

МЕХАНИКА

Кинематика прямолинейного
движения

Структура механики



Основная задача механики: определение положения тела в любой момент времени.

Кинематика

Основная задача кинематики: зная закон движения данного тела, определить все **кинематические величины**, характеризующие его движение.

1. Где?



2. Когда?



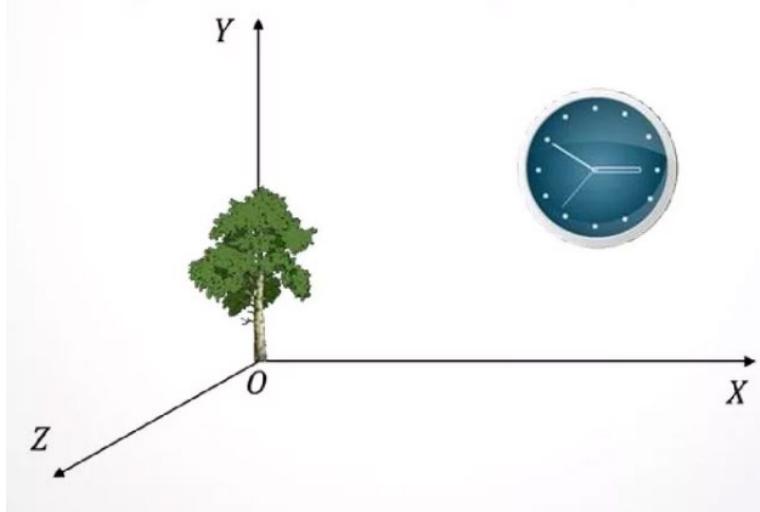
3. Как?



Основные понятия кинематики:

- Механическое движение
- Система отсчета
- Материальная точка
- Траектория
- Путь
- Перемещение
- Скорость
- Ускорение



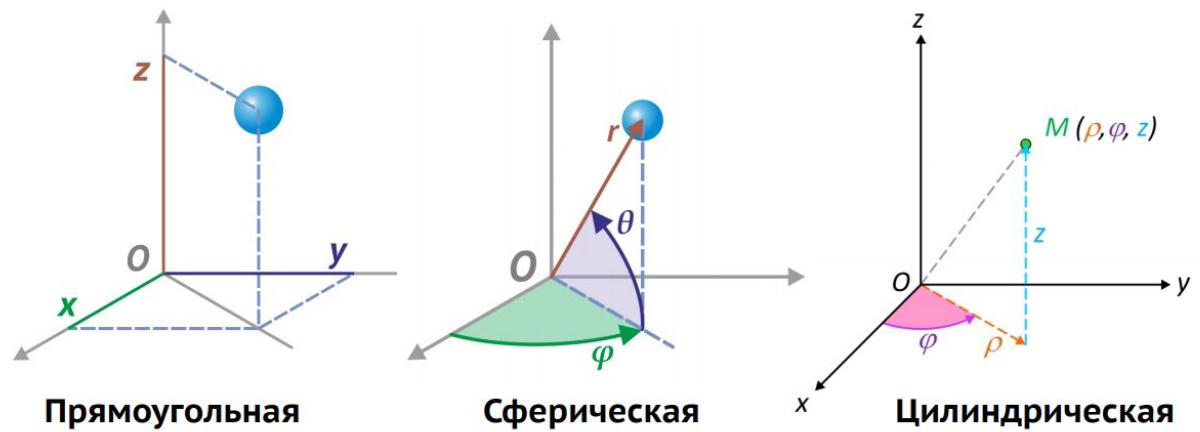


Материальная точка – тело, размерами и формой которого в условиях рассматриваемой задачи можно пренебречь;

Траектория – условная линия движения тела в пространстве;



