



# МЕХАНИКА

Кинематика прямолинейного  
движения

# Структура механики



**Основная задача механики:** определение положения тела в любой момент времени.

# Кинематика

**Основная задача кинематики:** зная закон движения данного тела, определить все **кинематические величины**, характеризующие его движение.

1. Где?



2. Когда?



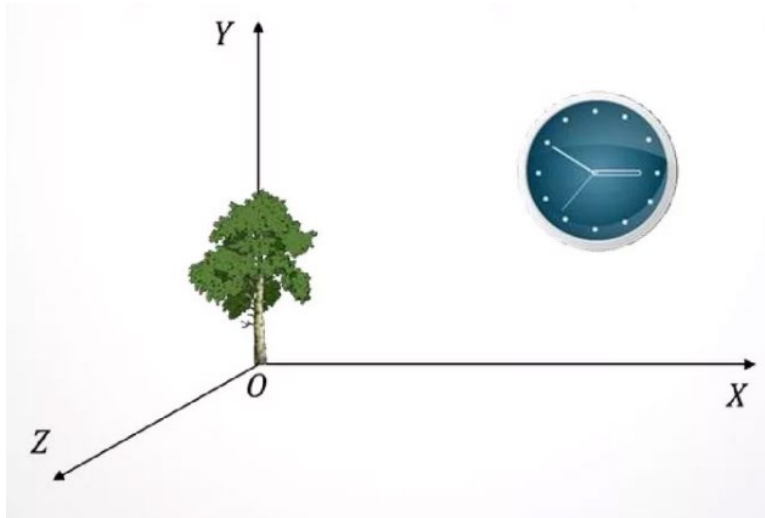
3. Как?



# Основные понятия кинематики:

- Механическое движение
- Система отсчета
- Материальная точка
- Траектория
- Путь
- Перемещение
- Скорость
- Ускорение



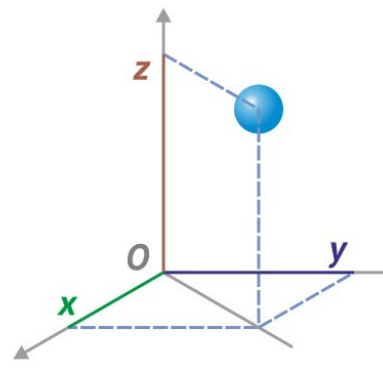


**Материальная точка** - тело, размерами и формой которого в условиях рассматриваемой задачи можно пренебречь;

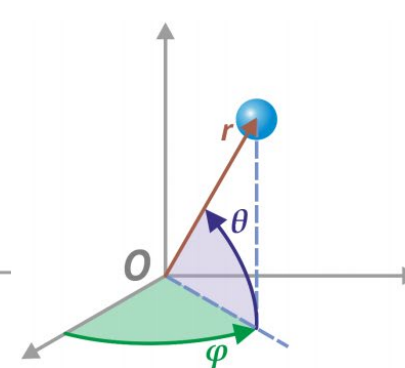
**Траектория** - условная линия движения тела в пространстве;



