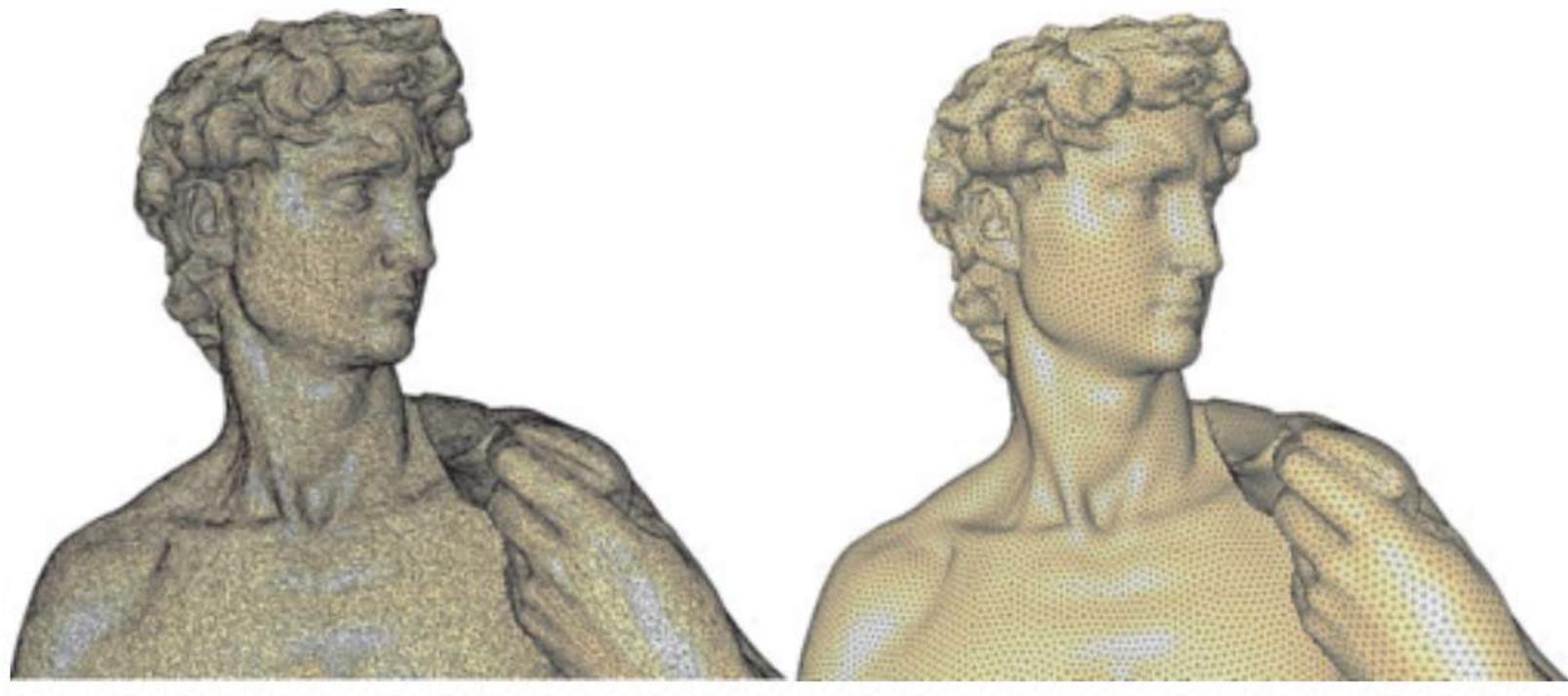


# Procesamiento Geométrico y Análisis de Formas

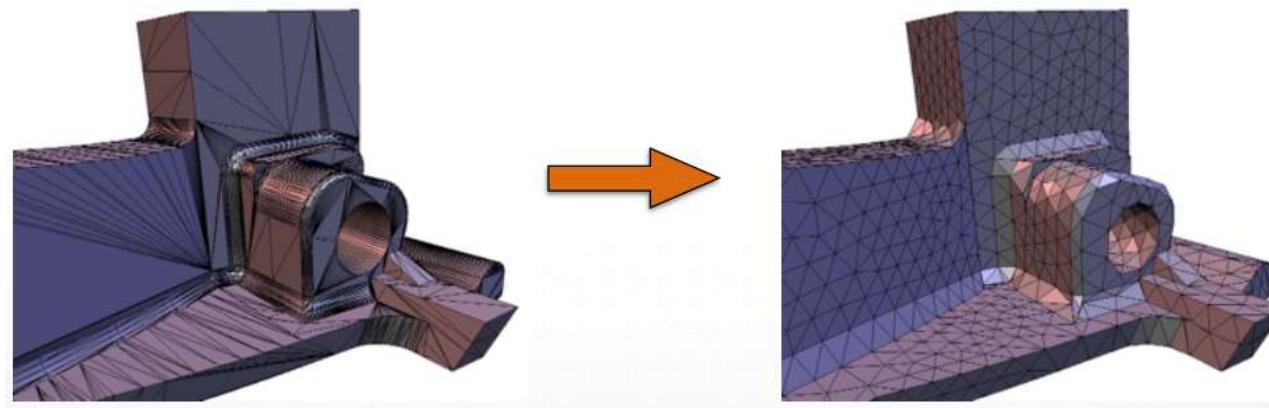
Ivan Sipiran

# Remeshing



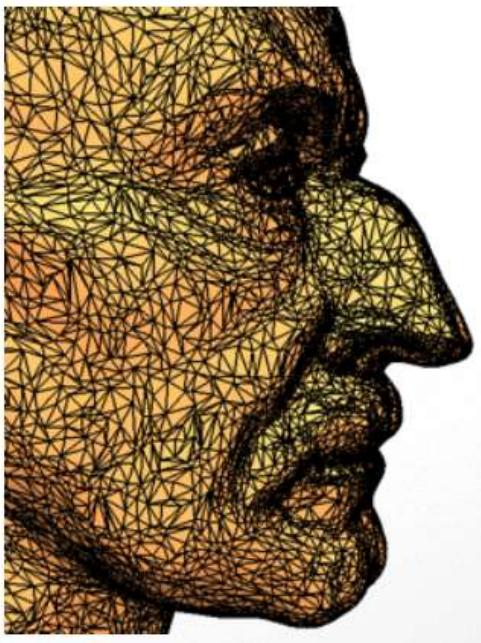
# Qué es remeshing?

- Dada una malla manifold 3D, computar otra malla que
  - Satisface algunos requerimientos de calidad
  - Aproxima bien la malla original



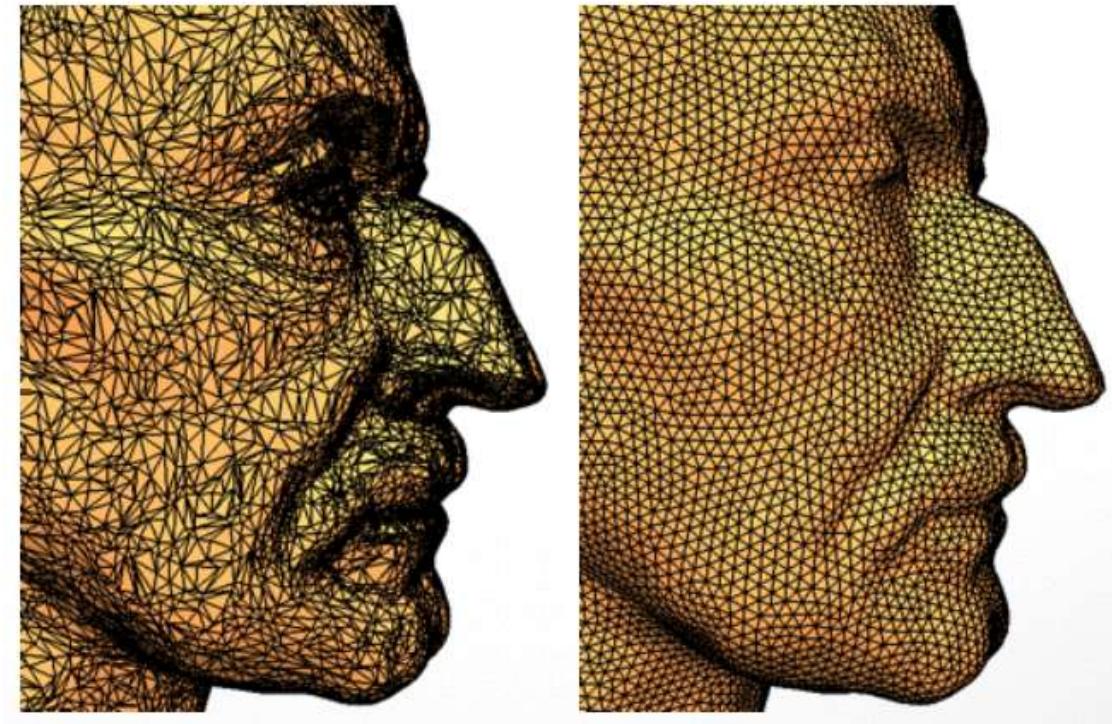
# Porqué remeshing?

- Es posible tener una malla inicial que no satisface ciertas propiedades
- Escaneo o representaciones implícitas



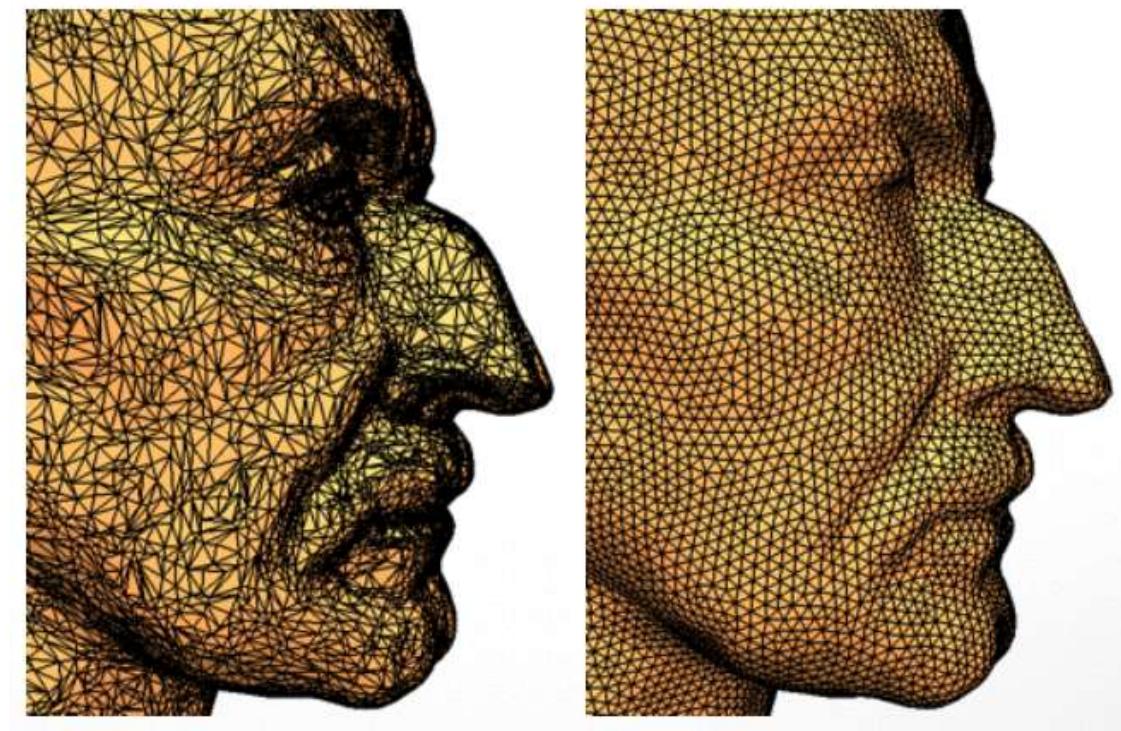
# Porqué remeshing?

- Es posible tener una malla inicial que no satisface ciertas propiedades
- Mejorar la calidad de la malla para usos posteriores



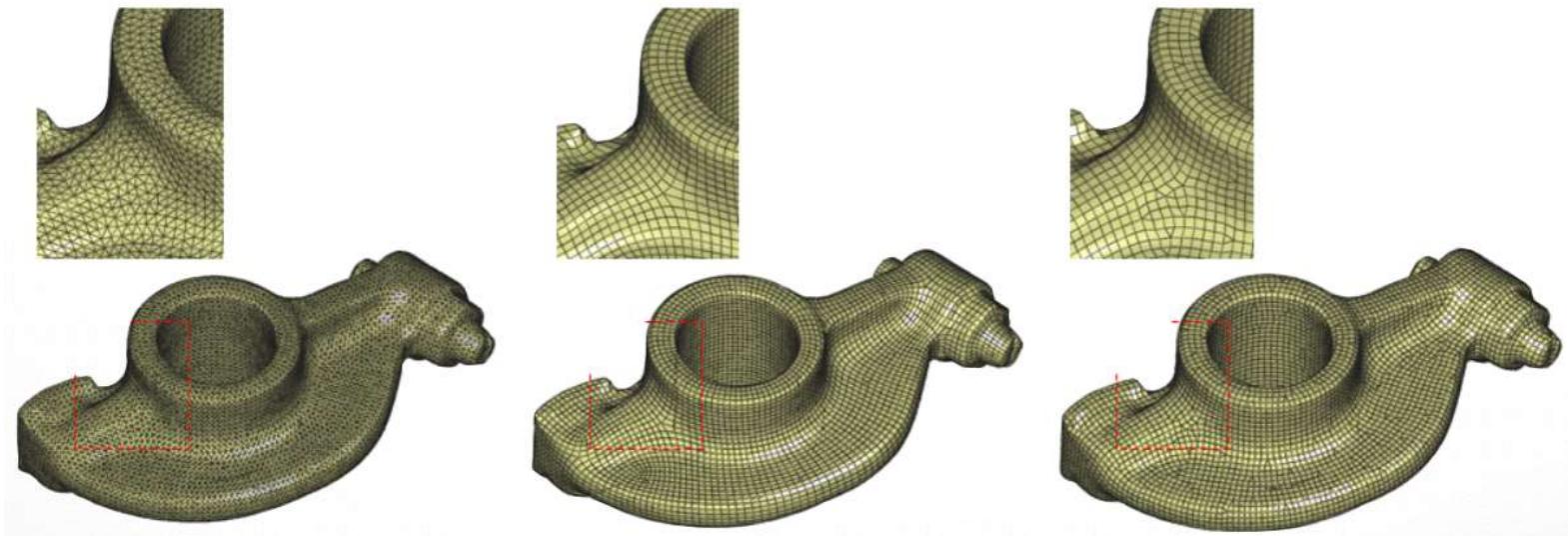
# Porqué remeshing?

