\mathbf{c}_i = \frac{1}{\text{valence}(v_i)} \sum_{j \in N(v_i)} \mathbf{p}_j$$

- Mantener vértices en la superficie

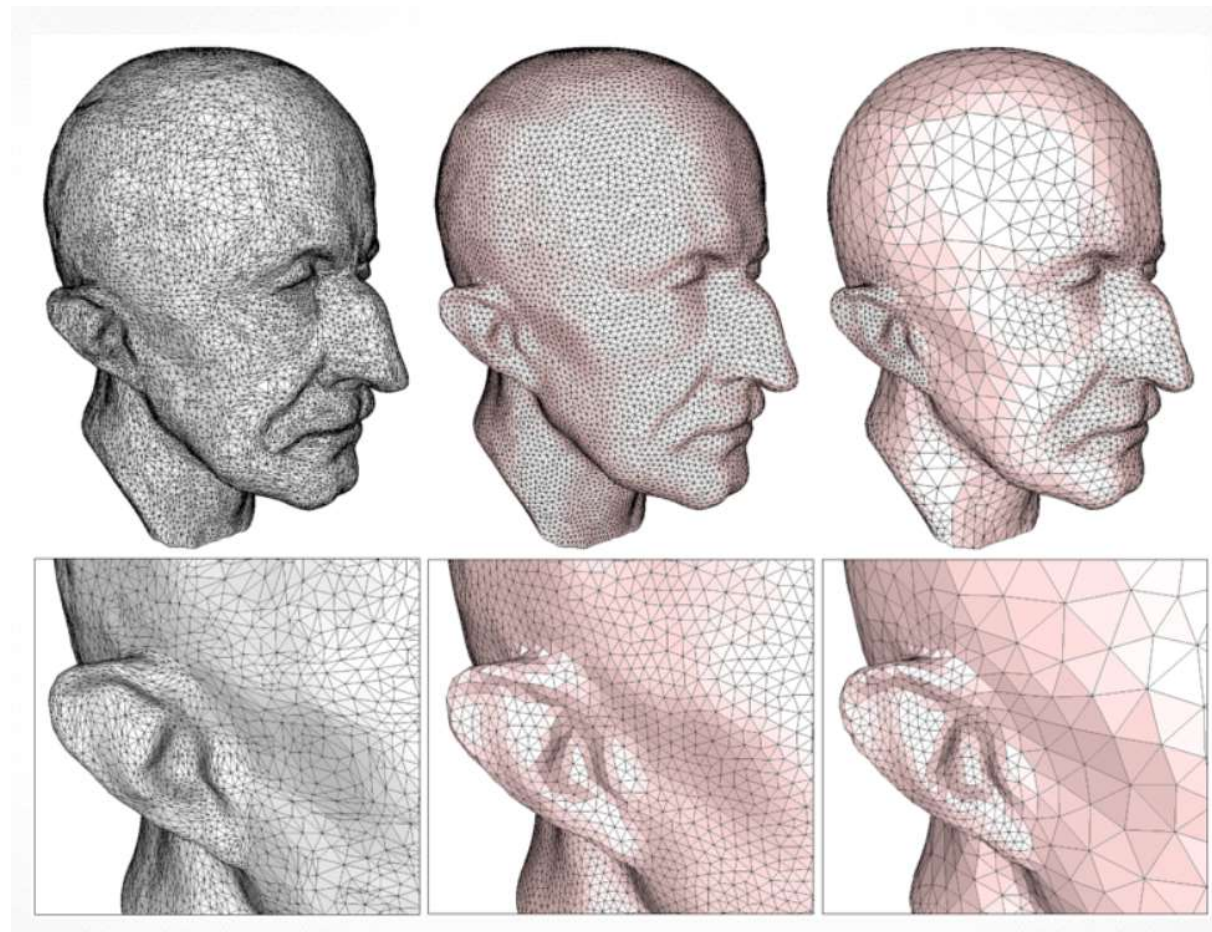
$$\mathbf{p}_i \leftarrow \mathbf{p}_i + \lambda(\mathbf{I} - \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T)(\mathbf{c}_i - \mathbf{p}_i)$$



Resultado

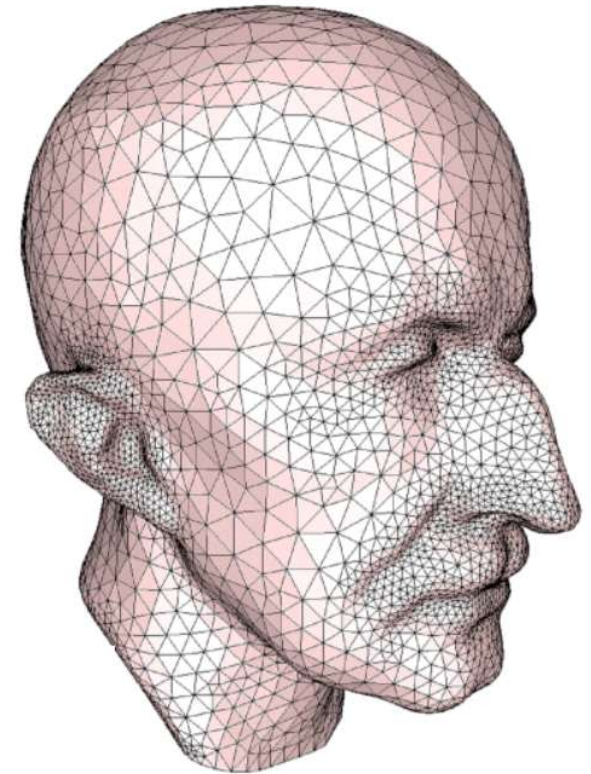


Remeshing adaptativo

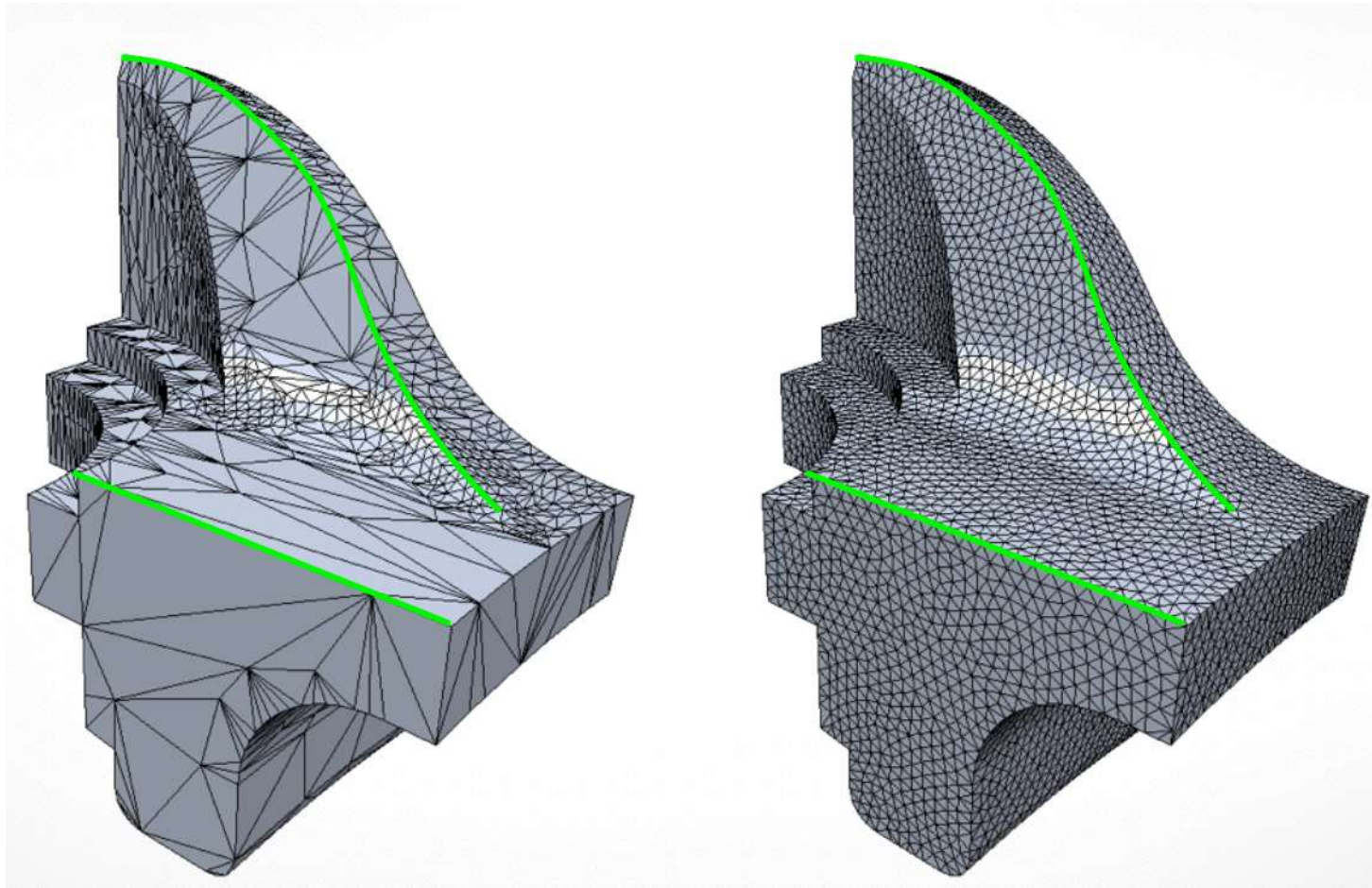


Remeshing adaptativo

- Computar máximo curvatura principal en la malla
- Determinar longitud de arista objetivo desde la máxima curvatura
- Ajustar los split/colapsos

