

Группа P3210, P3208 К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент Чжун Цзяцзюнь, Су Лянхуа Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель Сорокина Елена Константиновна Отчет принят \_\_\_\_\_

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02

### Изучение скольжения тележки по наклонной поверхности

#### 1. Цель работы.

- 1) Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.
- 2) Определение величины ускорения свободного падения  $g$ .

#### 2. Задачи.

- 1) Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона.
- 2) Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту.
- 3) Исследование движения тележки при фиксированном угле наклона рельса. Проверка равноускоренности движения тележки.
- 4) Исследование зависимости ускорения тележки от угла наклона рельса к горизонту. Определение ускорения свободного падения.

#### 3. Объект исследования.

Ускорение тележки при различных углах наклона.

#### 4. Метод экспериментального исследования.

Измерение времени, за которое тележка проходит заданное расстояние по наклонной плоскости при различных углах наклона.

#### 5. Рабочие формулы и исходные данные.

$$Y = x_2 - x_1$$

$$Z = \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$$

$$\Delta Y = \sqrt{\left(\frac{df_1}{dx_1} \cdot \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{df_1}{dx_2} \cdot \Delta x_2\right)^2}$$

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{df_2}{dt_1} \cdot \Delta t_1\right)^2 + \left(\frac{df_2}{dt_2} \cdot \Delta t_2\right)^2}$$

$$\varepsilon_Y = \frac{\Delta Y}{Y} \cdot 100\% \quad \varepsilon_Z = \frac{\Delta Z}{Z} \cdot 100\%$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - a \cdot Z_i)^2}{(N-1) \cdot \sum_{i=1}^N Z_i^2}}$$

$$\Delta_a = 2\sigma_a \quad \varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} \cdot 100\%$$

$$\sin \alpha = \frac{(h - h_0) - (h' - h'_0)}{x' - x}$$

$$\langle a \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$$

$$\Delta a = \langle a \rangle \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_{u2})^2 + (\Delta x_{u1})^2}{(x_2 - x_1)^2}} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}$$

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N (a_i \cdot \sin \alpha_i) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N a_i \cdot \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \cdot (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2}$$

$$A = \frac{1}{N} \cdot \left( \sum_{i=1}^N a_i - B \cdot \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (a_i - (A + B \cdot \sin \alpha_i))^2}{(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \cdot (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2) \cdot (N-2)}}$$

$$\Delta_g = 2\sigma_g \quad \varepsilon_g = \frac{\Delta_g}{g} \cdot 100\%$$

$$\langle t \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N}$$

$$\Delta t = \sqrt{\left(\frac{df_3}{dt_1} \cdot \Delta t_1\right)^2 + \left(\frac{df_3}{dt_2} \cdot \Delta t_2\right)^2 + \left(\frac{df_3}{dt_3} \cdot \Delta t_3\right)^2 + \left(\frac{df_3}{dt_4} \cdot \Delta t_4\right)^2 + \left(\frac{df_3}{dt_5} \cdot \Delta t_5\right)^2}$$

$$\alpha = 0,90$$

$$N = 5$$

$$g_{\text{табл}} = 9,82 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$$

## 6. Измерительные приборы.

**Таблица 1: Измерительные приборы**

Наименование	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Погрешность
<b>Линейка на рельсе</b>	1,3 м	1 см/дел	-	5,0 мм
<b>Линейка на угольнике</b>	250 мм	1 мм/дел	-	0,5 мм
<b>ПКЦ-3 в режиме секундометра</b>	100 с	0,1 с	-	0,1 с