- Es posible tener una malla inicial que no satisface ciertas propiedades
- Mejorar la calidad de la malla para usos posteriores
- Modelamiento
- Simulación
- Requerimientos de calidad
  - Estructura local
  - Estructura global



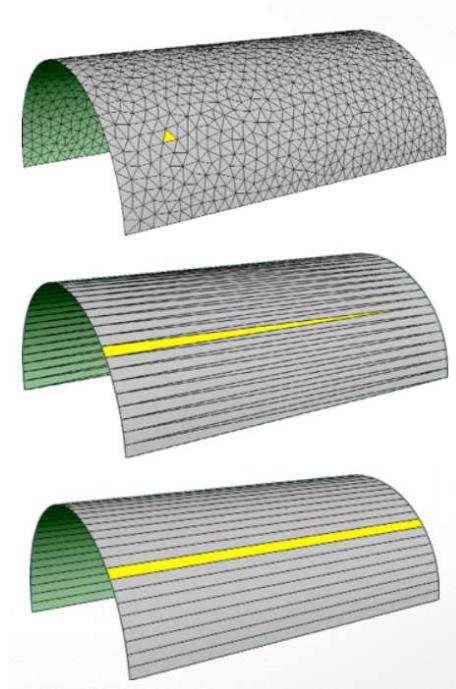
# Estructura Local

- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero



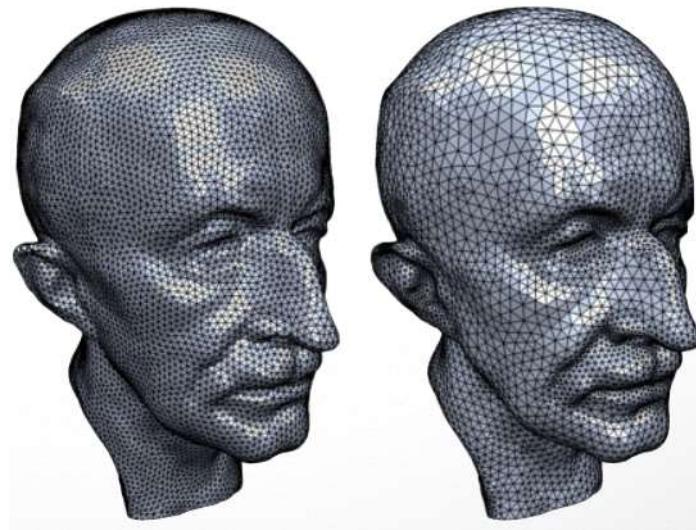
# Estructura Local

- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero
- Forma del elemento: isotrópico vs anisotrópico



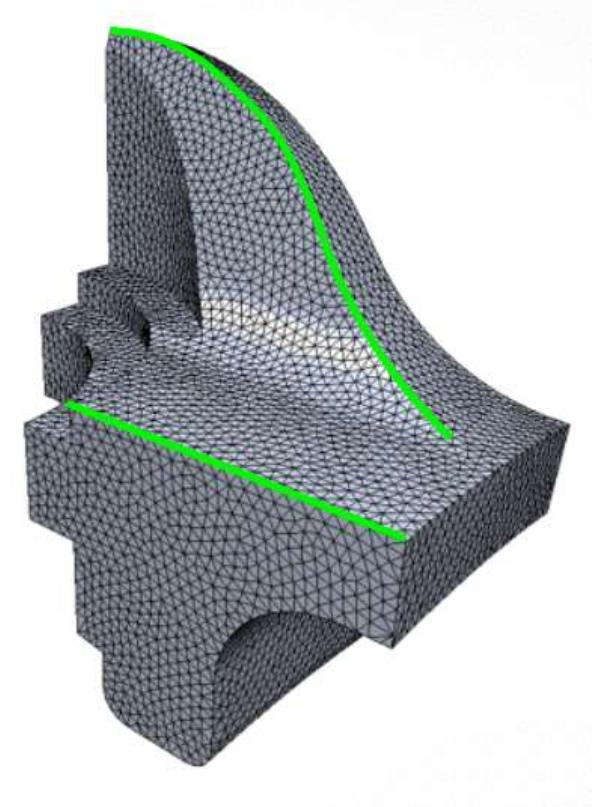
# Estructura Local

- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero
- Forma del elemento: isotrópico vs anisotrópico
- Distribución del elemento: Uniforme vs adaptativo



# Estructura Local

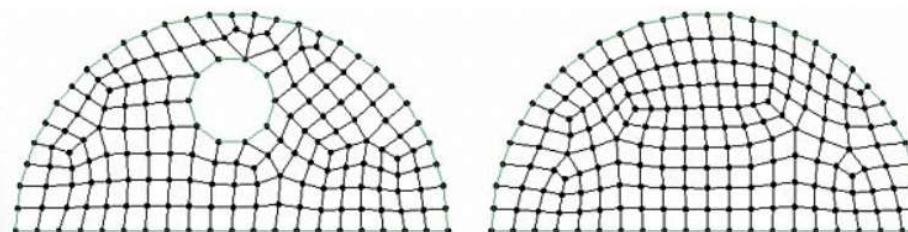
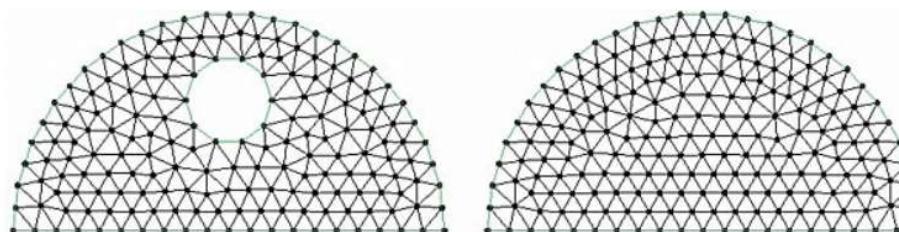
- Tipo de elemento: triángulo vs cuadrilátero
- Forma del elemento: isotrópico vs anisotrópico
- Distribución del elemento: Uniforme vs adaptativo
- Alineamiento del elemento:
  - Preservar características y curvaturas



# Estructura global

- Valencia de un vértice regular

	Interior vertex	Boundary vertex
Triangle mesh	6	4
Quadrangle mesh	4	3



# Estructura global

- Valencia de un vértice regular

	Interior vertex	Boundary vertex
Triangle mesh	6	4
Quadrangle mesh	4	3

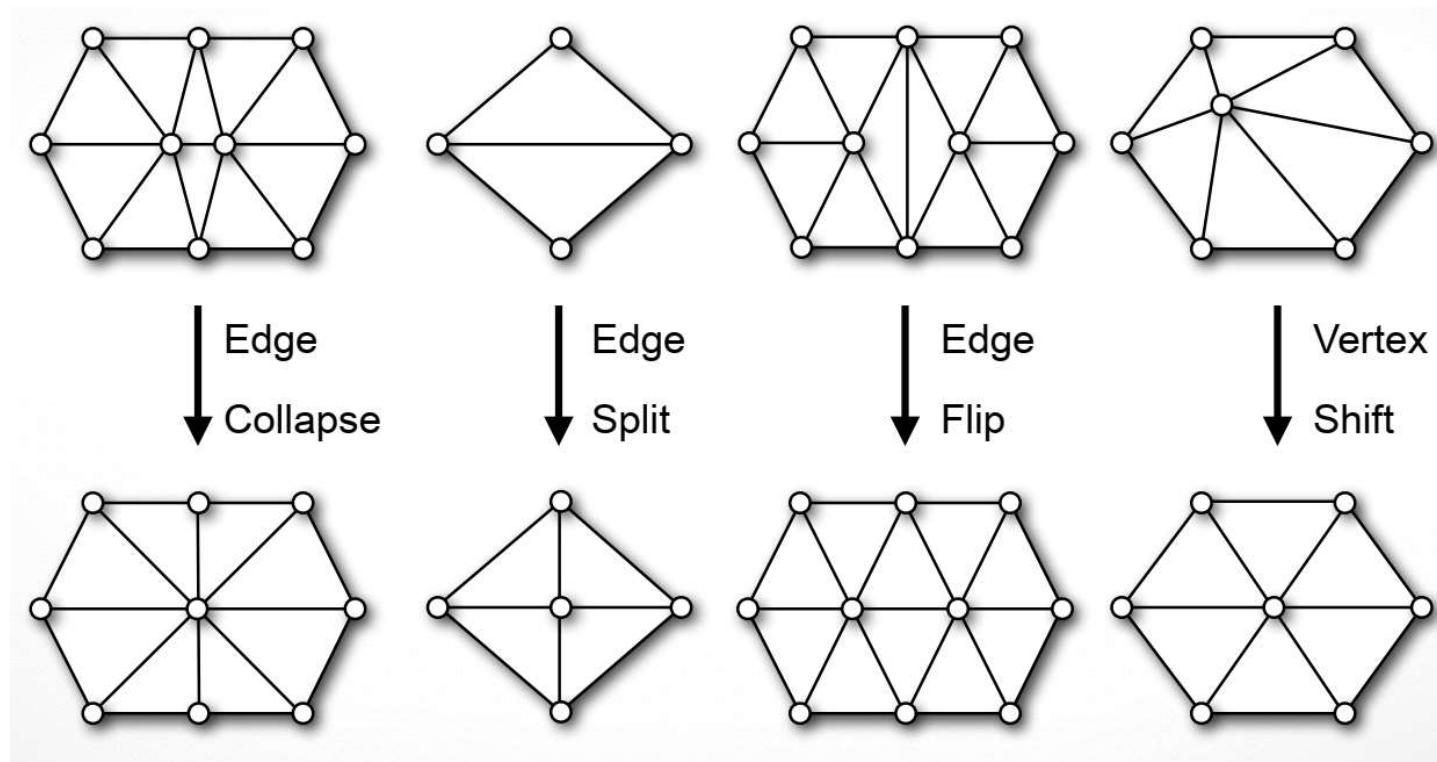
- Diferentes tipos de estructura
  - Irregular
  - Semi-regular: modelamiento
  - Altamente regular: simulación numérica
  - Regular: Solo posible para modelos especiales

# Remeshing isotrópico

- Remeshing incremental:
  - Fácil de implementar y robusto
  - No necesita parametrización
  - Eficiente para mallas de alta resolución
- Remeshing Variacional:
  - Minimización de energía
  - Basado en parametrización → costoso
  - Funciona para mallas de baja resolución
- Remeshing avaro

# Remeshing incremental

- Se basa en aplicar operaciones locales para remeshing



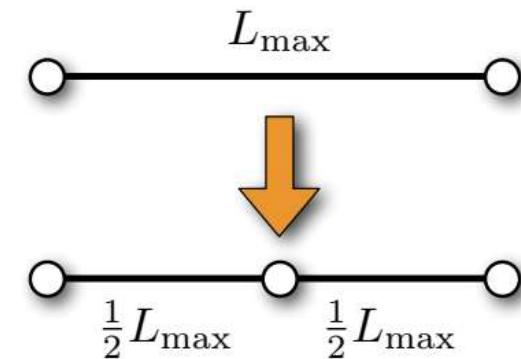
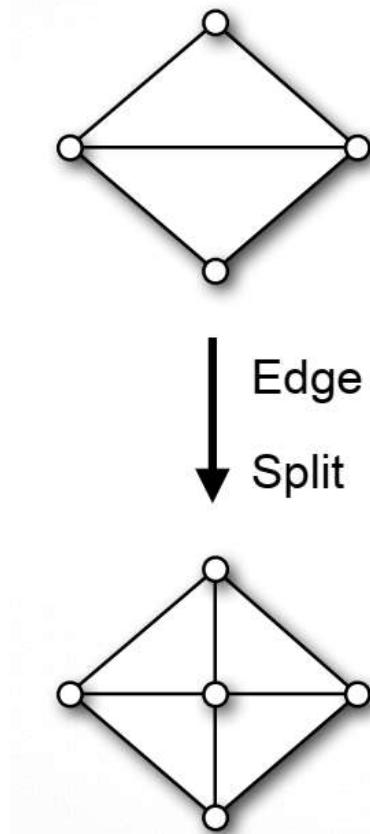
# Remeshing incremental

- Especificar la longitud de arista objetivo  $L$

$$L_{max} = \frac{4}{3}L \quad L_{min} = \frac{4}{5}L$$

- Iterar
  - Dividir aristas más largas que  $L_{max}$
  - Colapsar aristas más cortas que  $L_{min}$
  - Hacer flip a aristas para optimizar la valencia
  - Mover vértices por relajación tangencial
  - Proyectar vértices en la malla original

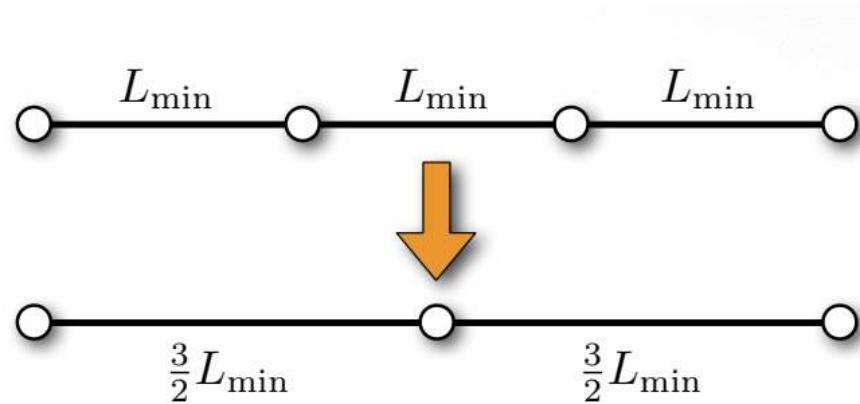
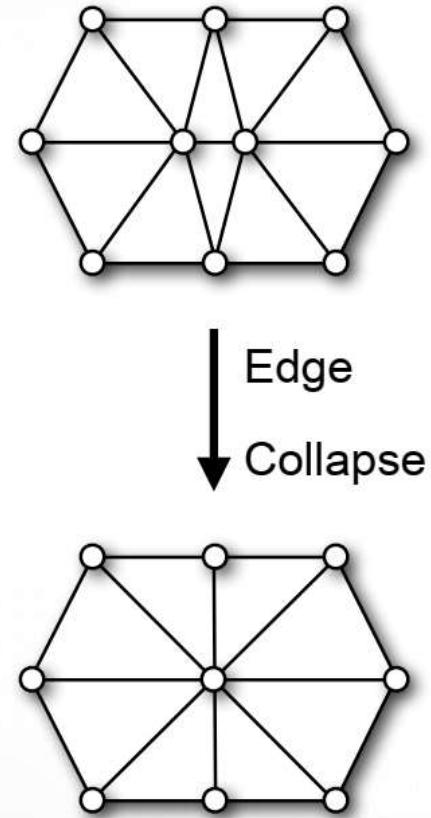
# División de aristas



$$\begin{aligned}|L_{\max} - L| &= \left| \frac{1}{2}L_{\max} - L \right| \\ \Rightarrow L_{\max} &= \frac{4}{3}L\end{aligned}$$

Las aristas divididas no son más largas que  $L_{\max}$

# Colapso de aristas

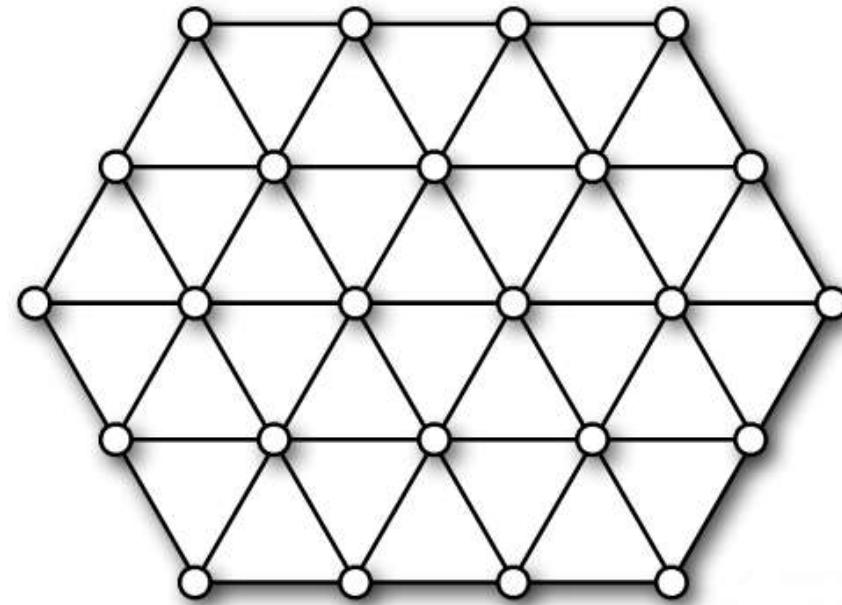


$$\begin{aligned}|L_{\min} - L| &= \left| \frac{3}{2}L_{\min} - L \right| \\ \Rightarrow L_{\min} &= \frac{4}{5}L\end{aligned}$$

Aristas colapsadas son más cortas que  $L_{\min}$

# Flip de aristas

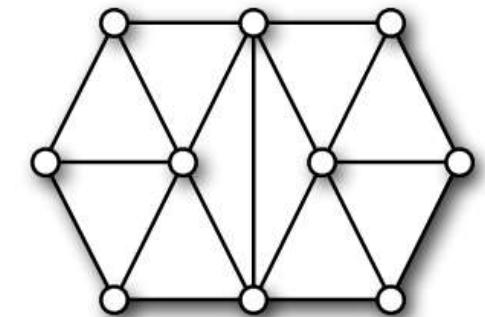
- Valencia óptima
  - 6 para vértices interiores
  - 4 para vértices de borde



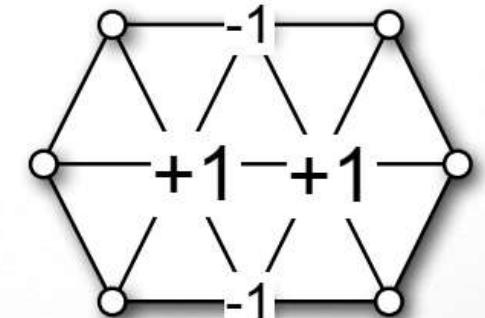
# Flip de aristas

- Valencia óptima
  - 6 para vértices interiores
  - 4 para vértices de borde
- Mejora las valencias
  - Minimiza el exceso de valencias

$$\sum_{i=1}^4 (\text{valence}(v_i) - \text{opt\_valence}(v_i))^2$$



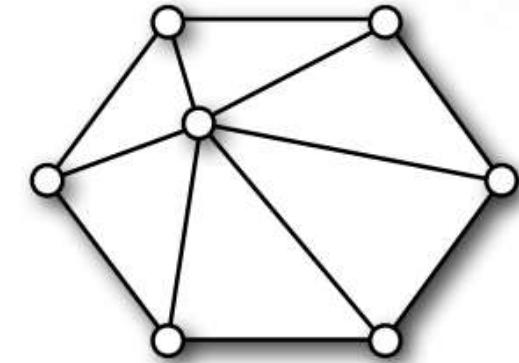
Edge  
Flip



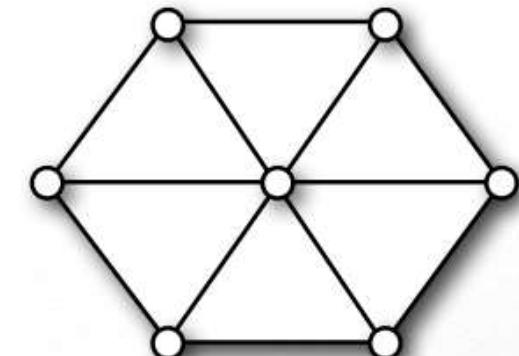
# Movimiento de vértices

- Relejación local
  - Suavizamiento Laplaciano uniforme
  - Baricentro de la vecindad uno-anillo

$$\mathbf{c}_i = \frac{1}{\text{valence}(v_i)} \sum_{j \in N(v_i)} \mathbf{p}_j$$



