

Группа P3210, P3208 К работе допущен _____

Студент Чжун Цзяцзюнь, Су Лянхуа Работа выполнена _____

Преподаватель Сорокина Елена Константиновна Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.04

Исследование равноускоренного вращательного движения (Маятник Обербека).

1. Цель работы.

- Проверка основного закона динамики вращения, связывающего угловое ускорение вращающегося тела с моментами действующих сил.
- Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Рабочие формулы и исходные данные

1) Основной закон динамики вращения: $I\ddot{\theta} = M - M_{тр}$

I – момент инерции крестовины с утяжелителем;

$\ddot{\theta}$ – угловое ускорение крестовины;

M – момент силы натяжения нити;

$M_{тр}$ – момент силы трения в оси крестовины)

2) Второй закон Ньютона: $ma = mg - T$

m – масса груза, создающего натяжение нити

a – ускорение груза, создающего натяжение нити

g – ускорение свободного падения

T – сила натяжения нити

3) Зависимость пройденного пути h от времени t при постоянном ускорении: $h = \frac{at^2}{2}$ ($a = \frac{2h}{t^2}$)

h – путь, пройденный телом, которое создает натяжение нити

t – время, за которое был пройден h

4) Связь между угловым ускорением крестовины и линейным ускорением груза: $\ddot{\theta} = \frac{2a}{d}$
 d – диаметр ступицы

5) Осевой момент силы для силы натяжения нити: $M = \frac{Td}{2}$

6) Из определения момента инерции и т. Штейнера: $I = I_0 + 4m_{ут}R^2$

I_0 – сумма моментов инерции стержней крестовины с утяжелителями, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей

R – расстояние между осью вращения и центром утяжелителя

$m_{ут}$ – масса утяжелителя

I – коэффициент наклонной зависимости $M(\Sigma)$

3. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Линейка	Измерительный	[0,700] мм	0,5мм
2	Секундомер	Электронный измерительный	[0,01; 60] с	0,005с

Параметры установки

1.	Масса каретки	(47,0 ± 0,5) г
2.	Масса шайбы	(220,0 ± 0,5) г
3.	Масса грузов на крестовине	(408,0 ± 0,5) г
4.	Расстояние от оси до первой риски	(57,0 ± 0,5) мм
5.	Расстояние между рисками	(25,0 ± 0,2) мм
6.	Диаметр ступицы	(46,0 ± 0,5) мм
7.	Диаметр груза на крестовине	(40,0 ± 0,5) мм
8.	Высота груза на крестовине	(40,0 ± 0,5) мм
9.	Расстояние, проходимое грузом (h)	(700,0 ± 0,1) мм

4. Схема установки

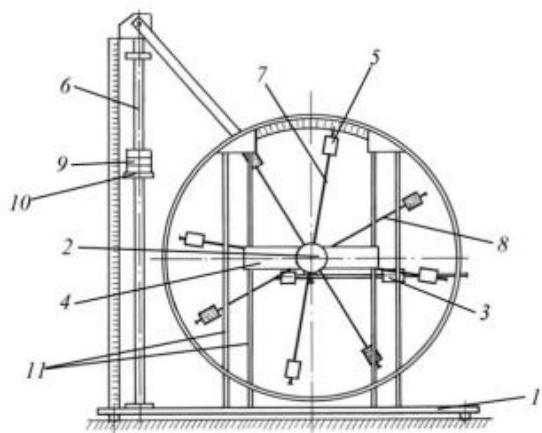


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид)

Общий вид экспериментальной установки изображен на Рис. 2. В состав установки входят:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

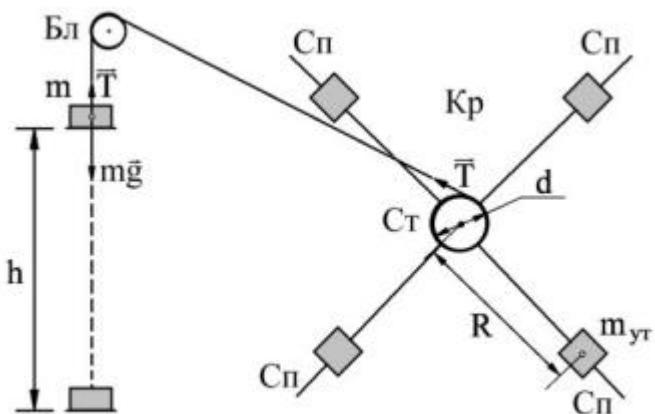


Рис. 1. Схема измерительного стенда

5. Результаты прямых измерений и их обработка (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1. Результаты прямых измерений (Приложение 1)