## 7. Схема установки.

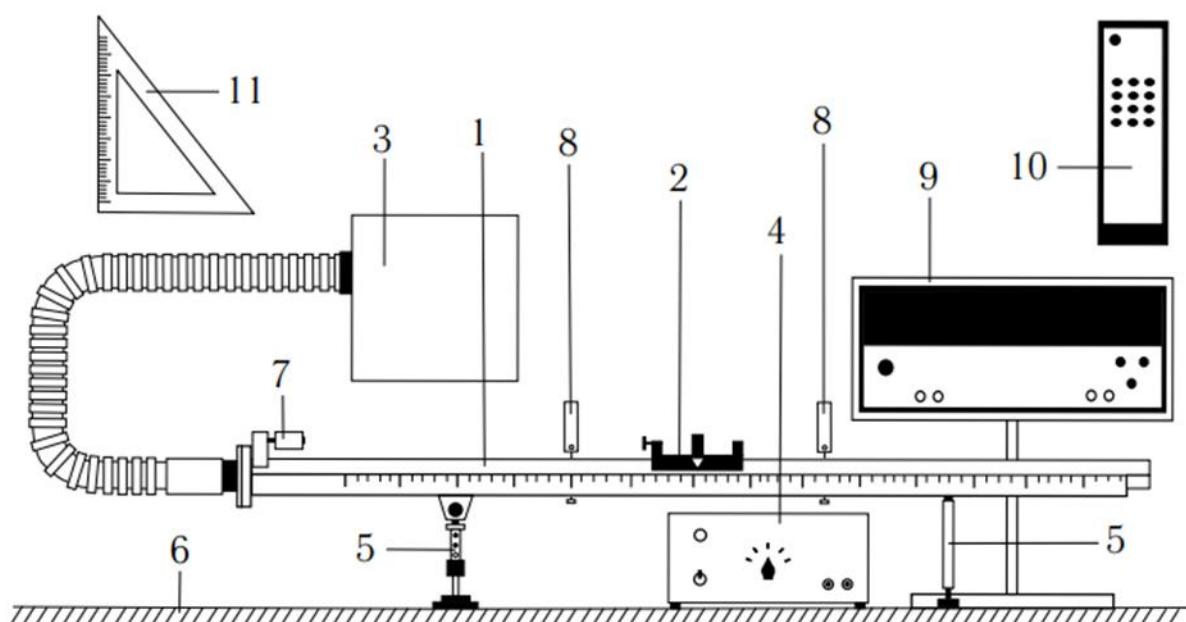


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

## 8. Результаты прямых измерений и их обработки.

**Задание 1.** Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона.

**Таблица 2**

<b>x, м</b>	<b>x', м</b>	<b>h<sub>o</sub>, мм</b>	<b>h'<sub>o</sub>, мм</b>
0,10 ± 0,005	0,900 ± 0,005	170 ± 0,5	171 ± 0,5

Все расчеты для таблиц берем из экселя, они пронумерованы согласно методичке

Так же и с графиками в приложениях

**Таблица 3:** Результаты прямых измерений (Задание 1)

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	x <sub>1</sub> , м	x <sub>2</sub> , м	t <sub>1</sub> , с	t <sub>2</sub> , с	x <sub>2</sub> -x <sub>1</sub> , м	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$ , с <sup>2</sup>
1	0.10	0.50	1.8	3.1	0.40	3.185
2	0.10	0.60	1.5	3.2	0.50	3.995
3	0.10	0.70	1.6	3.5	0.60	4.845
4	0.10	0.80	1.2	3.8	0.70	6.500
5	0.10	0.90	1.2	3.7	0.80	6.125

**Задание 2:** Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту

**Таблица 4:** Результаты прямых измерений (Задание 2)

N <sub>пл</sub>	h, мм	h', мм	№	t <sub>1</sub> , с	t <sub>2</sub> , с
1	182.00	171.00	1	1.50	3.90
			2	1.30	4.10
			3	1.30	4.20
			4	1.60	4.10
			5	1.30	4.10

