Procesamiento Geométrico y Análisis de Formas

Ivan Sipiran

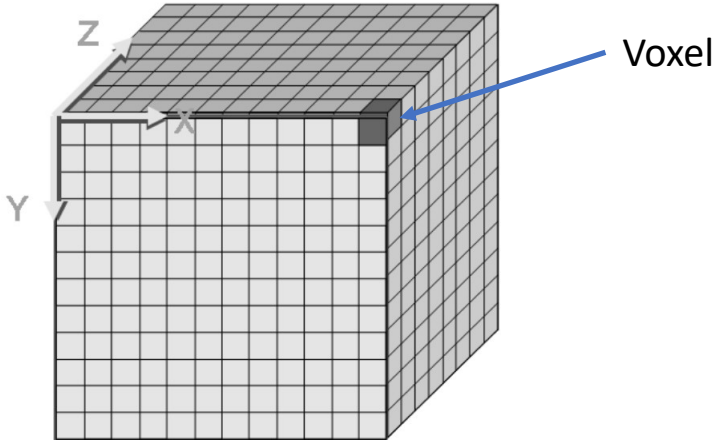
Datos 3D

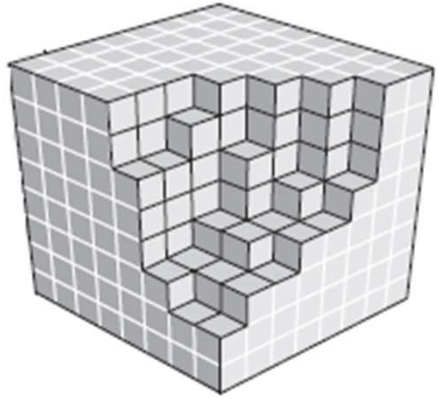
- Cuando hablamos de datos 3D, nos referimos a la representación computacional de alguna información geométrica
- Las representaciones más comunes son:
  - Volumétrica
  - Nubes de puntos
  - Paramétrica
  - Mallas geométricas

Representaciones volumétricas

Voxels

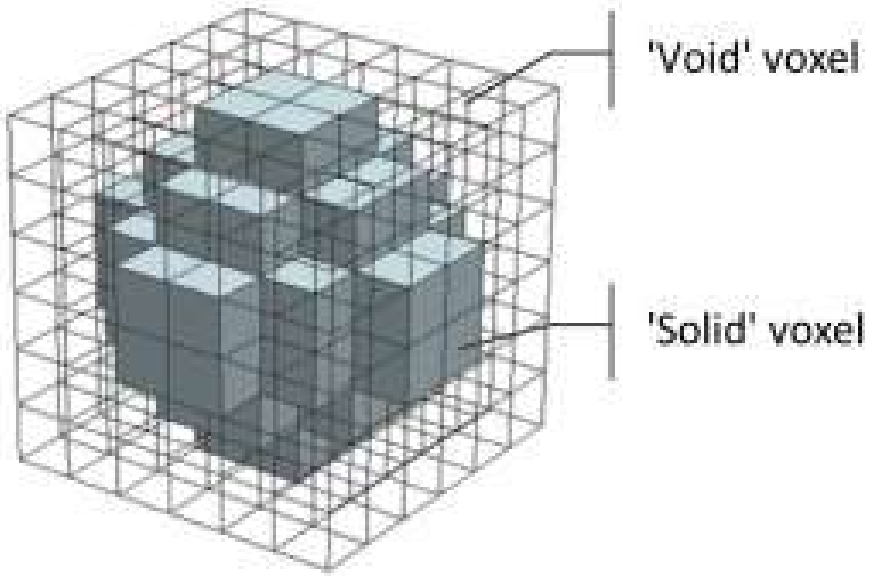
- Representación volumétrica
- El objeto 3D se representa como un array de 3 dimensiones: cada elemento es un voxel
- El array representa un división del espacio 3D en pequeñas partes iguales
- El número de partes de la división es la resolución





Voxels

- Cuando un valor del array es cero: ahí no existe geometría
- Cuando un valor del array es diferente de cero: ahí hay geometría
- La voxelización más simple es la que usa sólo ceros y unos para representar la geometría