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
m1	4.62с	5.42с	6.48с	7.33с	8.26с	9.37с
	4.81с	5.66с	6.48с	7.34с	8.15с	9.37с
	4.67с	5.56с	6.38с	7.37с	8.19с	9.39с
	4.70с	5.55с	6.45с	7.35с	8.20с	9.38с
m2	3.44с	4.18с	4.72с	5.47с	6.15с	6.93с
	3.49с	4.02с	4.79с	5.41с	6.11с	6.86с
	3.44с	4.07с	4.84с	5.49с	6.31с	6.81с
	3.46с	4.09с	4.78с	5.46с	6.19с	6.87с
m3	2.69с	3.47с	3.97с	4.44с	5.04с	5.63с
	2.77с	3.39с	3.95с	4.56с	5.07с	5.59с
	2.90с	3.37с	3.94с	4.57с	5.09с	5.71с
	2.79с	3.41с	3.95с	4.52с	5.07с	5.64с
m4	2.42с	2.99с	3.49с	3.79с	4.22с	5.01с
	2.57с	2.95с	3.54с	3.92с	4.50с	4.99с
	2.52с	3.00с	3.44с	4.09с	4.47с	4.96с
	2.50с	2.98с	3.49с	3.93с	4.40с	4.99с

Таблица 1. Результаты прямых измерений

6. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

$$a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2*0,7}{4,70^2} = 0,06 \left[\frac{M}{c^2} \right]$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2*0,06}{0,046} = 2,61 \left[\frac{\text{рад}}{c^2} \right]$$

$$M = \frac{md}{2}(g - a) = \frac{0,68 * 0,046}{2}(9,81 - 0,06) = 0,15 [H \cdot м]$$

Масса груза, г	tcp, с	a, м/с ²	ε, с-2	M, Н*м
m1	4.70	0.06	2.76	0.15
	5.55	0.05	1.98	0.15
	6.45	0.03	1.46	0.15
	7.35	0.03	1.13	0.15
	8.20	0.02	0.91	0.15
	9.38	0.02	0.69	0.15
m2	3.46	0.12	5.09	0.24
	4.09	0.08	3.64	0.24
	4.78	0.06	2.66	0.24
	5.46	0.05	2.04	0.24
	6.19	0.04	1.59	0.24
	6.87	0.03	1.29	0.24
m3	2.79	0.18	7.84	0.33
	3.41	0.12	5.23	0.33
	3.95	0.09	3.89	0.33
	4.52	0.07	2.97	0.33
	5.07	0.05	2.37	0.33
	5.64	0.04	1.91	0.33

m4	2.50	0.22	9.71	0.42
	2.98	0.16	6.85	0.42
	3.49	0.11	5.00	0.42
	3.93	0.09	3.93	0.42
	4.40	0.07	3.15	0.42
	4.99	0.06	2.45	0.43

Таблица 2. Результаты вычисления а, М, ε (Приложение 2)

$$M = M_{tp} + I\varepsilon$$

$$\bar{M} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4} = \frac{0.15 + 0.24 + 0.33 + 0.42}{4} = 0.29 \text{ H} \cdot \text{м}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{4} = \frac{2.76 + 5.09 + 7.84 + 9.71}{4} = 6.35 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$I_1 = \frac{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(M_i - \bar{M})}{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} = \frac{\sum(\varepsilon_i - 6.35)(M_i - 0.29)}{\sum(\varepsilon_i - 6.35)^2} = 0.04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$M_{TP} = \bar{M} - I_1 * \bar{\varepsilon} = 0.29 - 0.04 * 6.35 = 0.036 \text{ H} \cdot \text{м}$$

	M = M _{tp} + I _ε					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
I	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.15
M _{tp}	0.036	-0.09	-0.21	-0.35	-0.47	-0.66

Таблица 3. Результаты вычисления I и M_{tp} (Приложение 3)

$$I = I_0 + 4m_{yt}R^2$$

$$\bar{I} = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{6} = \frac{0.04 + 0.06 + 0.08 + 0.10 + 0.12 + 0.15}{6} = 0.092 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Номера рисок	1	2	3	4	5	6
R	0.077	0.102	0.127	0.152	0.177	0.202
R ²	0.005929	0.010404	0.016129	0.023104	0.031329	0.040804
I	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.15

Таблица 4. Результаты вычисления R² и I (Приложение 4)