↓  
Vertex  
Shift



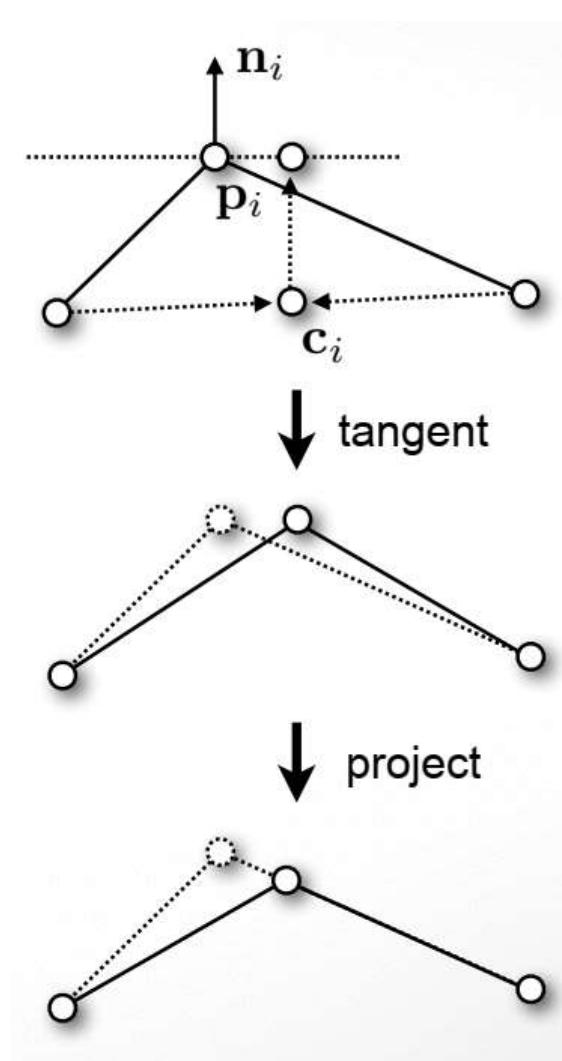
# Movimiento de vértices

- Relejación local
  - Suavizamiento Laplaciano uniforme
  - Baricentro de la vecindad uno-anillo

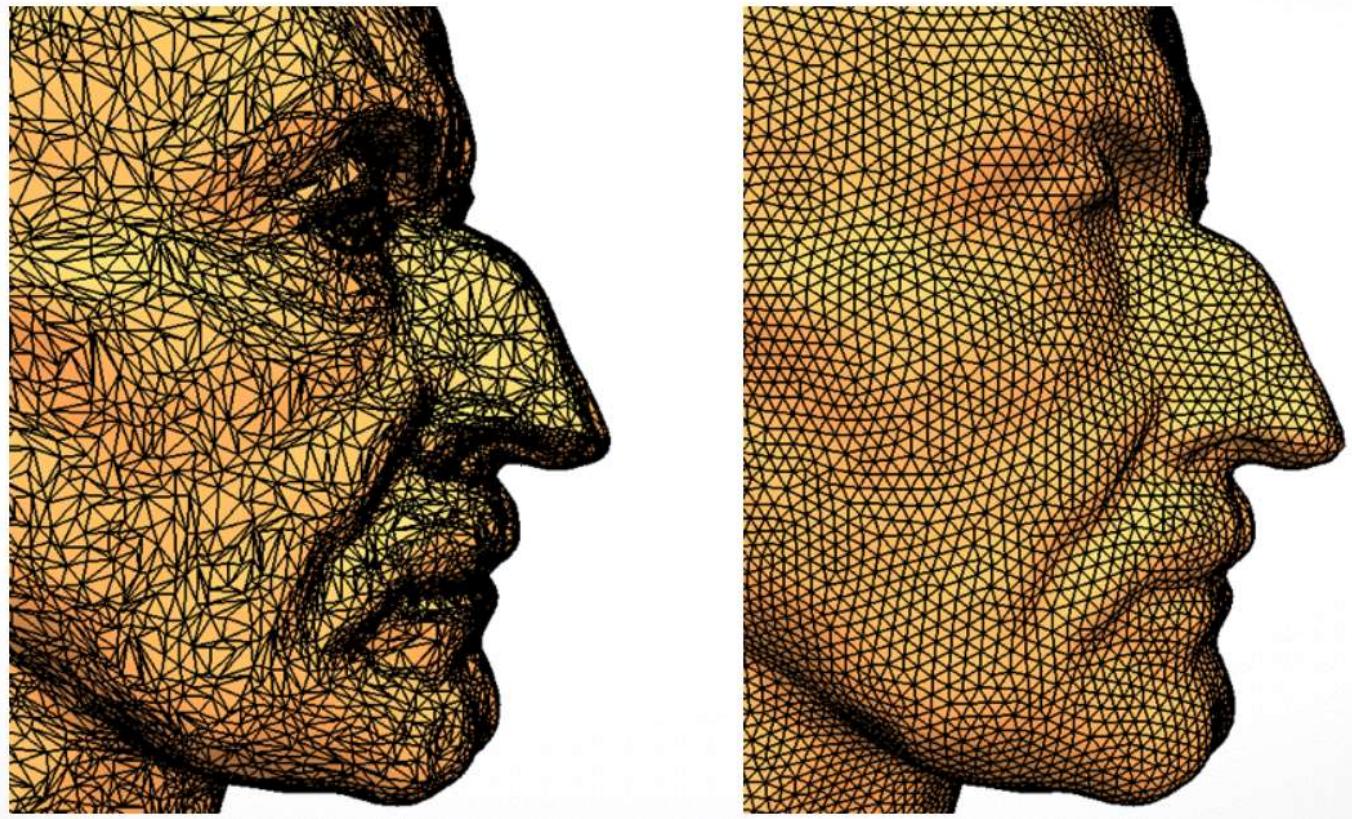
$$\mathbf{c}_i = \frac{1}{\text{valence}(v_i)} \sum_{j \in N(v_i)} \mathbf{p}_j$$

- Mantener vértices en la superficie

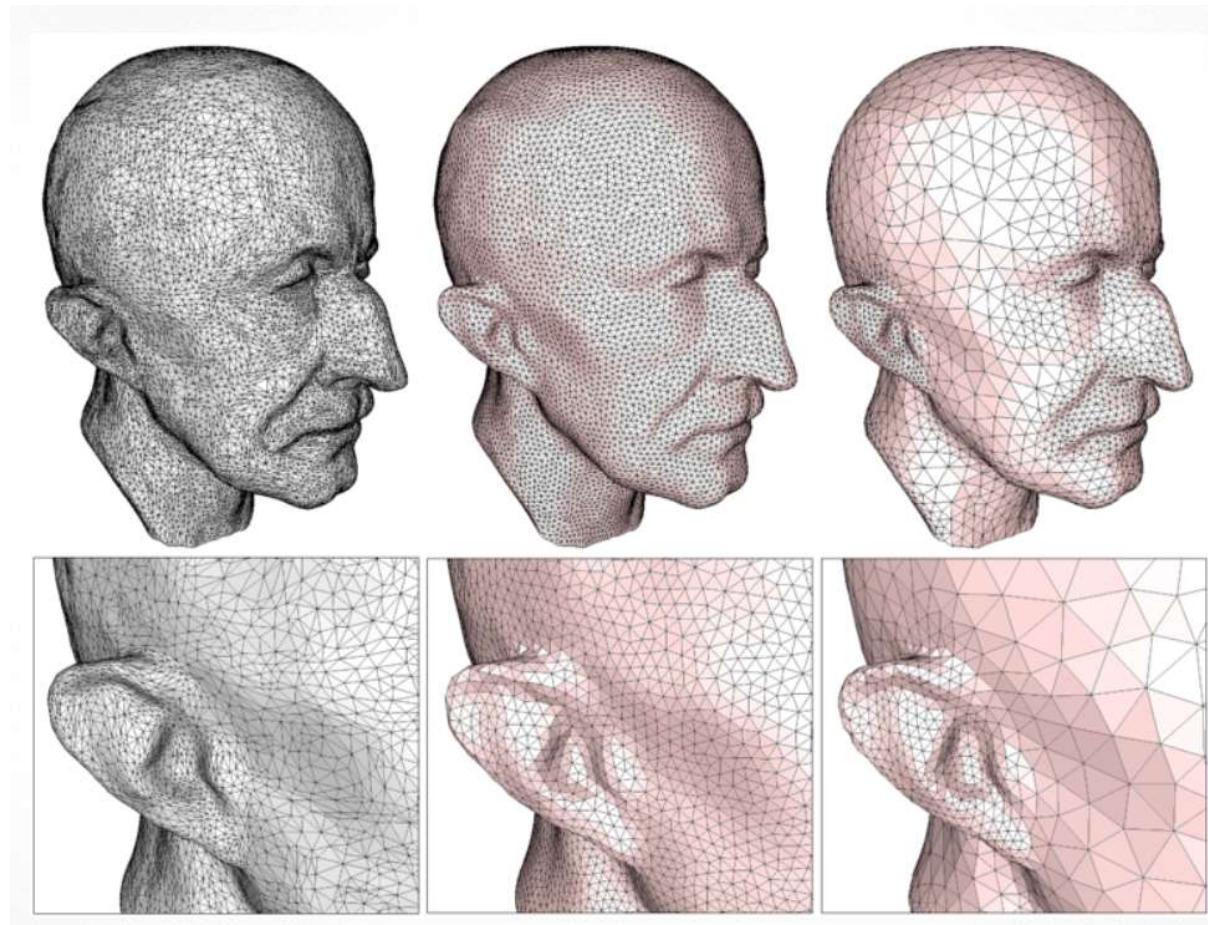
$$\mathbf{p}_i \leftarrow \mathbf{p}_i + \lambda(\mathbf{I} - \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T)(\mathbf{c}_i - \mathbf{p}_i)$$



# Resultado

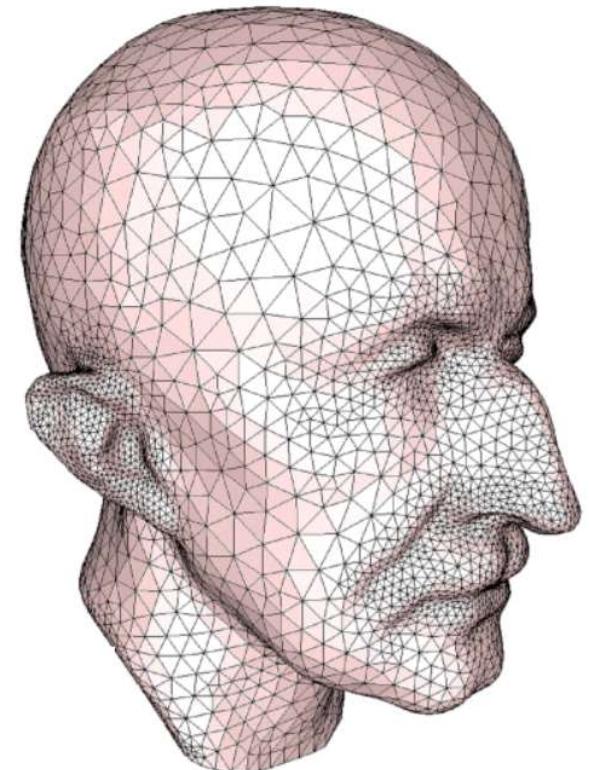


# Remeshing adaptativo

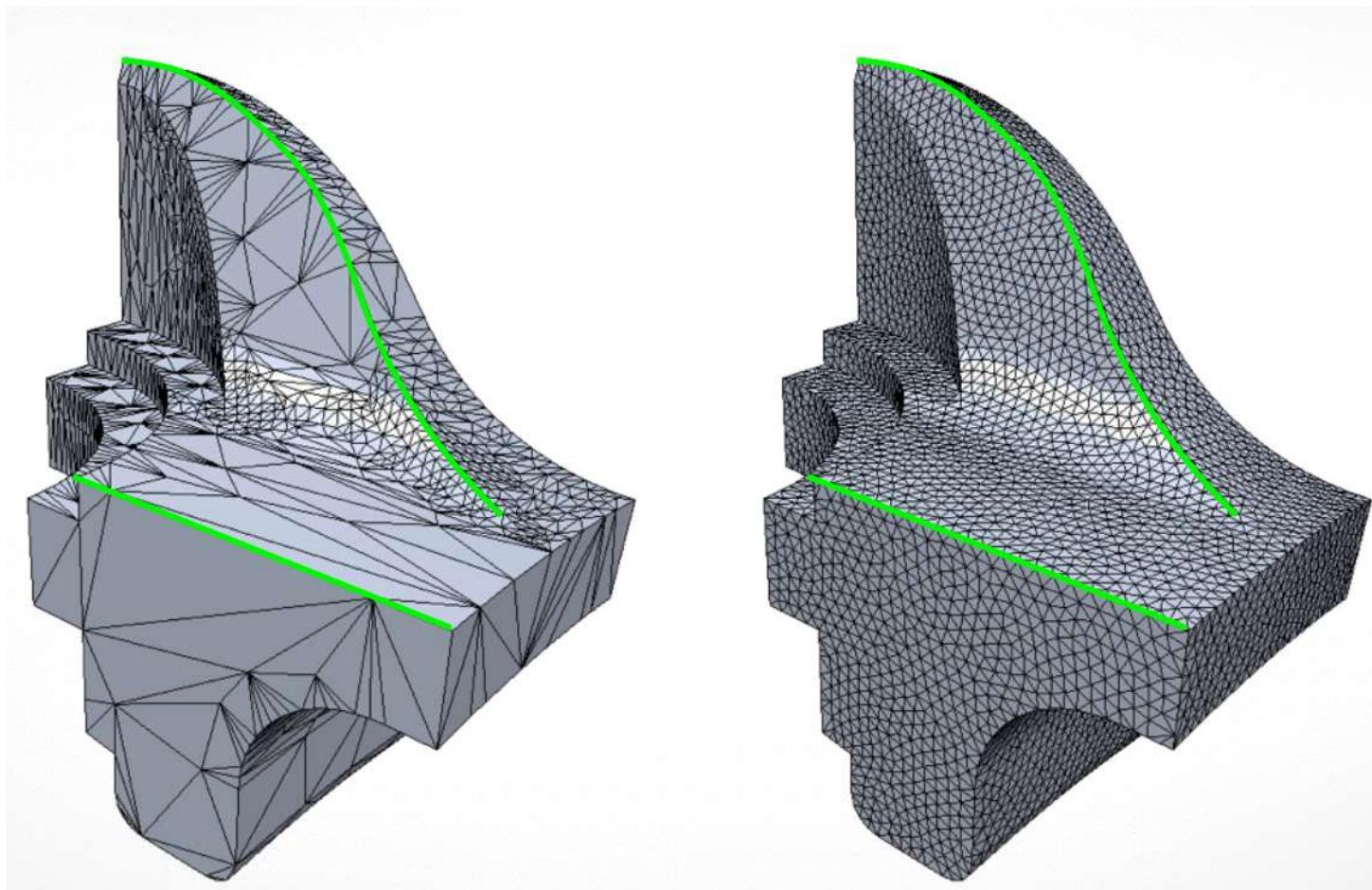


# Remeshing adaptativo

- Computar máximo curvatura principal en la malla
- Determinar longitud de arista objetivo desde la máxima curvatura
- Ajustar los split/colapsos