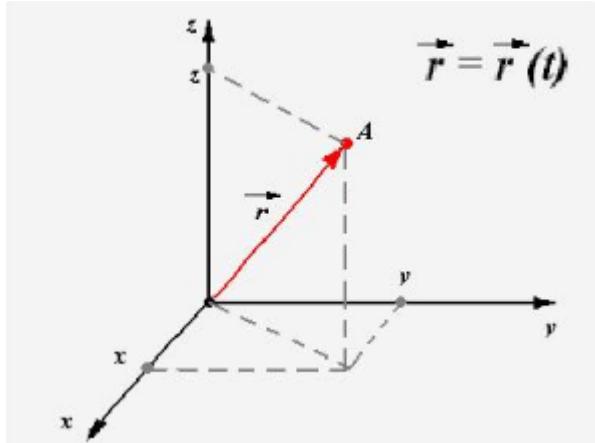
Системы координат



Способы задания движения точки

- **координатный**

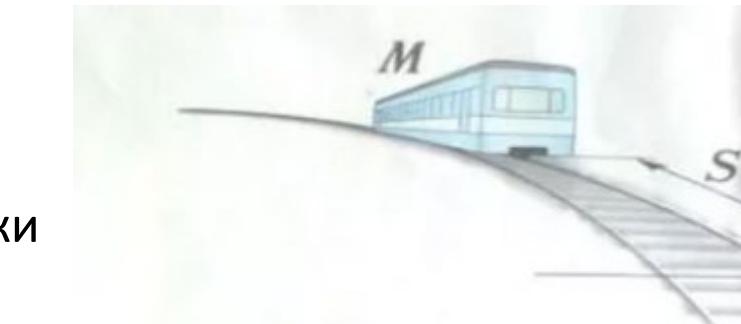
Положение точки относительно некоторой системы отсчета задано ее координатами



- **векторный**

Положение точки относительно некоторой системы отсчета задано радиус-вектором

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

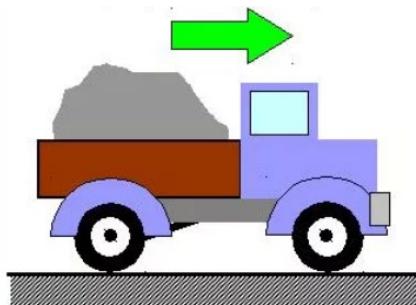


При этом способе задают траекторию точки и закон движения по этой траектории

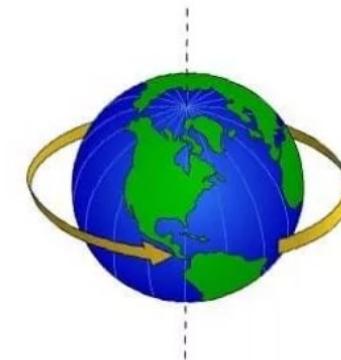
$$s = f(t)$$

Движение

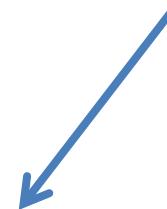
поступательное



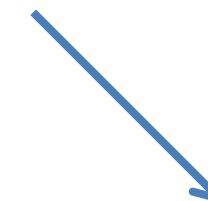
вращательное



Движение



прямолинейное



криволинейное



Кинематика поступательного движения

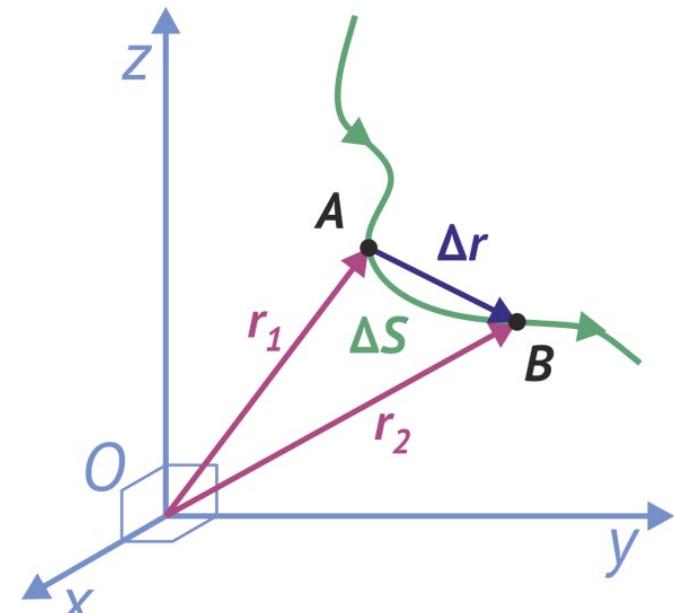
1. **Перемещение** – вектор, соединяющий начальное и конечное положение тела.

