

SISTEM KOORDINAT

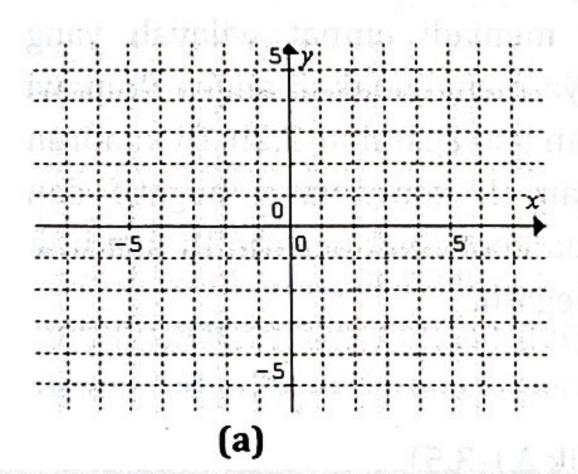
PERTEMUAN 4

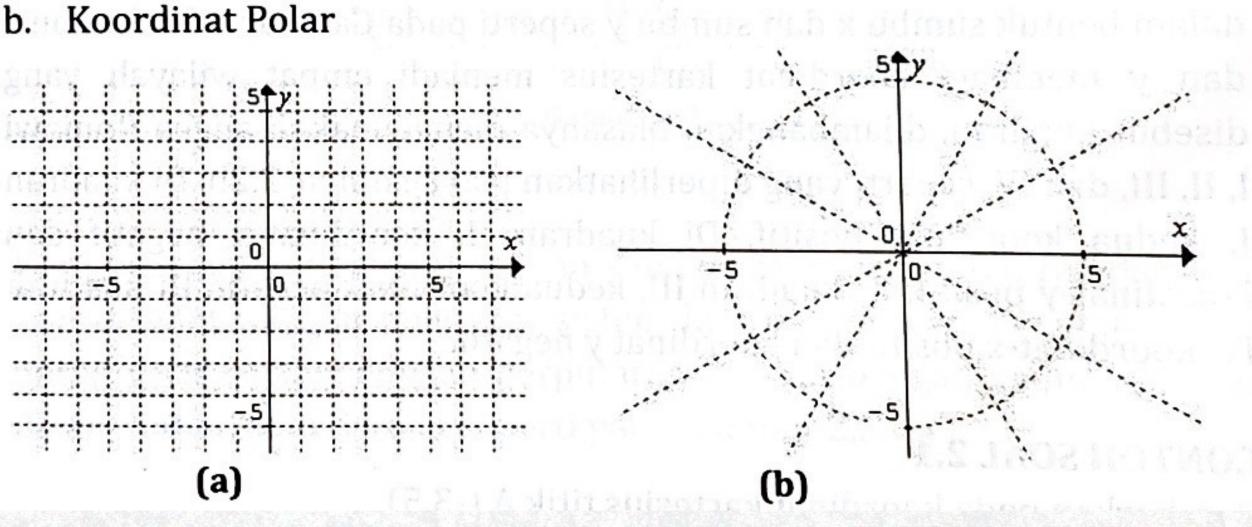


SISTEM KOORDINAT

Untuk menunjukan keberadaan titik, benda atau materi biasanya di gunakan sistem koordinat. Untuk menentukan posisi suatu titik pada bidang datar, digunakan sistem koordinat yang terdiri dari 2 buah garis lurus yang saling berpotongan. Ada dua sistem koordinat pada bidang, yaitu: umag uss. Summan abad abad amfindili buladas isanasmoni sab