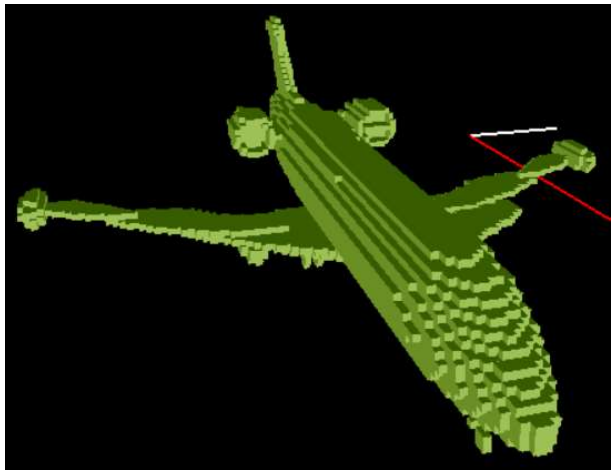


Voxels - Aplicaciones

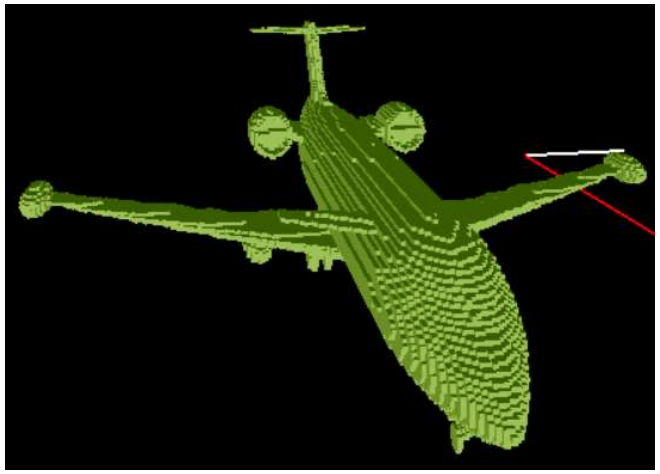
- Esta representación genera un dominio uniforme en 3D, lo que es muy útil en simulación física.

Voxels

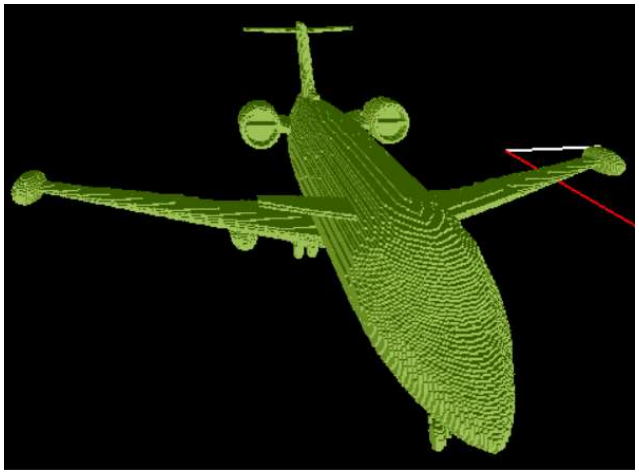
- El nivel de detalle está condicionado por la resolución



128x128x128
~2M voxels



256x256x256
~16M voxels



512x512x512
~134M voxels

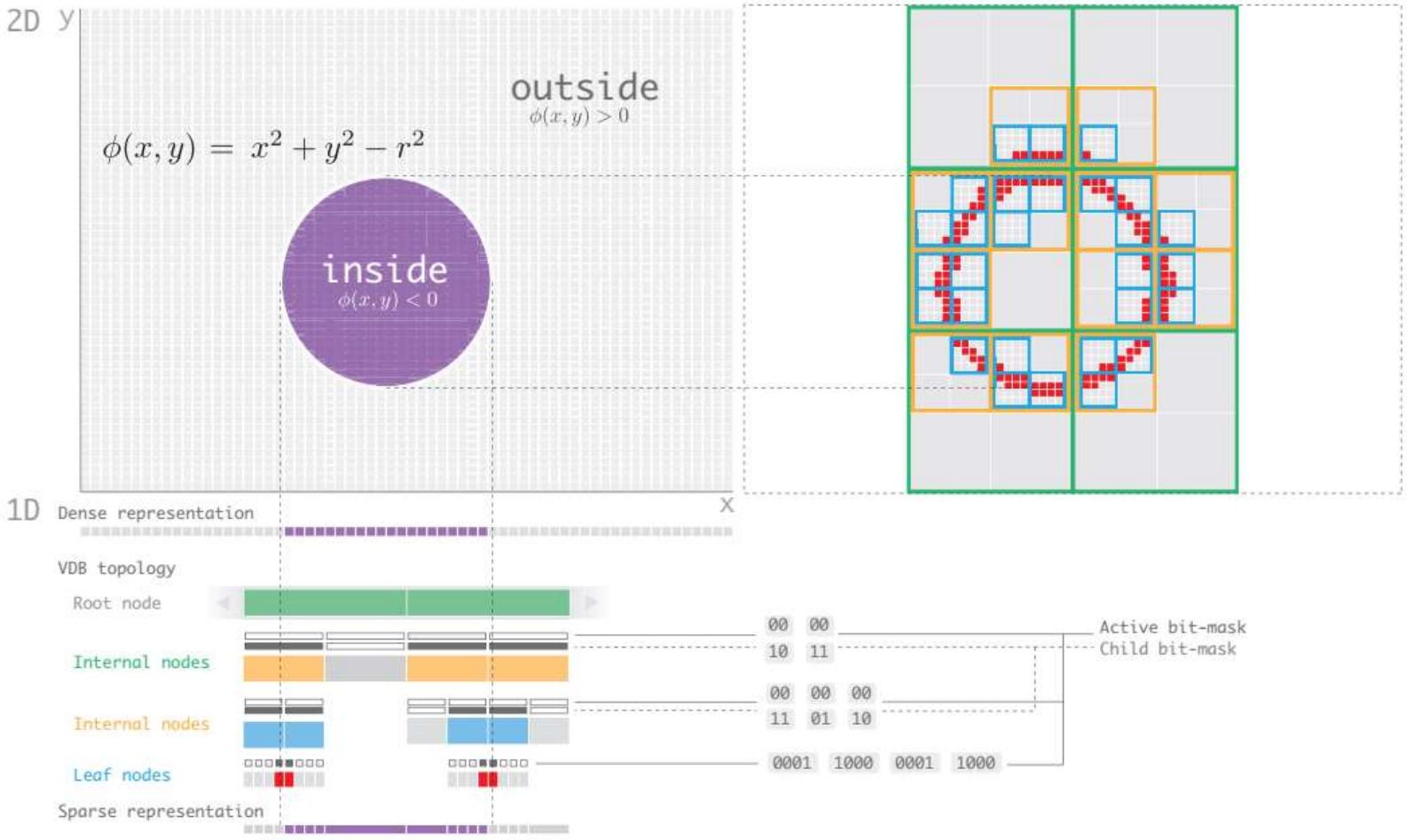
Objetos de alta resolución son costosos de almacenar