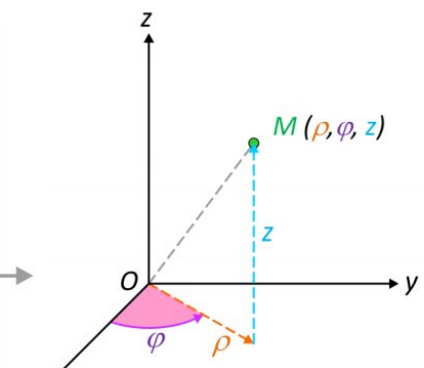
## Системы координат



Прямоугольная



Сферическая

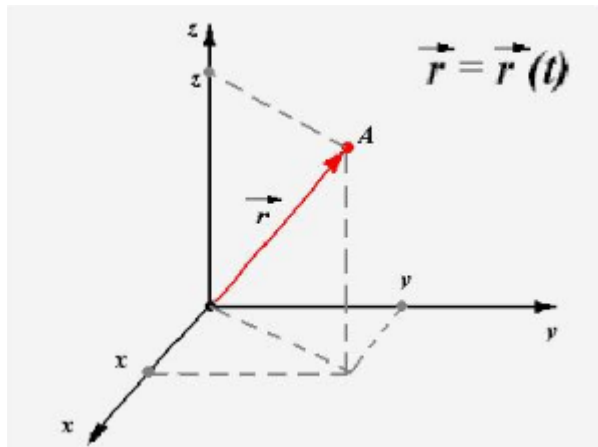


Цилиндрическая

# Способы задания движения точки

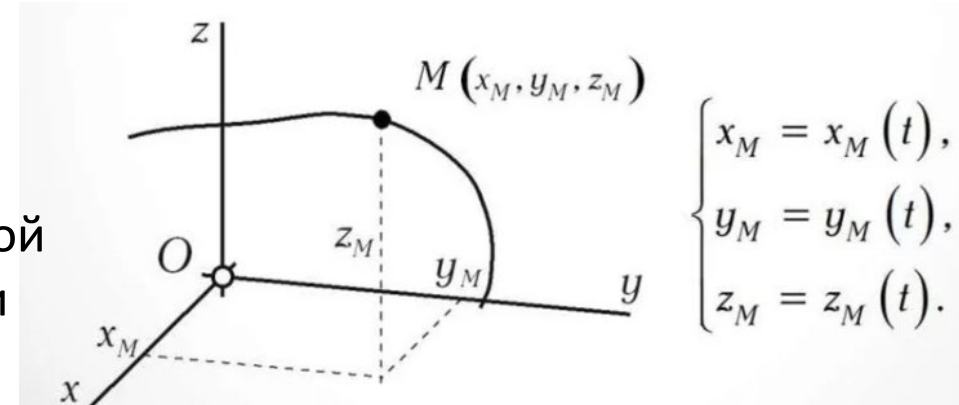
- координатный**

Положение точки относительно некоторой системы отсчета задано ее координатами



- естественный**

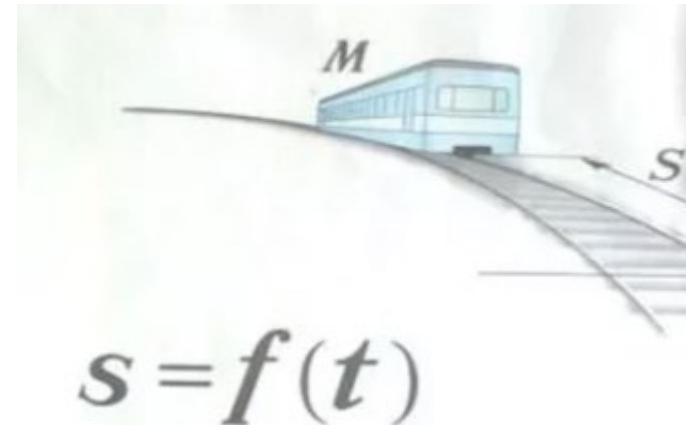
При этом способе задают траекторию точки и закон движения по этой траектории



- векторный**

Положение точки относительно некоторой системы отсчета задано радиус-вектором

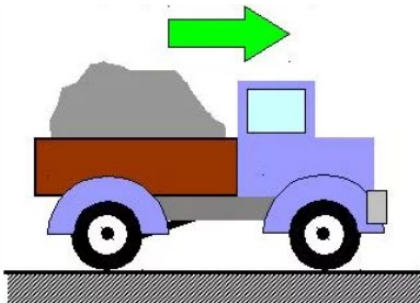
$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$



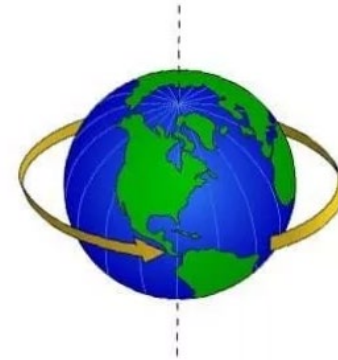


# Движение

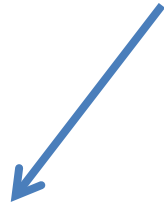
поступательное



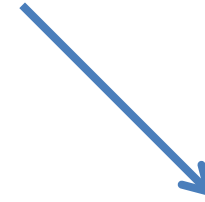
вращательное



# Движение



**прямолинейное**



**криволинейное**





# Кинематика поступательного движения

1. **Перемещение** – вектор, соединяющий начальное и конечное положение тела.