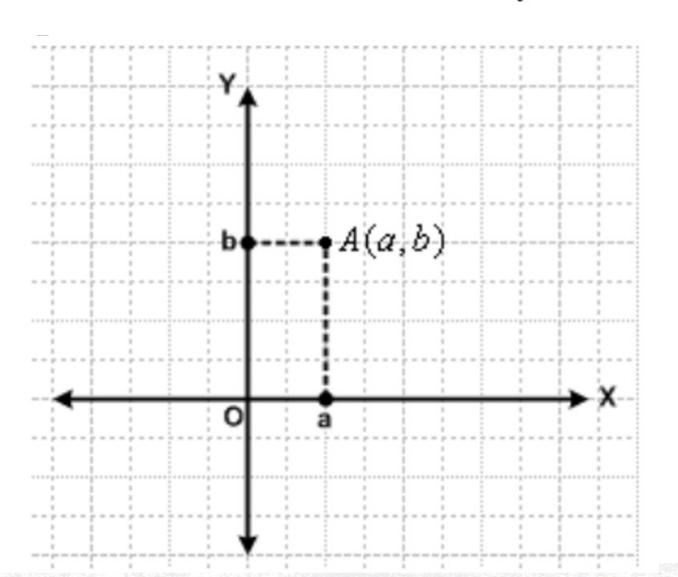
- a. Koordinat Kartesius







Dalam matematika, sistem koordinat kartesius digunakan untuk menentukan tiap titik dalam bidang dengan menggunakan dua bilangan yang biasa disebut koordinat x (absis) dan koordinat y (ordinat) dari titik tersebut.



KOORDINAT KARTESIUS DI BIDANG





Jika garis berarah mendatar adalah sumbu X dan garis berarah vertikal adalah sumbu Y, maka Kota Jakarta berada pada koordinat berapa? Pilihlah satu dari empat jawaban di bawah ini.

a. (2, C)

c. (2, B)

b. (3, B)

d. (9, A)

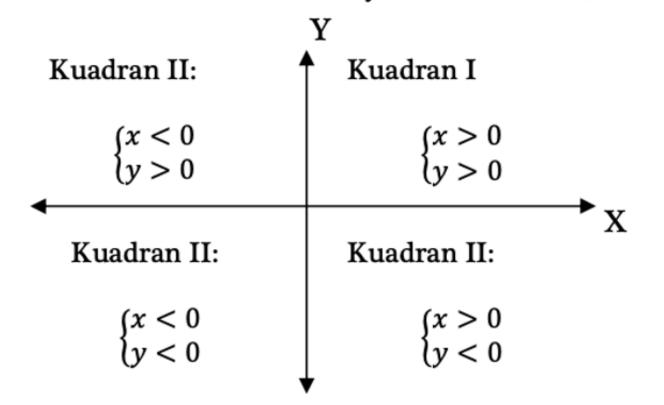


KUADRAN PADA BIDANG

Sumbu-sumbu datar dan tegak membagi bidang datar menjadi 4 bagian/daerah yang masing-masing disebut kuadran.

Sebuah titik T(x, y) terletak pada:

- kuadran I : jika absis x > 0, dan ordinat y > 0, atau $\{T(x, y) | x > 0, y > 0\}$.
- kuadran II:. Jika absis x < 0, dan ordinat y > 0, atau $\{T(x,y) | x < 0, y > 0\}$
- kuadran III : Jika absis x < 0, dan ordinat y < 0, atau $\{T(x,y) | x < 0, y < 0\}$
- kuadran IV: Jika absis x > 0, dan ordinat y < 0, atau $\{T(x, y) | x > 0, y < 0\}$.





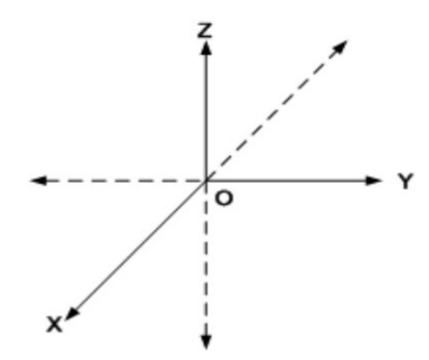
KOORDINAT KARTESIUS DI RUANG

CATATAN (2)

