

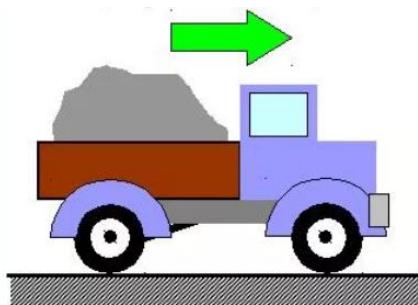


МЕХАНИКА

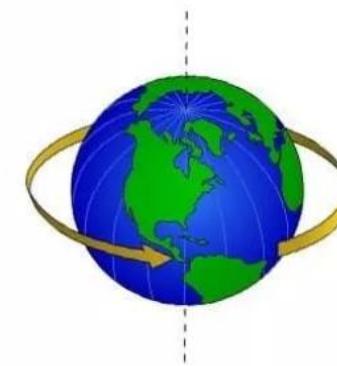
Динамика вращательного движения

Движение

поступательное

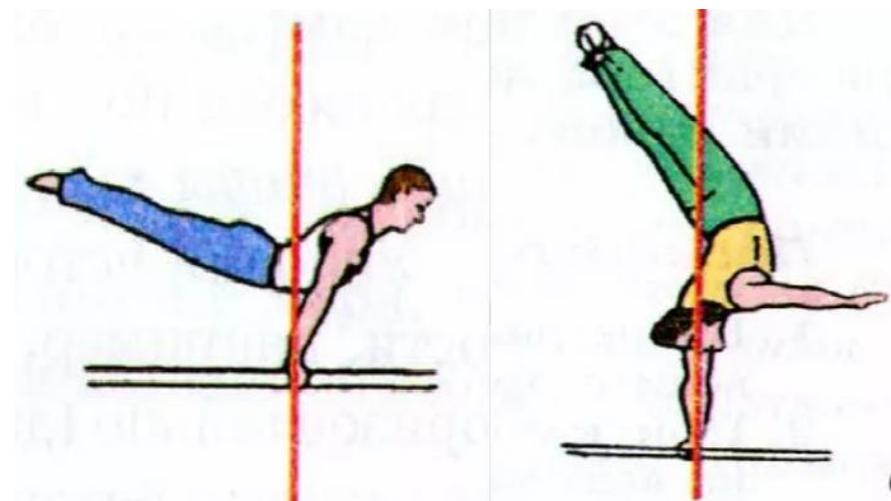
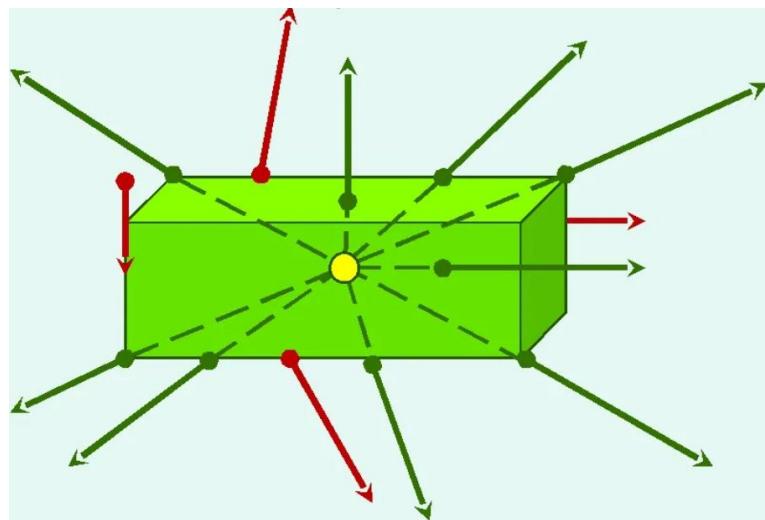


вращательное



Центр масс тела

Ц.м. – точка пересечения линий действия сил, вызывающих только ускоренное поступательное движение тела.