2. **Скорость** - векторная величина, характеризует быстроту движения

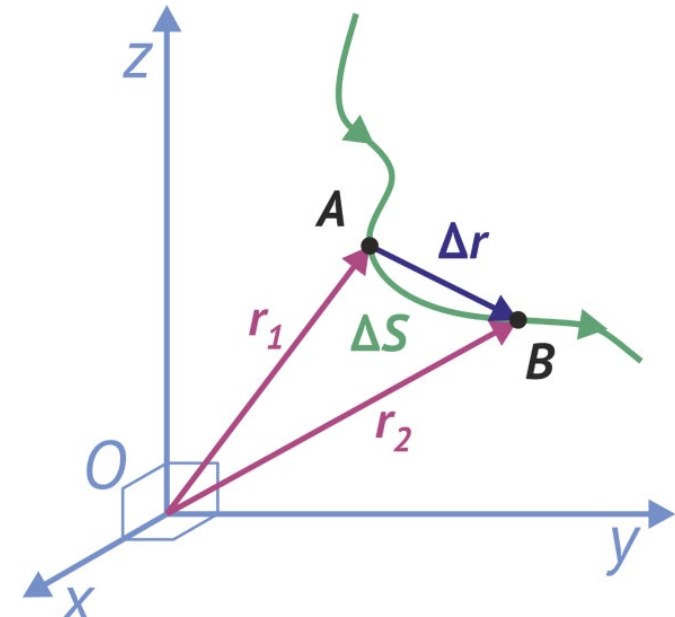
средняя

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

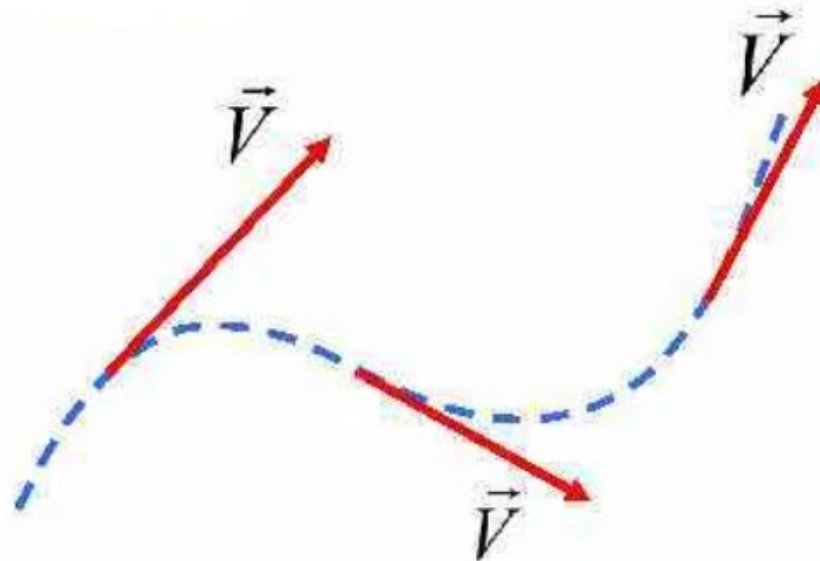
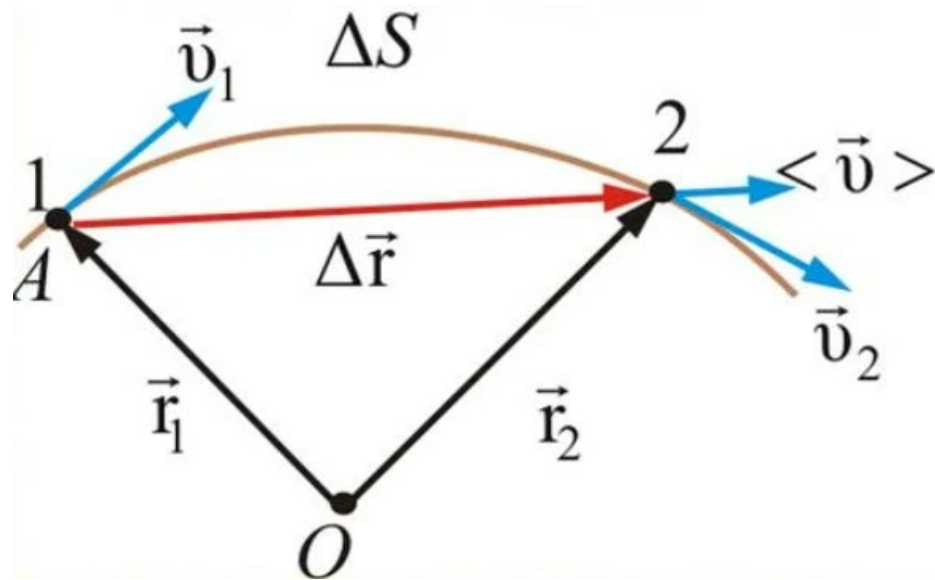