Misalkan sebuah titik di ruang dinyatakan dengan titik T(x, y, z). Bilangan x pada T(x, y, z) disebut **absis** titik T(x, y, z) yang menyatakan jarak titik T(x, y, z)ke bidang YOZ. Bilangan y pada T(x, y, z) disebut **ordinat** titik T(x, y, z) yang menyatakan jarak titik T(x, y, z) ke bidang XOZ. Bilangan z pada T(x, y, z)disebut aplikat titik T(x, y, z) yang menyatakan jarak titik T(x, y, z) ke bidang XOY. Ketiga sumbu X, sumbu Y, dan sumbu Z membagi ruang atas tiga bidang koordinat, yaitu bidang *XOY* yang dibentuk oleh perpotongan sumbu *X* dengan sumbu *Y*, bidang *XOZ* yang dibentuk oleh perpotongan sumbu *X* dengan sumbu Z, dan bidang YOZ yang dibentuk oleh perpotongan sumbu Y dengan sumbu Z.







4. Koordinat kartesius di bidang terdiri atas 8 oktan, yaitu

Oktan I: jika absis x > 0, ordinat y > 0, dan aplikat z > 0 atau $\{T(x,y,z)|x>0,y>0,z>0\}$

Oktan II: jika absis x < 0, ordinat y > 0, dan aplikat z > 0 atau $\{T(x, y, z) | x < 0, y > 0, z > 0\}$

Oktan III: jika absis x < 0, ordinat y < 0, dan aplikat z > 0 atau $\{T(x,y,z)|x < 0, y < 0, z > 0\}.$

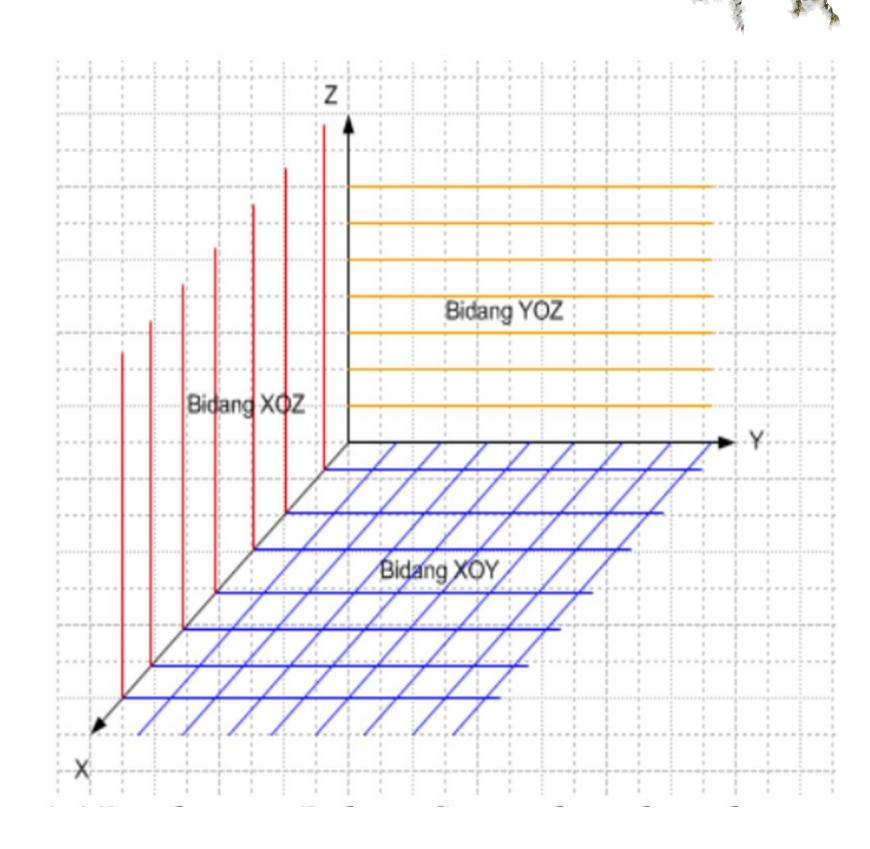
Oktan IV: jika absis x > 0, ordinat y < 0, dan aplikat z > 0 atau $\{T(x, y, z)|x > 0, y < 0, z > 0\}$

Oktan V: jika absis x > 0, ordinat y > 0, dan aplikat z < 0 atau $\{T(x,y,z)|x > 0, y > 0, z < 0\}$.