По данным таблицы из формулы (6) по МНК получаем:

$$\bar{R}^2 = \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + R_5^2 + R_6^2}{6} = 0.0213 \text{ м}^2$$

$$4m_{yt} = \frac{\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)(I_i - \bar{I})}{\sum(R_i^2 - \bar{R}^2)^2} = \frac{\sum(R_i^2 - 0.0213)(I_i - 0.092)}{\sum(R_i^2 - 0.0213)^2} = 1.64 \text{ кг}$$

$$m_{yt} = 0.410 \text{ кг}$$

$$I_o = \bar{I} - 4 * m_{yt} \bar{R}^2 = 0.092 - 4 * 0.410 * 0.0213^2 = 0.092 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

7. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).
 (берем значение из листов с погрешностями из экселя)

1) Времени t:

$$\bar{t} = 4.70$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2} = 0.057 \text{ (с)}$$

Доверительная вероятность: $\alpha=0.95$, $N=3$

Коэффициент Стьюдента: 4,30

Доверительный интервал: $\Delta t' = t_{\alpha, N} \cdot S_{\langle t \rangle} = 0.2487 \text{ (с)}$

Абсолютная погрешность:

$$\delta_t = \frac{\Delta t'}{\bar{t}} * 100\% = \frac{0.2487}{4.70} * 100\% = 5.2\%$$

2) Ускорения a (для положения утяжелителей на 1 риске и массы m_1):

$$a = \frac{2h}{t^2}; \bar{a} = 0.06 \text{ м/с}^2; h = 70.0 \pm 0.1 \text{ мм}; t = 4.70 \pm 0.10 \text{ с}$$

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} * \Delta h\right)^2 + \left(\frac{6 * h}{t^3} * \Delta t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{4.70^2} * 0.001\right)^2 + \left(\frac{6 * 0.7}{4.70^3} * 0.2\right)^2} = 0.008 \text{ м/с}^2$$

$$\delta_a = \frac{\Delta a}{\bar{a}} * 100\% = \frac{0.008}{0.06} * 100\% = 13\%$$

3) Момента силы натяжения нити M (для положения утяжелителей на 1 риске и массы m_1):

$$M = \frac{md}{2(g - a)}; \bar{M} = 0.29 \text{ Н} \cdot \text{м}; m = 675,0 \pm 0,5 \text{ г}$$

$$\begin{aligned} \Delta M &= \sqrt{\left(\frac{md}{2} * \Delta a\right)^2 + \left(\frac{d}{2}(g - a)\Delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{2}(g - a)\Delta d\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.675 * 0.046}{2} * 0.008\right)^2 + \left(\frac{0.046}{2} * 9.74 * 0.001\right)^2 + \left(\frac{0.675}{2} * 9.74 * 0.001\right)^2} \\ &= 0.003 \text{ Н} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

$$\delta_M = \frac{\Delta M}{\bar{M}} * 100\% = \frac{0.003}{0.29} * 100\% = 1\%$$

4) Углового ускорения крестовины ε (для положения утяжелителей на 1 риске и массы m_1):

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}; \bar{\varepsilon} = 6.35 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; a = 0.06 \pm 0.01 \text{ м/с}^2; d = 0.046 \pm 0.001 \text{ м}$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon &= \sqrt{\left(\frac{2}{d} * \Delta a\right)^2 + \left(\frac{4a}{d^2} * \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{0.046} * 0.01\right)^2 + \left(\frac{4 * 0.06}{0.046^2} * 0.001\right)^2} = 0.36 \\ \delta_\varepsilon &= \frac{\Delta \varepsilon}{\bar{\varepsilon}} * 100\% = \frac{0.36}{6.35} * 100\% = 5.7\% \end{aligned}$$

8. Графики (приложение 5)

График 1. Зависимость момента силы натяжения нити M от углового ускорения крестовины ε