мгновенная

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



# Направление вектора скорости



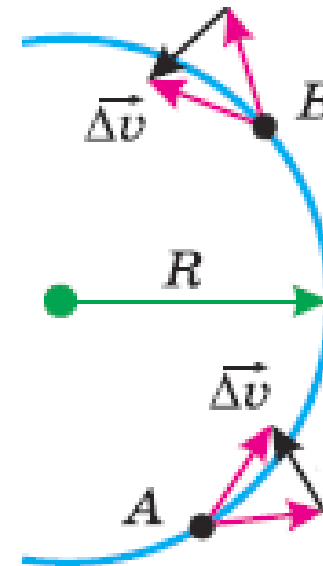
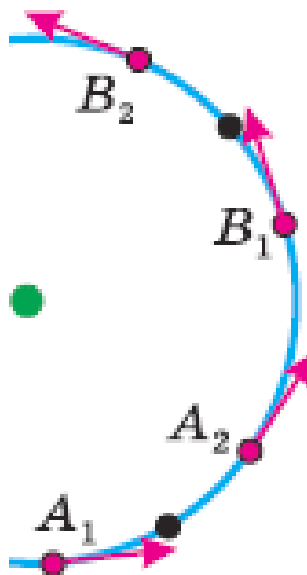
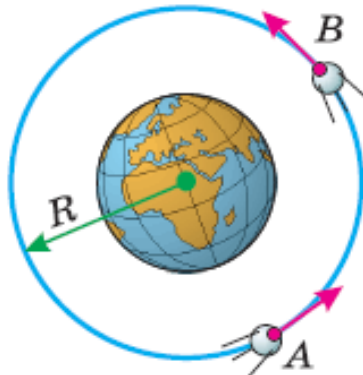
### 3. Ускорение – векторная величина, характеризующая изменение скорости.