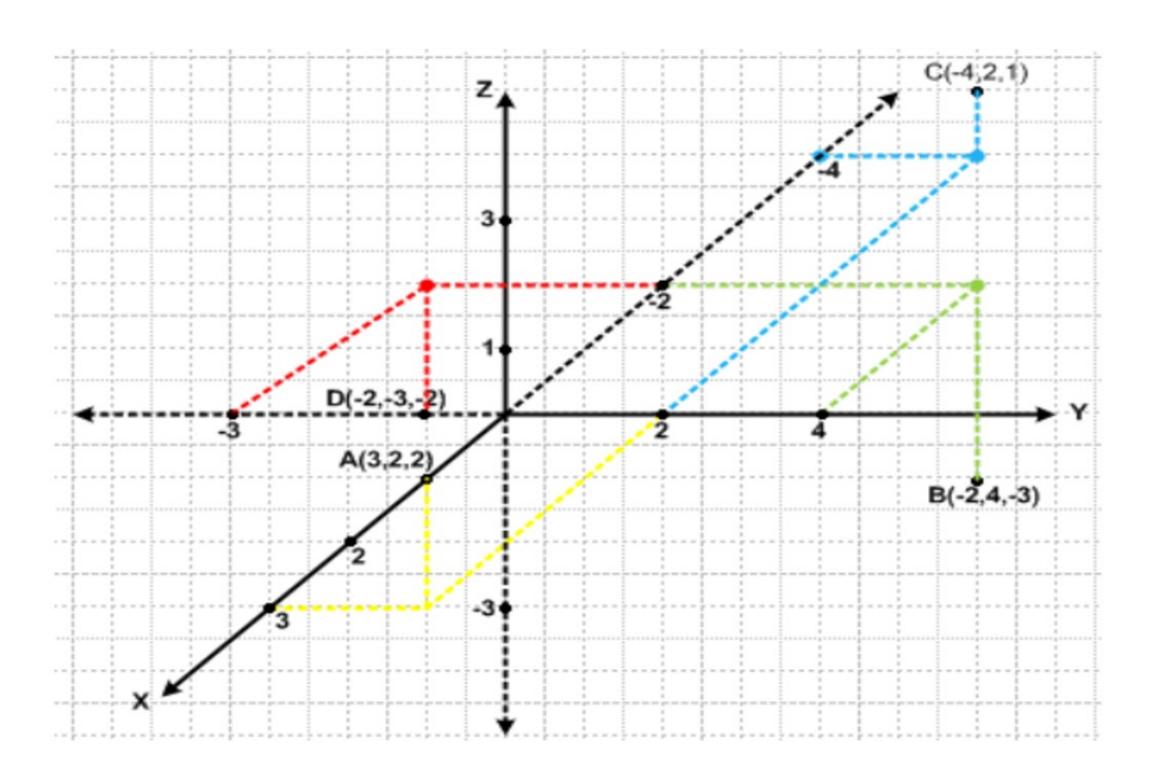
Oktan VI: jika absis x < 0, ordinat y > 0, dan aplikat z < 0 atau $\{T(x, y, z) | x < 0, y > 0, z < 0\}$

Oktan VII: jika absis x < 0, ordinat y < 0, dan aplikat z < 0 atau $\{T(x, y, z) | x < 0, y < 0, z < 0\}$

Oktan VIII: jika absis x > 0, ordinat y < 0, dan aplikat z < 0 atau $\{T(x, y, z) | x > 0, y < 0, z < 0\}$.

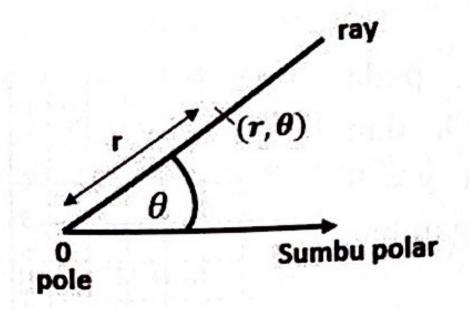


Gambarlah sumbu-sumbu koordinat dan gambarlah titik-titik dengan koordinat A(3, 2, 2), B(-2, 4, -3), C(-4, 2, 1), dan D(-2, -3, -2), serta tuliskan koordinat-koordinatnya di samping titik-titik tersebut.