2	192.00	175.00	1	1.30	3.20
			2	1.10	3.20
			3	0.90	3.00
			4	1.20	3.40
			5	1.20	3.10
3	203.00	177.00	1	0.90	2.70
			2	0.90	2.70
			3	1.40	3.00
			4	1.20	2.70
			5	0.80	2.70
4	213.00	178.00	1	0.80	2.30
			2	1.10	2.40
			3	1.10	2.60
			4	1.00	2.30
			5	0.80	2.30
5	223.00	179.00	1	0.70	2.10
			2	0.80	2.10
			3	0.60	1.90
			4	1.00	2.20
			5	1.00	2.20

$N_{\text{пл}}$  – количество пластин

$h$  – высота на координате  $x = 0,10$  м

$h'$  – высота на координате  $x' = 0,90$  м

## 9. Расчет результатов косвенных измерений.

### Задание 1

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} \cong \frac{15.6285}{129.3439} \approx 0.12 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - a \cdot Z_i)^2}{(N-1) \cdot \sum_{i=1}^N Z_i^2}} \cong \sqrt{\frac{0.012}{517.3756}} \approx 0.01 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

### Задание 2

**Таблица 5:** Результаты расчетов (Задание 2)

$N_{\text{пл}}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{с}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{с}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0.01375	$1.400 \pm 0.091$	$4.080 \pm 0.077$	$0.109 \pm 0.005$
2	0.02125	$1.140 \pm 0.096$	$3.180 \pm 0.094$	$0.182 \pm 0.013$
3	0.0325	$1.040 \pm 0.144$	$2.760 \pm 0.088$	$0.245 \pm 0.021$
4	0.04375	$0.960 \pm 0.096$	$2.380 \pm 0.086$	$0.337 \pm 0.032$
5	0.055	$0.820 \pm 0.108$	$2.100 \pm 0.083$	$0.428 \pm 0.045$

$N_{\text{пл}}$  – количество пластин

$$\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1i,2i}$$

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N (a_i \cdot \sin \alpha_i) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N a_i \cdot \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \cdot (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2} = \frac{0.008366}{0.001108} = 7.55 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$A = \frac{1}{N} \cdot \left( \sum_{i=1}^N a_i - B \cdot \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right) = \frac{1}{5} * (1.301 - 7.55 * 0.17) = \frac{1}{5} * (1.301 - 1.2835) = 0.01$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (a_i - (A + B \cdot \sin \alpha_i))^2}{(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \cdot (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2) \cdot (N-2)}} = \sqrt{\frac{0.000272}{0.003324}} \approx 0.2860 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$|g - g_{\text{табл}}| = |7.55 - 9.82| = 2.27 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\varepsilon_{g_{\text{табл}}} = \frac{|g - g_{\text{табл}}|}{g_{\text{табл}}} \cdot 100\% = \frac{|7.55 - 9.82|}{9.82} = \frac{2.27}{9.82} \approx 23.1\%$$

## 10. Расчет погрешностей измерений.

$$\Delta_a = 2\sigma_a = 2 * 0.01 = 0.02 \frac{M}{c^2}$$

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} \cdot 100\% = \frac{0.02}{0.12} \approx 16.7\%$$

$$\Delta_g = 2\sigma_g = 2 * 0.2860 = 0.572 \frac{M}{c^2}$$

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta_g}{g} \cdot 100\% = \frac{0.572}{7.55} \approx 7.6\%$$

$$\Delta Y = \sqrt{\left(\frac{df_1}{dx_1} \cdot \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{df_1}{dx_2} \cdot \Delta x_2\right)^2} = \sqrt{(-1)^2 * (0.005)^2 + (1)^2 * (0.005)^2} \approx 0.007 \text{ M}$$

$$\Delta Z_i = \sqrt{\left(\frac{df_2}{dt_{1i}} \cdot \Delta t_{1i}\right)^2 + \left(\frac{df_2}{dt_{2i}} \cdot \Delta t_{2i}\right)^2}$$