Observación: muchos voxels no tienen información. En general, los objetos son esparsas.

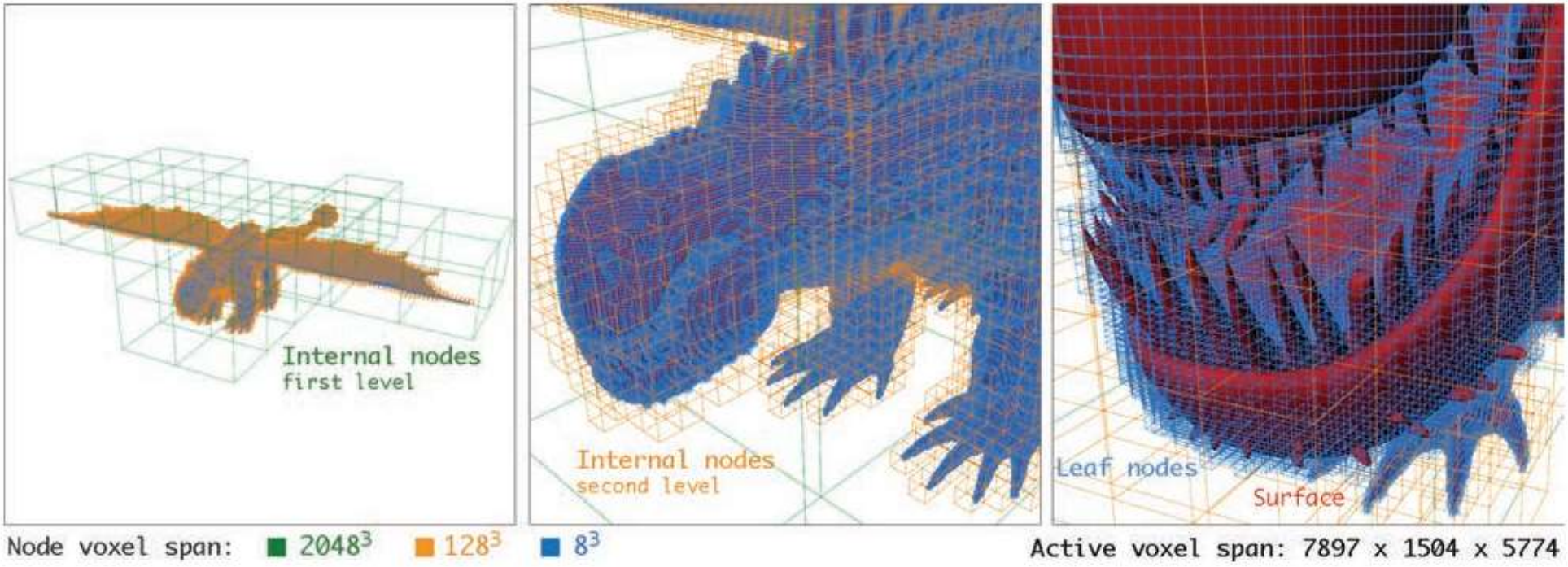
Voxels adaptivos

- Existen estructuras de datos que permiten hacer más eficiente el almacenamiento de datos volumétricos
  - DT-Grid (Google)
  - Field3D
  - GigaVoxels (INRIA)
  - OpenVDB (Dreamworks)