2. **Скорость** - векторная величина, характеризует быстроту движения

средняя

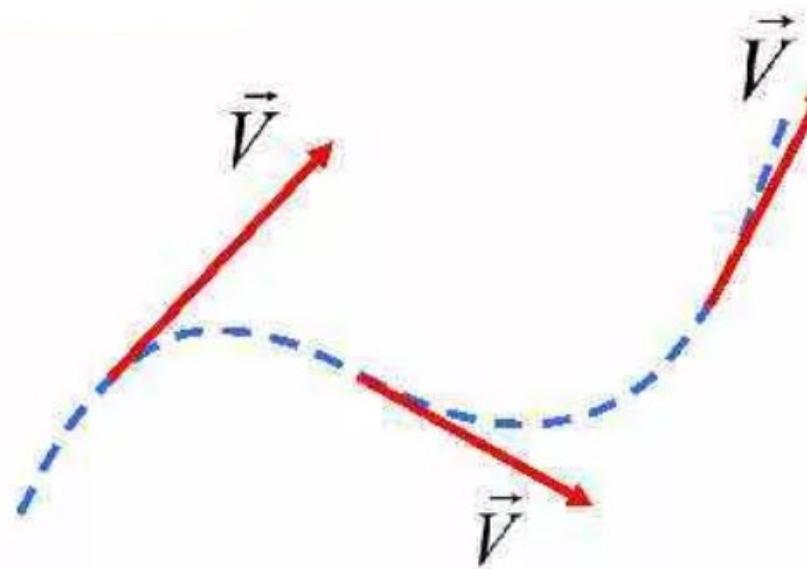
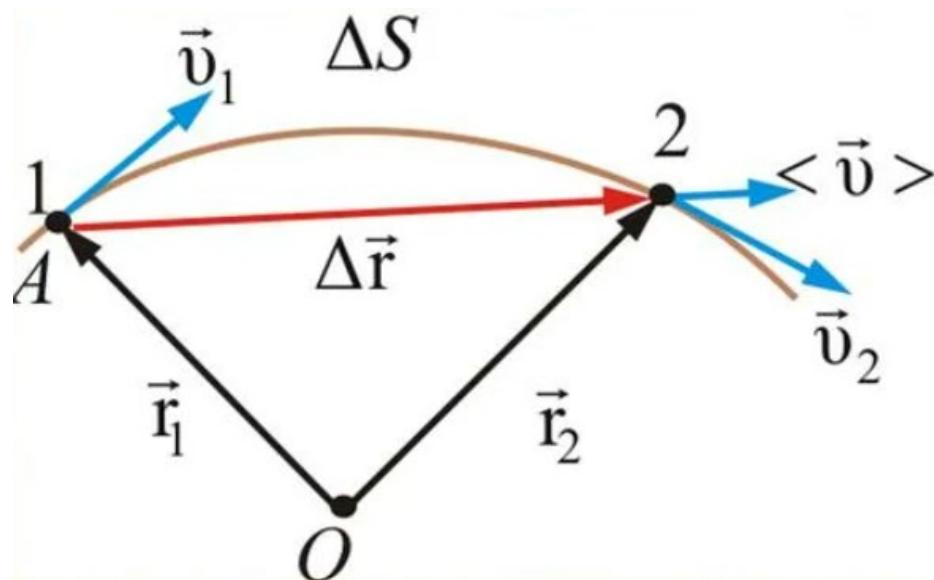
$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

