

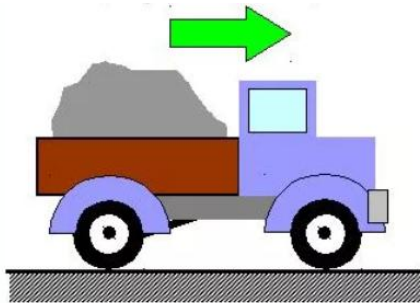


МЕХАНИКА

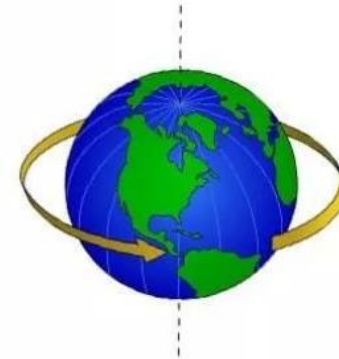
Динамика вращательного движения

Движение

поступательное

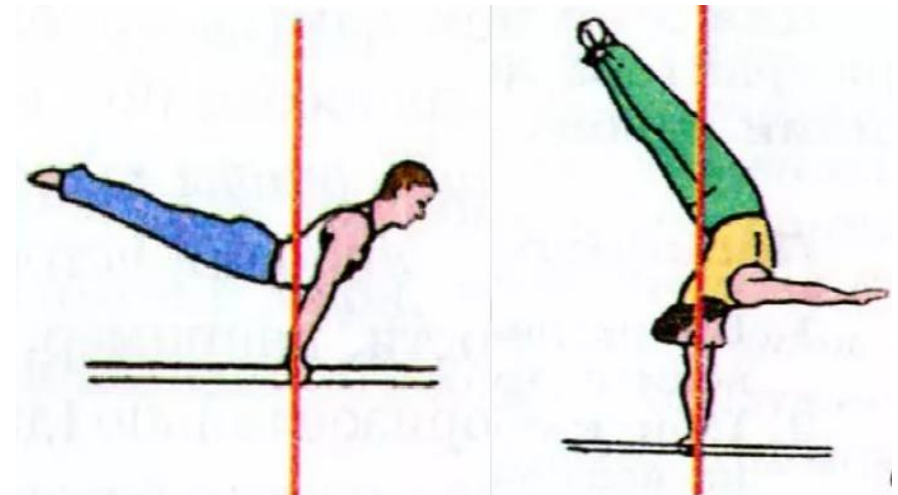
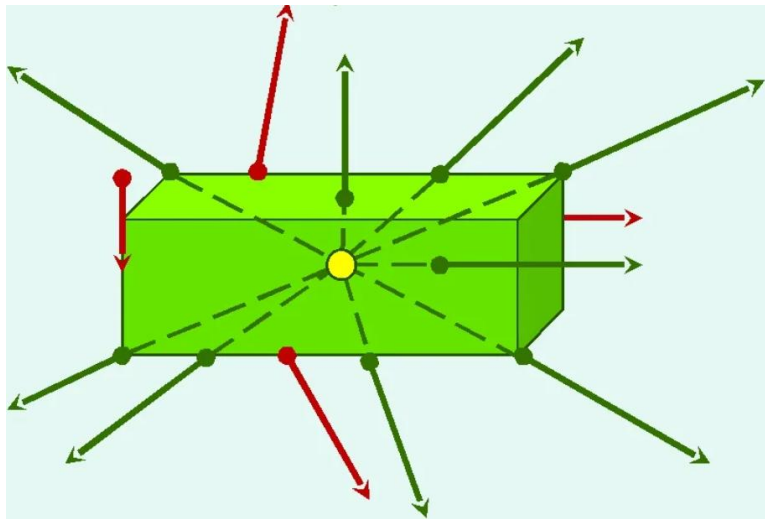


вращательное



Центр масс тела

Ц.м. – точка пересечения линий действия сил, вызывающих только ускоренное поступательное движение тела.