Момент силы (M)

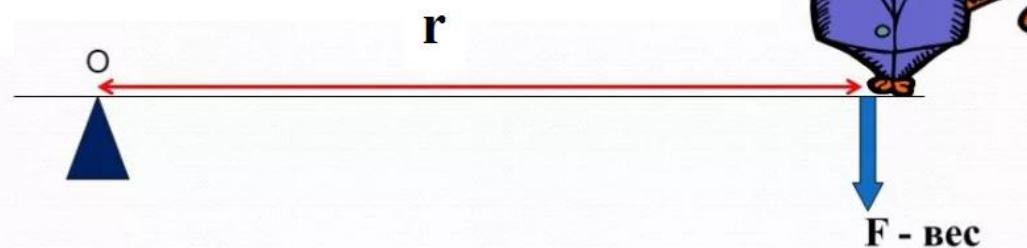
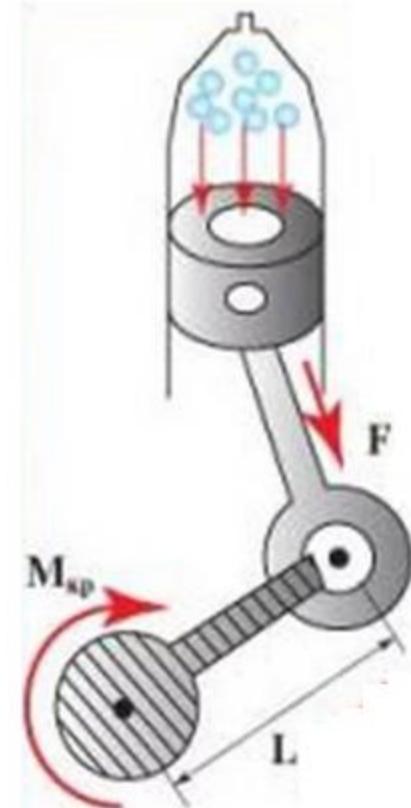
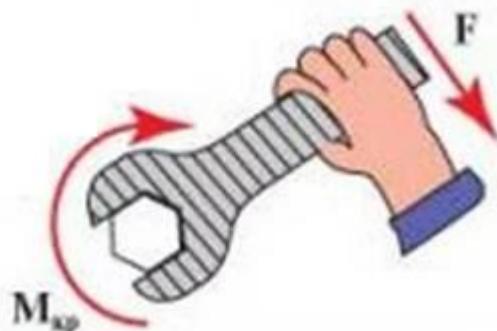


$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha = Fl$$

$$[M] = 1 \text{ H}\cdot\text{m}$$

l - плечо силы



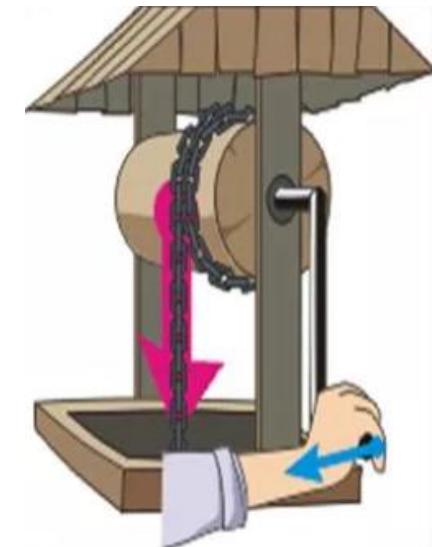
Основное уравнение динамики вращательного движения

