

**Университет ИТМО**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Информатика

Лабораторная работа №6

**Работа с системой компьютерной вёрстки  $\text{\TeX}$**

Вариант: **26**

Выполнил:

Чжун Цзяцзюнь

Группа: P3110

Преподаватели:

Рыбаков Степан Дмитриевич

Санкт-Петербург 2024 г.

## Задачи и Вопросы

3. Внутри окружности радиуса  $R$  находятся две другие окружности, касающиеся друг друга и данной окружности. Найти периметр треугольника, вершины которого служат центры трёх окружностей.

4. Может ли для углов треугольника удовлетворяться равенство:

$$\sin A + \sin B = \sin C?$$

5. Возможно ли равенство  $\sin A = \lg \sin \alpha$ ?

6. Докажите, что треугольник является равнобедренным, если у него равны две медианы.

7. Докажите, что для произвольной трапеции  $ABCD$  справедливо равенство:

$$AO \cdot BO = DO \cdot CO,$$

где  $O$  — точка пересечения диагоналей  $AC$  и  $BD$ .

8. Полуокружность радиуса  $R$  разделена на три равные части, и точки деления соединены с одним из концов диаметра, стягивающего эту полуокружность. Найти площадь, ограниченную двумя хордами и заключённую между ними дугой.

9. В некоторой пирамиде двугранные углы при основании равны  $\alpha$ , и площадь основания  $S$ . Найти площадь боковой поверхности.

## Вопросы второго уровня

1\*. Найти множество точек плоскости  $M(x, y)$ , координаты которых удовлетворяют уравнению:

$$\sin x + \sin y = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|}.$$

2\*. Решить уравнение:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = -1.75.$$

3\*. Решить неравенство:

$$2^{3x} + 3^{2x} - 2 \cdot 11x > 0.$$

4\*. При каких условиях квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) с действительными коэффициентами является квадратом линейного двучлена с действительными коэффициентами?

5\*. Сколько сфер можно провести через три точки в пространстве?

6\*. Можно ли пересечь плоскостью параллелепипед таким образом, чтобы в сечении получился правильный пятиугольник?

Указание. Применить теорему о пересечении двух параллельных плоскостей третьей плоскостью

7\*. Треугольник  $ABC$  — остроугольный,  $\angle A = \alpha$ . На стороне  $BC$ , как на диаметре, описана полуокружность.  $P$  и  $Q$  — точки пересечения этой полуокружности со сторонами  $AB$  и  $AC$  соответственно. Найти отношение площадей треугольников  $ABC$  и  $PAQ$ .

8\*. На сторонах произвольного выпуклого четырёхугольника как на диаметре построены круги. Доказать, что они покрывают весь четырёхугольник.

9\*. Найти первые три десятичных знака числа  $7 \cdot 0.999$ .

10\*. а) Существует ли восьмиугольная пирамида, у которой все рёбра равны? б) Для каких  $n$  существует правильная  $n$ -угольная пирамида, у которой все рёбра равны?

11\*. В параллелограмме  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  — середины сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно. Доказать, что отрезки  $AM$  и  $AN$  делят диагональ  $BD$  на три равные части.

12\*. В угол вписаны две окружности:  $A$  и  $B$  — одна касается сторон угла, а другая — вписанная в треугольник с вершиной в углу. Доказать, что отрезок, соединяющий центры окружностей, проходит через точку касания.

13\*. Построить треугольник, если даны: прямая, на которой лежит основание, и две точки — основания высот, опущенных на боковые стороны.

14\*. Существует ли треугольник, у которого:  
а) биссектрисы лежат на одной прямой; б) высоты лежат на одной прямой?

Указание. Продумайте различие между пунктами а) и б)

15\*. Доказать, что  $\operatorname{tg} 5^\circ$  — иррациональное число.