среднее

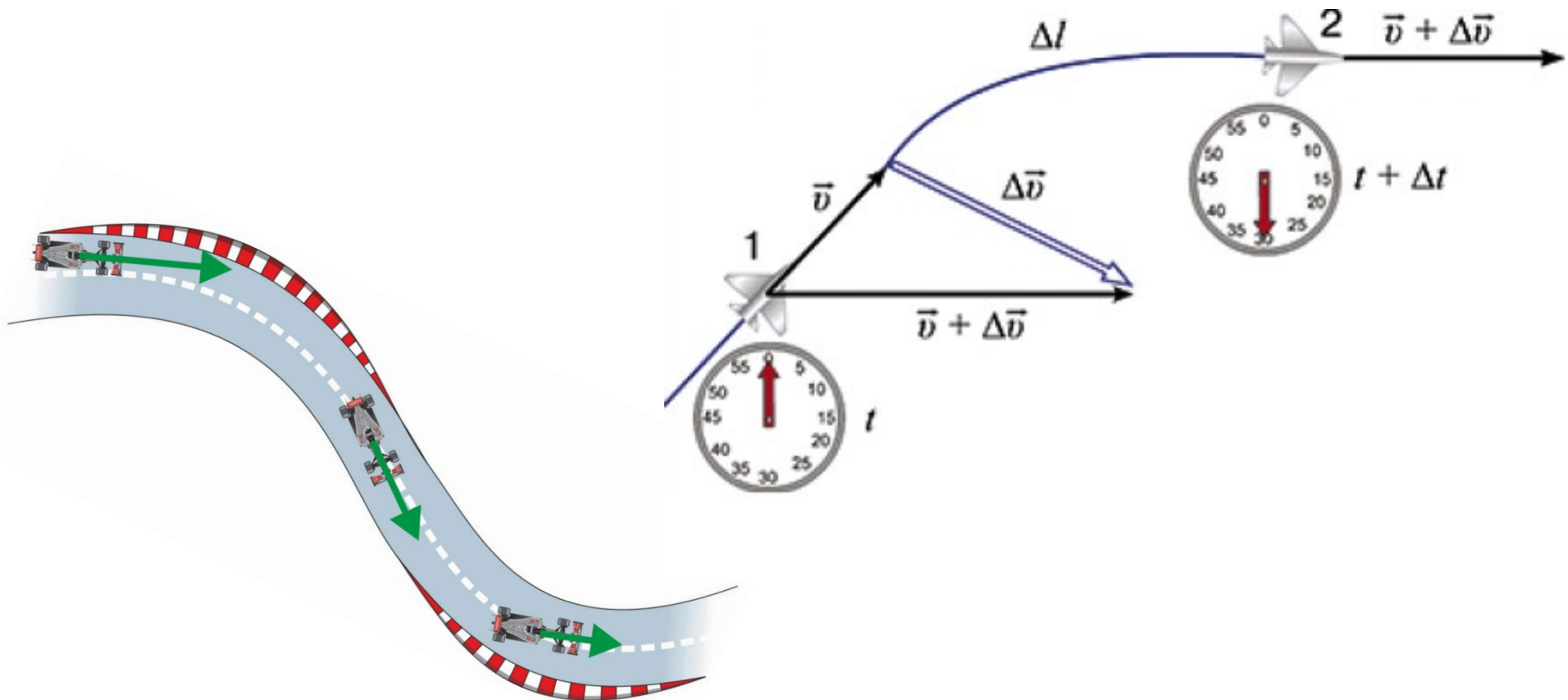
$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

мгновенное

$$\vec{a}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$



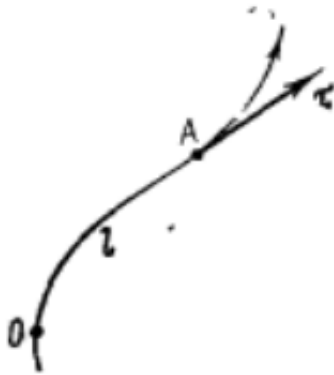
Вектор скорости может меняться как по величине, так и по направлению.



Любое криволинейное движение будет **ускоренным!**

# Направление ускорения

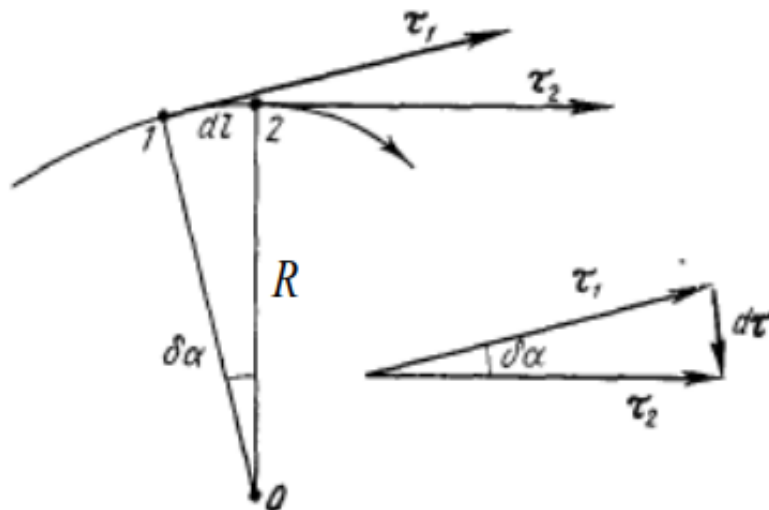
Траектория точки заранее известна, положение точки задается дуговой координатой  $l(t)$



## Скорость

$$\vec{v} = v_{\tau} \vec{\tau} \quad v_{\tau} = \frac{dl}{dt} \quad |\vec{\tau}| = 1$$