$$\vec{M} = I \vec{\epsilon}$$

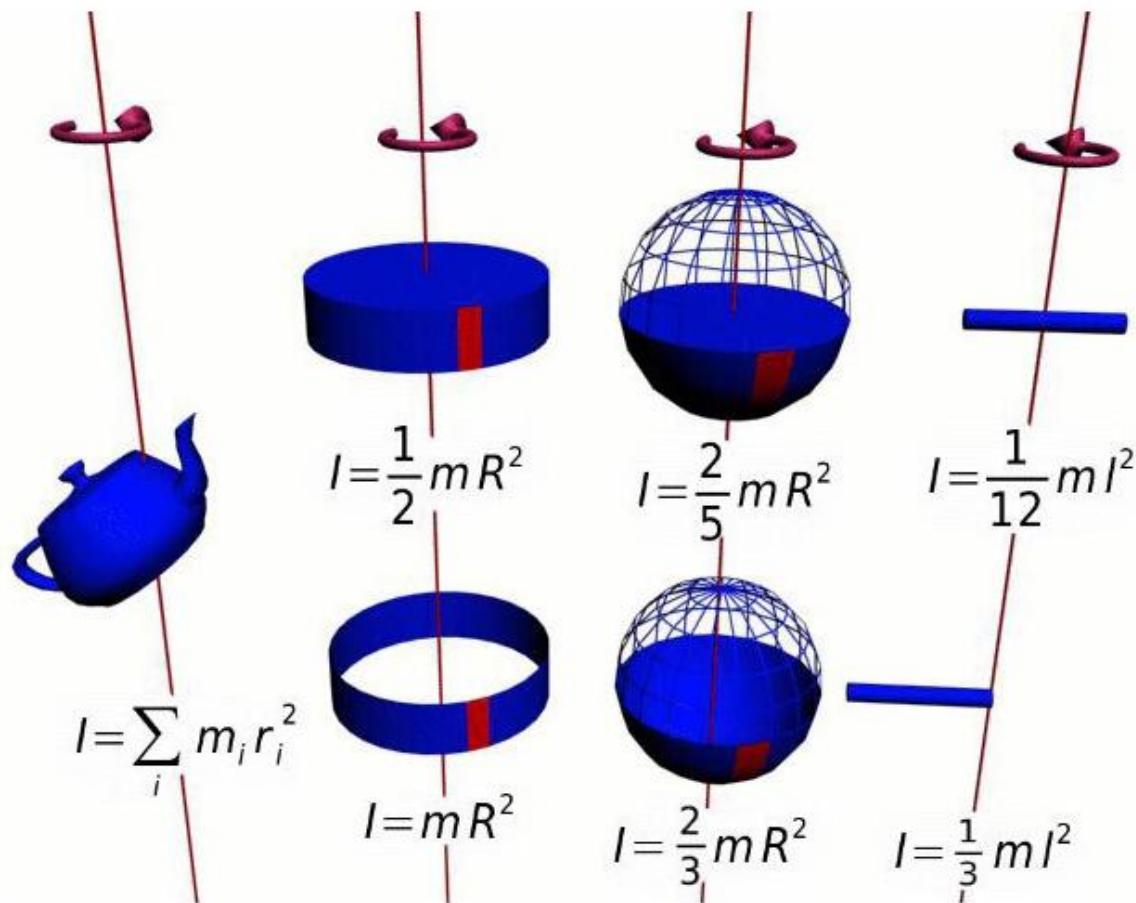
М – момент силы

I – момент инерции

ε – угловое ускорение



Момент инерции (I) – характеристика тела, мера инертности при вращательном движении. Зависит от расположения оси вращения и распределении масс в теле.

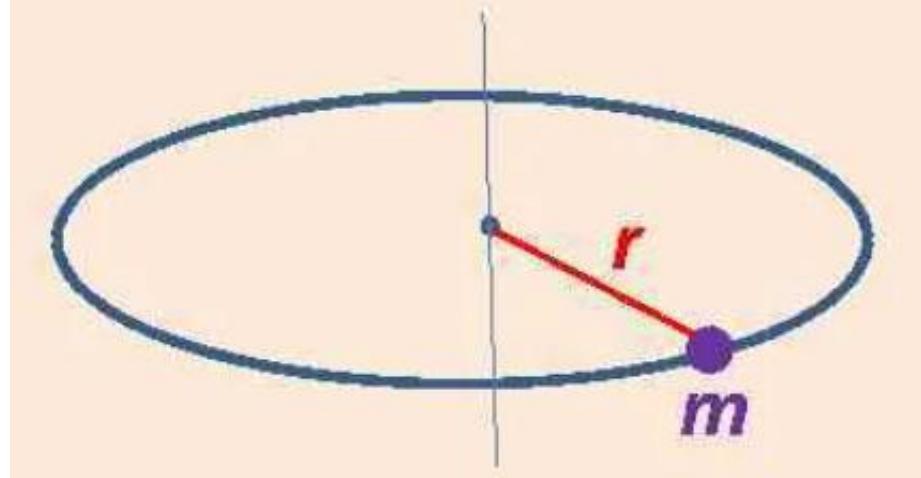


Момент инерции (I) – характеристика тела, мера инертности при вращательном движении. Зависит от расположения оси вращения и распределении масс в теле.