Voxels adaptivos (OpenVDB)



Voxels adaptivos (OpenVDB)

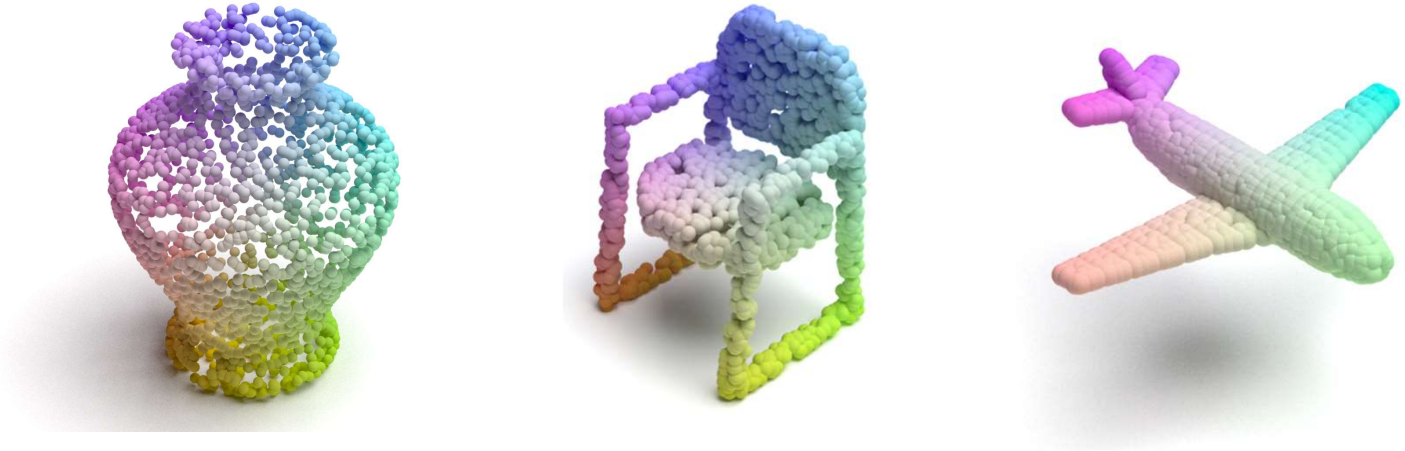


Voxels adaptivos (OpenVDB)

Nubes de puntos

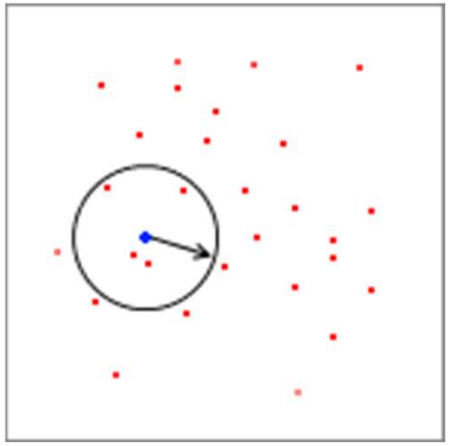
Nubes de puntos

- El objeto 3D se representa como un conjunto (no ordenado) de puntos en 3D que están en la superficie del objeto.
- La representación computacional es muy simple
  - Conjunto de puntos con coordenadas x, y, z

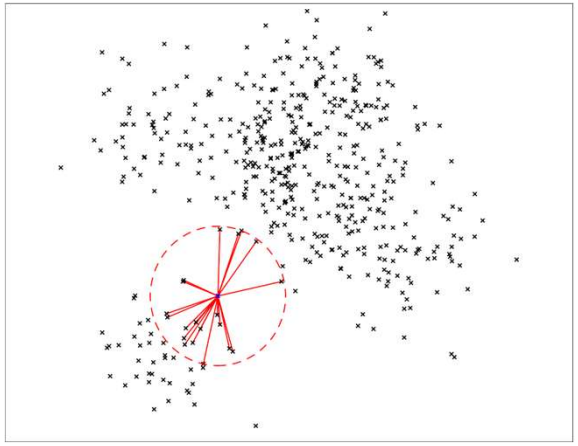


Nubes de puntos

- Una operación frecuente en nubes de puntos es la de seleccionar subconjuntos de puntos vecinos.
  - Búsqueda por rango
  - Búsqueda del vecino más cercano