## Ускорение



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_{\tau}}{dt} \vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dt} v_{\tau}$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{d\tau}{dl} \cdot \frac{dl}{dt} = \frac{d\tau}{dl} v_{\tau}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_{\tau}}{dt} \vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dl} v_{\tau}^2$$

$$d\tau = \tau d\alpha$$

$$dl = R d\alpha \quad d\vec{\tau} \uparrow \uparrow \vec{n}$$

$R$  – радиус кривизны траектории

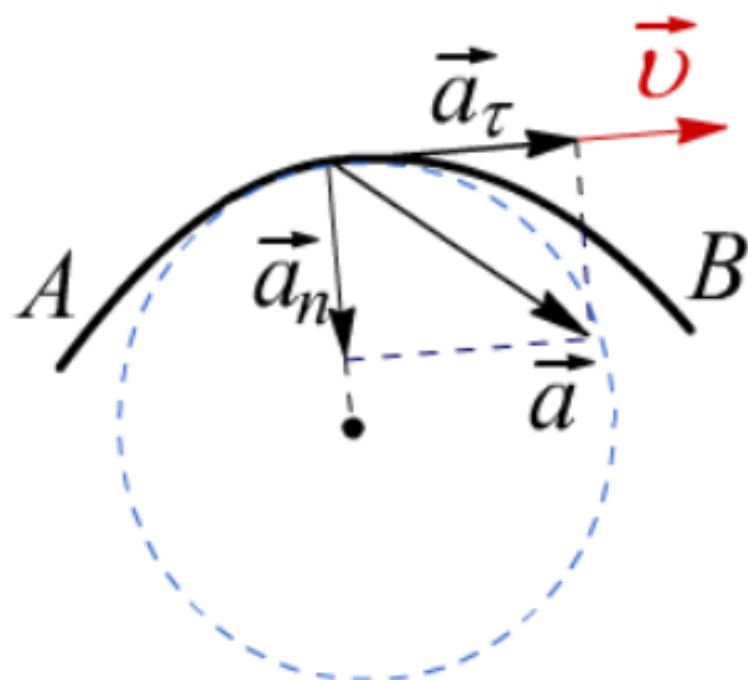
$$\vec{a} = \frac{dv_{\tau}}{dt} \vec{\tau} + \frac{1}{R} v_{\tau}^2 \vec{n}$$

$a_{\tau}$

$a_n$

тангенциальное ускорение    нормальное ускорение





$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

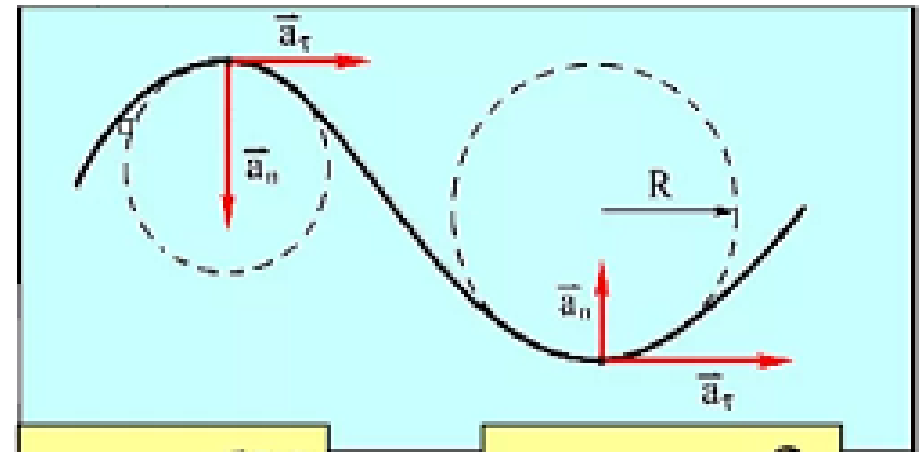
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

**Тангенциальное ускорение** отвечает за изменение **модуля** скорости, направлено по касательной к траектории движения.

**Нормальное ускорение** отвечает за изменение направления **вектора** скорости, направлено к центру кривизны траектории.