Момент инерции материальной точки:

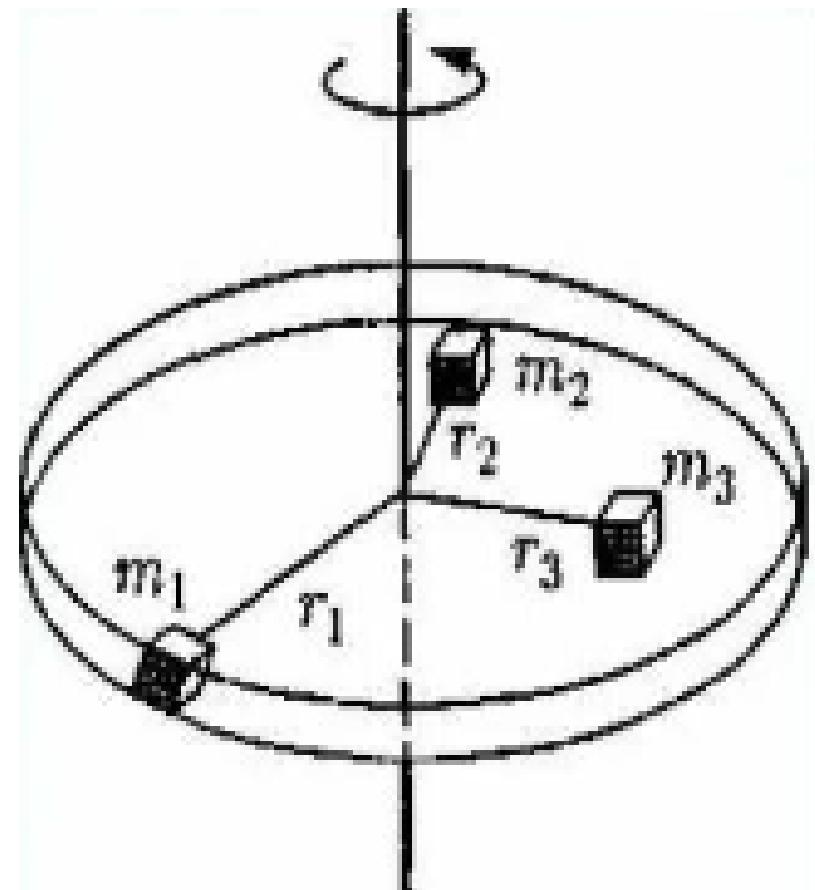
$$I = mr^2$$

$$[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$$



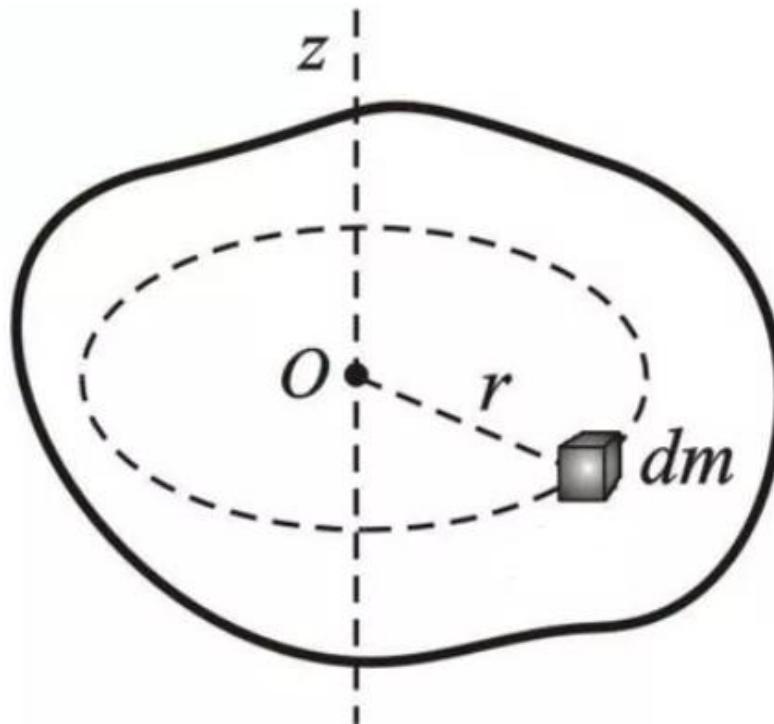
Момент инерции системы материальных точек:

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$



Момент инерции – аддитивная величина

В случае непрерывного распределения масс:



Для вычисления момента инерции твёрдого тела его можно разбить на бесконечно малые элементы, каждый из которых можно считать материальной точкой.