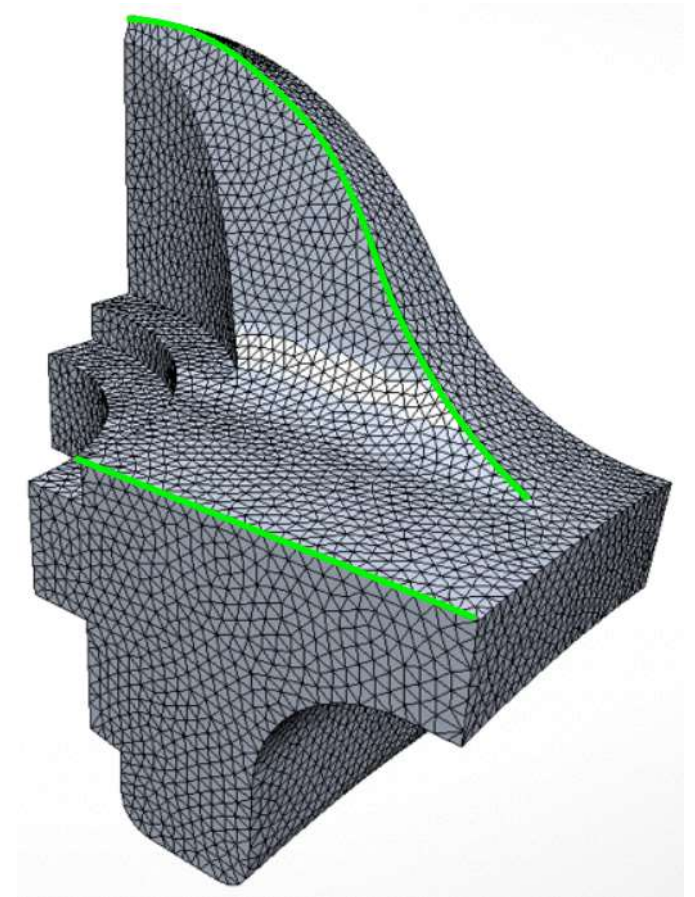


Preservación de características



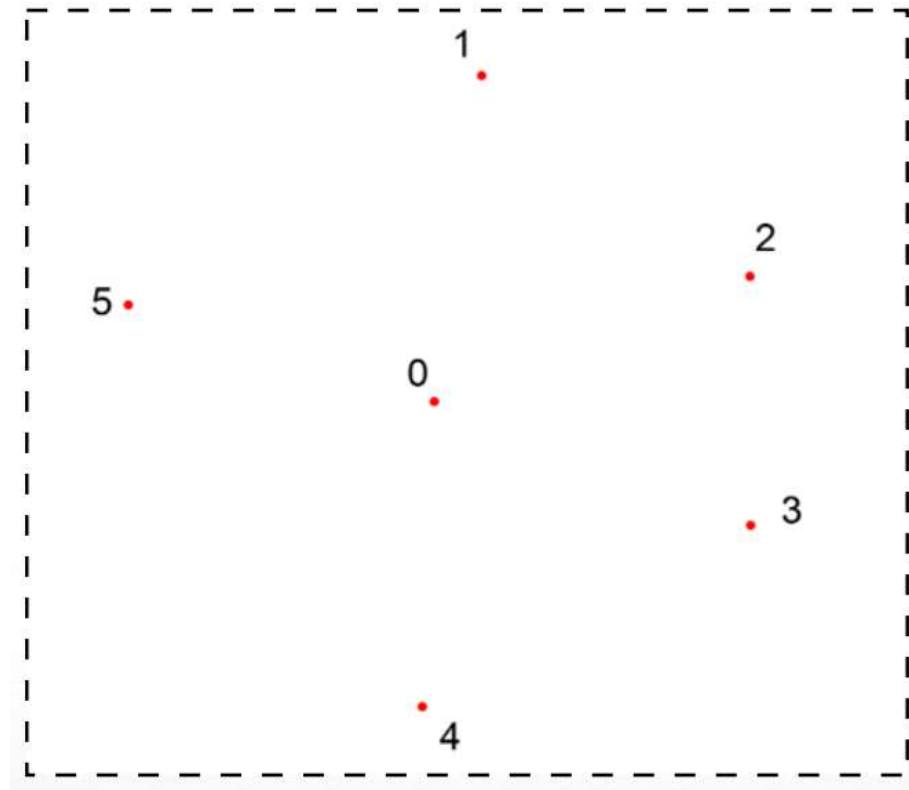
Preservación de características

- Definir features
 - Ángulos dihedrales grandes
 - Fronteras desde el material
- Ajustar operadores locales
 - No tocar vértices de esquina
 - No hacer flip a aristas características
 - Colapsar a lo largo de las features
 - Proyectar a curvas características



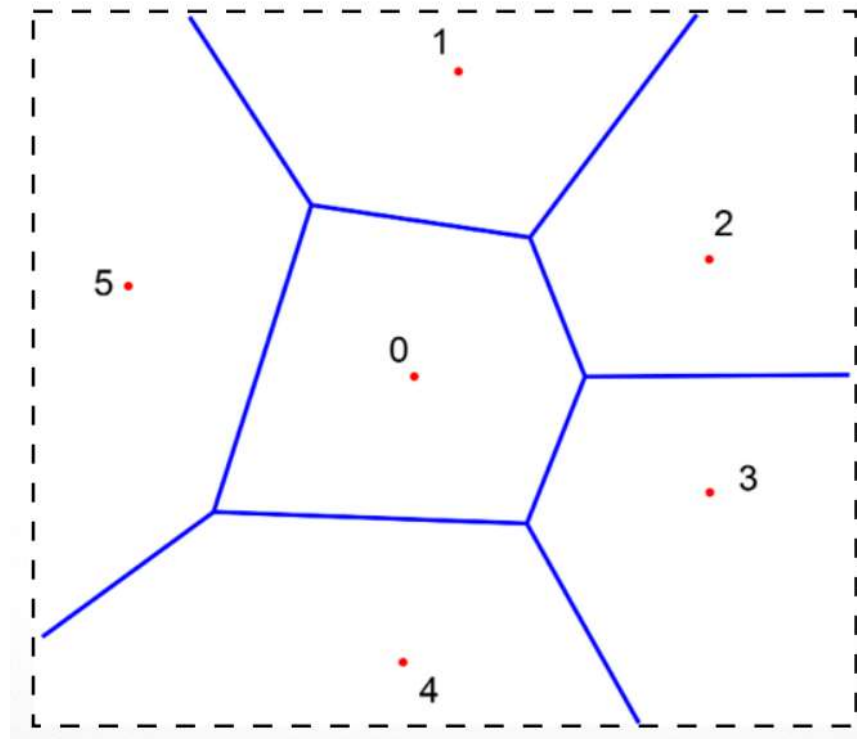
Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi



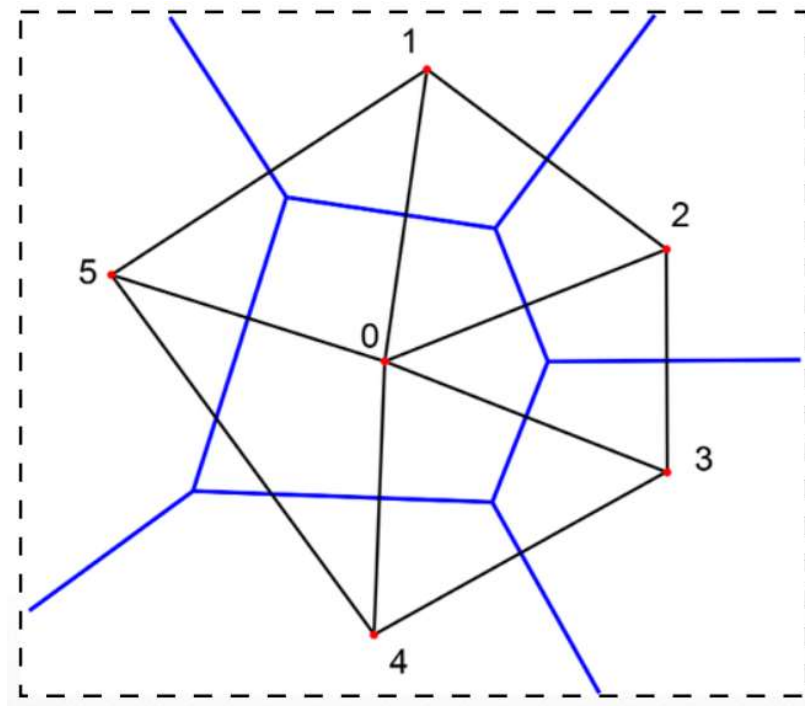
Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi: dividir el espacio en celdas



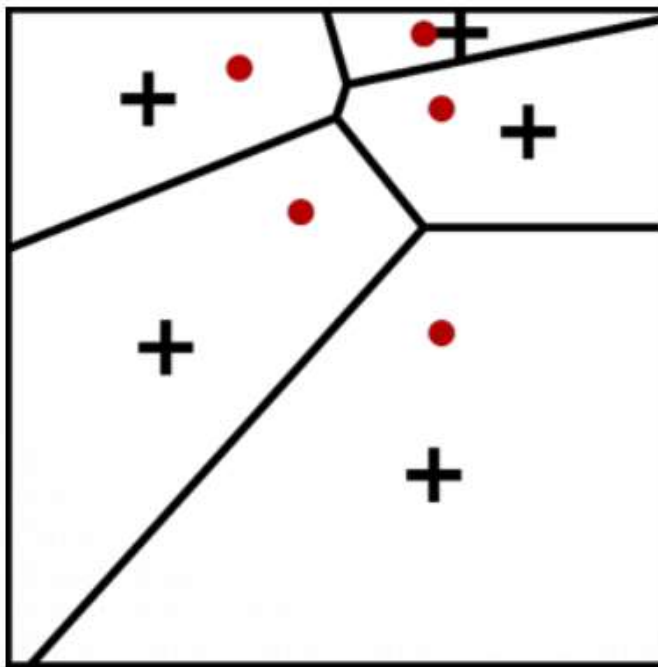
Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi: dividir el espacio en celdas
- Dual: triangulación de Delaunay

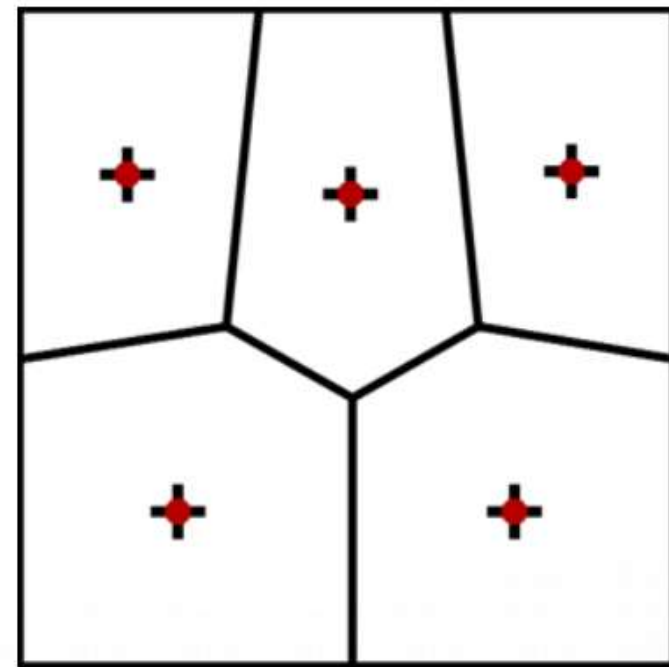


Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi Centroidal



non CVD

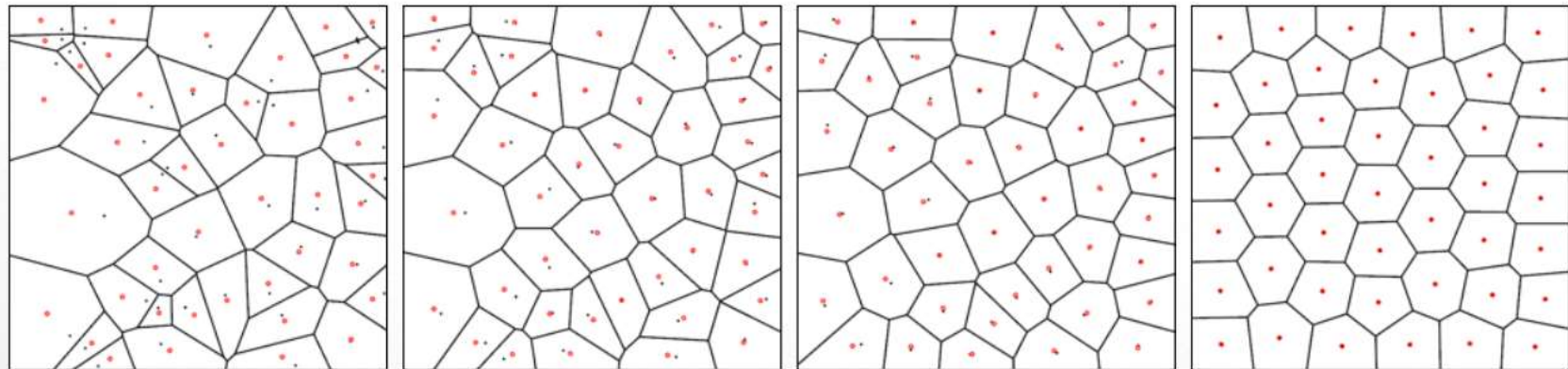


CVD

Remeshing Variacional

- Diagrama de Voronoi Centroidal – Relajación de Lloyd
 - Computar diagrama para los puntos originales p_i
 - Mover puntos p_i a los centroides c_i de sus celdas Voronoi V_i
 - Repetir pasos 1 y 2 hasta la convergencia