Range search



knn search

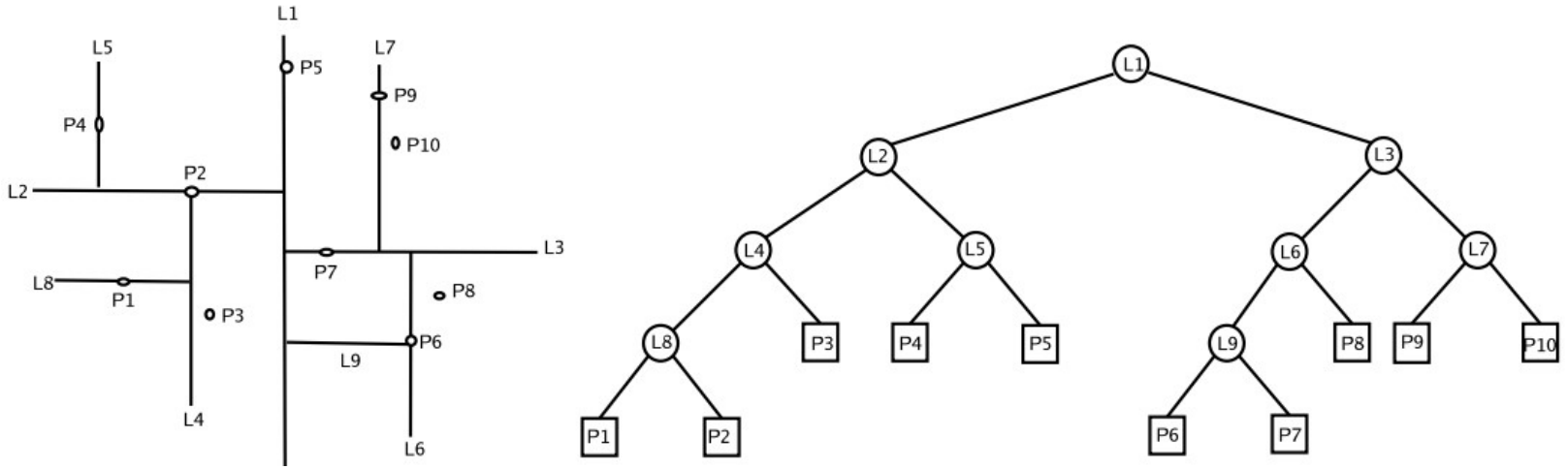
Peor caso:

Rango: O(n)

K-NN: O(nlogn)

Nubes de puntos

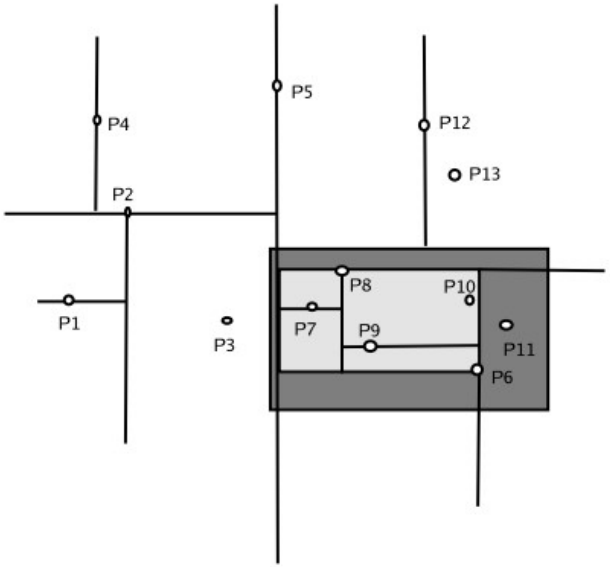
- Existen estructuras de datos espaciales para hacer estas búsquedas más eficientes: kd-tree

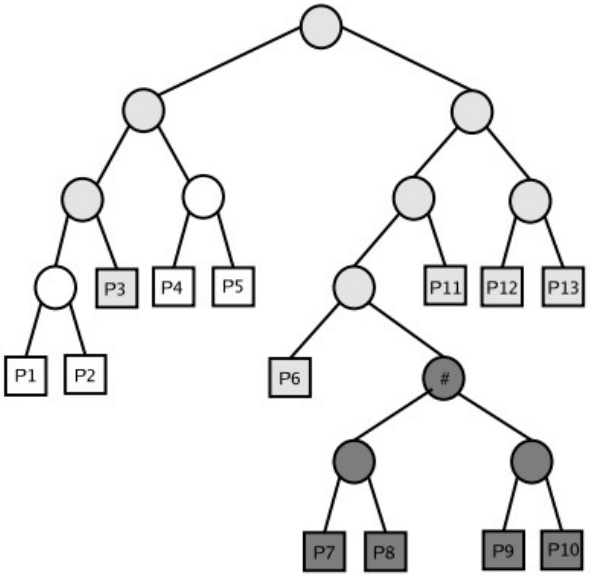


Construcción en O(n logn)

Kd-Tree - Búsqueda

- La búsqueda es un recorrido por el árbol
  - Cuando la región de búsqueda intersecta la línea de división, nos obliga a visitar ambos nodos hijos.
  - El “pruning” sucede cuando la región está a un lado de la línea de división.

