

Контрольная работа № 2
Непрерывность и дифференцирование

Демонстрационный вариант

Ниже представлены 5 заданий с вариациями в формулировках. При написании КР в каждом задании попадётся **только одна** из формулировок.

Задание 1. Непрерывность

Найдите промежутки непрерывности функции $f(x)$, а также точки разрыва, укажите характер разрывов:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < -1 \\ x^3 + 1, & |x| \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{|x + 2|}{x^2 + 3x + 2}$$

$$f(x) = 3x^{\frac{3}{x^2-4}}$$

Задание 2. Производная

Найдите производную функции $y = y(x)$:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x} + 1} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3x}}{1 - x} \right)$$

Задание 3. Производная

Найдите производную функции $y = y(x)$:

$$y = (\cos(x + 2))^{\ln x}$$

Найдите производную функции $y = y(x)$ методом логарифмического дифференцирования:

$$y = \sqrt[5]{\frac{(1 - x)^4 \cdot \sqrt{(4 + x)^3}}{(x + 2)^3}}$$

Найдите производную функции $y = y(x)$, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = \sin t - \cos t \\ y = \sin t + \cos t \end{cases}, \quad t \in [0; \pi]$$

Найдите производную функции $y = y(x)$, заданной неявно уравнением:

$$xy + \ln xy = 1$$

Задание 4. Правило Лопиталья

Вычислите предел, применяя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$$

Задание 5. Формула Тейлора

Найдите производную функции $f(x)$ порядка $n \in \mathbb{N}$ и запишите формулу Тейлора этой функции с остатком в форме Пеано в точке x_0 :

$$f(x) = \frac{4}{x + 3}, \quad x_0 = -1$$

$$f(x) = \ln(3x - 5), \quad x_0 = 3$$

$$f(x) = \sqrt{x + 2}, \quad x_0 = 1$$