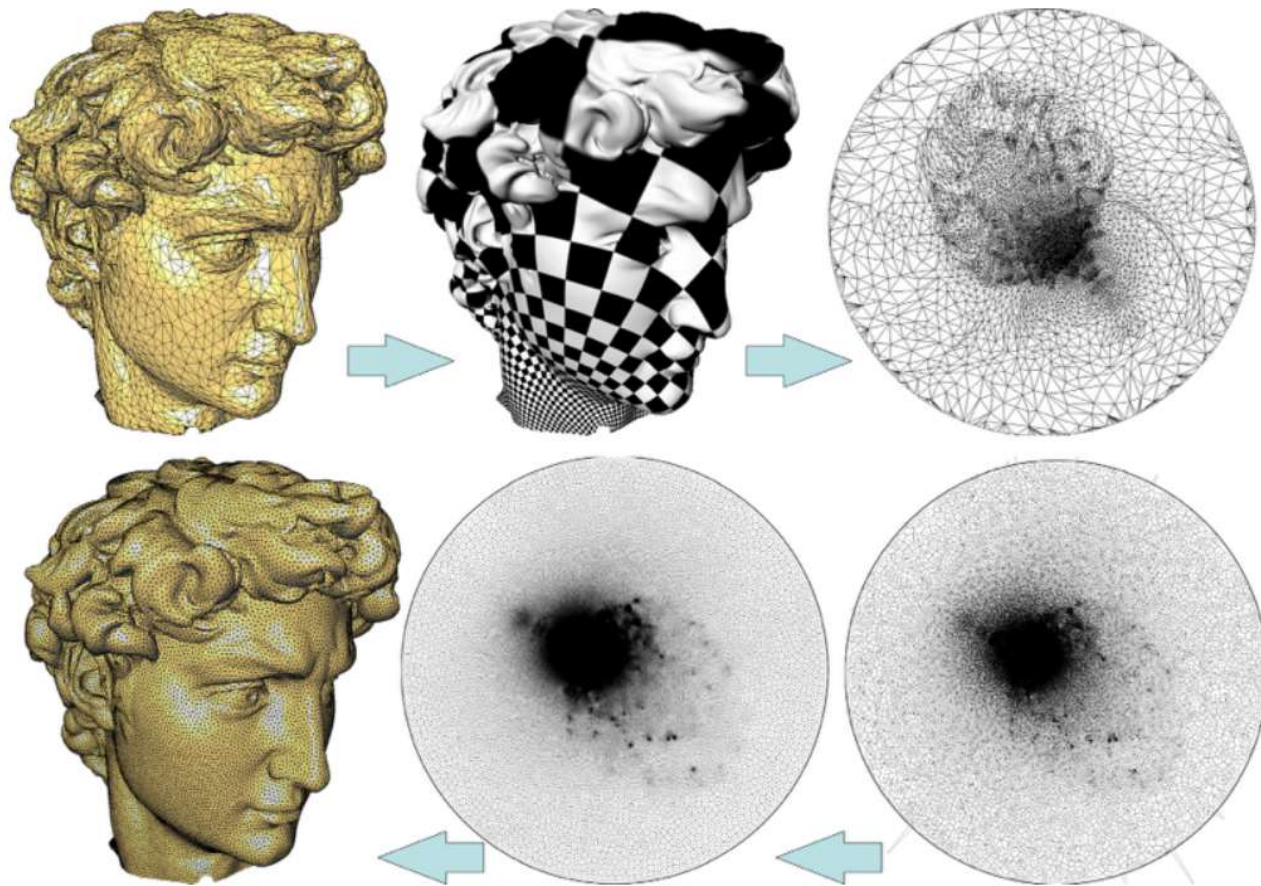
$$\mathbf{p}_i \leftarrow \mathbf{c}_i = \frac{\int_{V_i} \mathbf{x} \cdot \rho(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{V_i} \rho(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}$$



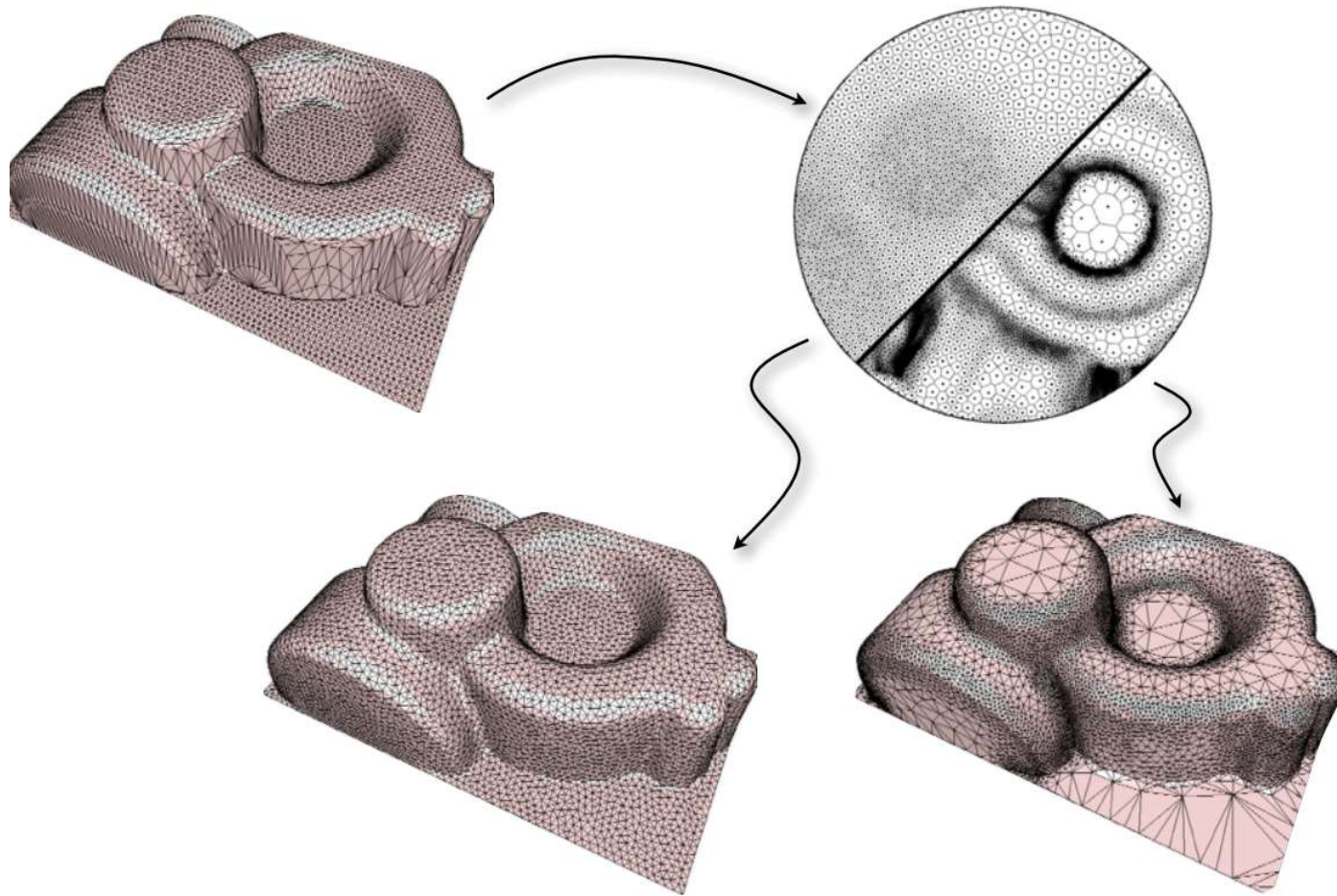
Remeshing Variacional

- Parametrización conformal de la malla
- Computar densidad local
- Realizar en el espacio de parámetros 2D
 - Samplear aleatoriamente de acuerdo a la densidad local
 - Computar la CVD con relajación de Lloyd
- Llevar la triangulación de Delaunay 2D a 3D