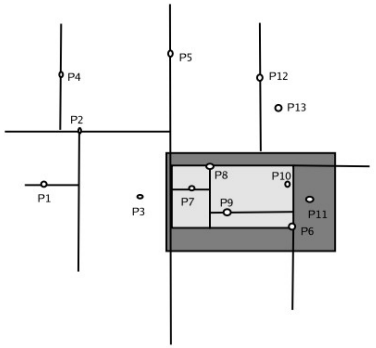


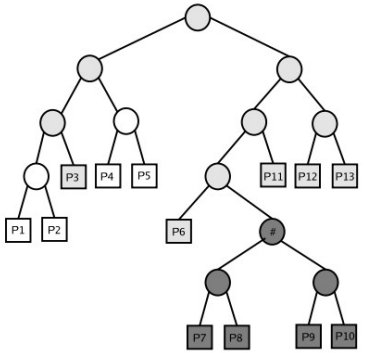


Kd-Tree - Búsqueda

- Range Search (v, R)

```
if v is a leaf
then  Report the stored at v if it lies in R
else if region(lv(c)) is fully contained in R
        then REPORTSUBTREE(lc(v))
        else if region(lc(v)) intersects R
        then SEARCHKDTREE(lc(v),R)
    if region(rv(c)) is fully contained in R
        then REPORTSUBTREE(rc(v))
        else if region(lc(v)) intersects R
:       then SEARCHKDTREE(lc(v),R)
```



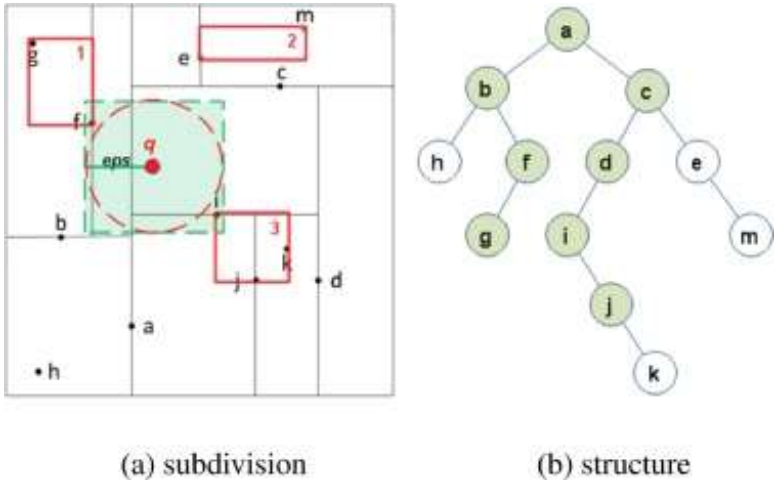


Este algoritmo tiene complejidad $O(\sqrt{n} + k)$, donde k es el número de elementos que están dentro del rango.

De manera general, la búsqueda en un kd-tree de dimensión d tiene complejidad $O(n^{1-\frac{1}{d}} + k)$

Kd-Tree - Búsqueda

- Nearest neighbor
  - Se recorre el árbol buscando el mejor punto cada vez
  - A lo más se recorren dos caminos hacia las hojas
  - Complejidad: $O(\log n)$
- K-Nearest neighbor
  - Se repite k veces
  - Complejidad: $O(k \log n)$