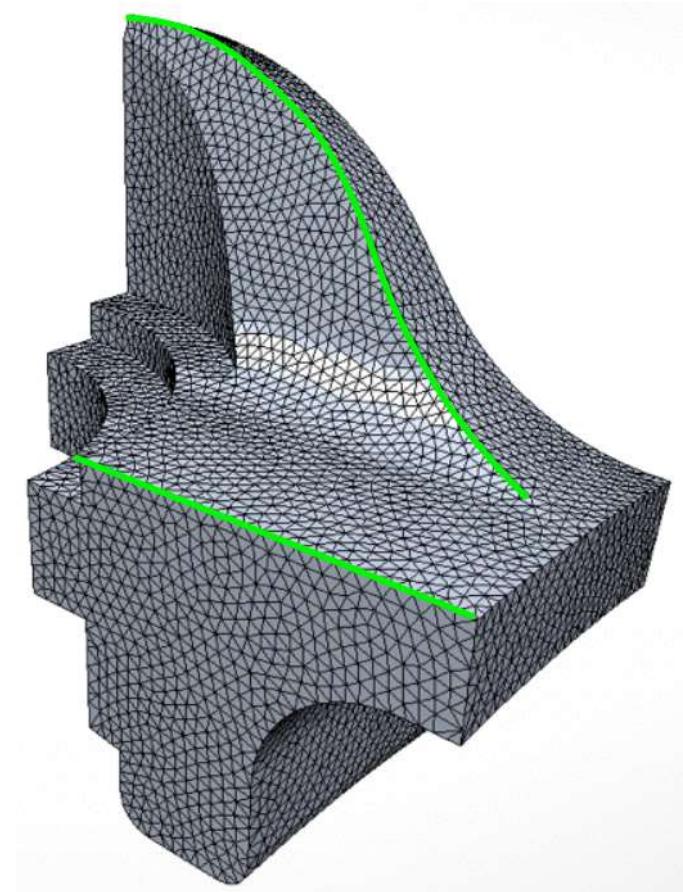


# Preservación de características



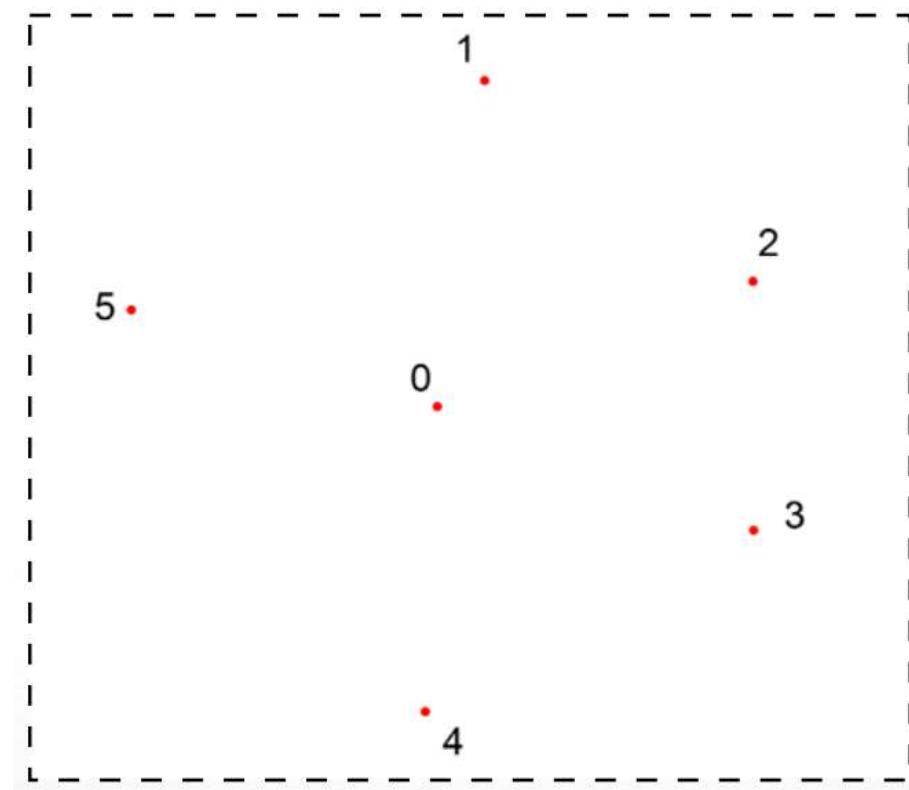
# Preservación de características

- Definir features
  - Ángulos diédricos grandes
  - Fronteras desde el material
- Ajustar operadores locales
  - No tocar vértices de esquina
  - No hacer flip a aristas características
  - Colapsar a lo largo de las features
  - Proyectar a curvas características



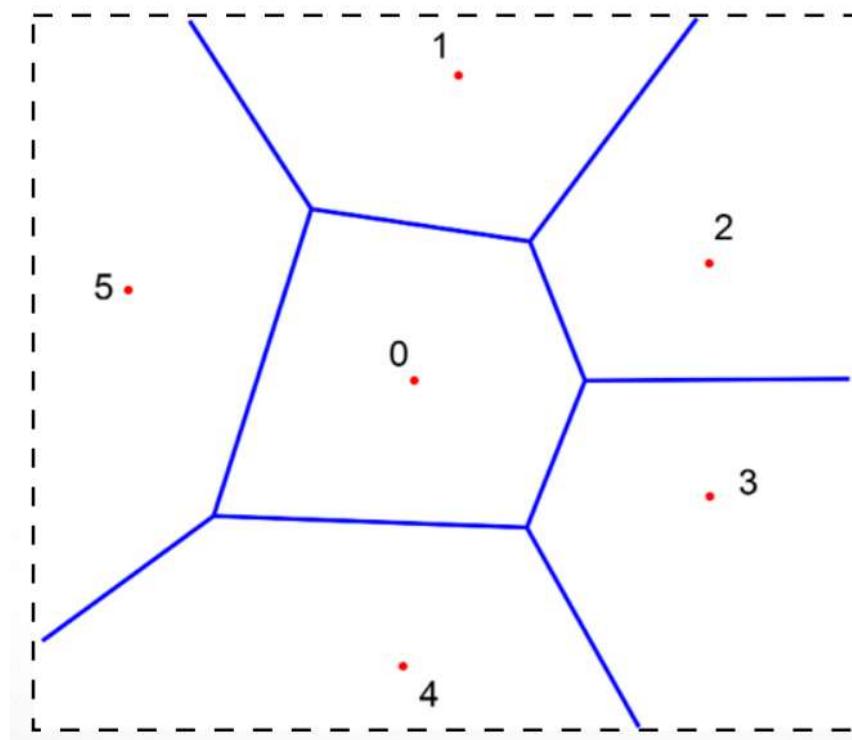
# Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi



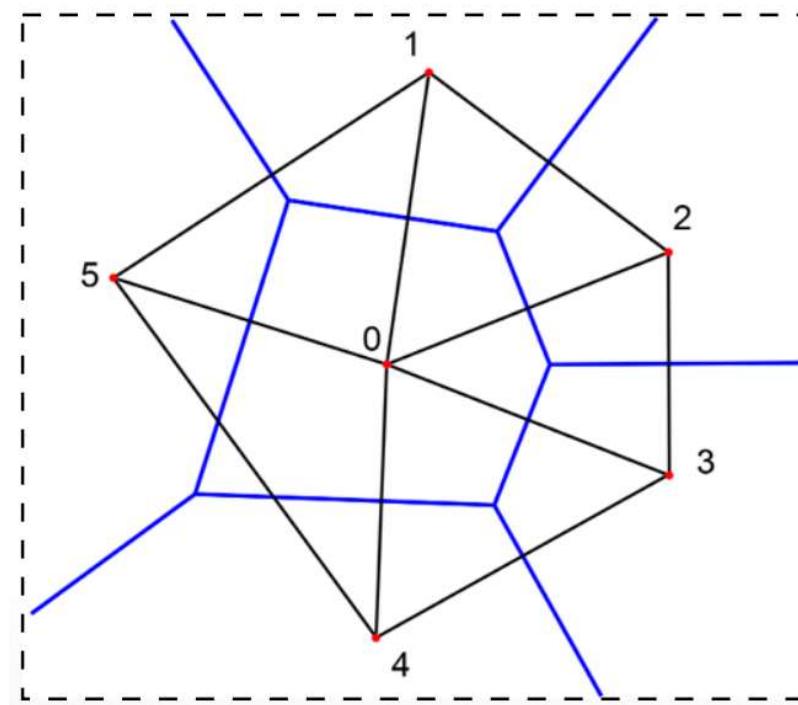
# Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi: dividir el espacio en celdas



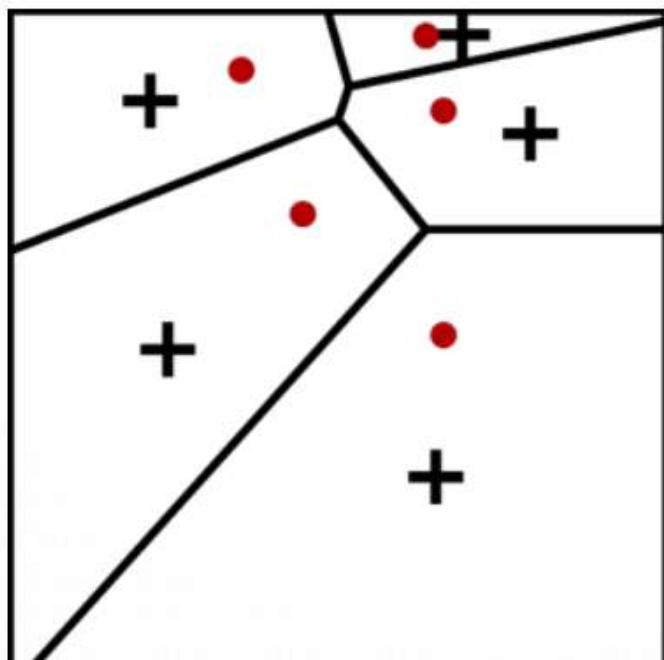
# Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi: dividir el espacio en celdas
- Dual: triangulación de Delaunay

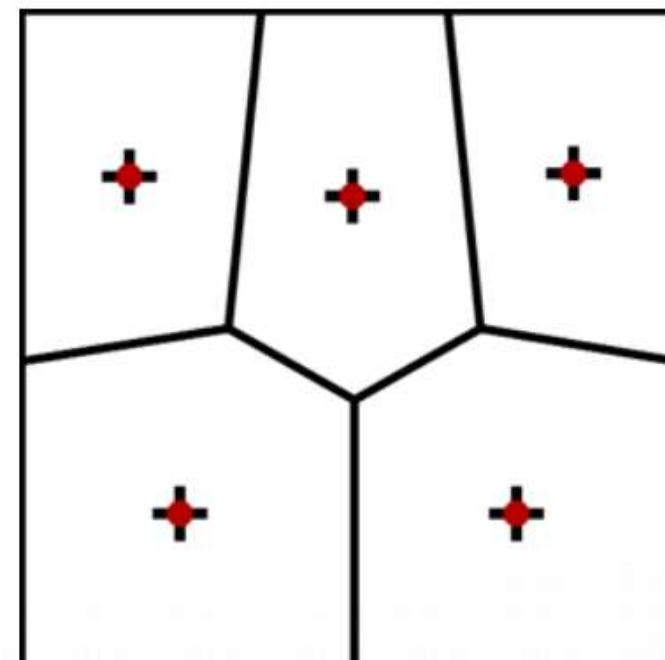


# Remeshing Variacional

- Diagrama Voronoi Centroidal



non CVD

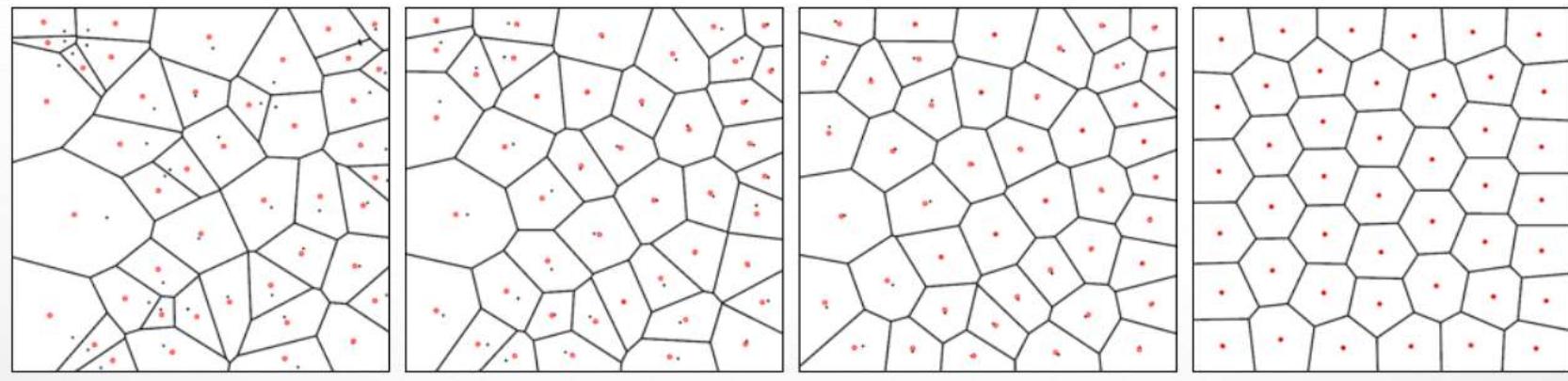


CVD

# Remeshing Variacional

- Diagrama de Voronoi Centroidal – Relajación de Lloyd
  - Computar diagrama para los puntos originales  $p_i$
  - Mover puntos  $p_i$  a los centroides  $c_i$  de sus celdas Voronoi  $V_i$
  - Repetir pasos 1 y 2 hasta la convergencia

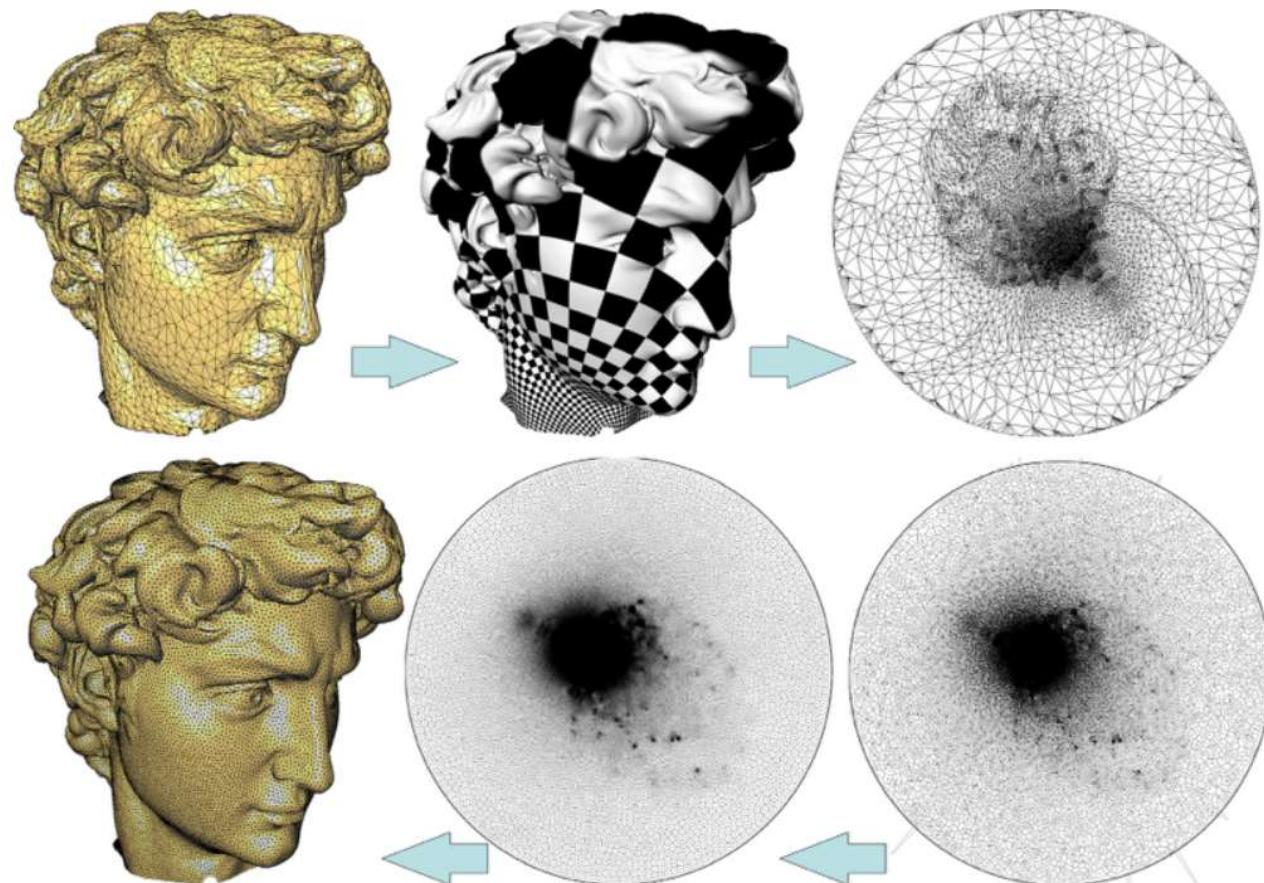
$$\mathbf{p}_i \leftarrow \mathbf{c}_i = \frac{\int_{V_i} \mathbf{x} \cdot \rho(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{V_i} \rho(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}$$