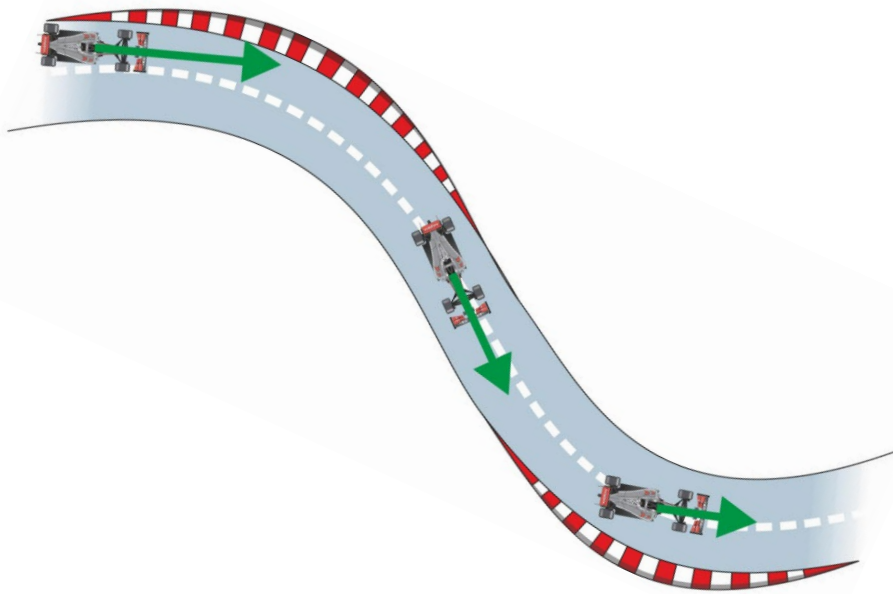
Вектор скорости может меняться как по величине, так и по направлению.

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$



$$a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$



# Прямая задача кинематики

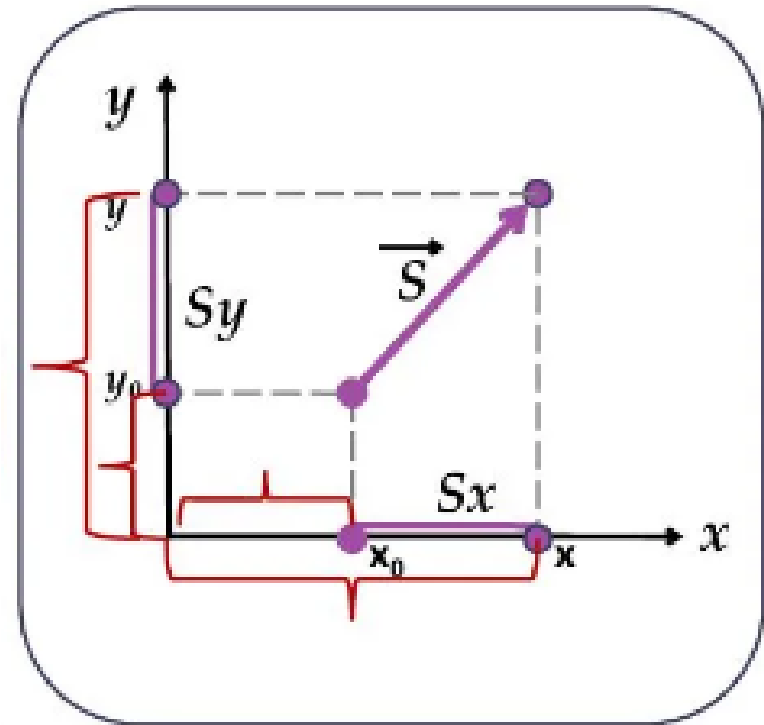
По известному закону движения определить кинематические характеристики МТ ( путь, перемещение, скорость, ускорение).

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$x = x_0 + s_x$$

$$y = y_0 + s_y$$

Данные формулы могут принимать разный вид в зависимости от того, как движется тело.