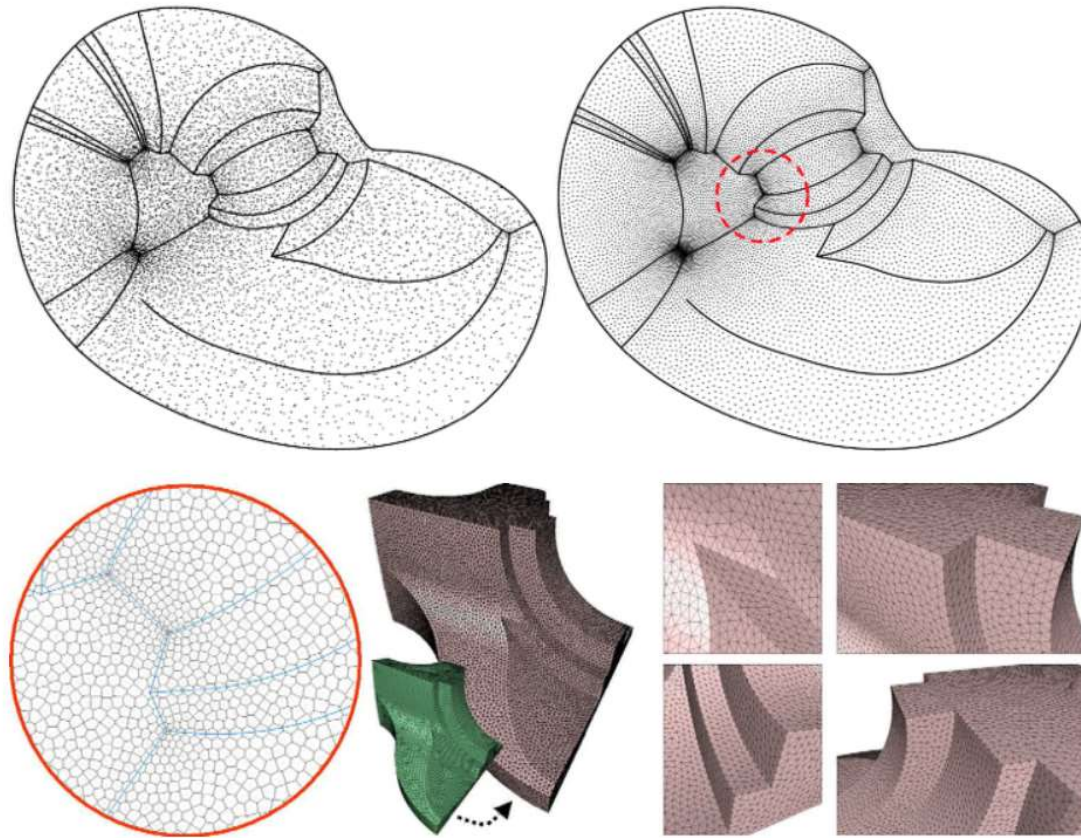
Remeshing Variacional



Remeshing adaptativo

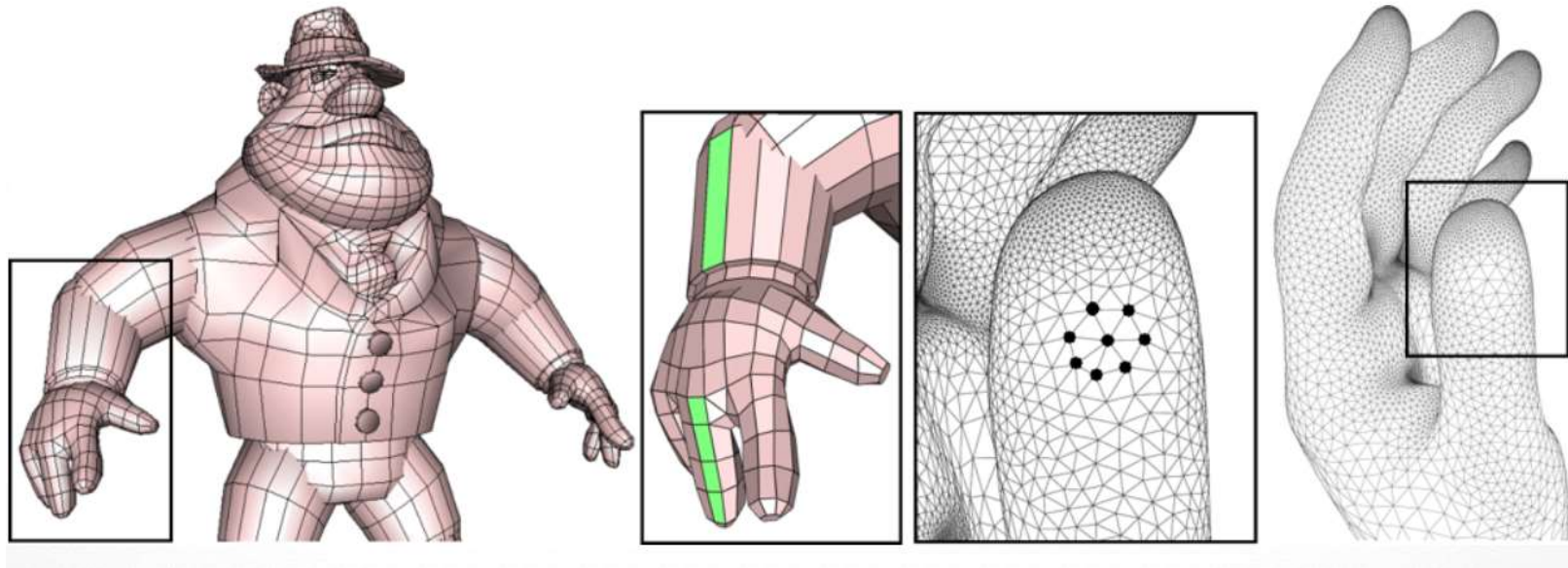


Preservación de características

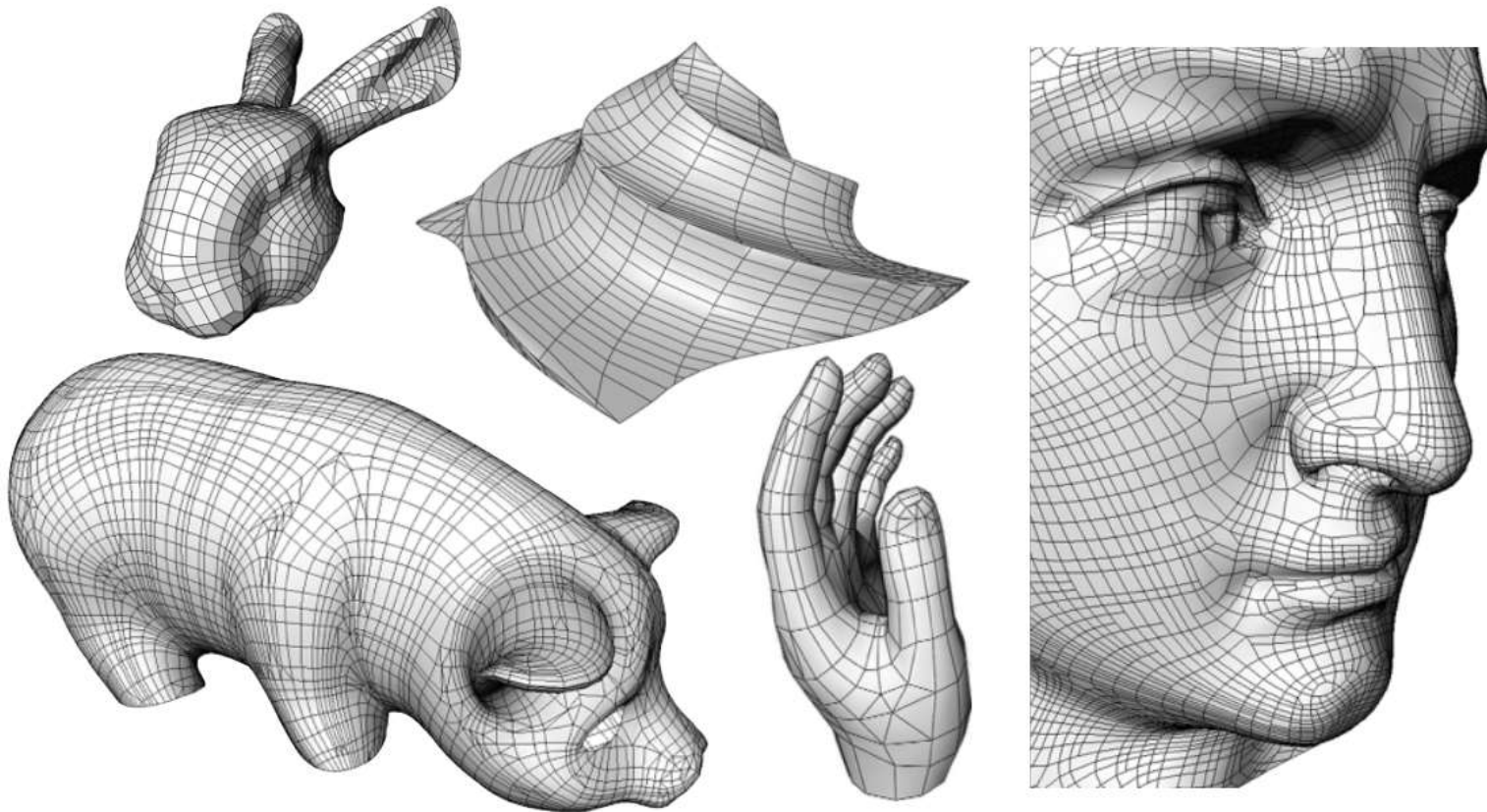


Remeshing anisotrópico

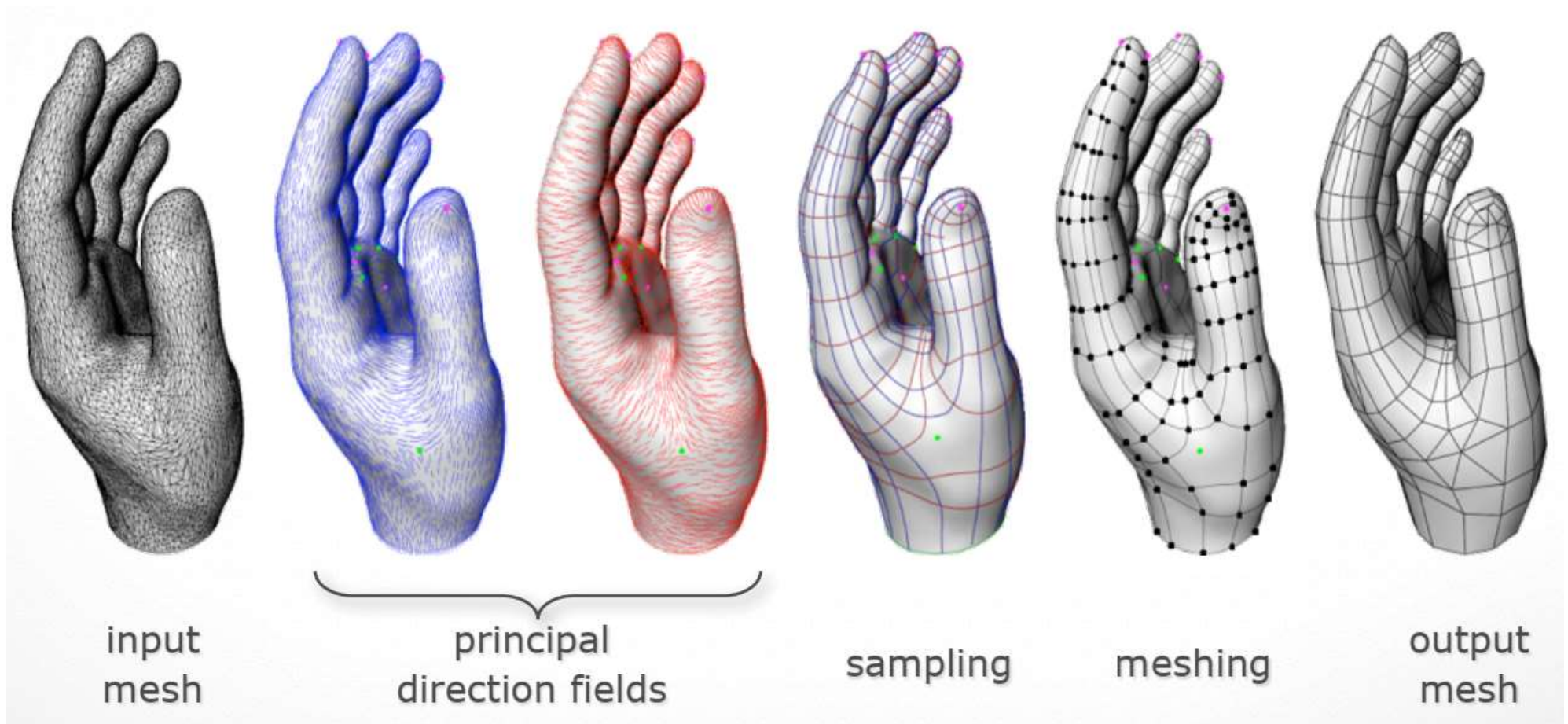
- Modelos diseñados por artistas
 - Anisotropía de una superficie



Remeshing anisotrópico

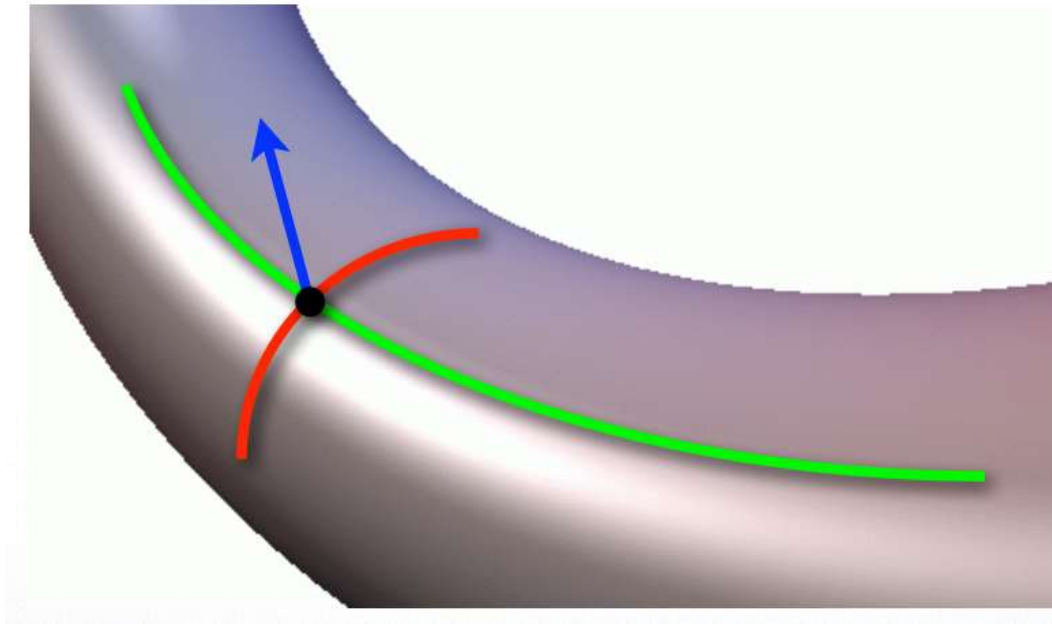


Remeshing anisotrópico



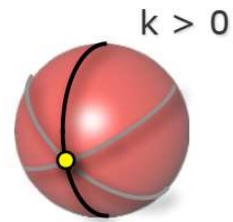
Anisotropía

- Geometría diferencial
 - Frame ortogonal local: direcciones de min/max curvatura + normal