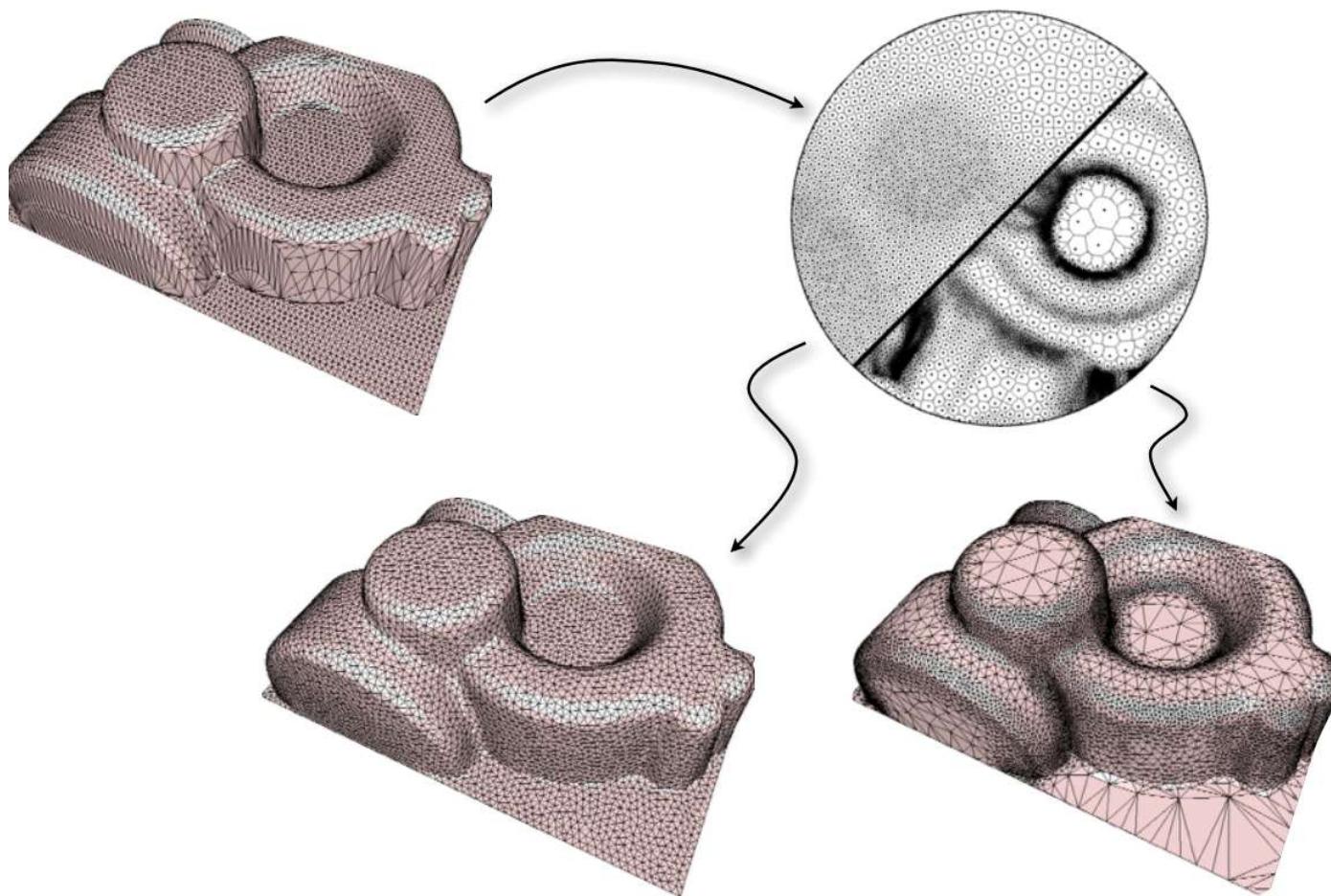
# Remeshing Variacional

- Parametrización conformal de la malla
- Computar densidad local
- Realizar en el espacio de parámetros 2D
  - Samplear aleatoriamente de acuerdo a la densidad local
  - Computar la CVD con relajación de Lloyd
- Llevar la triangulación de Delaunay 2D a 3D

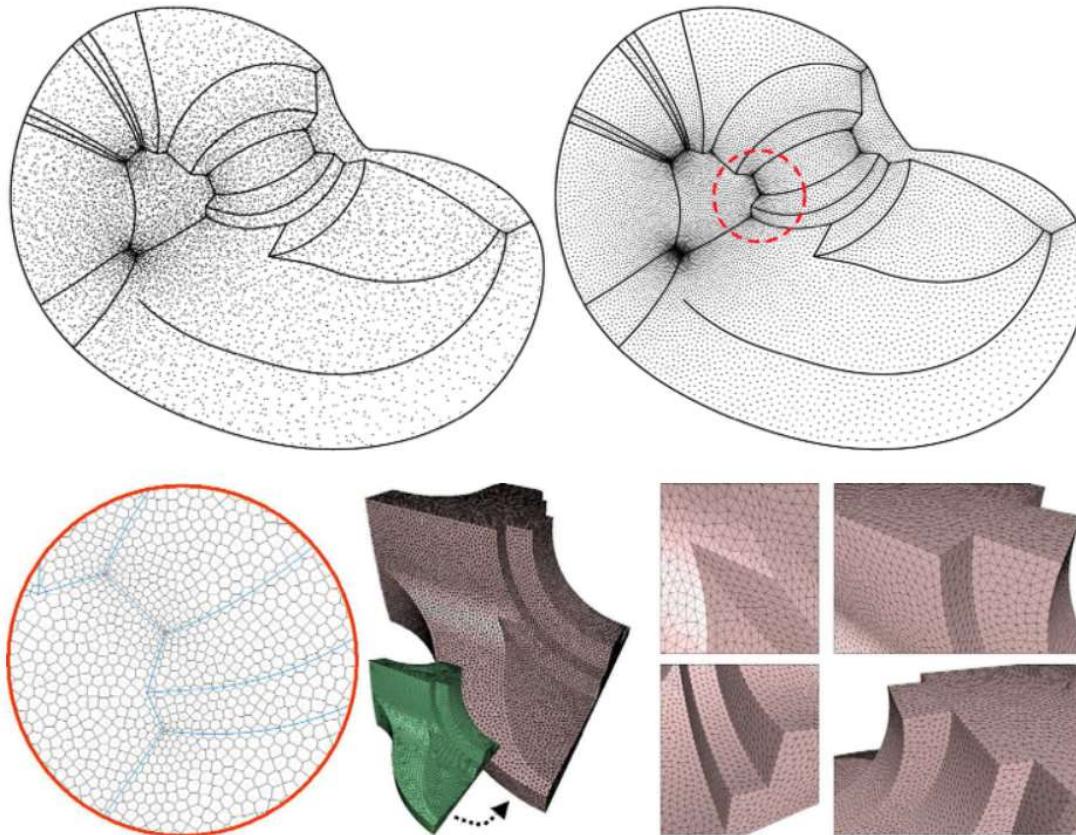
# Remeshing Variacional



# Remeshing adaptativo

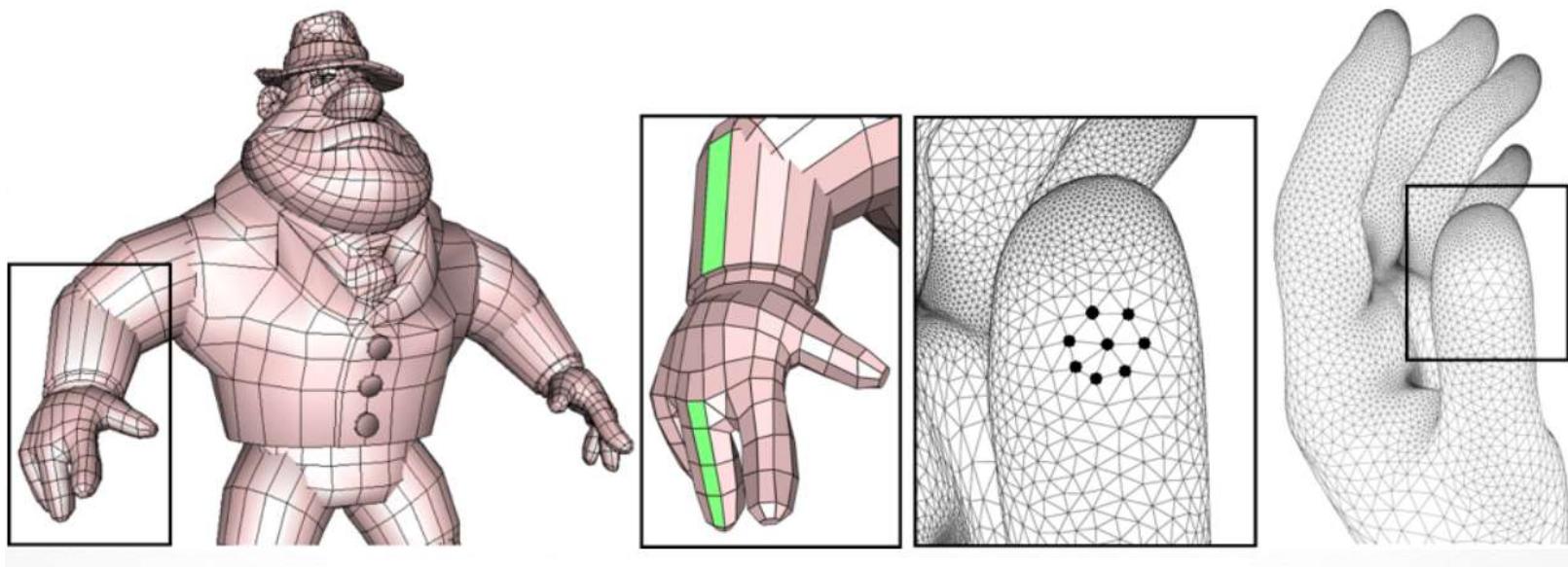


# Preservación de características

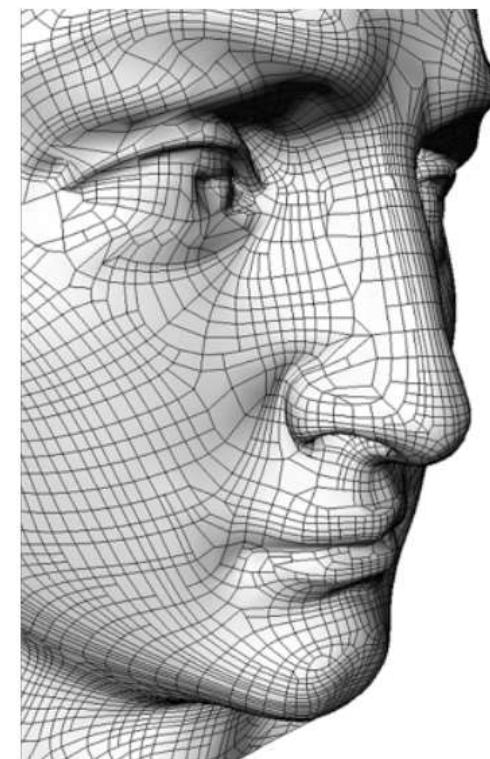
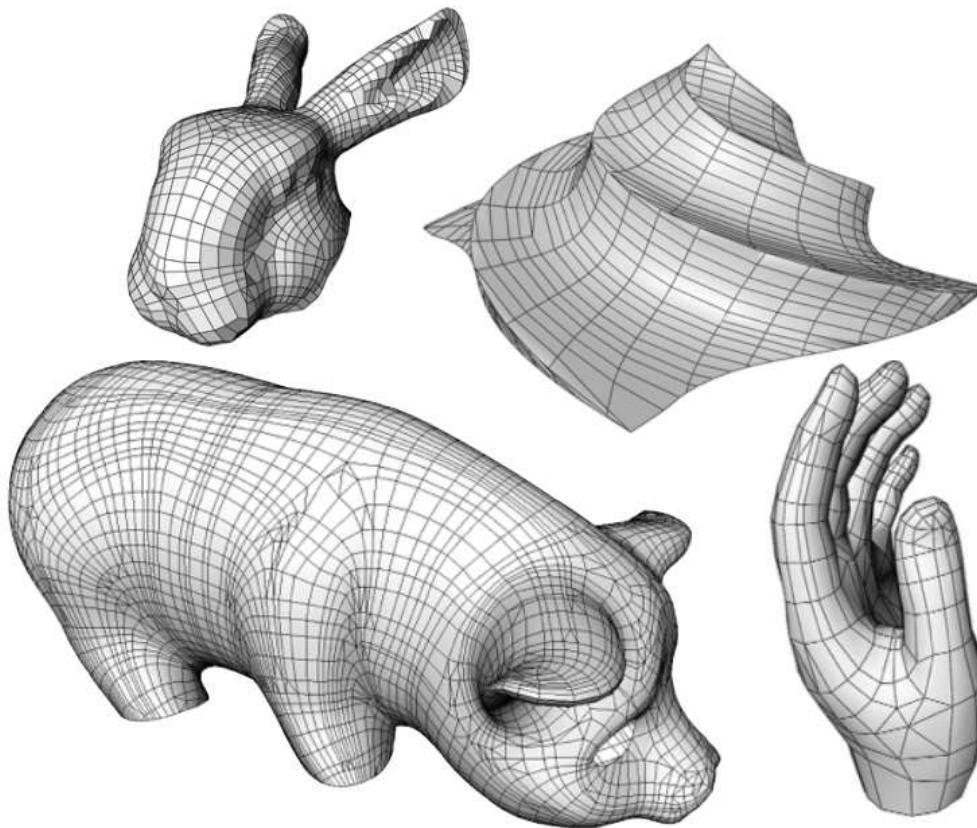


# Remeshing anisotrópico

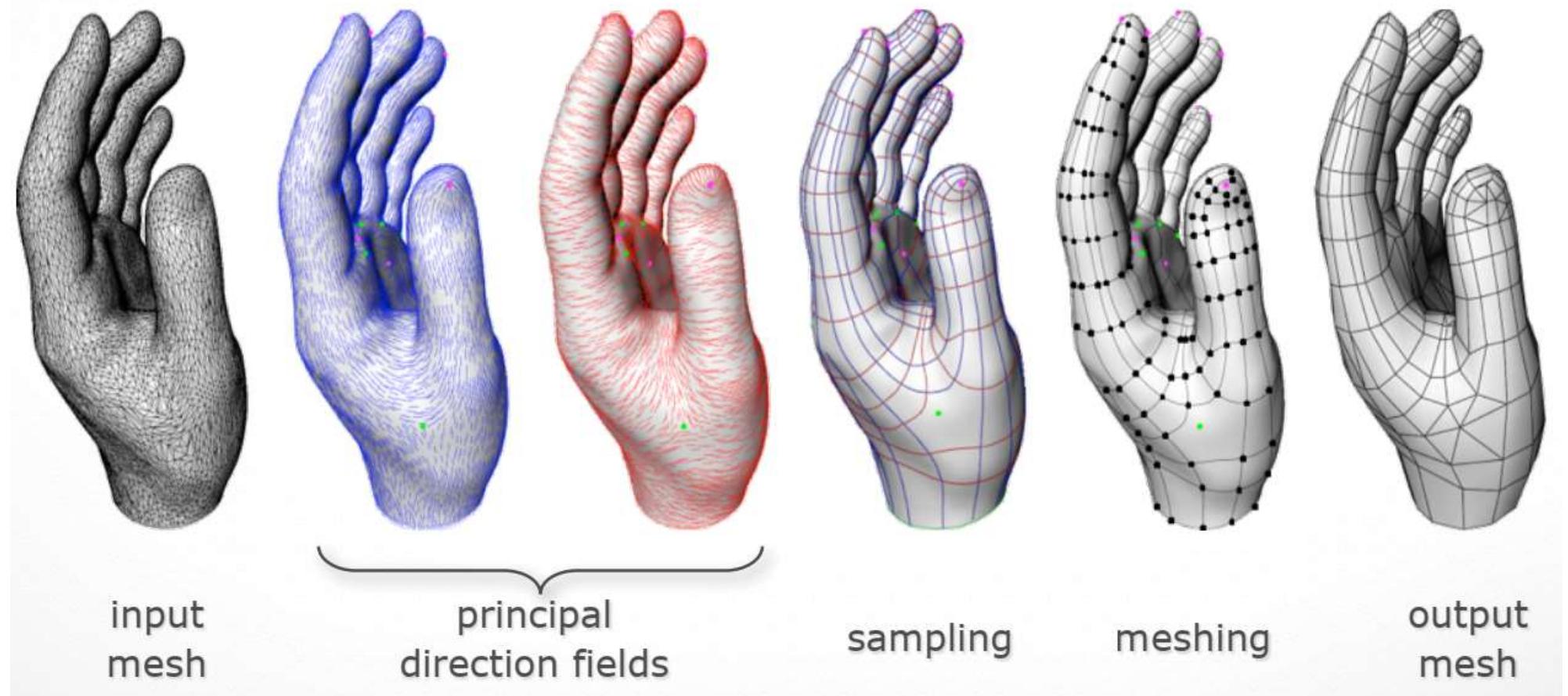
- Modelos diseñados por artistas
  - Anisotropía de una superficie