SISTEM KOORDINAT POLAR



Gambar 2.5

Sistem koordinat polar kemudian ditulis dalam (r,θ) dengan θ adalah sudut rotasi disebut ray, dan r adalah jarak keluar dari sumbu pusat koordinat. Sudut rotasi berlawanan arah dengan jarum jam bernilai positif sedangkan sebaliknya searah jarum jam bernilai negatif.





Hubungan antara koordinat kartesius (x, y) dan polar (r, θ)

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \quad x = r\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad y = r \sin \theta$$



CONTOH

Tentukan koordinat kartesius jika diketahui r=3, dan $\theta=-45^{\circ}$

PENYELESAIAN

Koordinat kartesius dibentuk oleh titik (x, y), maka:

$$x = r\cos\theta = 3\cos(-45^{\circ})$$

$$=3\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)=\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$y = r \sin \theta = 3 \sin(-45^{\circ})$$

$$=3\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)=-\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

Fungsi cosinus merupakan fungsi genap, atau $cos(-\theta) = cos(\theta)$

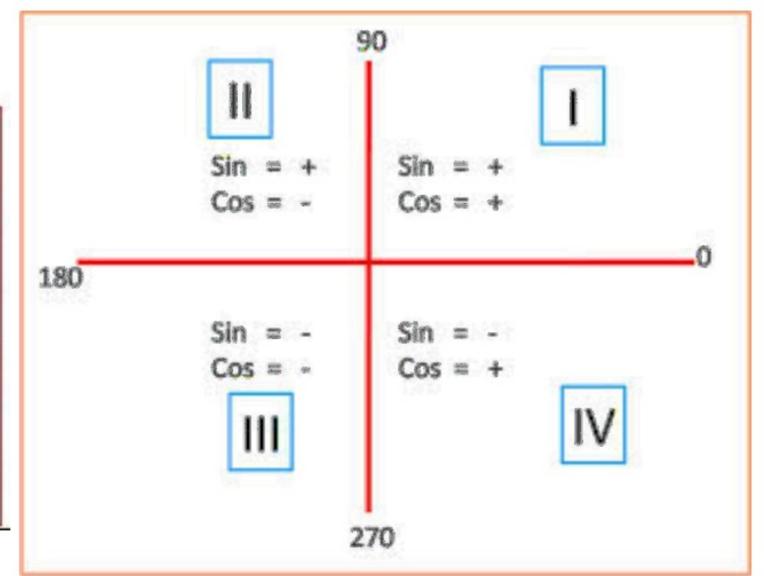
Fungsi sinus merupakan fungsi ganjil, atau $sin(-\theta) = -sin(\theta)$

Jadi, koordinat kartesiusnya adalah $\left(\frac{3}{2}\sqrt{2}, -\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)$





| Sudut | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° | 150° | 180° |
|-------|----|---------------|-----------------------|-------------|-----|----------------|-------------------|-------------------|------|
| Sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | <u>1</u> √3 | 1 | <u>1</u> √3 | ½√2 | 1/2 | 0 |
| Cos | 1 | <u>1</u> √3 | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | 1/2 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | - 1 √2 | - 1 √3 | -1 |
| Tan | 0 | 1/√3 | 1 | √3 | ∞ | -√3 | -1 | -1/√3 | 0 |
| Cosec | ∞ | 2 | √2 | ²⁄₃√3 | 1 | 2/₃√3 | √2 | 2 | ∞ |
| Sec | 1 | ²⁄₃√3 | √2 | 2 | ∞ | -2 | -√2 | -²⁄₃√3 | -1 |
| Cot | ∞ | √ 3 | 1 | 1/√3 | 0 | -1/√3 | -1 | -√3 | ∞ |





JARAK DUA TITIK





JARAK DUA TITIK DI BIDANG

Jarak antara 2 titik, misalkan titik $P(x_1, y_1)$ ke $Q(x_2, y_2)$ adalah

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



CONTOH

Tentukan jarak antara titik A(4,-7) dan B(-1,5).