График зависимости M от ε для разных положений утяжелителей

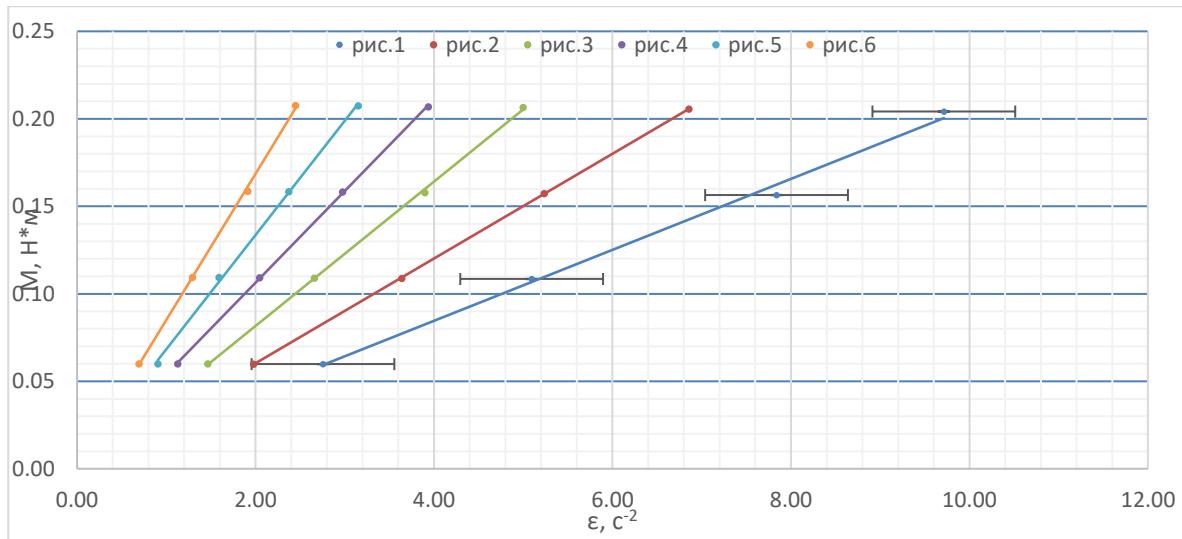
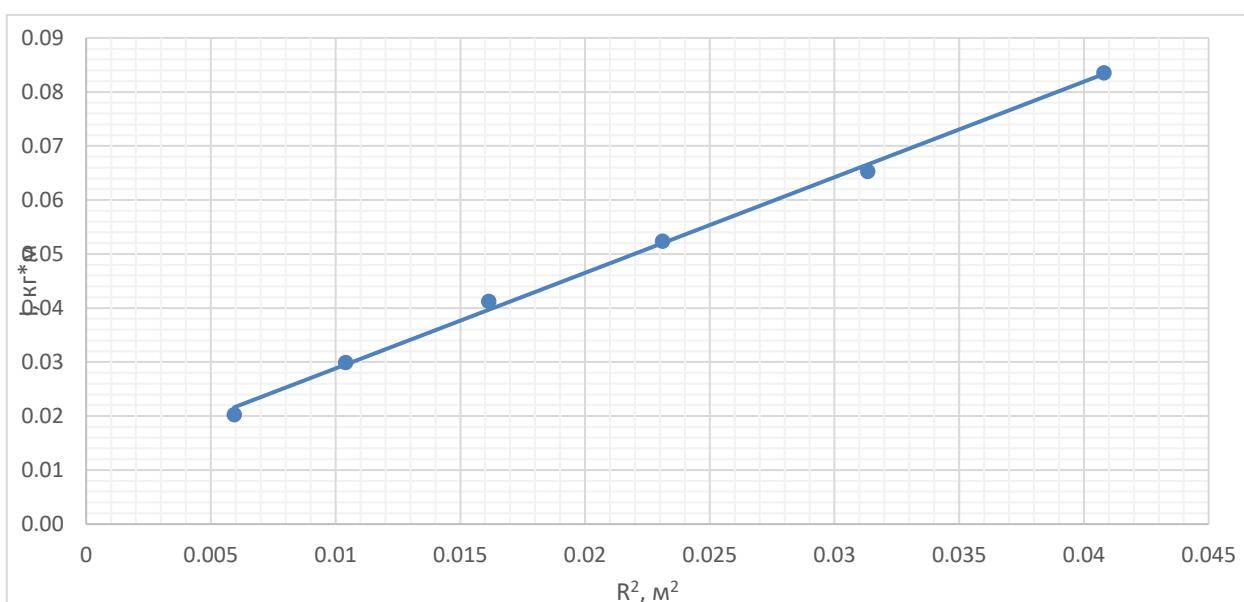


График зависимости момента инерции от положения утяжелителей



9. Окончательные результаты

$$I_0 = (0.092 \pm 0.002) \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

$$m_{yt} = (0.410 \pm 0.001) \text{кг}$$

10. Выводы и анализ результатов работы.

В результате исследования был получен График 1 зависимости $M = I\varepsilon - M_{tp}$, который лежит в пределе погрешностей экспериментально полученных точек, а с увеличением расстояние между грузиками и осью вращения и, соответственно, увеличением момента инерции I крестовины увеличивается угол наклона графика. Следовательно, проверка основного закона динамики вращения была успешной.

Также мы убедились, что момент инерции крестовины зависит от положения масс относительно оси вращения. На Графике 2 можно увидеть, что зависимость похожа на $I(R^2) = I_0 + 4m_{yt}R^2$

Заявленная масса грузов на крестовине (g) схожа с вычисленной $m_{yt} = (g)$, а относительная

погрешность $\varepsilon = \%$, что говорит о достаточной точности эксперимента.