# Remeshing anisotrópico

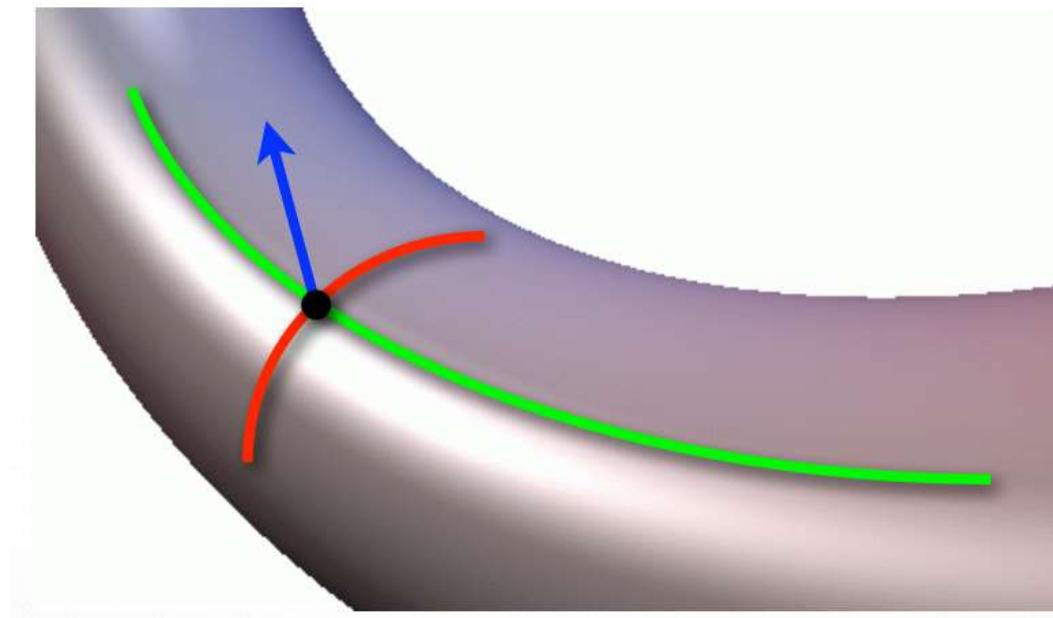


# Remeshing anisotrópico



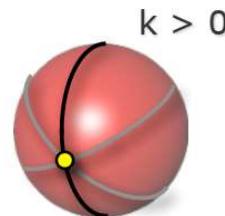
# Anisotropía

- Geometría diferencial
  - Frame ortogonal local: direcciones de min/max curvatura + normal