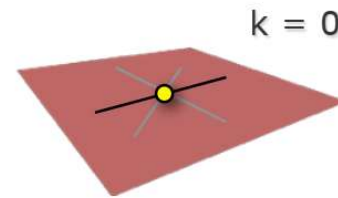


Tensor de curvatura 3D

Isotrópico

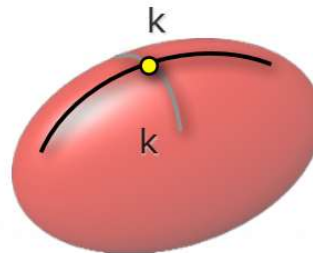


spherical

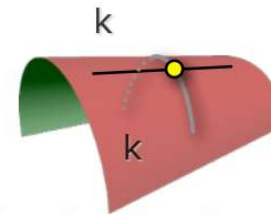


planar

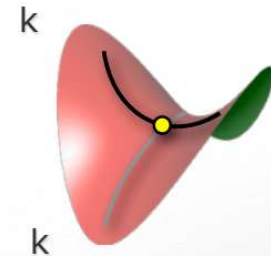
Anisotrópico



elliptic

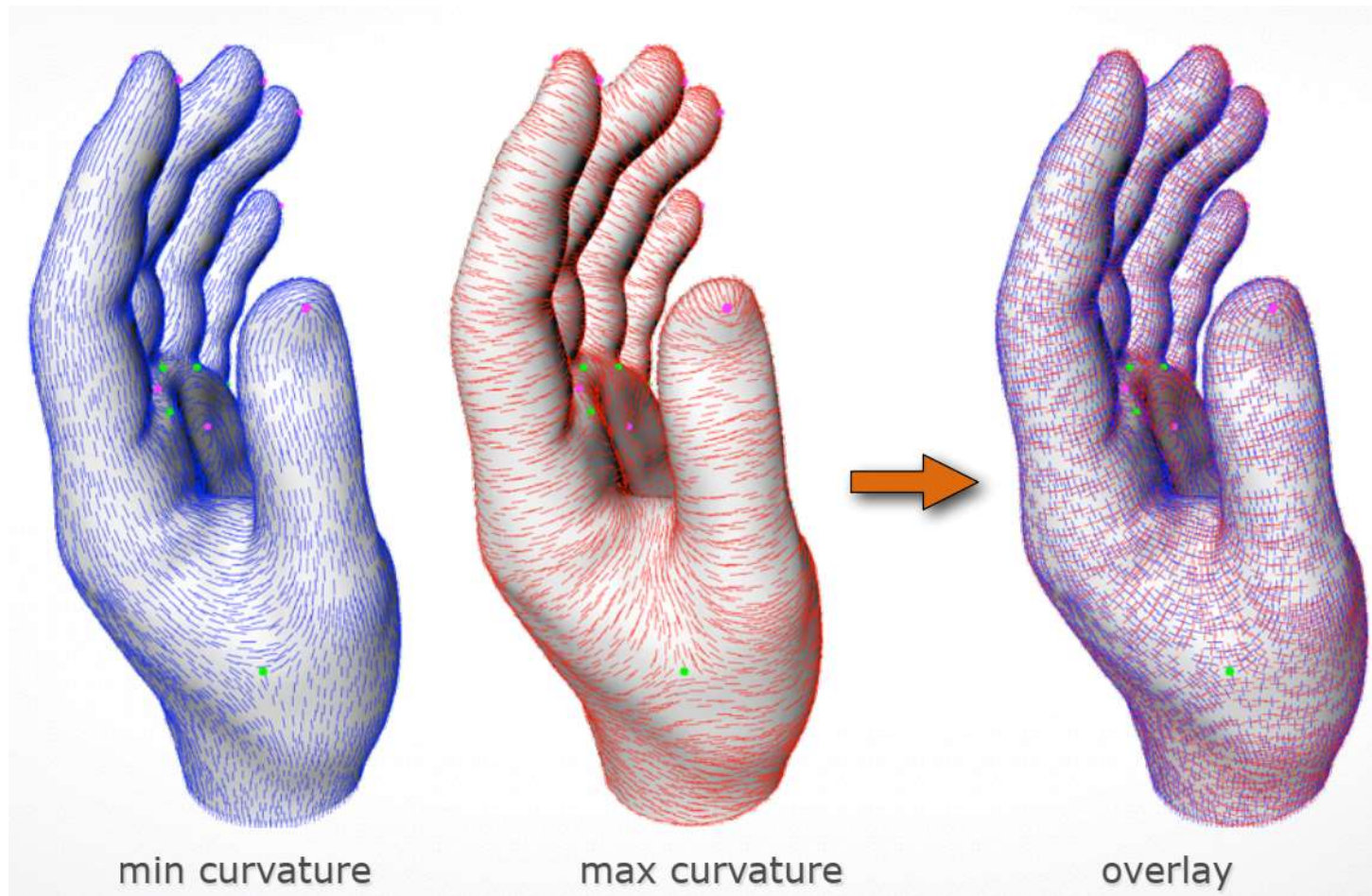


parabolic

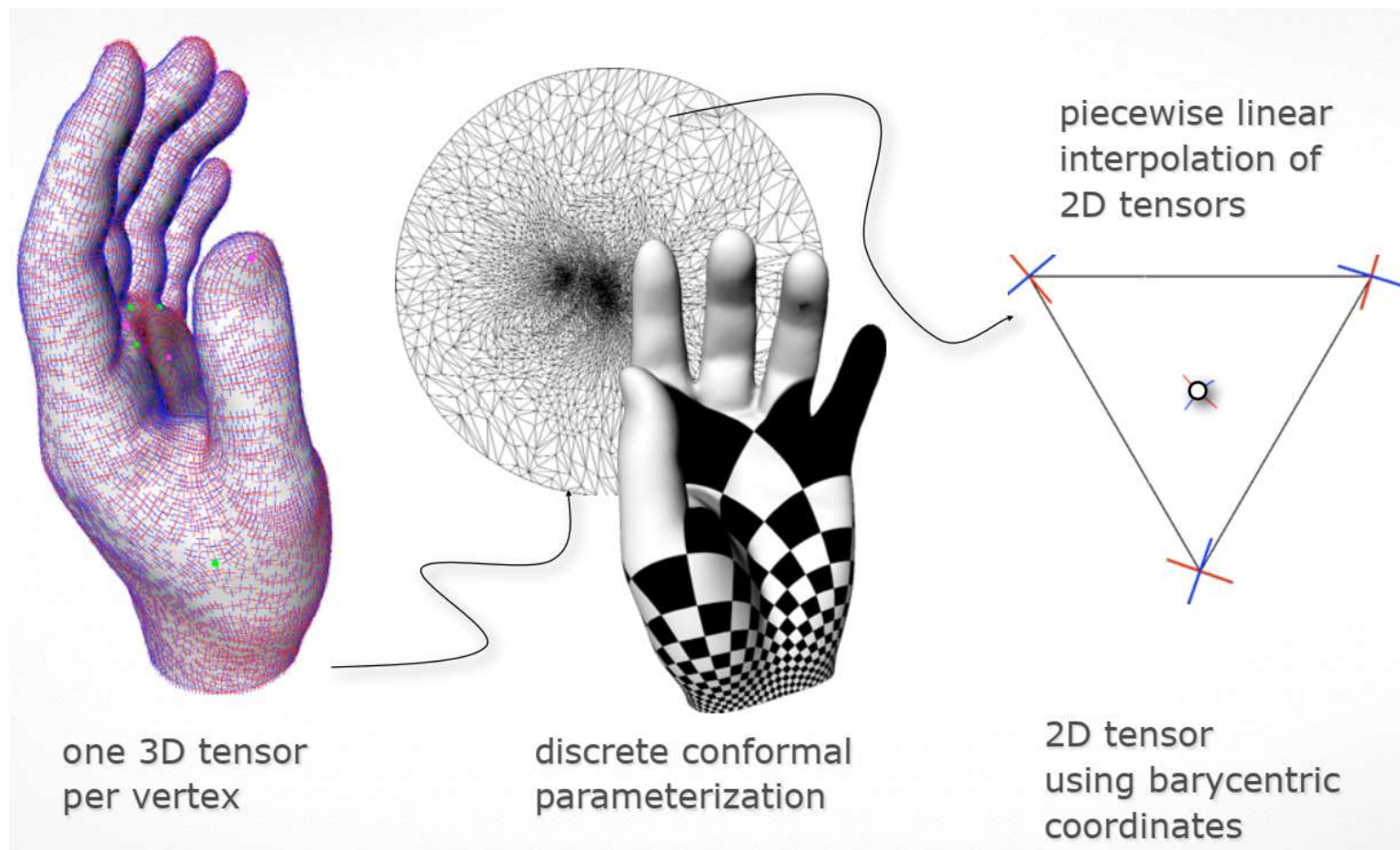


hyperbolic

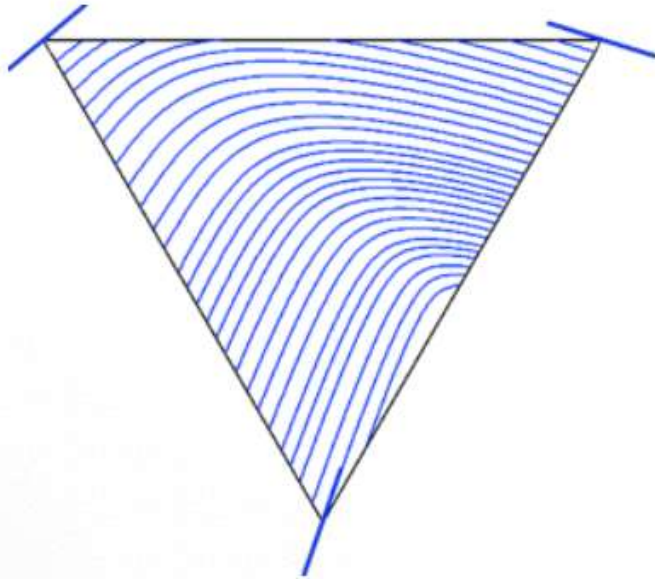
Campo de direcciones principales