мгновенная



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt}$$

Направление вектора скорости



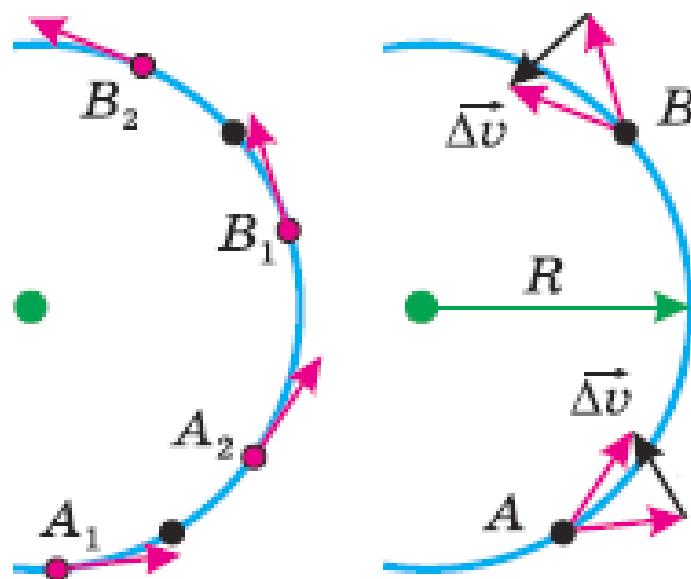
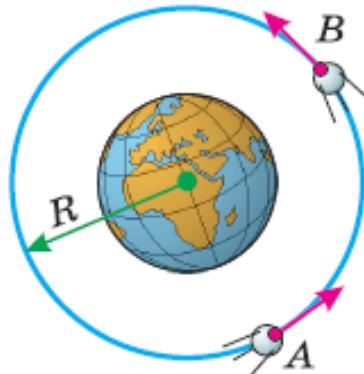
3. Ускорение – векторная величина, характеризующая изменение скорости.

среднее

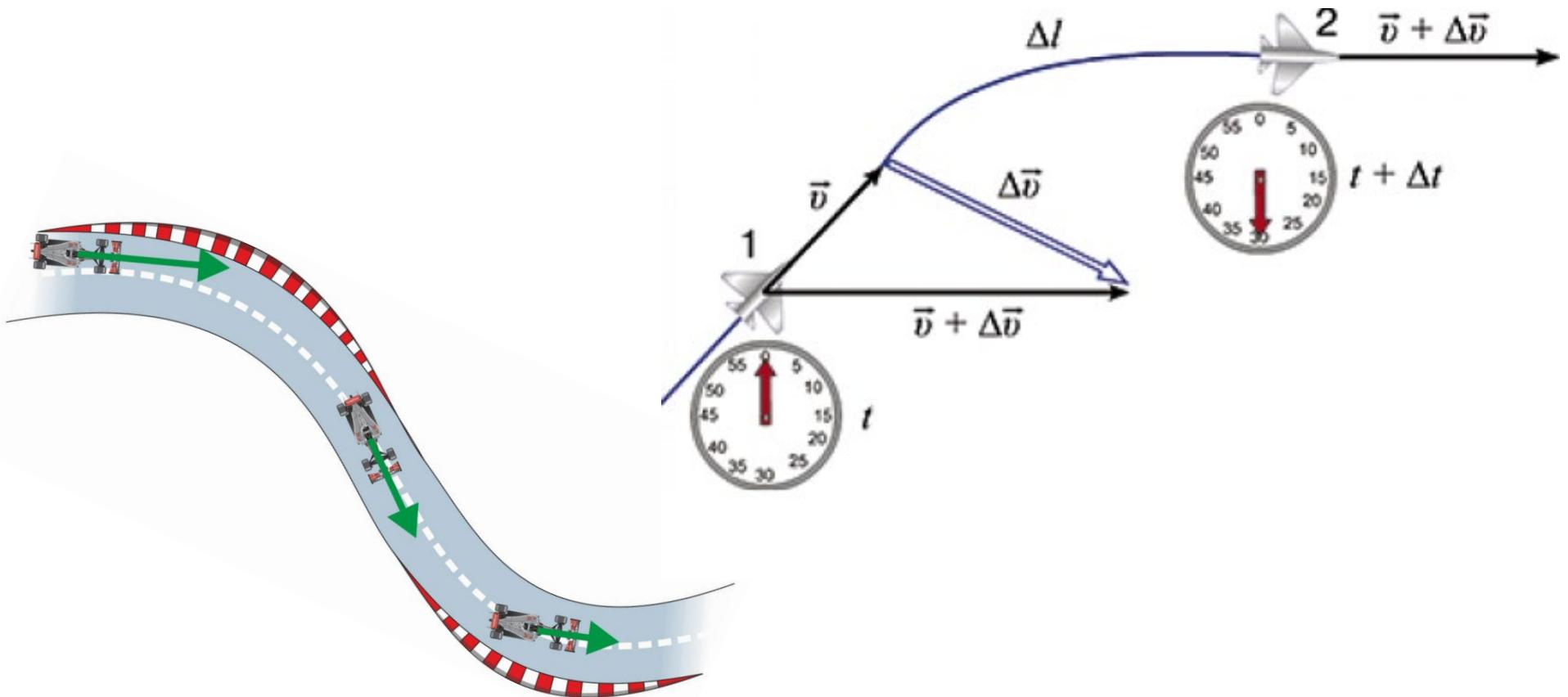
$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