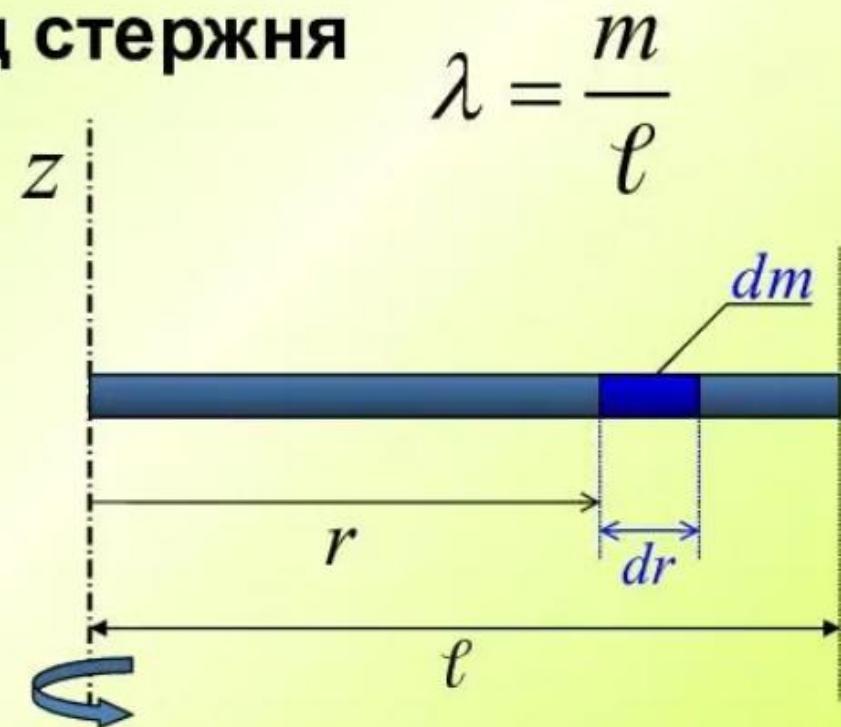
$$I = \int r^2 dm$$

Момент инерции стержня относительно оси проходящей через конец стержня

$$I = \int dm \cdot r^2$$

$$dm = \lambda \cdot dr$$

$$I = \int_0^\ell \lambda \cdot dr \cdot r^2 \cdot dm$$

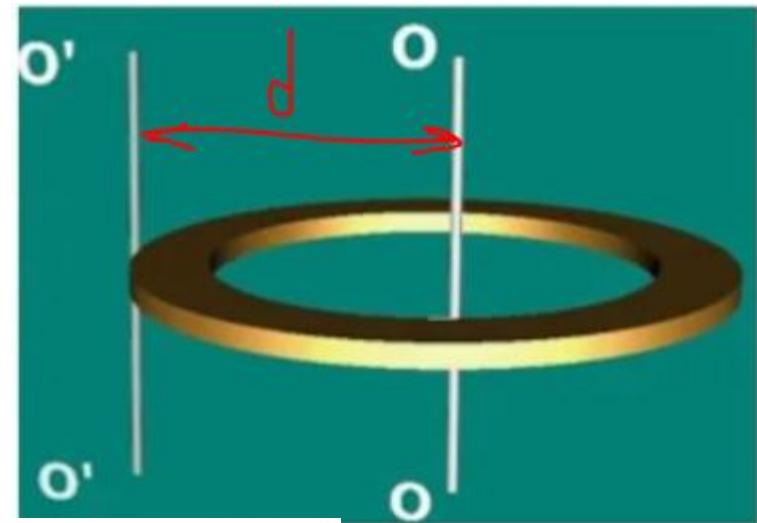


$$I = \lambda \cdot \int_0^\ell dr \cdot r^2 \cdot r^2 = \lambda \cdot \frac{r^3}{3} \Big|_0^\ell = \lambda \cdot \frac{\ell^3}{3} = \frac{m}{\ell} \cdot \frac{\ell^3}{3} = \frac{m \cdot \ell^2}{3}$$

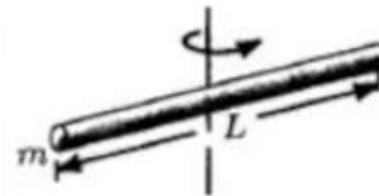
Теорема Штейнера

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, позволяет найти момент инерции относительно любой параллельной оси.

$$I = I_c + m \cdot d^2$$



Стержень относительно оси проходящей через его центр инерции перпендикулярно оси стержня