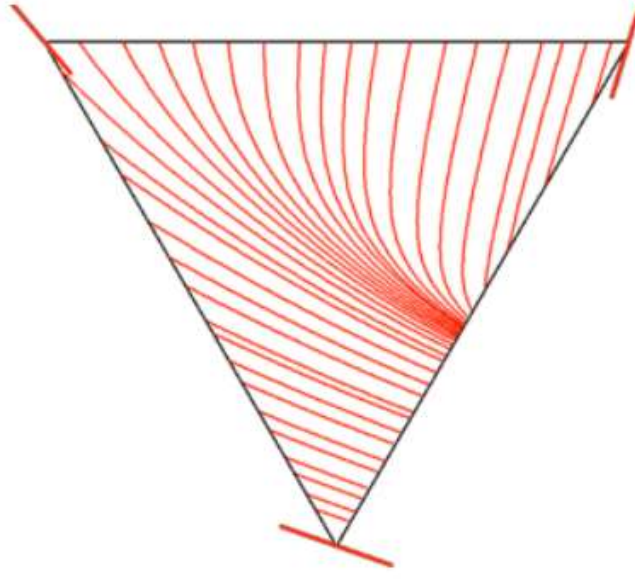
Aplanamiento a 2D



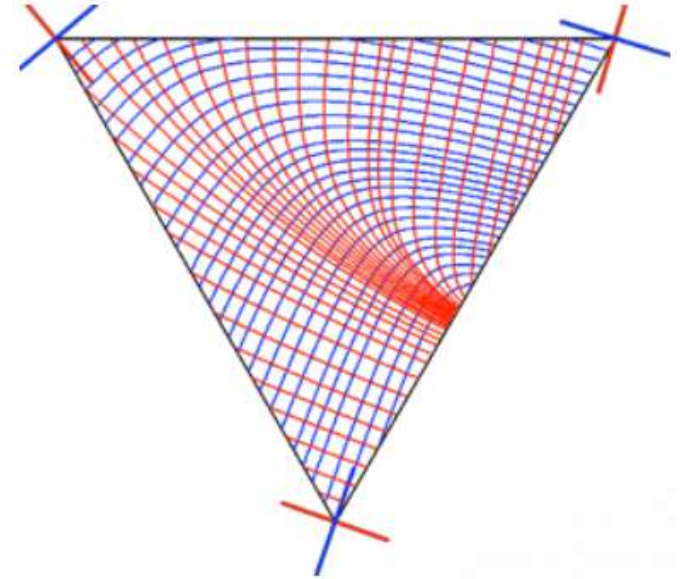
Campo de direcciones 2D: caso regular



minor foliation

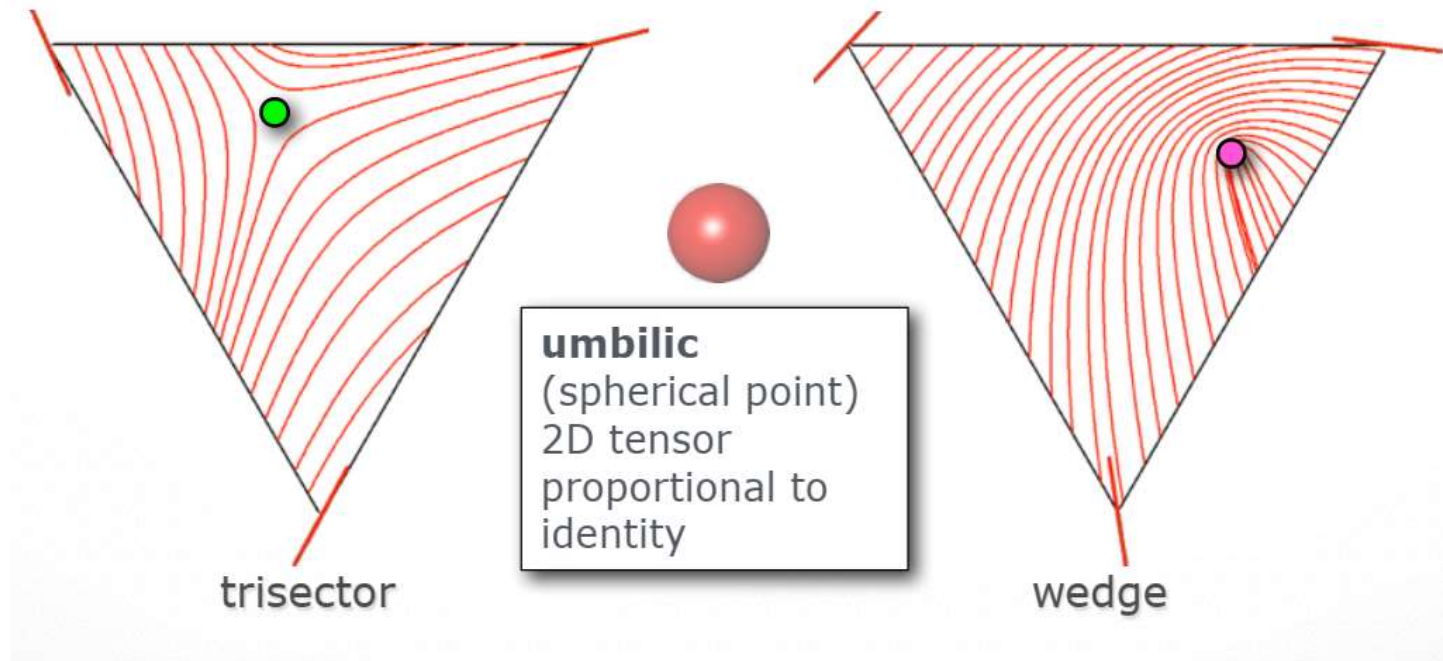


major foliation

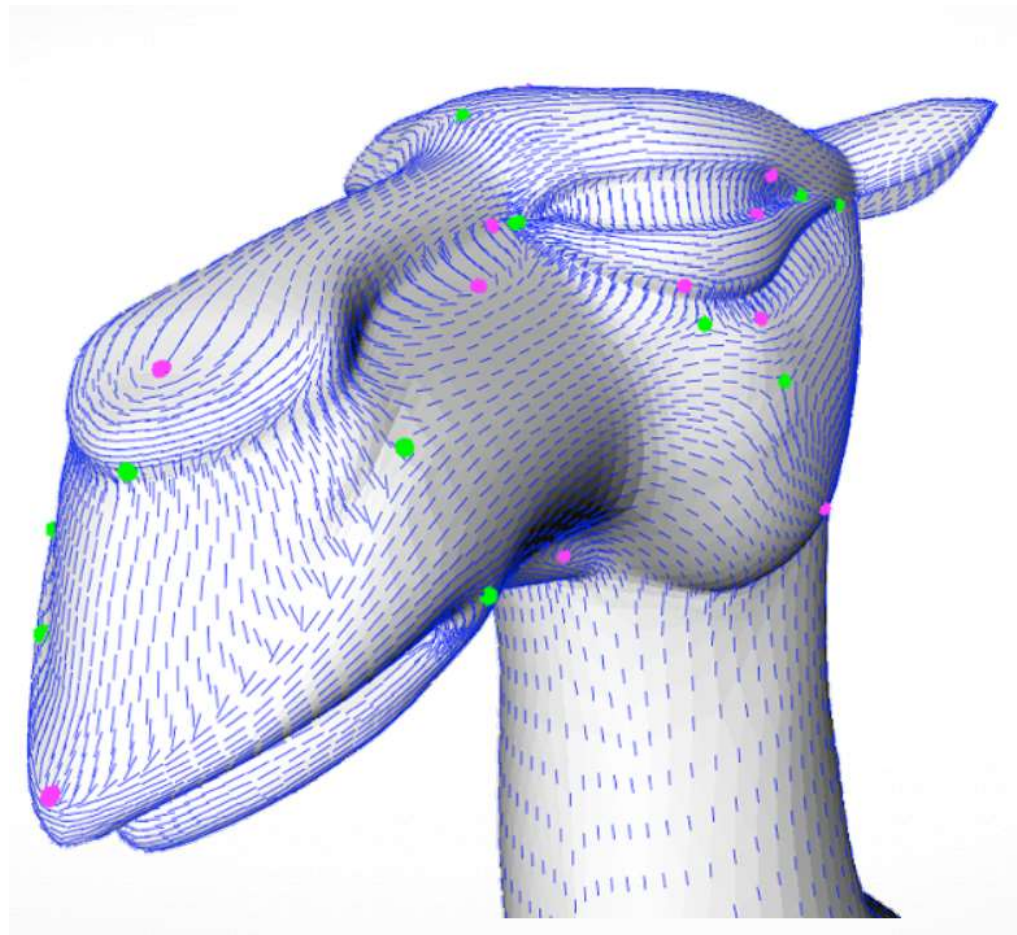


principal foliations

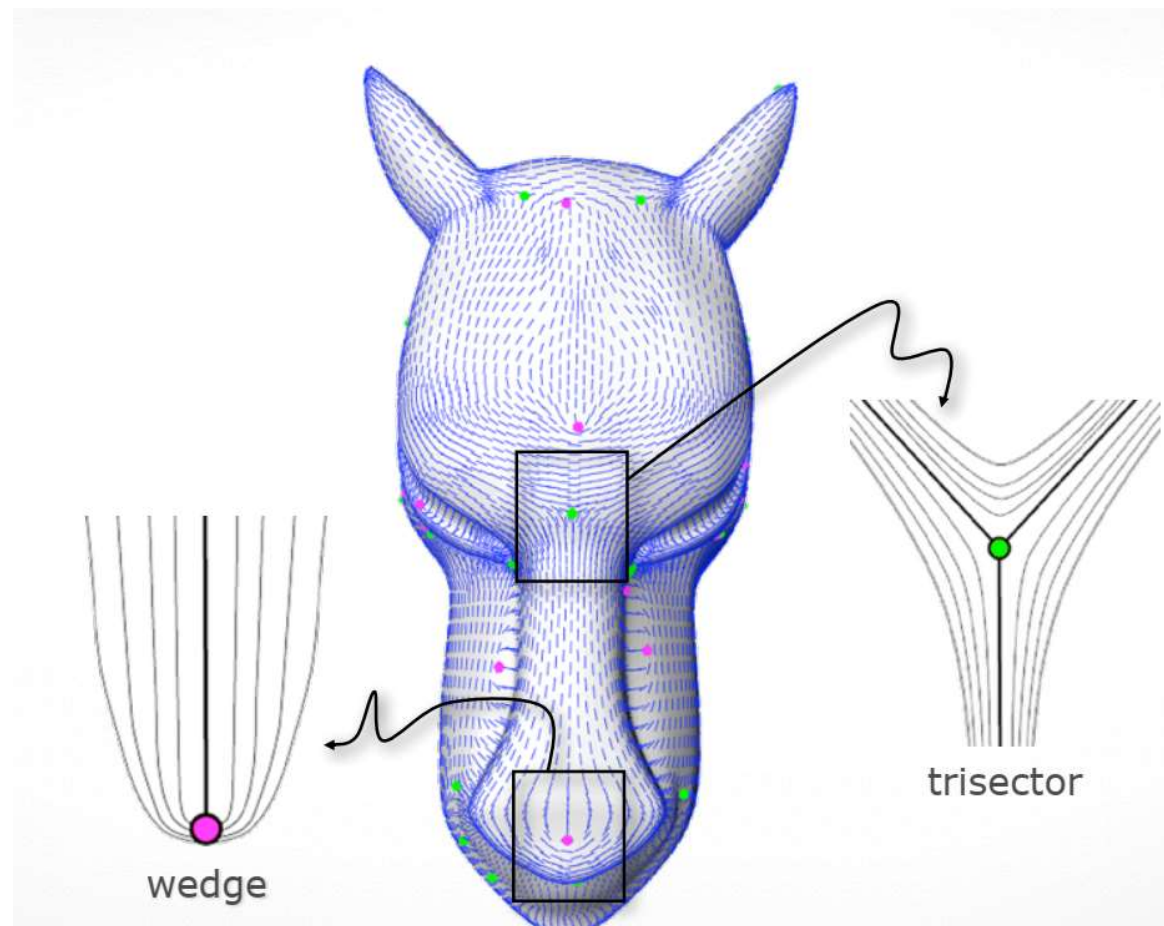
Campo de direcciones 2D: singularidades



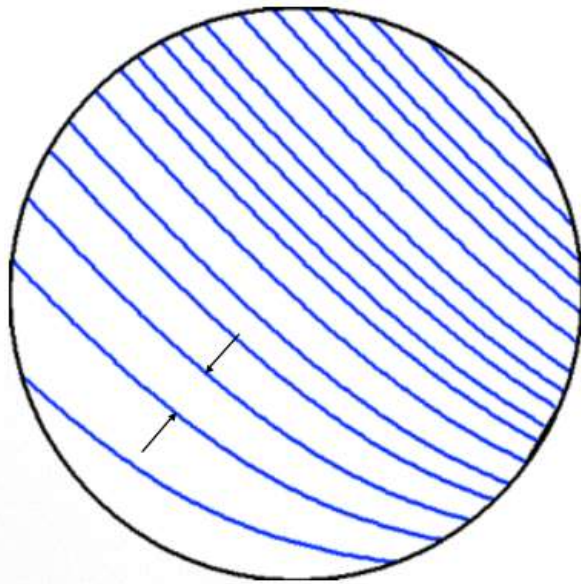
Umbilics