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (5 - (-7))^2}$$

$$AB = \sqrt{25 + 144}$$

$$AB = \sqrt{169}$$

$$AB = 13$$

Jadi, jarak antara titik A ke B adalah 13.



JARAK DUA TITIK DI RUANG

Jarak antara 2 titik, misalkan titik $P(x_1, y_1, z_1)$ ke $Q(x_2, y_2, z_2)$ adalah

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



KOORDINAT TITIK YANG MEMBAGI RUAS GARIS DENGAN PERBANDINGAN m: n



PADA BIDANG

Koordinat titik T yang terletak pada garis AB sehingga AT : TB = m : n adalah

$$T(x,y) = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

Jika T' berada di tengah-tengah garis AB maka T membagi AB atas perbandingan m:n=1:1 sehingga diperoleh koordinat titik T adalah

$$T(x,y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$



CONTOH

Tentukan titik P yang terletak pada AB dengan A(-5, 1) dan B(3, -5), sehingga AP : PB = 3 : 5.

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

$$P = \left(\frac{3(3) + 5(-5)}{3+5}, \frac{3(-5) + 5(1)}{3+5}\right)$$

$$P = \left(\frac{-16}{8}, \frac{-10}{8}\right)$$

$$P = \left(-2, -\frac{5}{4}\right).$$



PADA RUANG

Koordinat titik R yang terletak pada garis PQ sehingga PR:RQ=m:n adalah

$$R(x_R, y_R, z_R) = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n}, \frac{my_2 + ny_1}{m + n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m + n}\right)$$

Jika m:n=k, maka m=nk sehingga diperoleh persamaan koordinat titik R adalah

$$R(x_R, y_R, z_R) = \left(\frac{kx_2 + x_1}{1 + k}, \frac{ky_2 + y_1}{1 + k}, \frac{kz_2 + z_1}{1 + k}\right), dimana k \neq -1$$



PADA RUANG

Jika m:n=k, maka m=nk sehingga diperoleh persamaan koordinat titik R adalah

$$R(x_R, y_R, z_R) = \left(\frac{kx_2 + x_1}{1 + k}, \frac{ky_2 + y_1}{1 + k}, \frac{kz_2 + z_1}{1 + k}\right), dimana k \neq -1$$

Syarat:

- Jika k > 0 maka R terletak di antara P dan Q.
- Jika -1 < k < 0 maka R terletak di perpanjangan QP (pada pihak P).
- Jika k = -1 maka menunjukkan suatu titik di tak berhingga.
- Jika k < -1 maka R terletak di perpanjangan PQ (pada pihak Q).



PADA RUANG

Jika R' berada di tengah-tengah garis PQ maka R membagi PQ atas perbandingan m:n=1:1 sehingga diperoleh koordinat titik R adalah

$$R(x_R, y_R, z_R) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}, \frac{z_2 + z_1}{2}\right)$$



CONTOH

Tentukan koordinat titik R sehingga membagi PQ dengan P(-4, 2,1), Q(6,4,2) dibagi atas -2 : 1

$$k = \frac{m}{n} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$R = \left(\frac{kx_2 + x_1}{1 + k}, \frac{ky_2 + y_1}{1 + k}, \frac{kz_2 + z_1}{1 + k}\right)$$

$$R = \left(\frac{(-2)(6) + (-4)}{1 + (-2)}, \frac{(-2)4 + 2}{1 + (-2)}, \frac{(-2)2 + 1}{1 + (-2)}\right)$$

$$R = \left(\frac{-16}{-1}, \frac{-6}{-1}, \frac{-3}{-1}\right)$$

$$R = (16, 6, 3).$$

Karena k = -2 berarti titik R terletak di perpanjangan PQ (pada pihak Q).



LATIHAN SOAL