# Равномерное и равноускоренное движение

$$S = v \cdot t$$



$$x(t) = x_0 + v_x t$$



$$S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

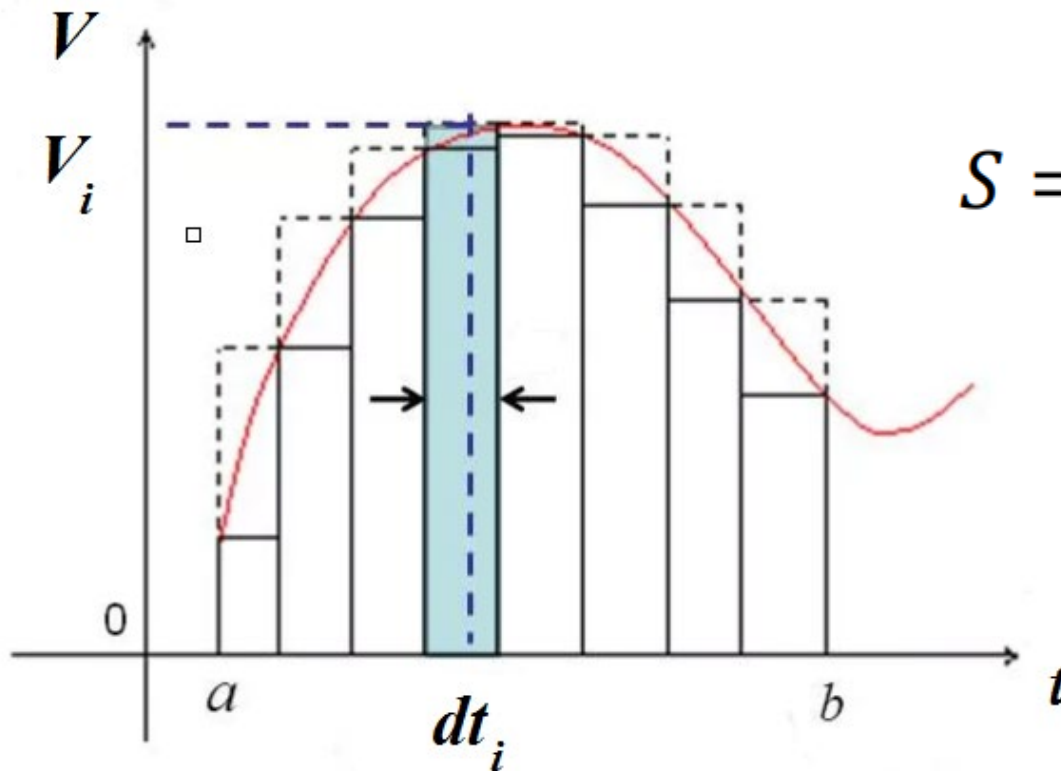
$$x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

# Кинематические уравнения поступательного движения

<b>Равномерное</b>
$s = v \cdot t$
$v = const$
$a = 0$
<b>Равнопеременное</b>
$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$
$v = v_0 \pm a \cdot t$
$a = const$
<b>Неравномерное</b>
$s = f(t)$
$v = \frac{ds}{dt}$
$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$

# Обратная задача кинематики

По известному закону скорости или ускорения от времени определить положение тела в любой момент.



$$S = \int_1^2 dr = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

**Перемещение тела численно равно площади под графиком, нарисованного в координатах  $V(t)$ .**



# Интеграл

**определенный**

число

Площадь фигур

Объёмы фигур

Длины дуг

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

**неопределенный**

функция (выражение)

нахождение функции по производной  
(известна скорость движения точки.

Можно найти выражение для координаты)

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

## Интегрирование функций. Таблица основных формул интегрирования

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$

# Задачи

1. Мотоциклист на расстоянии 10 м от железнодорожного переезда начал тормозить. Его скорость в это время была 20 км/ч. Определить положение мотоцикла относительно переезда через 1 с от начала торможения . Ускорение мотоцикла 1 м/с<sup>2</sup>.



$$x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

2. Бабушка начала не торопясь переходить дорогу шириной 10 м со скоростью 1 м/с. Таксист, сидящий за рулем hyundai solaris, находящейся в 40 метрах от нее и едущей со скоростью 54 км/ч, очень хотел спать и заметил бабулю только через 1 секунду. Выживет ли бабушка, если тормоза обеспечивают торможение с ускорением  $0.5g$ , а машина едет по середине дороги.



# Спасибо!