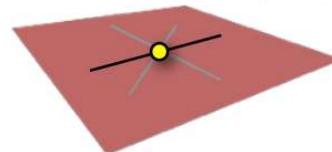
# Tensor de curvatura 3D

Isotrópico



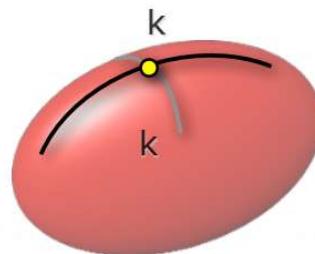
spherical

$k = 0$

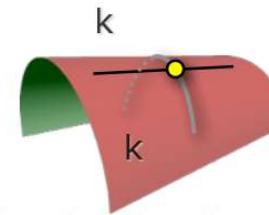


planar

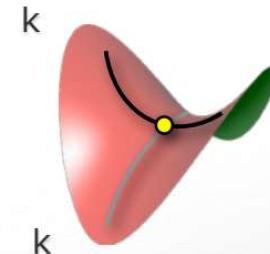
Anisotrópico



elliptic

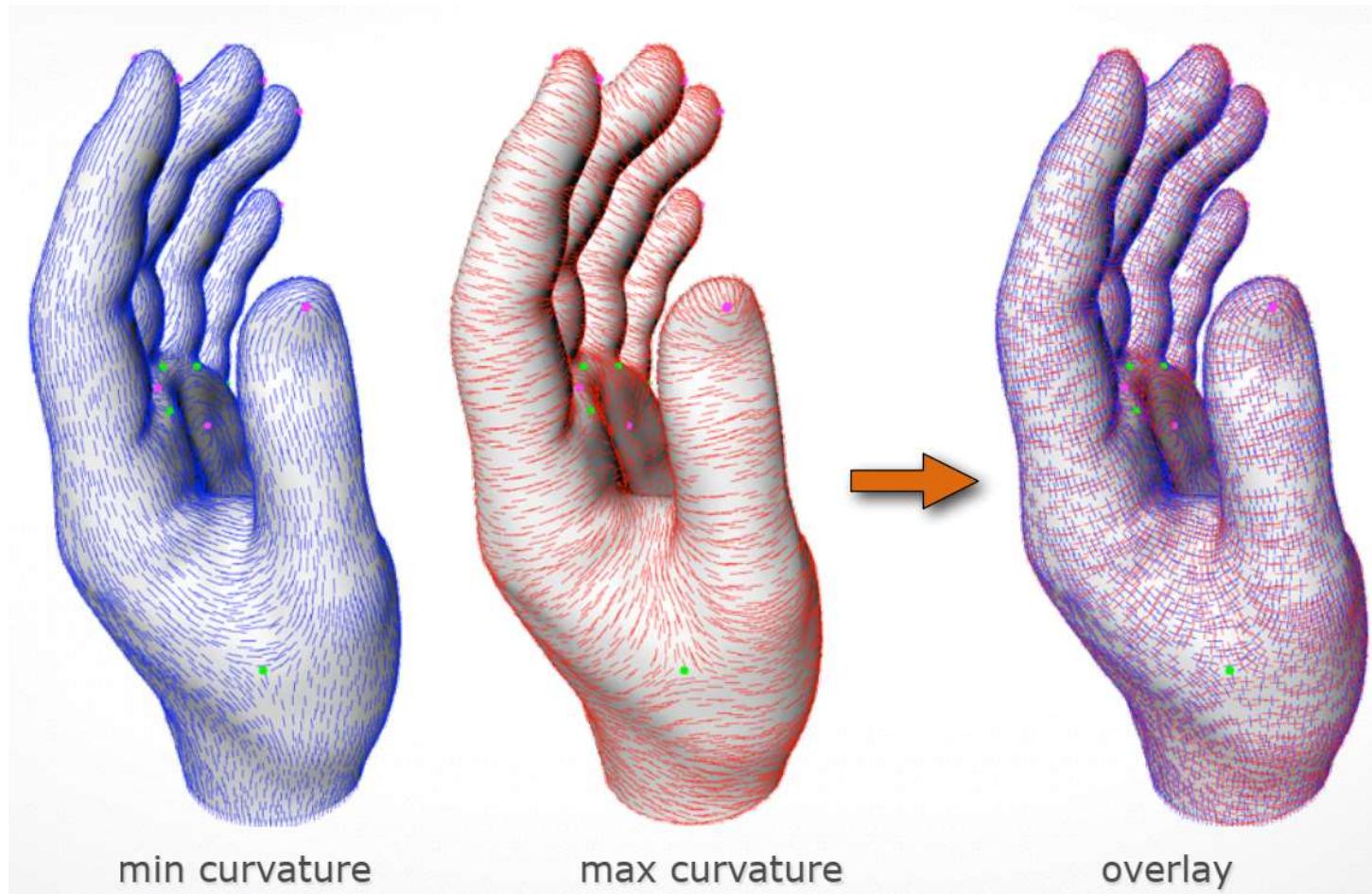


parabolic

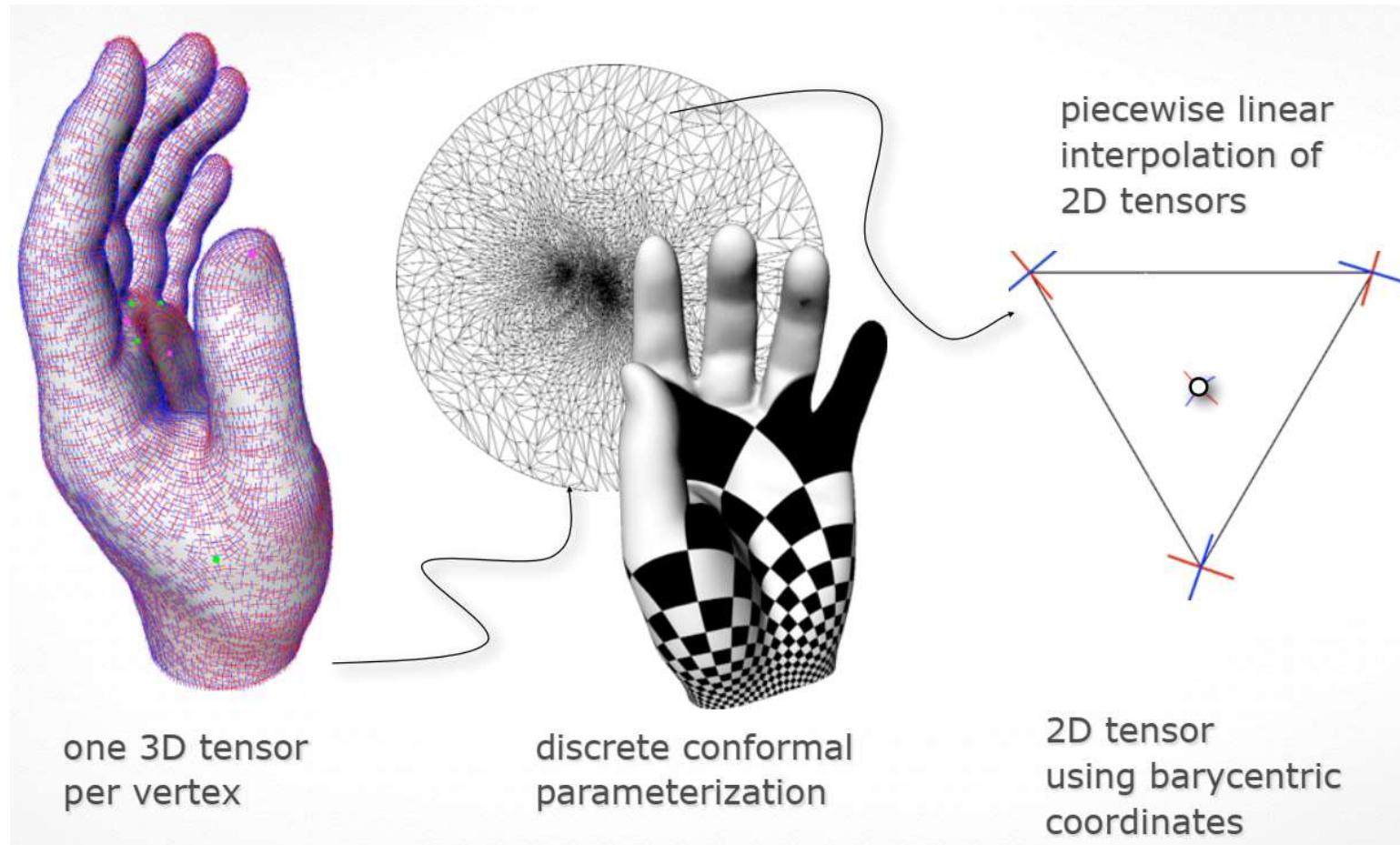


hyperbolic

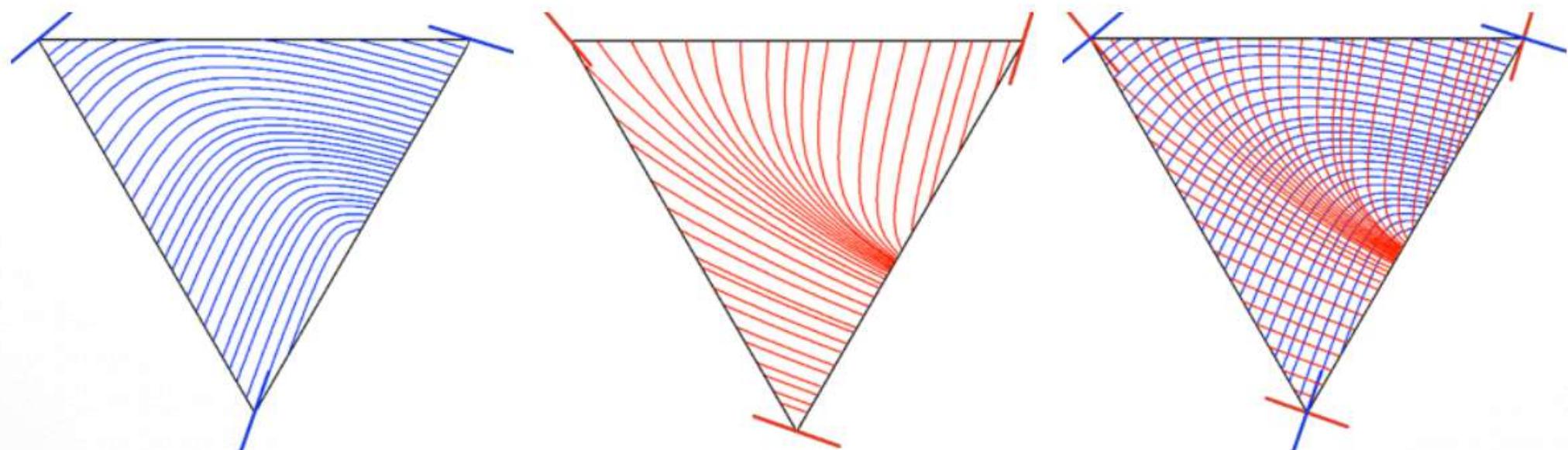
# Campo de direcciones principales



# Aplanamiento a 2D



# Campo de direcciones 2D: caso regular

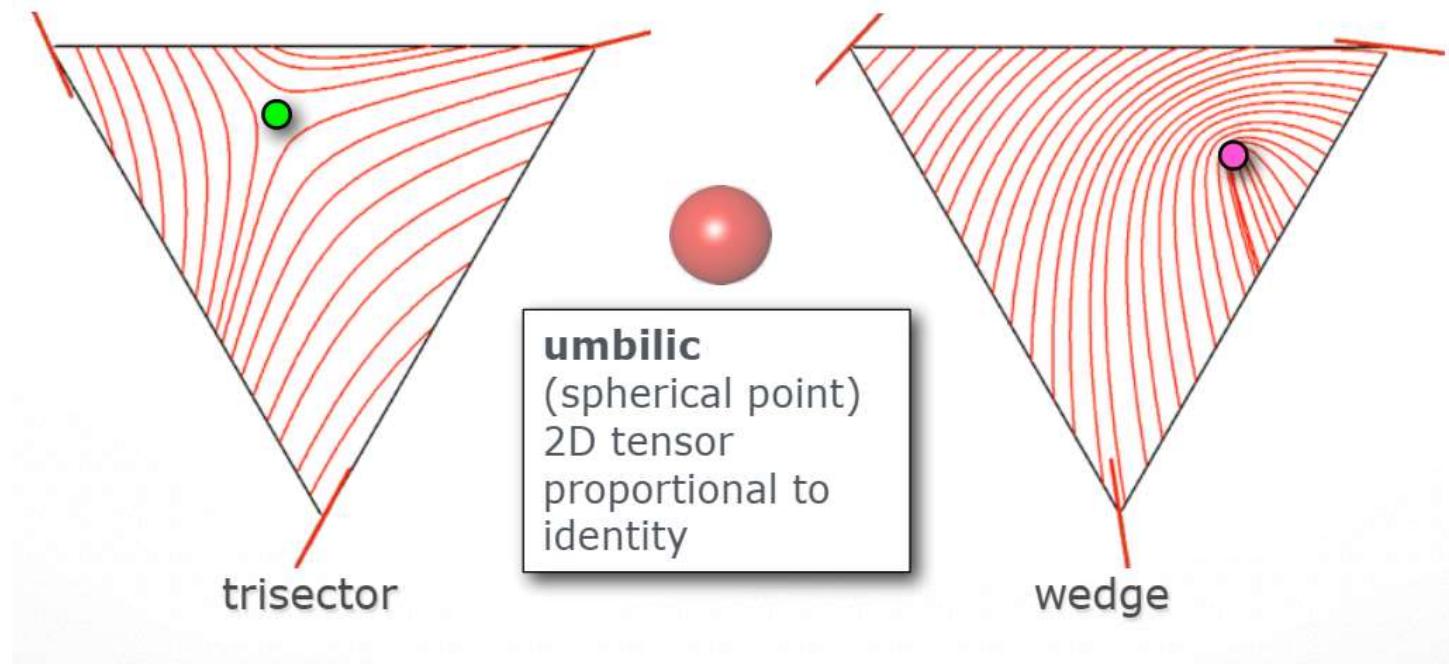


minor foliation

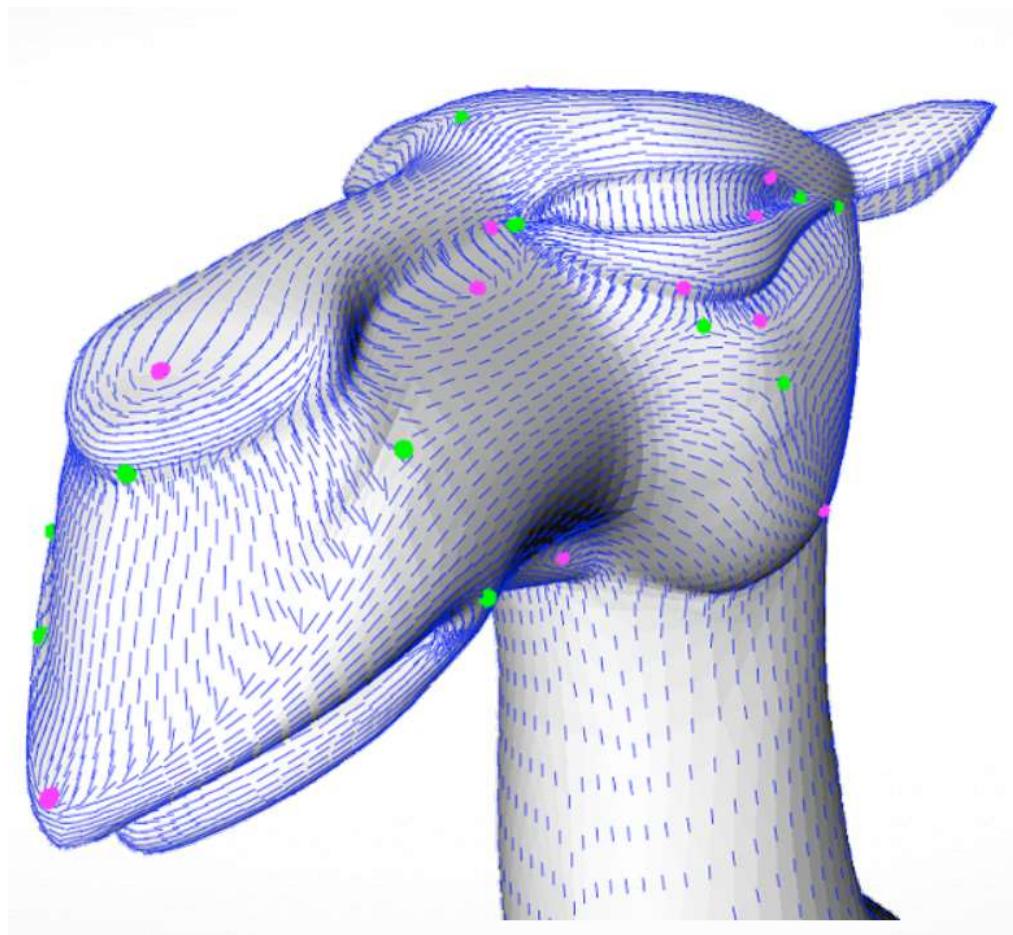
major foliation

principal foliations

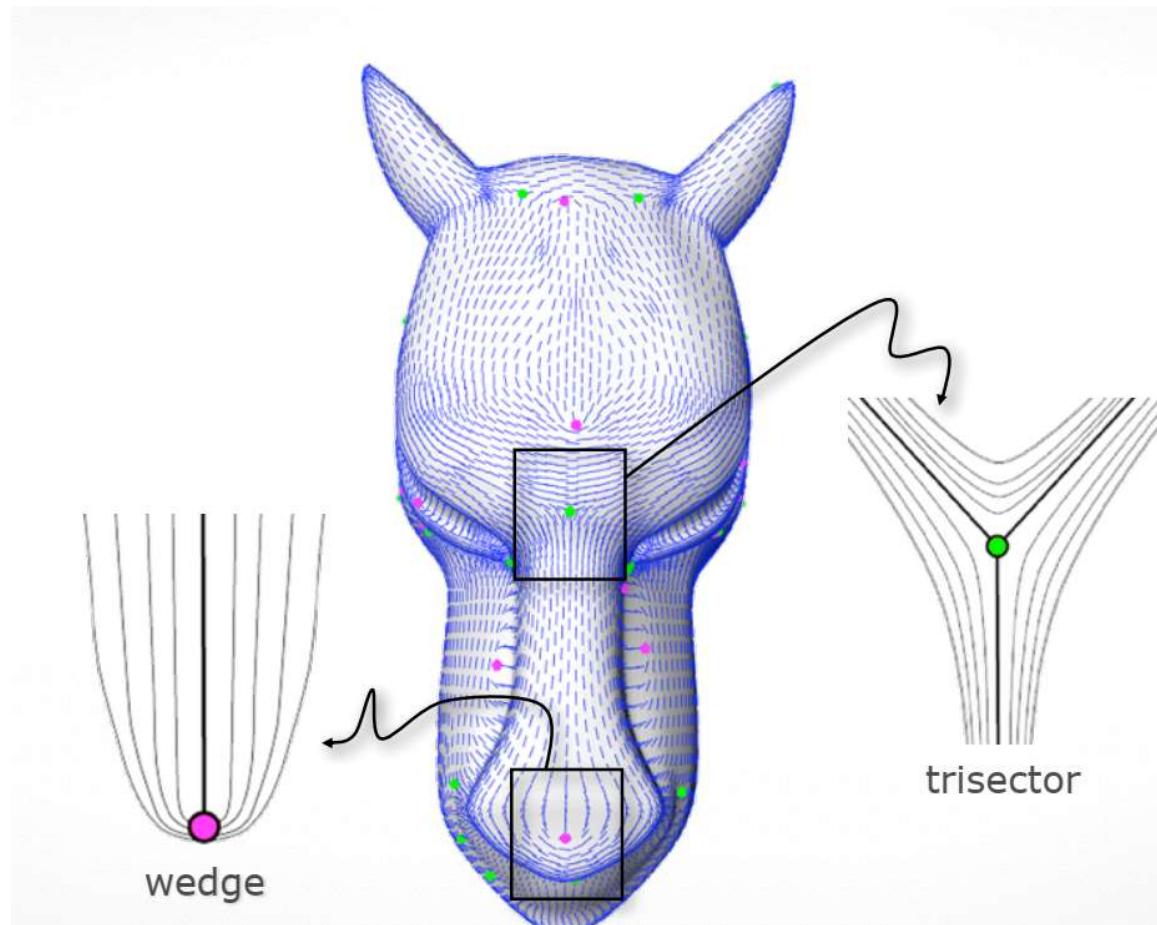
# Campo de direcciones 2D: singularidades