$$\varepsilon_{Yi} = \frac{\Delta Y}{Y_i} \cdot 100\%$$

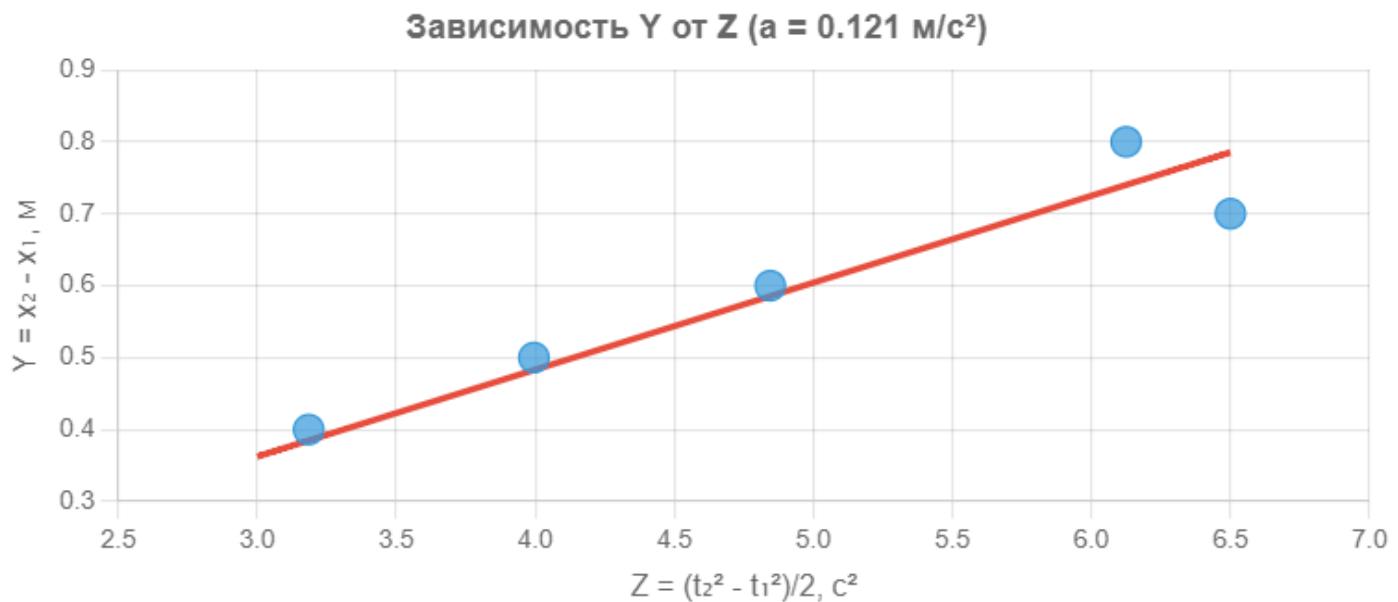
$$\varepsilon_{zi} = \frac{\Delta Z}{Z} \cdot 100\%$$

$$\Delta a_i = \langle a \rangle_i \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_{u2})^2 + (\Delta x_{u1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle_i \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle_i \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle_i^2 - \langle t_1 \rangle_i^2)^2}}$$