мгновенное

$$\vec{a}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

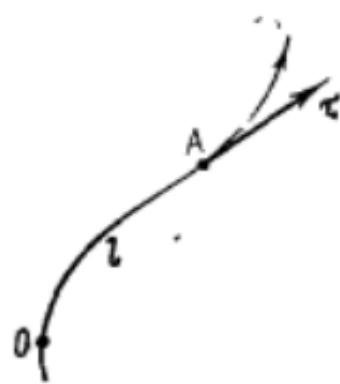


Вектор скорости может меняться как по величине, так и по направлению.



Любое криволинейное движение будет **ускоренным!**

Направление ускорения



Траектория точки заранее известна, положение точки задается дуговой координатой $l(t)$

Скорость

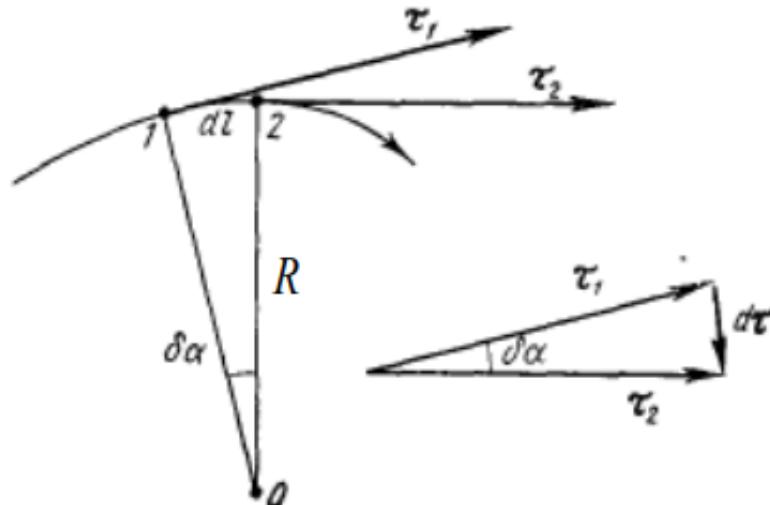
$$\vec{v} = v_\tau \vec{\tau} \quad v_\tau = \frac{dl}{dt} \quad |\vec{\tau}| = 1$$

Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dt} v_\tau$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{d\tau}{dl} \cdot \frac{dl}{dt} = \frac{d\tau}{dl} v_\tau$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt} \vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dl} v_\tau^2$$