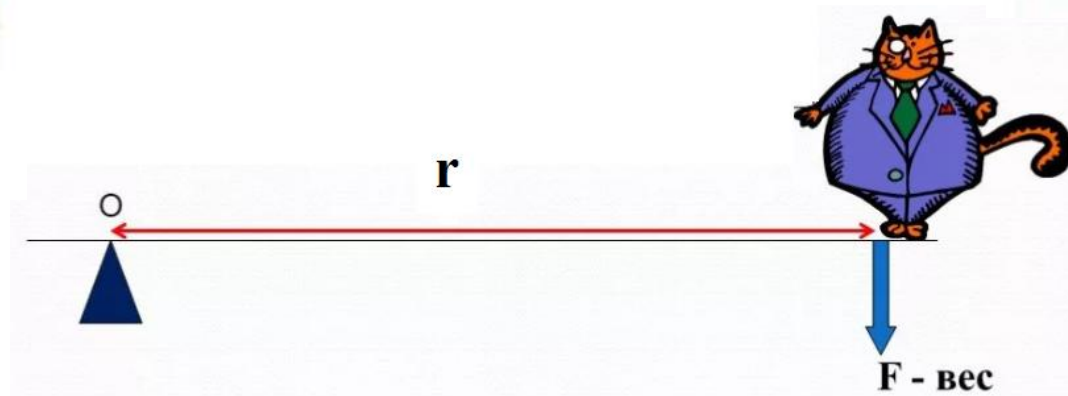
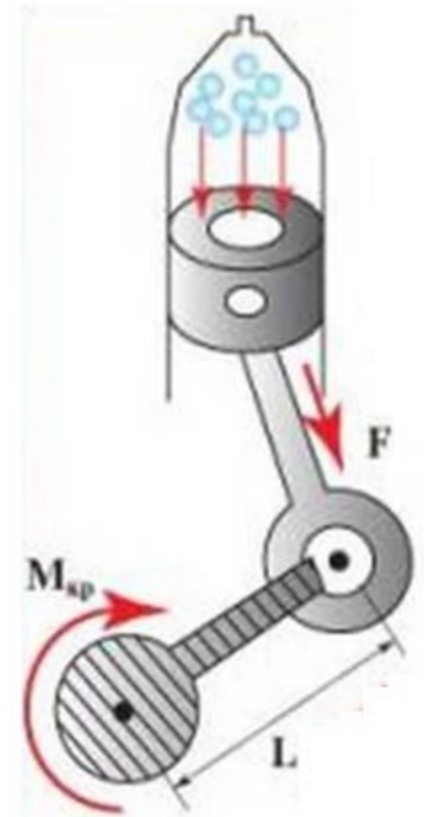
Момент силы (М)