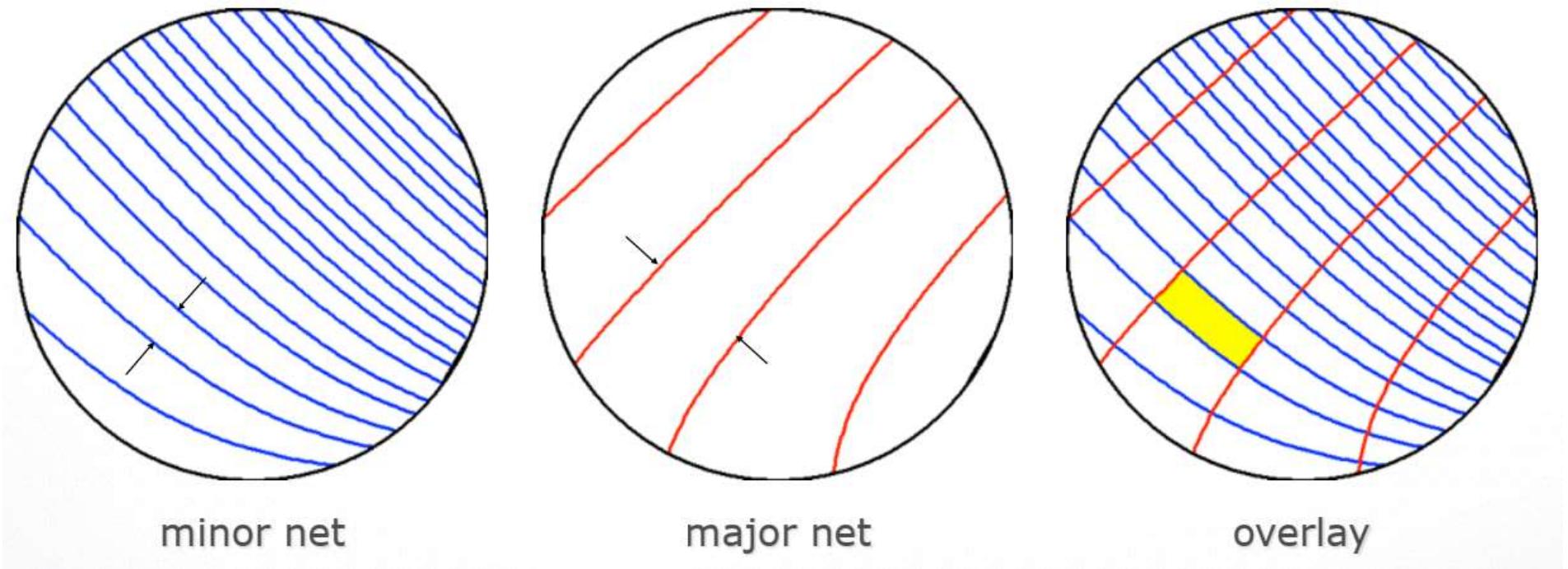
# Umbilics



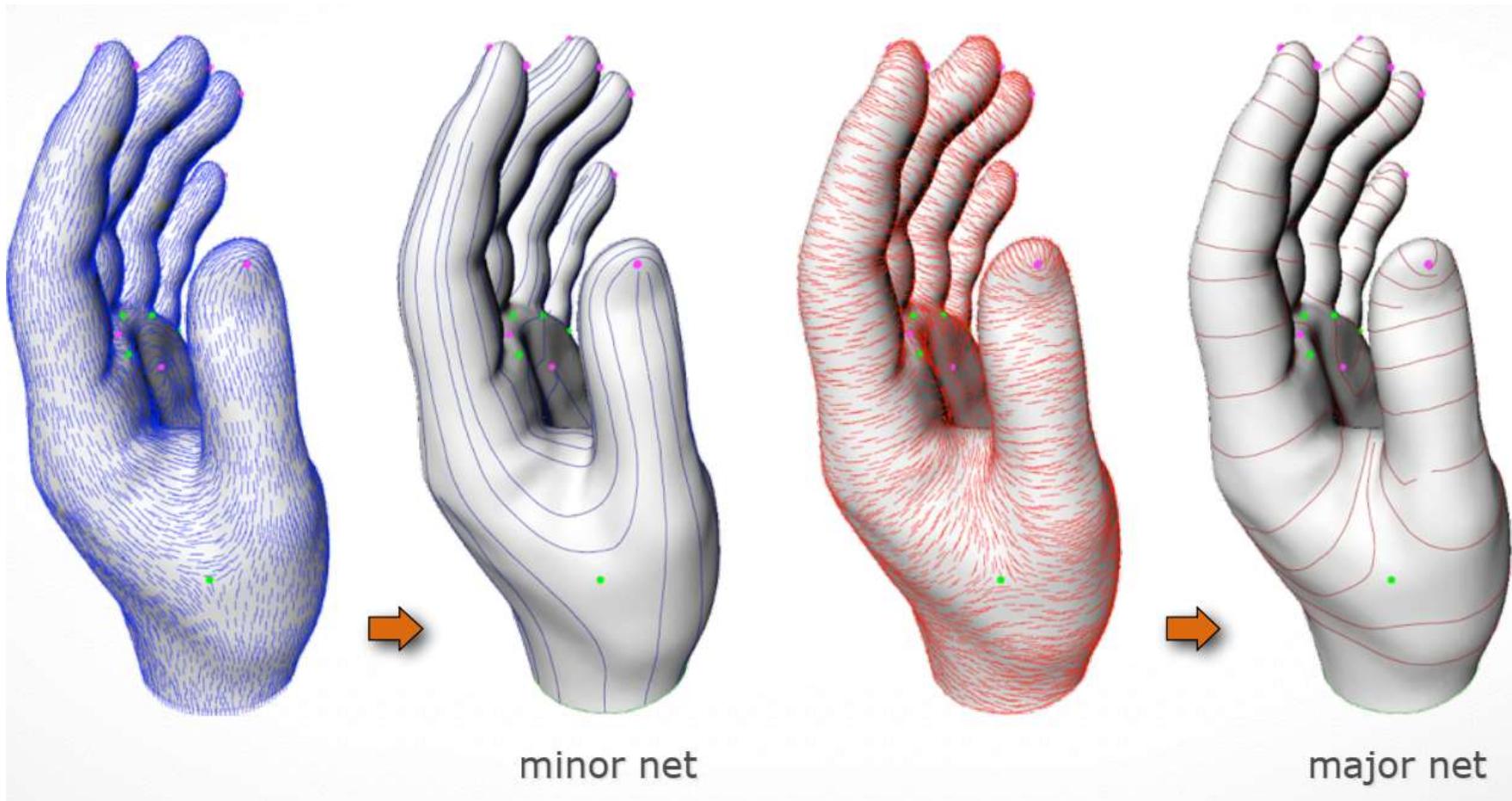
# Umbilics



# Líneas de curvatura

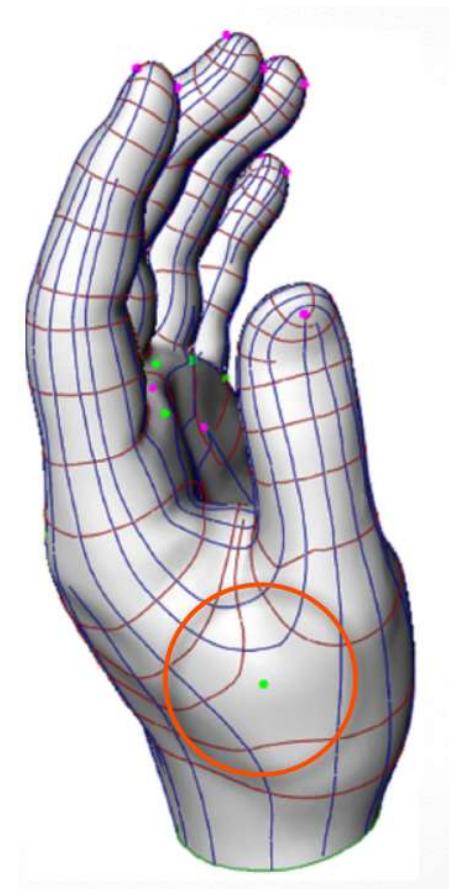


# Líneas de curvatura

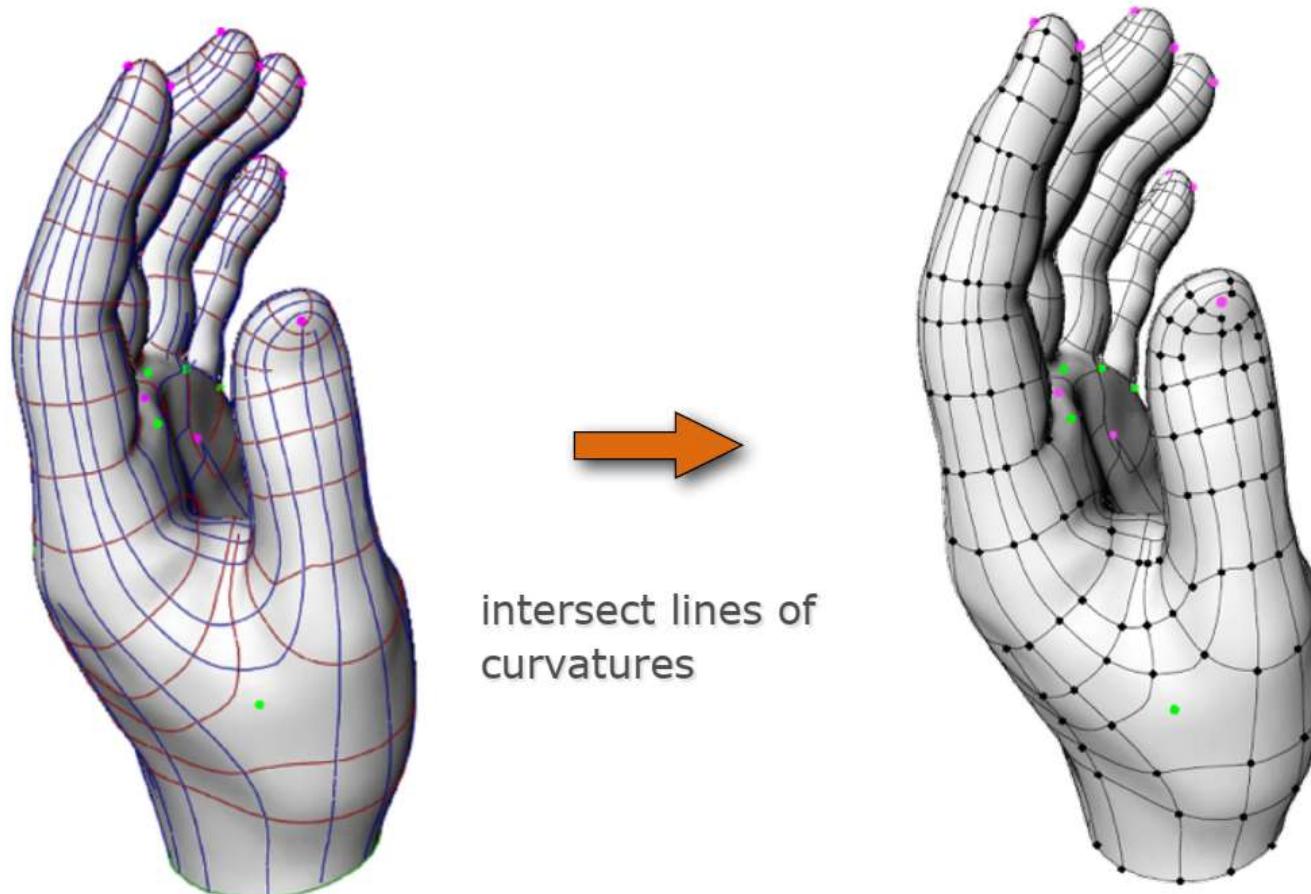


# Overlay

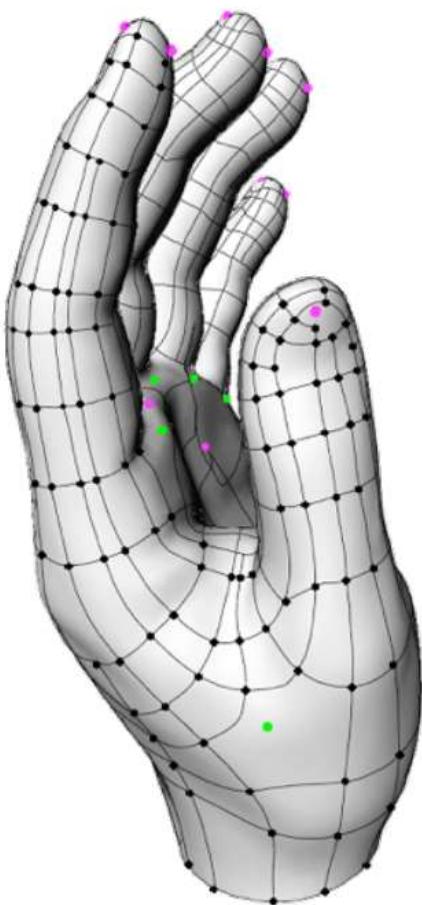
- Líneas de curvatura en regiones anisotrópicas
- Añadir puntos umbilicales en regiones isotrópicas



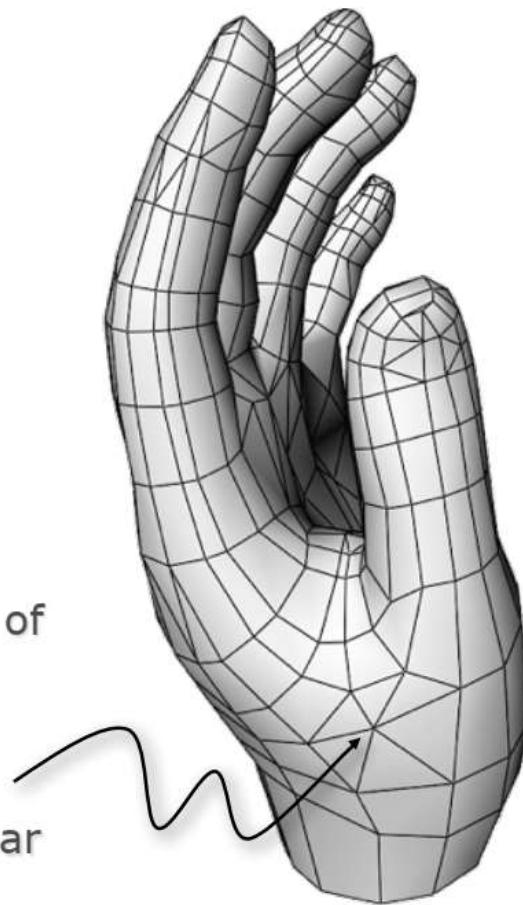
# Vértices



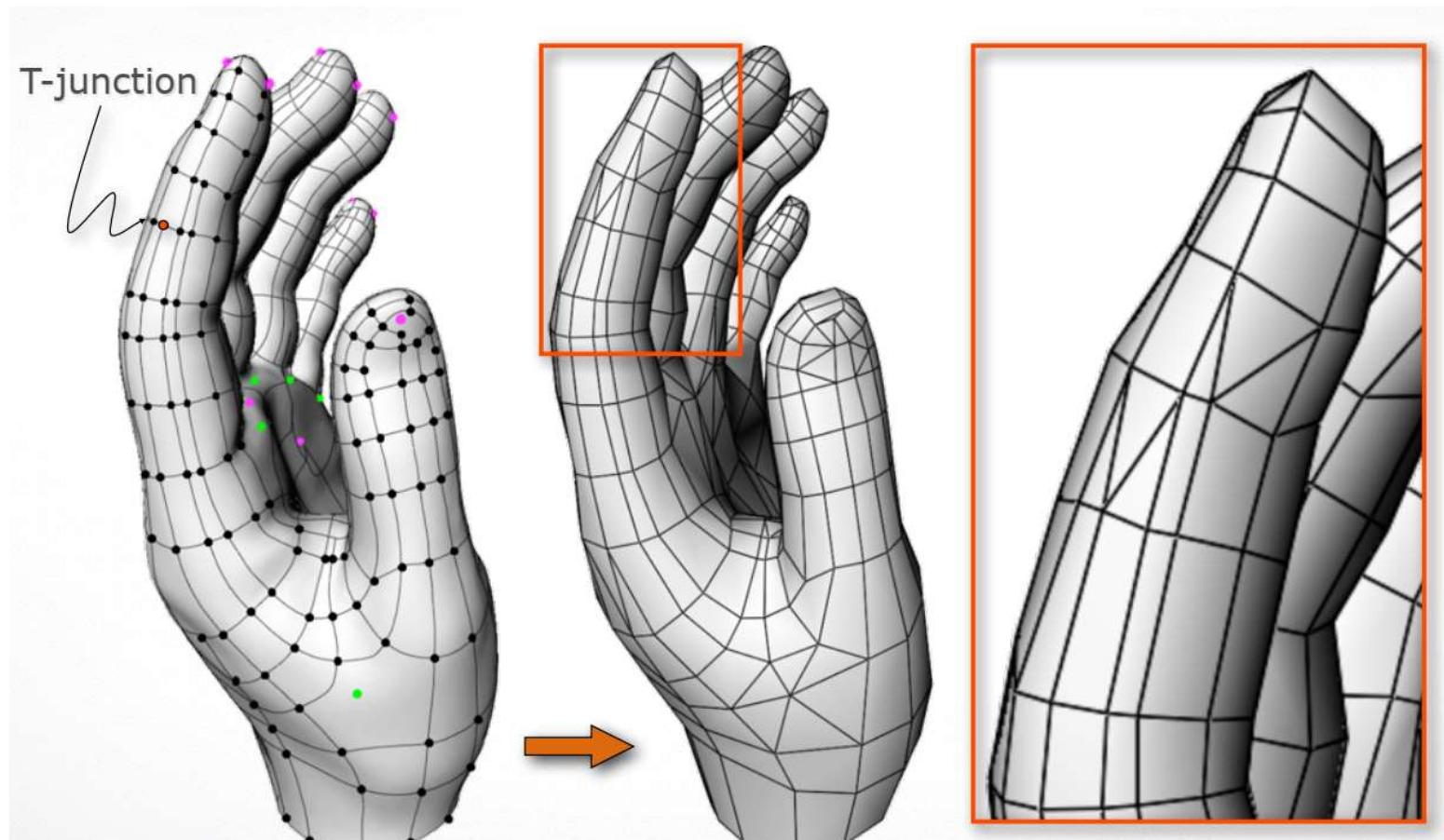
# Aristas



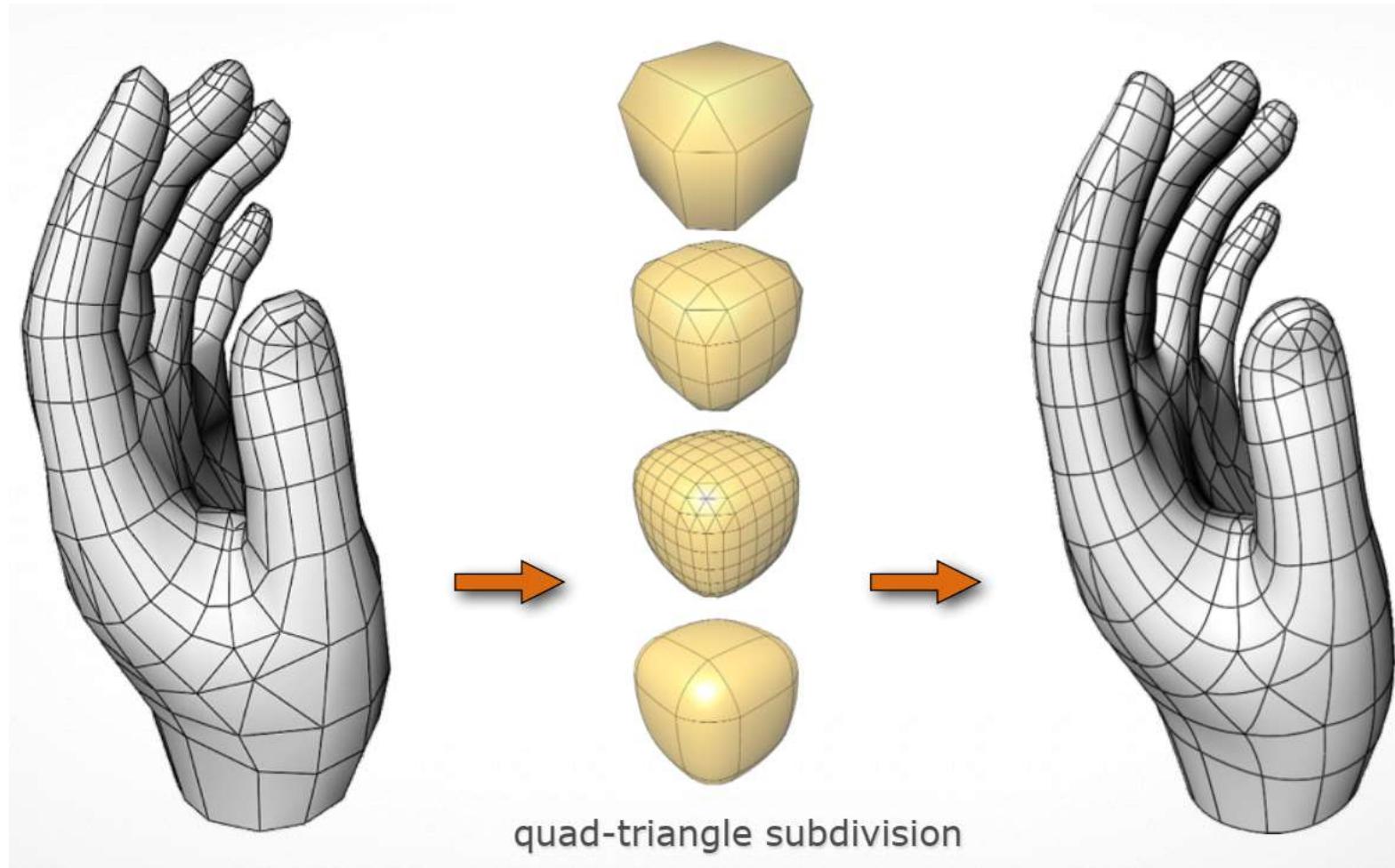
straighten lines of  
curvatures  
+  
Delaunay  
triangulation near  
umbilics



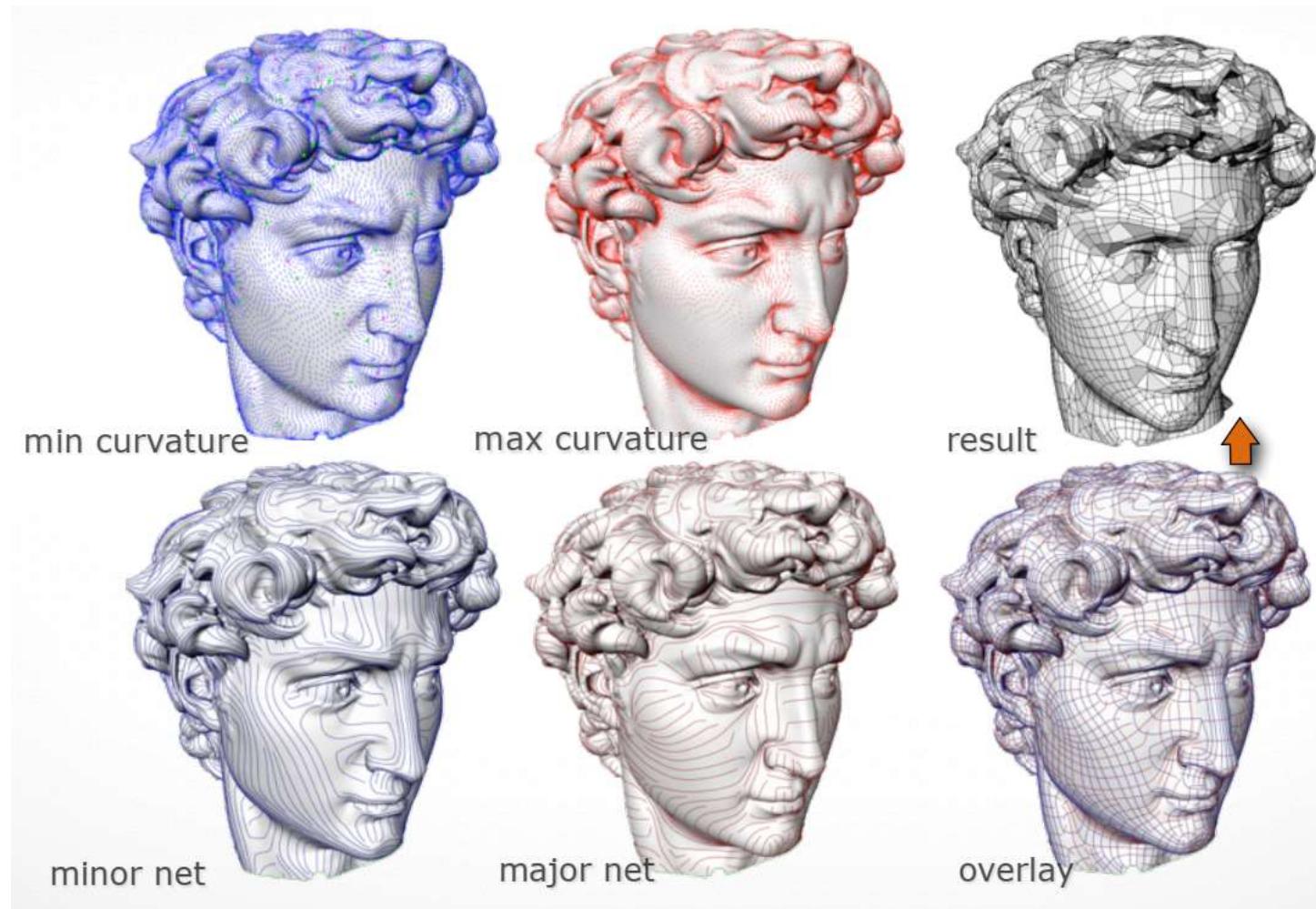
# Resolver T-Junctions



# Aplicar suavizamiento



# Resultados



# Resultados