$$d\tau = \tau d\alpha$$

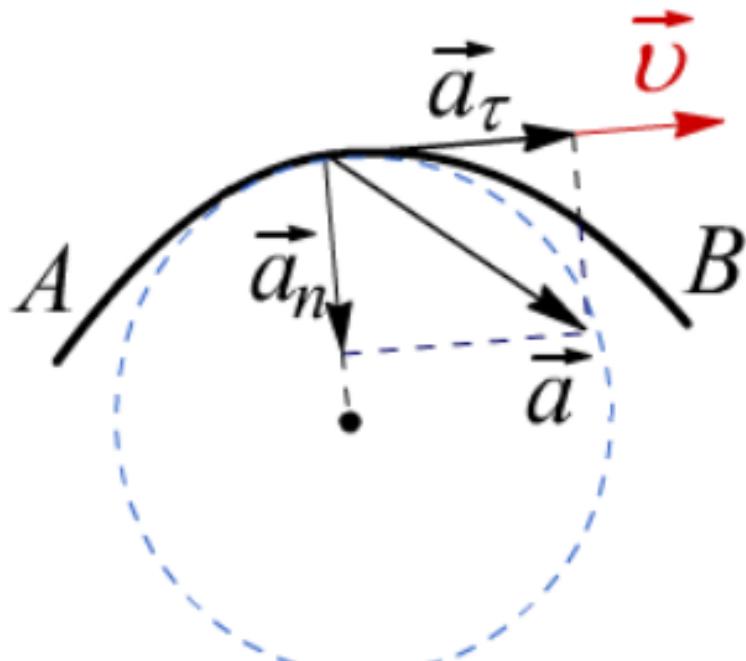
$$dl = R d\alpha \quad d\vec{\tau} \uparrow\uparrow \vec{n}$$

R – радиус кривизны траектории

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}_\tau}{dt} \vec{\tau} + \frac{1}{R} v_\tau^2 \vec{n}$$

$$a_\tau \quad a_n$$

тангенциальное нормальное
ускорение ускорение



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

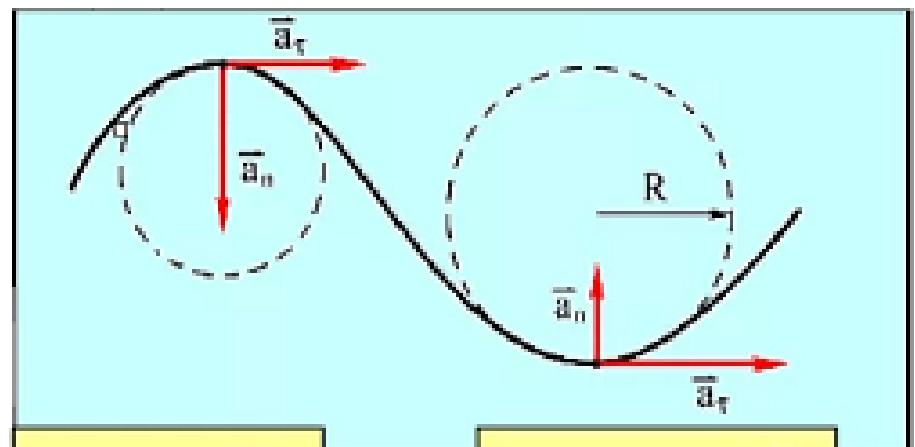
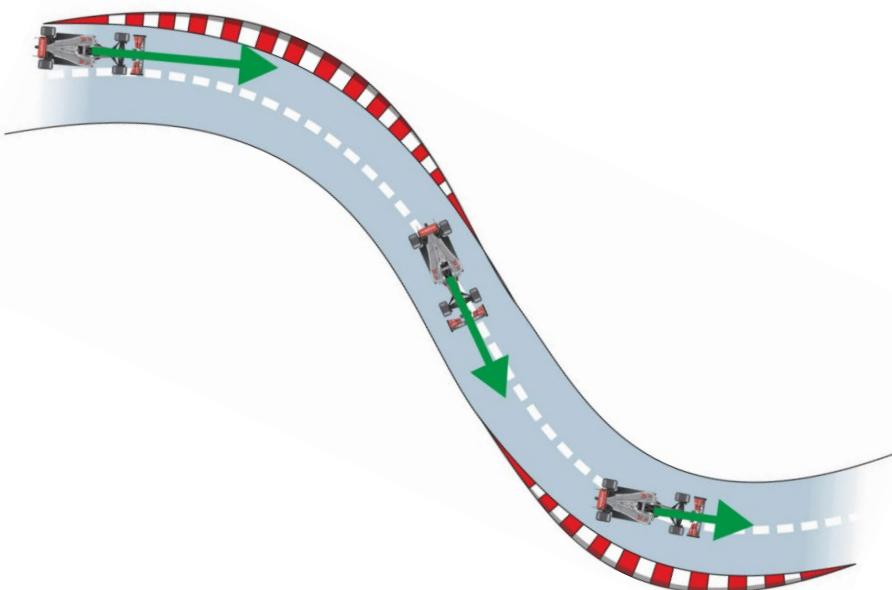
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Тангенциальное ускорение отвечает за изменение **модуля** скорости, направлено по касательной к траектории движения.