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha = Fl$$

$$[M] = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

l - плечо силы



Основное уравнение динамики вращательного движения

$$\vec{M} = I \vec{\varepsilon}$$

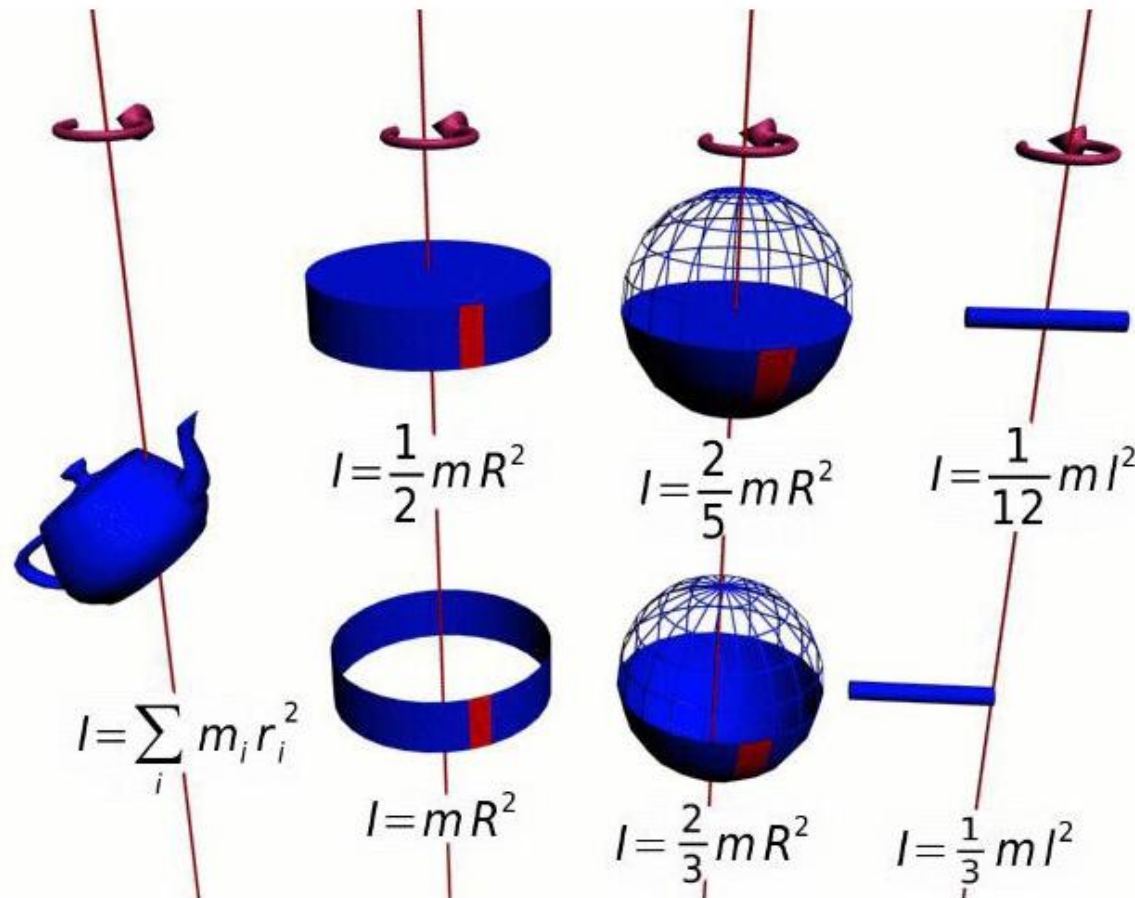
M – момент силы

I – момент инерции

ε – угловое ускорение



Момент инерции (I) – характеристика тела, мера инертности при вращательном движении. Зависит от расположения оси вращения и распределении масс в теле.

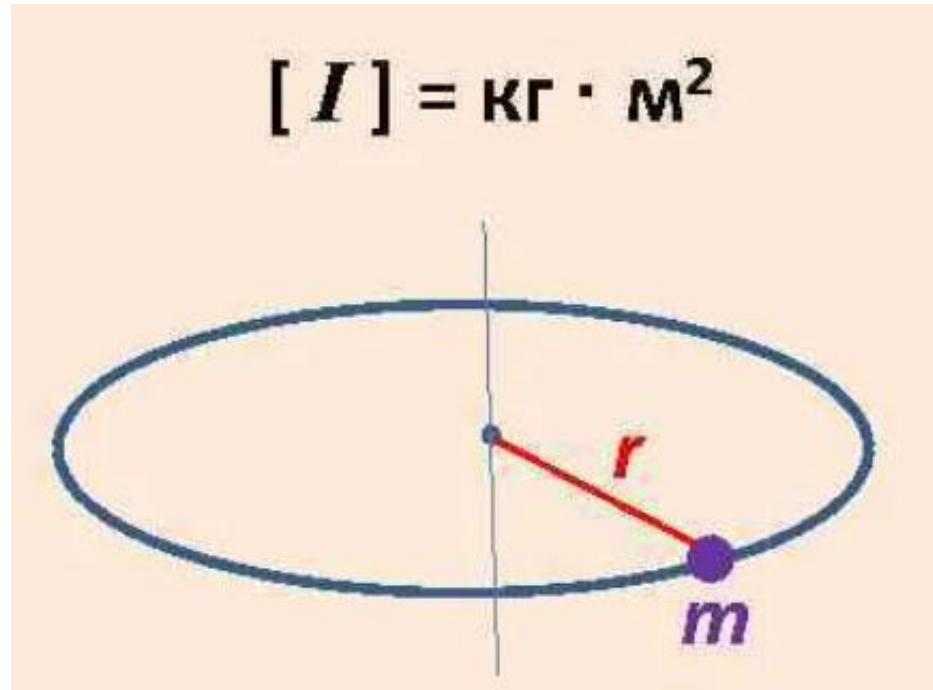


Момент инерции (I) – характеристика тела, мера инертности при вращательном движении. Зависит от расположения оси вращения и распределении масс в теле.