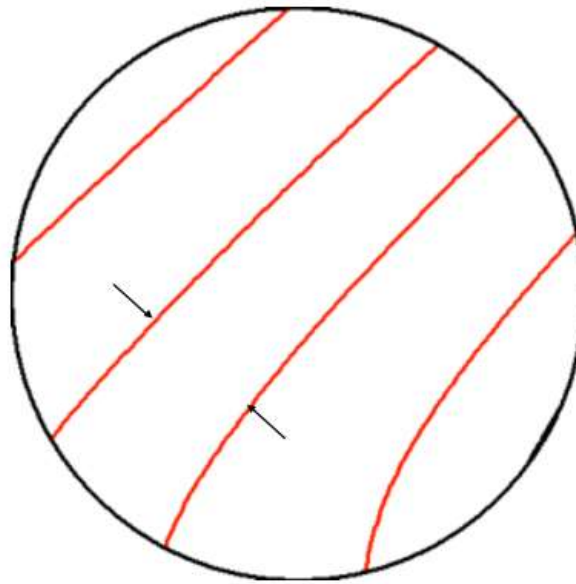
Umbilics



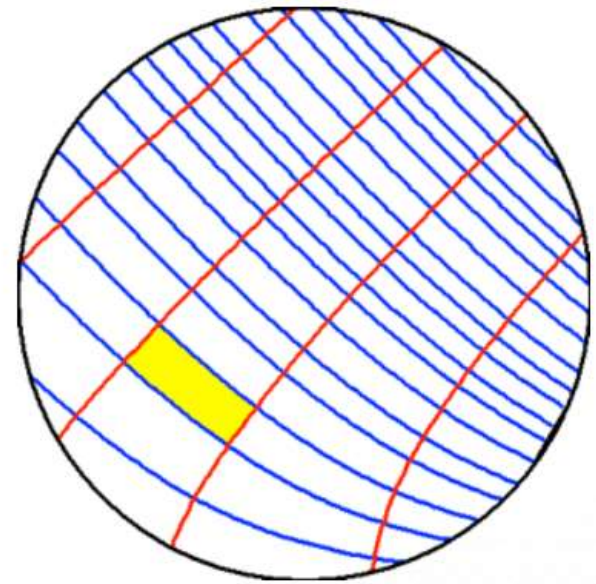
Líneas de curvatura



minor net

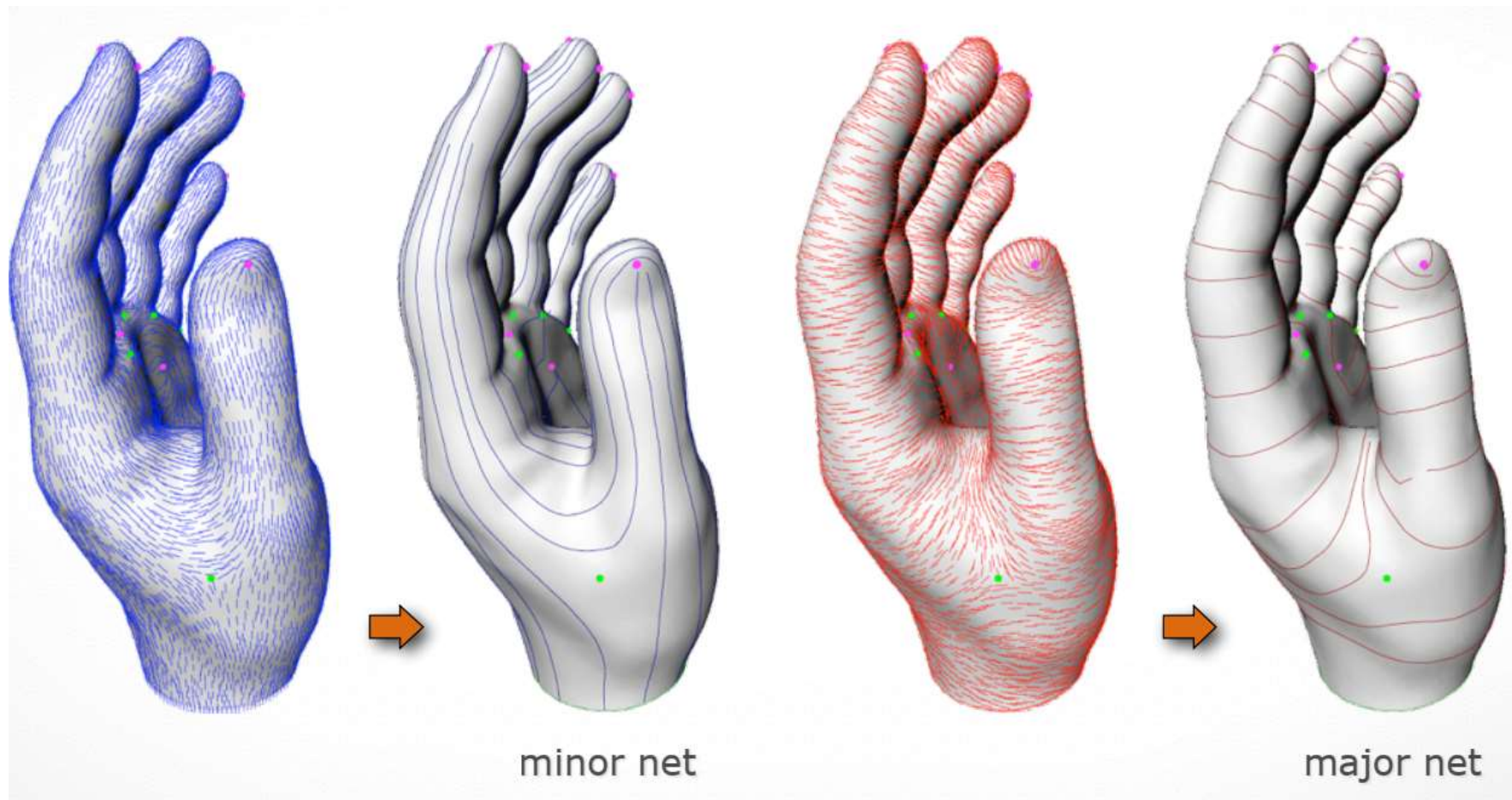


major net



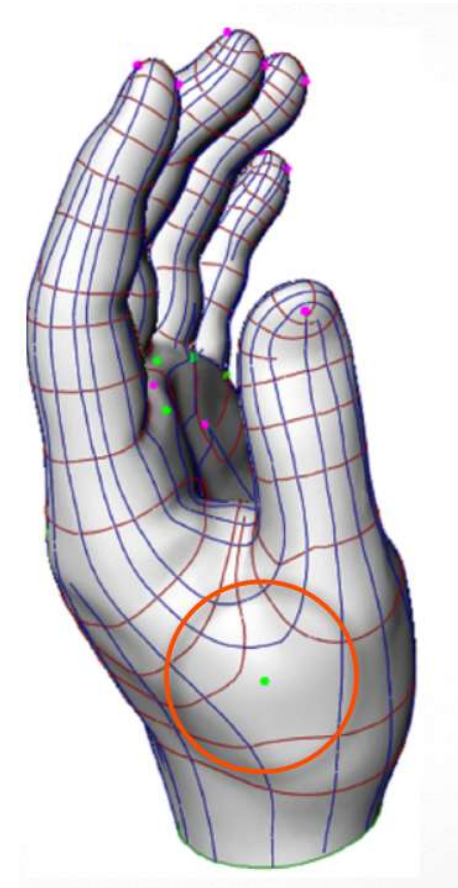
overlay

Líneas de curvatura

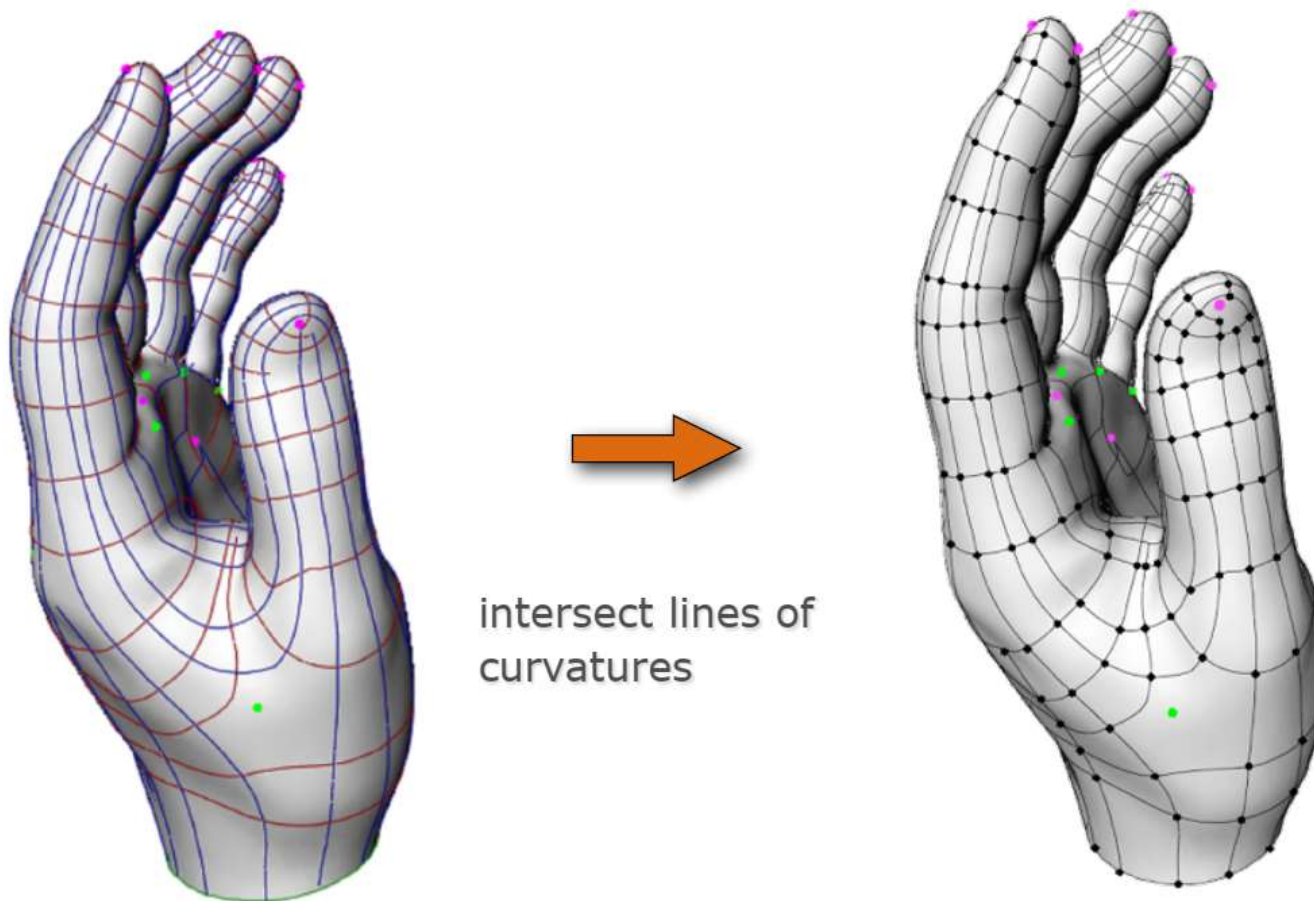


Overlay

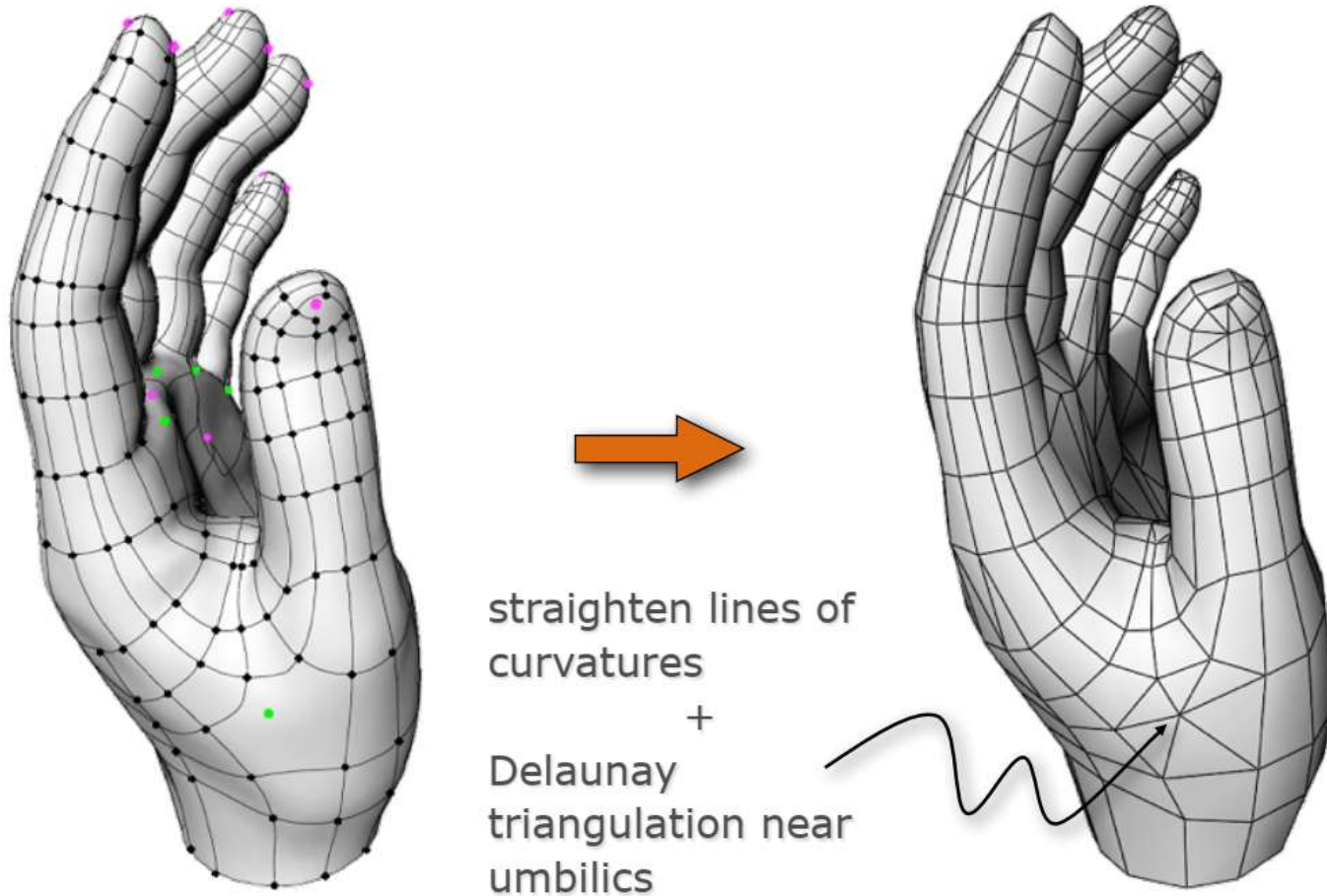
- Líneas de curvatura en regiones anisotrópicas
- Añadir puntos umbilicales en regiones isotrópicas