Нормальное ускорение отвечает за изменение направления вектора скорости, направлено к центру кривизны траектории.

Вектор скорости может меняться как по величине, так и по направлению.

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$



$$a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

Прямая задача кинематики

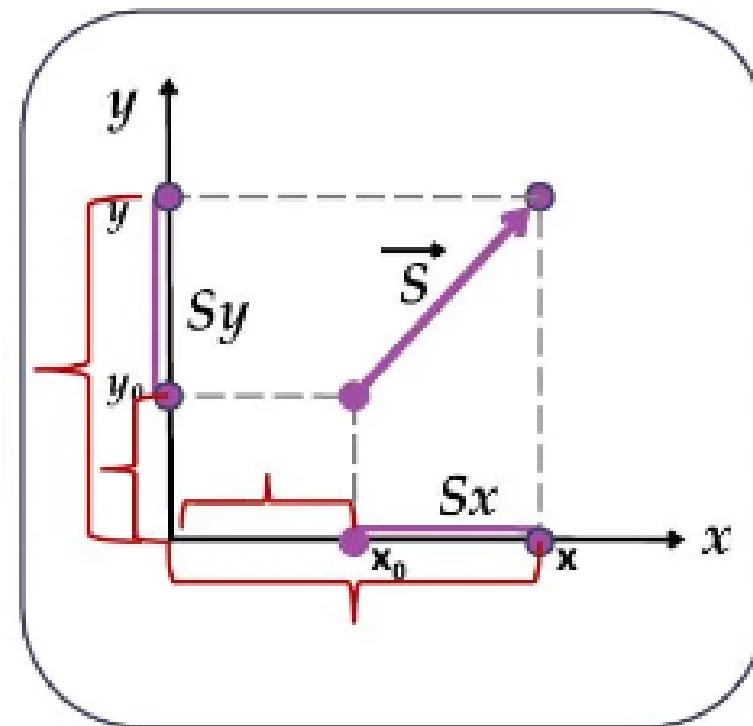
По известному закону движения определить кинематические характеристики МТ (путь, перемещение, скорость, ускорение).

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad \vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$x = x_0 + s_x$$

$$y = y_0 + s_y$$

Данные формулы могут принимать разный вид в зависимости от того, как движется тело.