## 11. Графики.

### Задание 1

#### График 1. Зависимость Y от Z

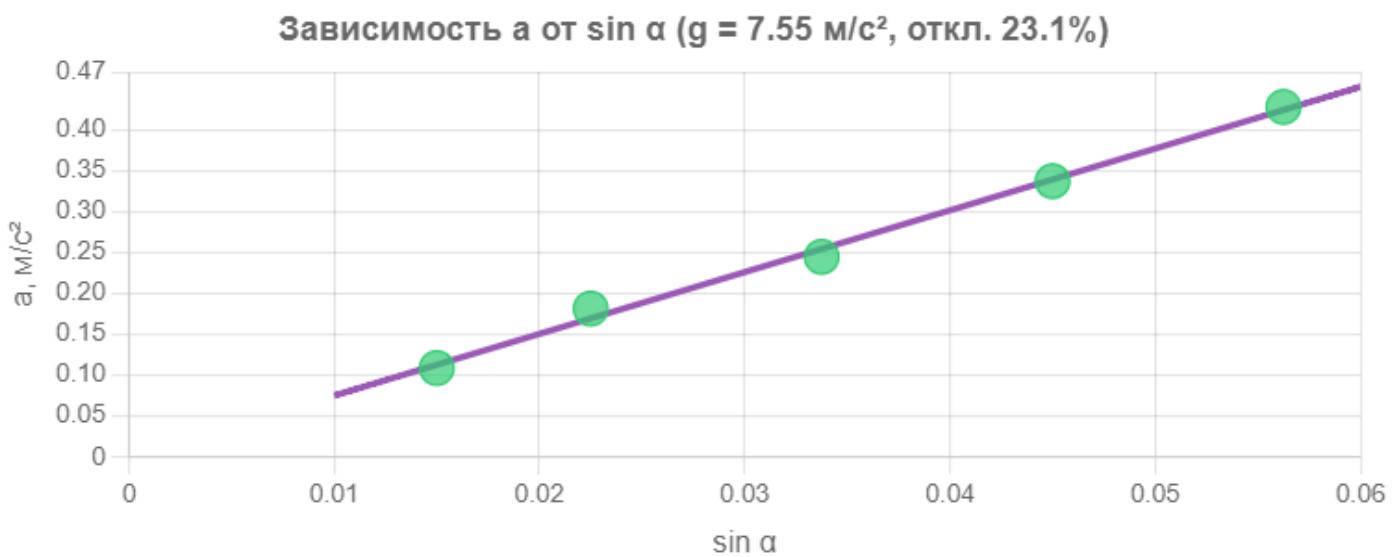


Синий круг – Экспериментальные данные

Красная линия – Линейная аппроксимация

### Задание 2

#### График 2. Зависимость a от sin α



Зеленый круг - Экспериментальные данные

Фиолетовая линия - Линейная аппроксимация

## **12. Окончательные результаты.**

$$a = \pm(0.12 \pm 0.02) \frac{m}{s^2} \quad \varepsilon_a = 16.7\%$$

$$g = \pm(7.55 \pm 0.57) \frac{m}{s^2} \quad \varepsilon_g = 7.6\%$$

$$|g - g_{\text{табл}}| = 2.27 \frac{m}{s^2} \quad \varepsilon_{g_{\text{табл}}} = 23.1\%$$

## **13. Выводы и анализ результатов работы.**

1. Экспериментальные данные, полученные в ходе выполнения задачи 1, показывают, что движение транспортного средства по наклонной плоскости с фиксированным углом имеет хорошую линейную зависимость, подтверждая закон постоянства ускорения. Измеренное ускорение  $a = (0,12 \pm 0,02) \text{ м/с}^2$  с относительной погрешностью 16,6%, что свидетельствует о высокой точности.

2. Многоугловые измерения и линейный регрессионный анализ дали значение ускорения свободного падения  $g = (7,55 \pm 0,57) \text{ м/с}^2$ , что отклоняется от теоретического значения 9,82 м/с<sup>2</sup> на 23,1%.

3. График 2 показывает явную линейную зависимость между ускорением  $a$  и  $\sin \alpha$  (коэффициент корреляции  $r^2 > 0.95$ ), что подтверждает правильность теоретической формулы  $a = g \cdot \sin \alpha - f$  (где  $f$  - член трения). Метод линейной регрессии эффективно извлек значение  $g$  из экспериментальных данных.

[В результатах измерений наблюдаются значительные отклонения.](#)

[Возможные причины:](#)

1. ручное измерение времени имеет систематические погрешности
2. При отпусканье автомобиля могут возникнуть ошибки начальной скорости или положения.