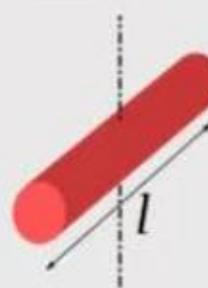
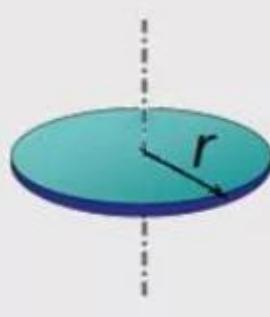
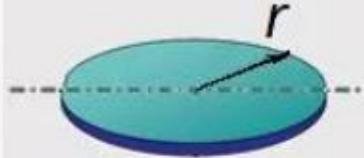
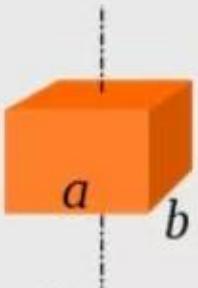
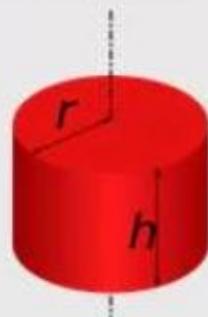
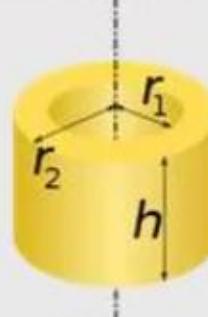
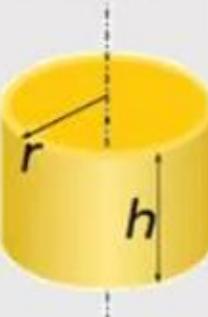
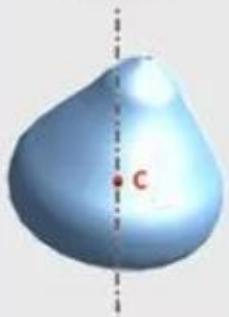
$$I_c = \frac{1}{12} m L^2$$

Стержень относительно оси, проходящей через его конец перпендикулярно оси стержня

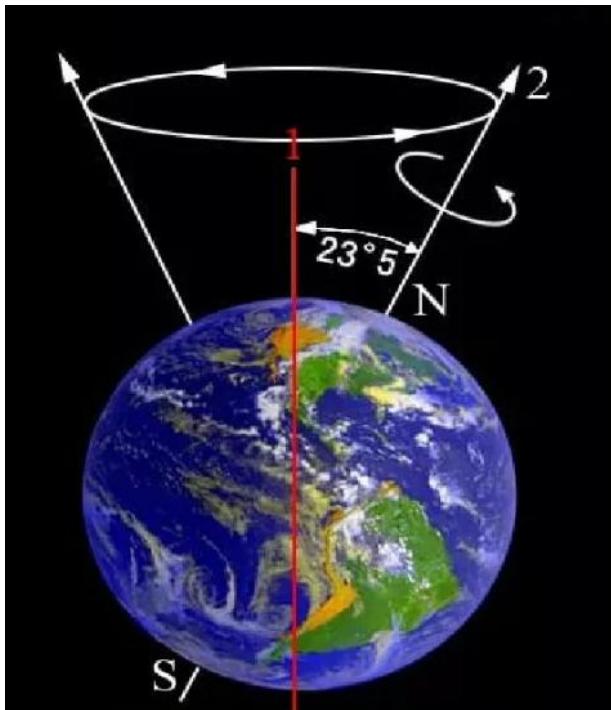


$$I = \frac{1}{3} m L^2$$

Моменты инерции некоторых тел

Шар	Тонкостенная сфера	Однородный стержень	Диск	Диск
				
$I = \frac{2}{5}mr^2$	$I = \frac{2}{3}mr^2$	$I = \frac{1}{12}ml^2$	$I = \frac{1}{2}mr^2$	$I = \frac{1}{4}mr^2$
Однородная пластина	Сплошной цилиндр	Толстостенный цилиндр	Тонкостенный цилиндр	Произвольное тело
				
$I = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$	$I = \frac{1}{2}mr^2$	$I = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$	$I = mr^2$	$I = \sum m_i r_i^2$

Момент импульса



$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Поступательное движение	Вращательное движение
Основное уравнение ди- намики по- ступательного движения	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $m\vec{a} = \vec{F}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$
	Момент им- пульса
	$\vec{L} = I\vec{\omega}$

Колодец глубиной 15 м. На барабан массой 6 кг намотана веревка, к концу которой привязано ведро массой 2 кг. Найти через сколько ведро достигнет дна. Трением пренебречь.



Спасибо!