Равномерное и равноускоренное движение

$$S = v \cdot t$$



$$x(t) = x_0 + v_x t$$



$$S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

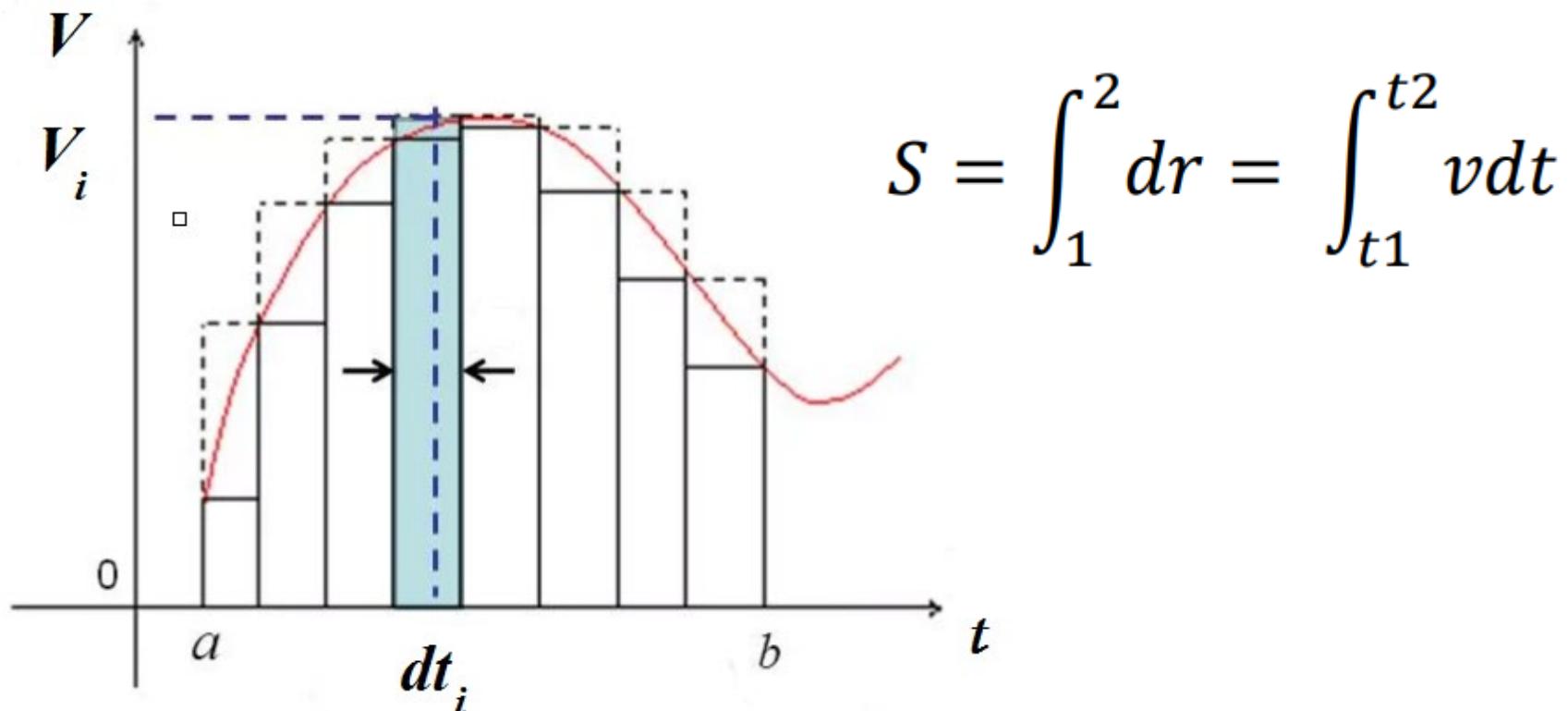
$$x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

Кинематические уравнения поступательного движения

| |
|---|
| Равномерное |
| $s = v \cdot t$ |
| $v = const$ |
| $a = 0$ |
| Равнопеременное |
| $s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$ |
| $v = v_0 \pm a \cdot t$ |
| $a = const$ |
| Неравномерное |
| $s = f(t)$ |
| $v = \frac{ds}{dt}$ |
| $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ |

Обратная задача кинематики

По известному закону скорости или ускорения от времени определить положение тела в любой момент.



Перемещение тела численно равно площади под графиком, нарисованного в координатах $V(t)$.

Интеграл

определенный

число

Площадь фигур

Объёмы фигур

Длины дуг

неопределенный

функция (выражение)

нахождение функции по производной
(известна скорость движения точки.)

Можно найти выражение для координаты)

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Интегрирование функций. Таблица основных формул интегрирования

| | |
|---|--|
| $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq 1$ | $\int \sin x dx = -\cos x + C$ |
| $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ | $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$ |
| $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ | $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$ |
| $\int e^x dx = e^x + C$ | $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$ |
| $\int \cos x dx = \sin x + C$ | $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$ |

Задачи

1. Мотоциклист на расстоянии 10 м от железнодорожного переезда начал тормозить. Его скорость в это время была 20 км/ч. Определить положение мотоцикла относительно переезда через 1 с от начала торможения . Ускорение мотоцикла 1 м/с².



$$x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

2. Бабушка начала не торопясь переходить дорогу шириной 10 м со скоростью 1 м/с. Таксист, сидящий за рулем hyundai solaris, находящейся в 40 метрах от нее и едущей со скоростью 54 км/ч, очень хотел спать и заметил бабулю только через 1 секунду. Выживет ли бабушка, если тормоза обеспечивают торможение с ускорением $0.5g$, а машина едет по середине дороги.



Спасибо!