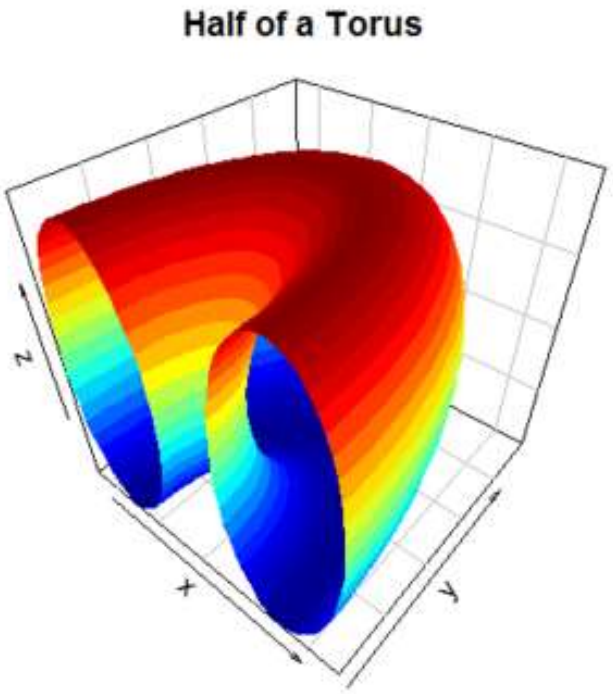


(a) subdivision (b) structure

Superficies

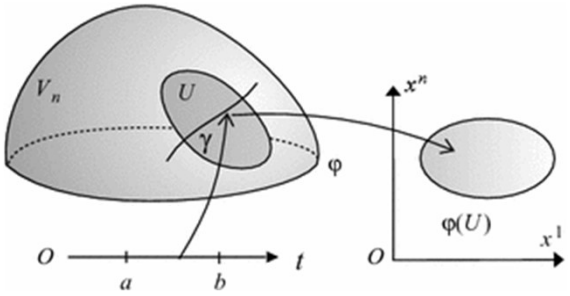
Superficie

- En la computadora se representa la frontera que divide el interior del exterior del objeto (o la orientación en caso de objetos abiertos)

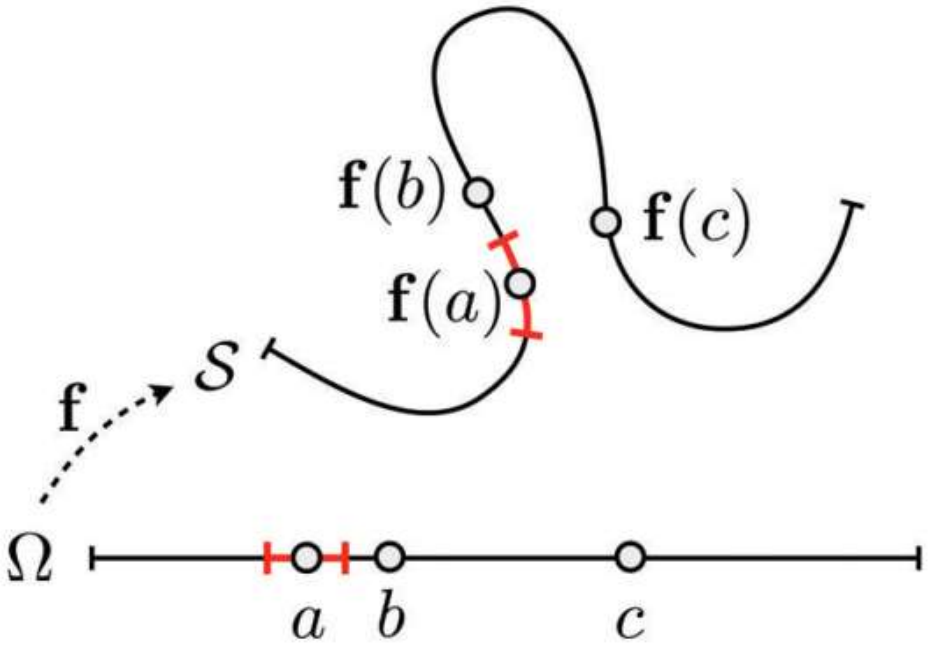


Una superficie es orientable si se distingue entre un lado de la superficie del otro.

Una superficie es “manifold” si la topología alrededor de cualquier punto de la superficie es idéntica a un disco.



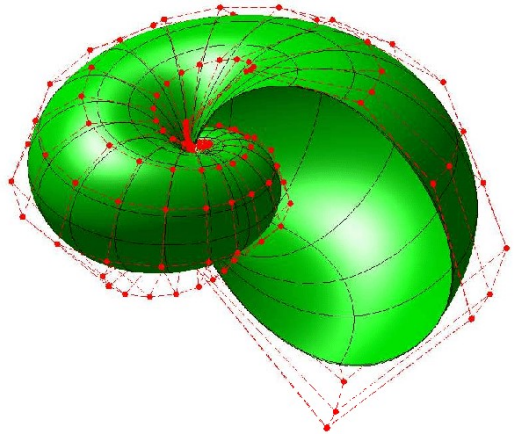
Manifoldness



Superficies paramétricas

- Superficies obtenidas como combinaciones de funciones bases
- Splines (Bézier, NURBS)

$$\begin{aligned} \mathbf{f}: [u_n, u_m] \times [v_n, v_k] &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) &\mapsto \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{k} \mathbf{c}_{ij} N_i^n(u) N_j^n(v) \end{aligned}$$