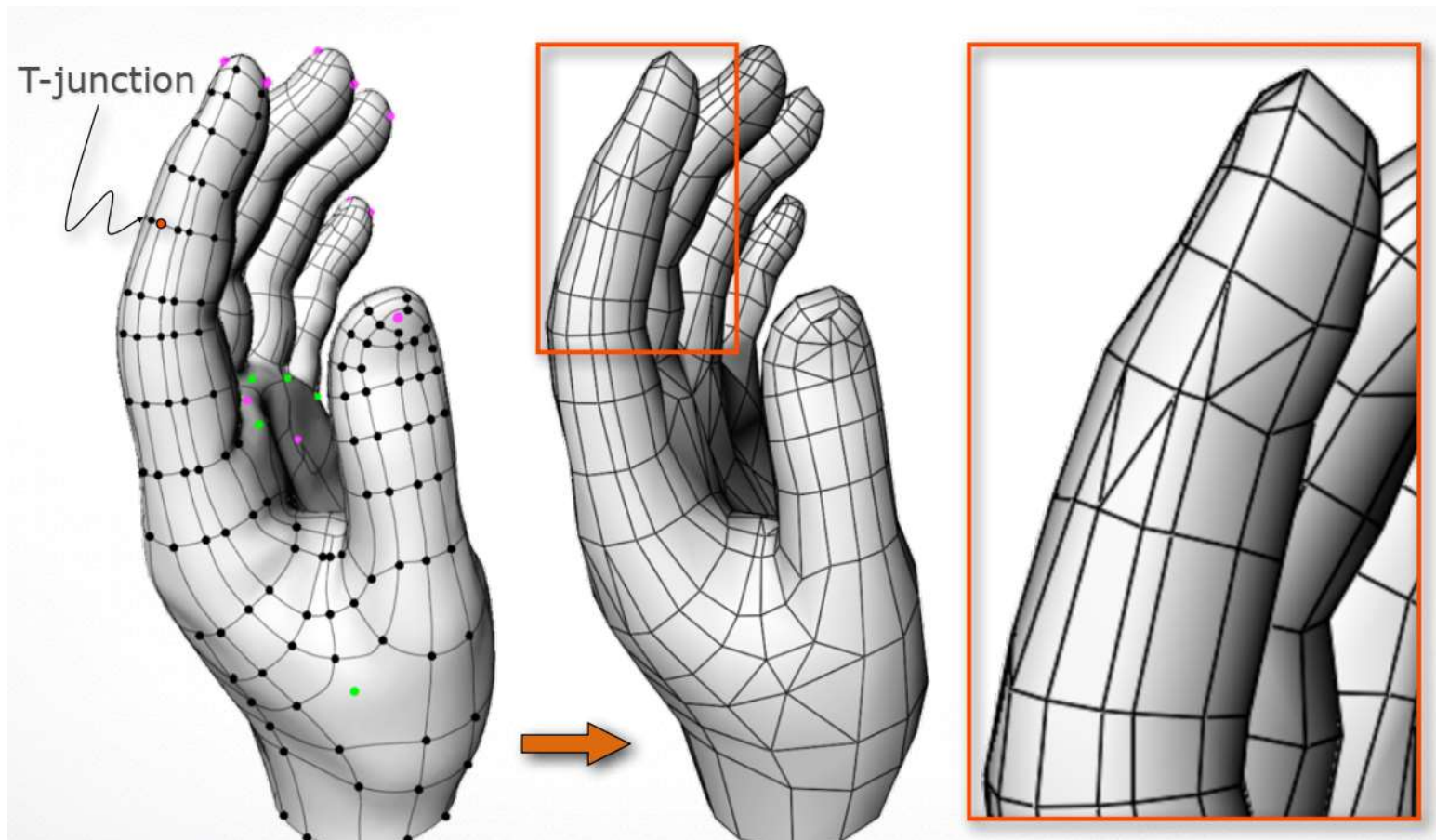
Vértices



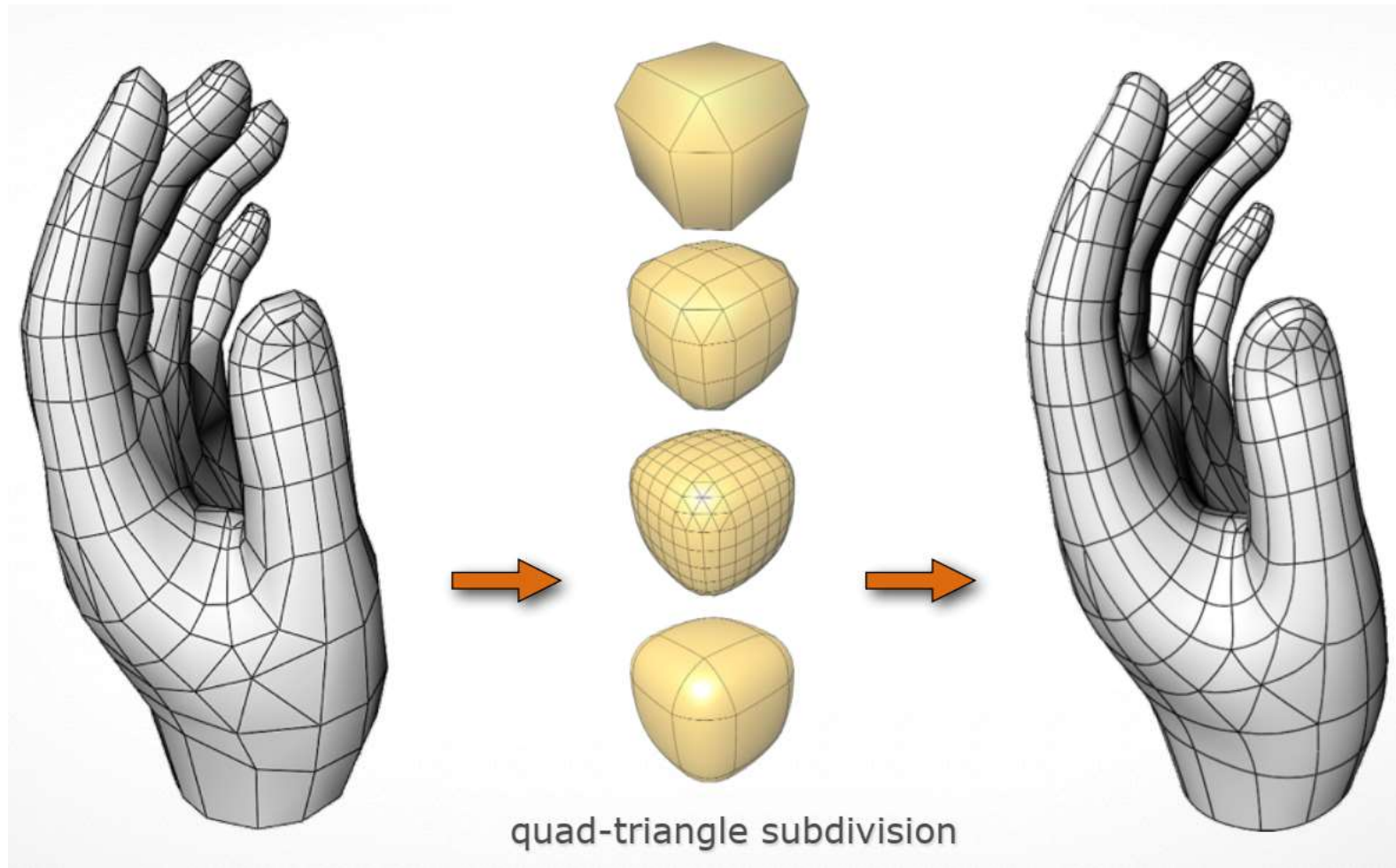
Aristas



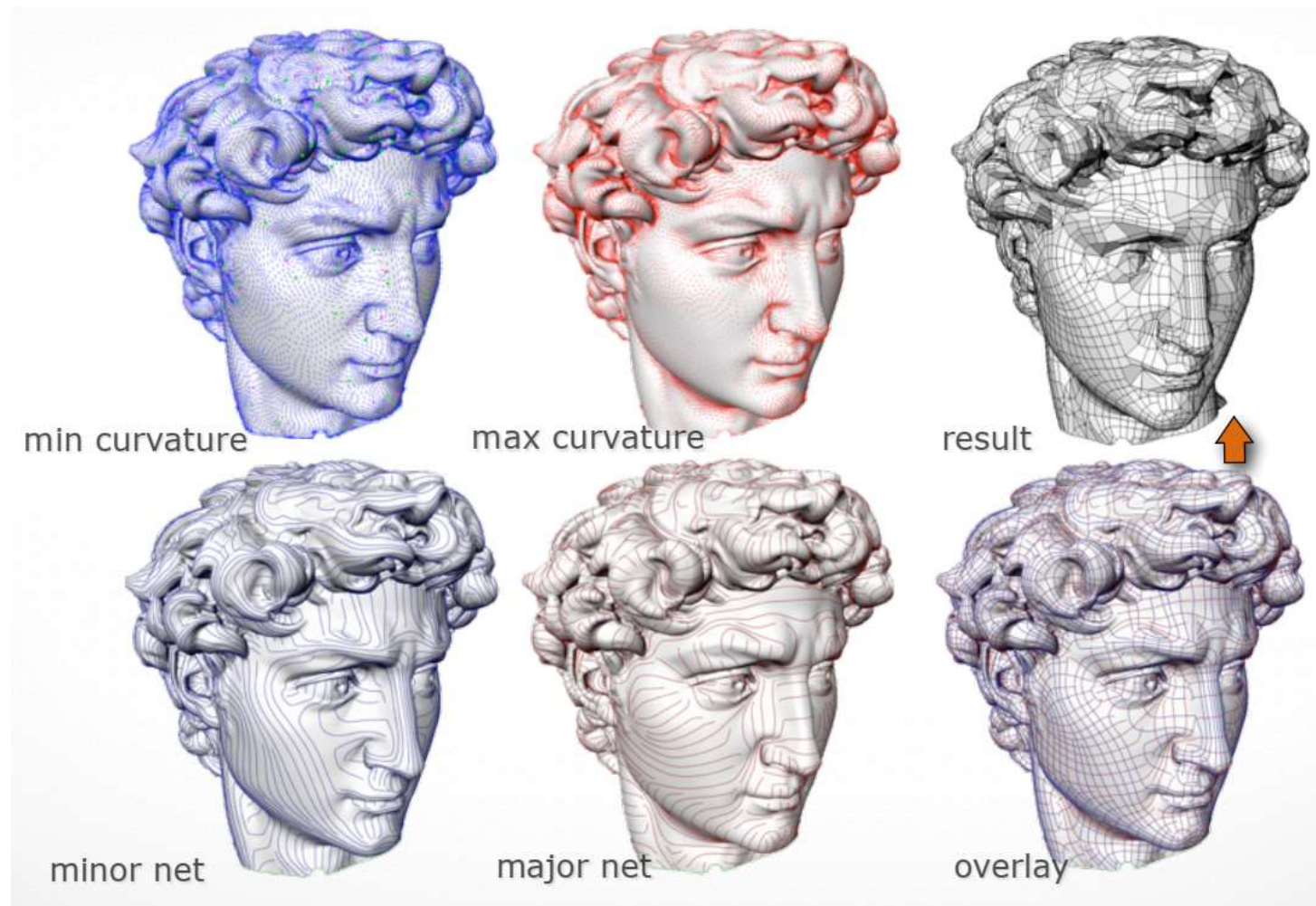
Resolver T-Junctions



Aplicar suavizamiento



Resultados



Resultados