Момент инерции материальной точки:

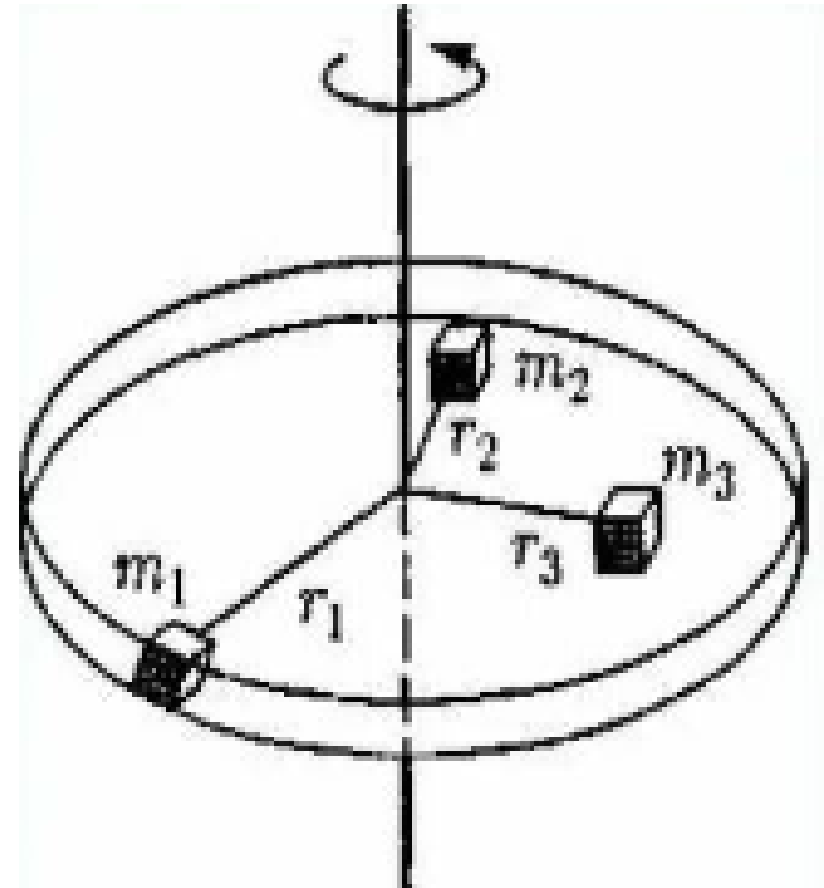
$$I = mr^2$$

$$[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$$



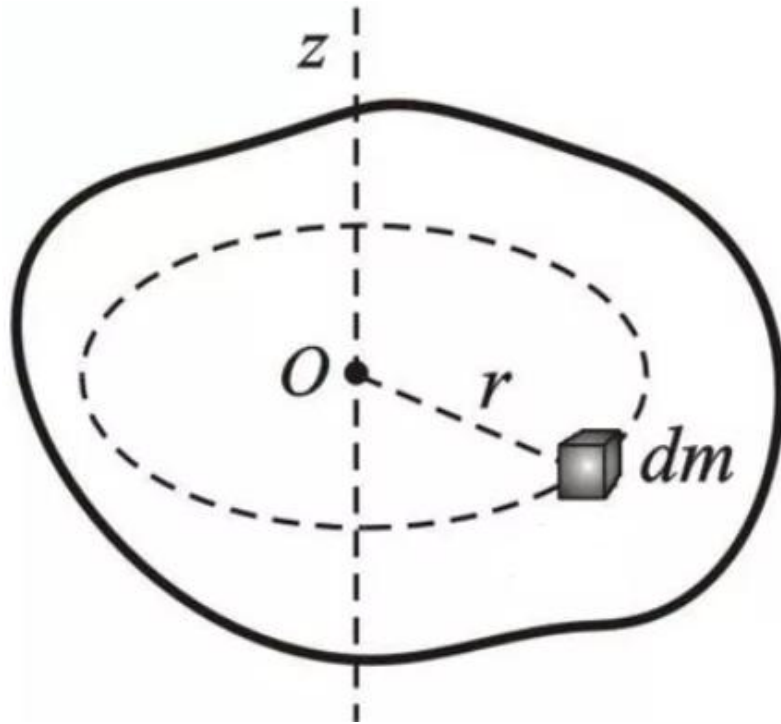
Момент инерции системы материальных точек:

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$



Момент инерции – аддитивная величина

В случае непрерывного распределения масс:



Для вычисления момента инерции твёрдого тела его можно разбить на бесконечно малые элементы, каждый из которых можно считать материальной точкой.

$$I = \int r^2 dm$$

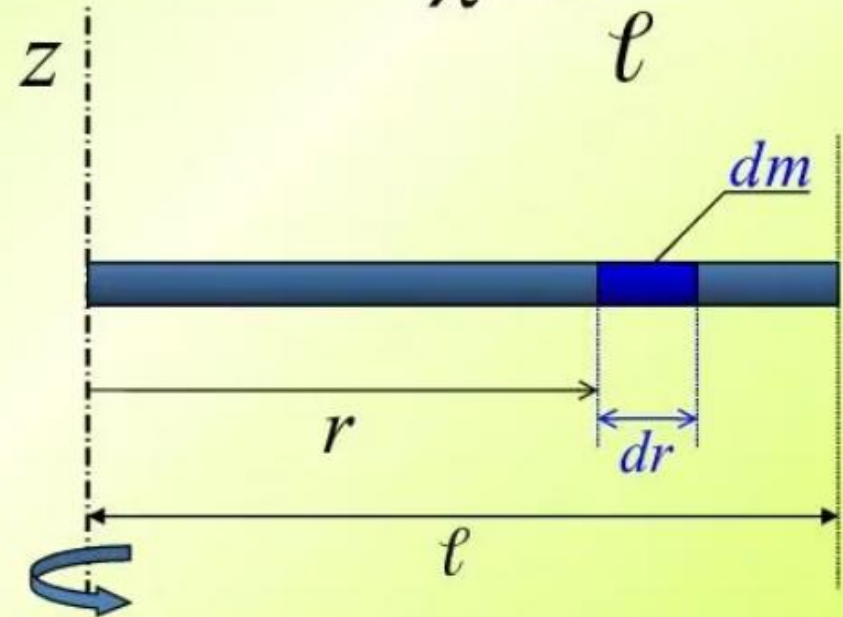
Момент инерции стержня относительно оси проходящей через конец стержня

$$\lambda = \frac{m}{\ell}$$

$$I = \int dm \cdot r^2$$

$$dm = \lambda \cdot dr$$

$$I = \int_0^{\ell} \lambda \cdot dr \cdot r^2$$

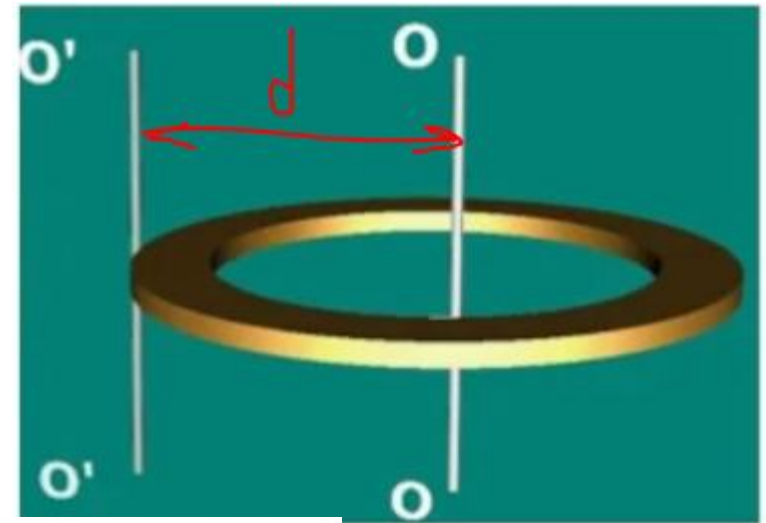


$$I = \lambda \cdot \int_0^{\ell} dr \cdot r^2 = \lambda \cdot \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^{\ell} = \lambda \cdot \frac{\ell^3}{3} = \frac{m}{\ell} \cdot \frac{\ell^3}{3} = \frac{m \cdot \ell^2}{3}$$