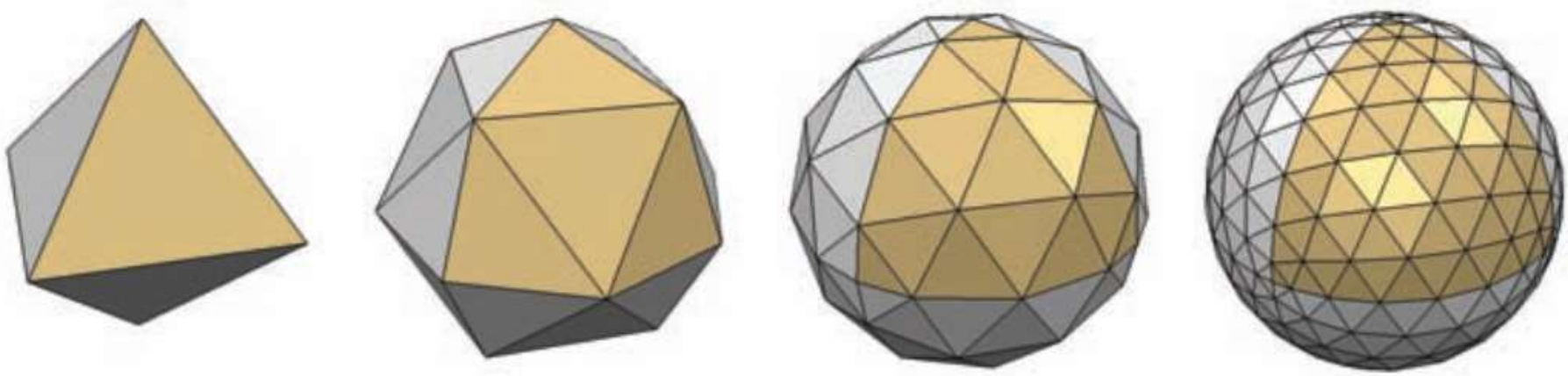
Mallas triangulares

- La superficie se discretiza como un conjunto de primitivas triangulares conectadas.
- Cualquier punto en un triángulo con puntos $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]$, puede obtenerse como la combinación baricéntrica de los puntos:

$$\mathbf{p} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} \qquad \alpha + \beta + \gamma = 1 \qquad \alpha, \beta, \gamma \geq 0$$

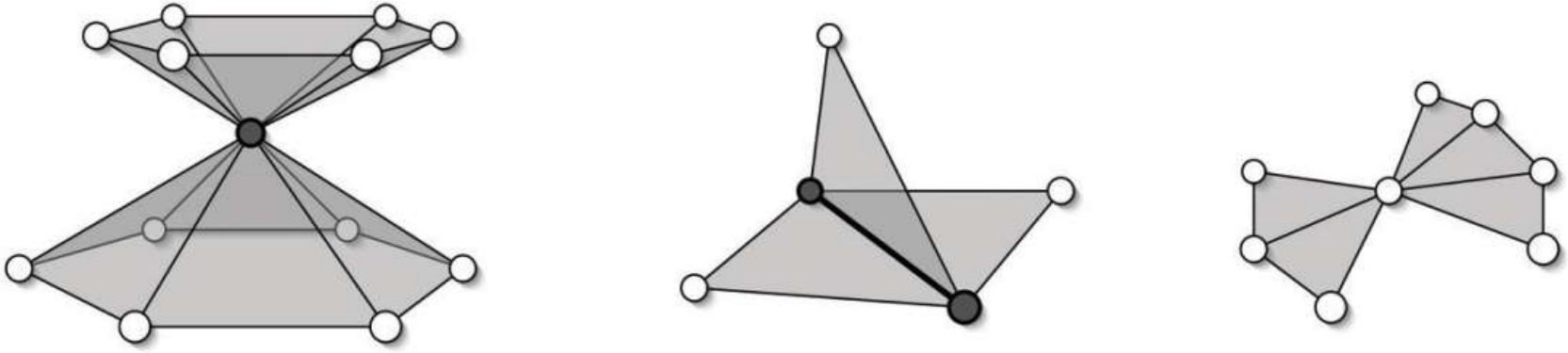
- Una malla triangular $\mathcal{M}$ está compuesta por dos conjuntos
  - Vértices $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$
  - Triángulos $\mathcal{T} = \{f_1, \dots, f_m\}$, $f_i \in \mathcal{V} \times \mathcal{V} \times \mathcal{V}$
    - Aristas $\mathcal{E} = \{e_1, \dots, e_r\}$, $e_i \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$

Mallas triangulares



Mallas triangulares

- En una malla triangular, es posible caracterizar el “manifoldness”
  - Una arista es compartida por solo dos triángulos (salvo que la malla tenga frontera)



Mallas triangulares

- Fórmula de Euler

$$V - E + F = 2(1 - g)$$

g es el genus del objeto (número de “handles”)