Теорема Штейнера



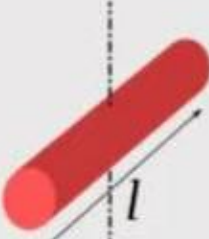
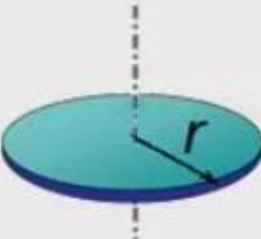
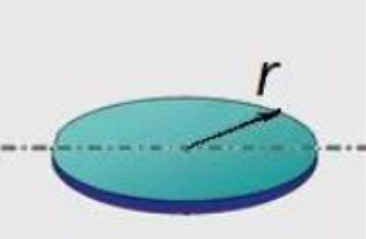
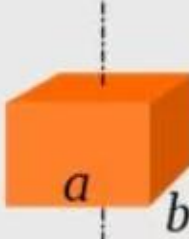

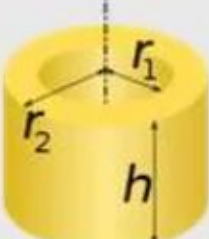

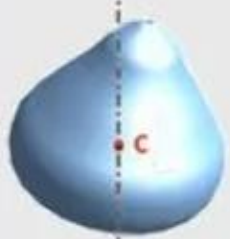
Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, позволяет найти момент инерции относительно любой параллельной оси.

$$I = I_c + m \cdot d^2$$

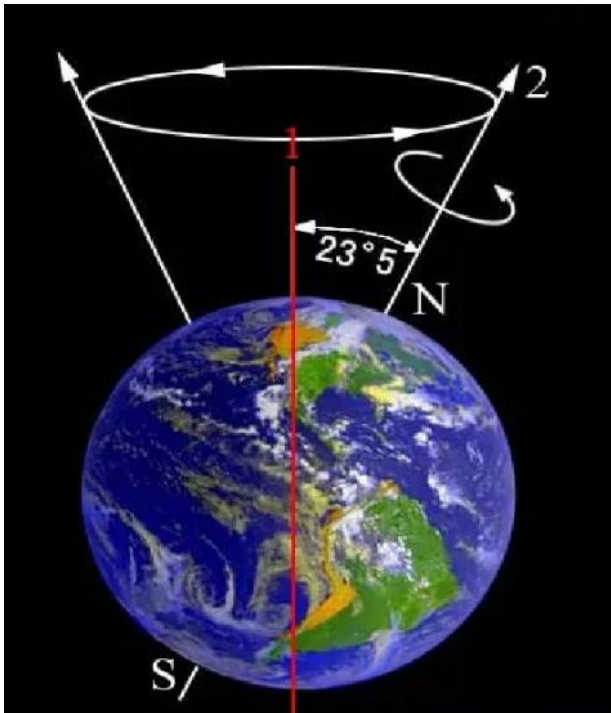


Стержень относительно оси проходящей через его центр инерции перпендикулярно оси стержня		$I_c = \frac{1}{12} mL^2$
Стержень относительно оси, проходящей через его конец перпендикулярно оси стержня		$I = \frac{1}{3} mL^2$

Моменты инерции некоторых тел

Шар	Тонкостенная сфера	Однородный стержень	Диск	Диск
 $I = \frac{2}{5} mr^2$	 $I = \frac{2}{3} mr^2$	 $I = \frac{1}{12} ml^2$	 $I = \frac{1}{2} mr^2$	 $I = \frac{1}{4} mr^2$
Однородная пластинка	Сплошной цилиндр	Толстостенный цилиндр	Тонкостенный цилиндр	Произвольное тело
 $I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$	 $I = \frac{1}{2} mr^2$	 $I = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$	 $I = mr^2$	 $I = \sum m_i r_i^2$

Момент импульса



$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Поступательное движение		Вращательное движение	
Основное уравнение динамики поступательного движения	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $m\vec{a} = \vec{F}$	Основное уравнение динамики вращательного движения	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$\vec{L} = I\vec{\omega}$

Колодец глубиной 15 м. На барабан массой 6 кг намотана веревка, к концу которой привязано ведро массой 2 кг. Найти через сколько ведро достигнет дна. Трением пренебречь.



Спасибо!

