Un Peirce no clásico

Gavriloff, Ivan Vladimir

Introducción

Peirce es conocido por ser uno de los grandes lógicos que llevó al crecimiento de la lógica formal al lugar en que se encuentra actualmente. Sus artículos C. S. Peirce (1880) y C. S. Peirce (1885) da cuenta de la creación de un sistema de lógica de primer orden con cuantificadores de una manera independiente a lo que había realizado antes Frege con su conceptografía. Unos años antes a estos, Peirce realizó varios avances y modificaciones a la lógica de Boole. En su madurez pasó del algebra de la lógica a una lógica diagramática por diversas razones, sobre todo cuestiones semióticas que el mismo investigó en el campo el cual también fue fundador. Siempre estuvo pendiente de los avances de su época en lógica y también estuvo en contacto con varios matemáticos y lógicos. Aunque no pudo publicar todo sus desarrollos acerca de su lógica, sobre todo en la madurez, ahora podemos indagar de mejor manera ya que contamos con los manuscritos y con compilaciones específicas¹ Peirce pensó varias ideas que luego en el siglo XX fueron propuestas y desarolladas en profundidad.

Casi al final de la vida de Peirce, en el año 1910, el editor de la revista *The Monist* planteó una idea interesante: la posibilidad de pensar en lógicas no aristotélicas Carus (1910b). Con lógicas no aristotélicas quiso decir lógicas o sistemas lógicos que no sigan los principios y leyes estipulados por Aristóteles en su *Organon*. Según Paul Carus, tuvo se le ocurrió esta idea porque leyó una carta de Peirce a un lógica Francis Russell donde planteaba la misma situación, de manera muy esquemática y con poco éxito. Pero aún así Carus le pidió una explicación acerca de esto a Peirce. En el mismo volumen donde Carus plantea esto, se publica una pequeña carta de Peirce donde él expande lo pedido por Carus.

Aquí nos concentraremos en la idea de Carus de lógicas no aristotélicas y en lo propuesto por Peirce para poder indagar acerca de la posibilidad de pensar a Peirce como un lógico promotor de lo que actualmente se llaman las lógicas no clásicas. O, yendo a un plano más general, pensar a Peirce como un pluralista respecto de los sistemas lógicos. Cabe aclarar que nuestra propuesta no es que Peirce fue un pluralista lógico o incluso el *primer* pluralista en lógica, sino que sus ideas permitieron poder iniciar a pensar en sistemas lógicos que fueran más allá de lo que se consideraba tradición en su contexto.

Para poder realizar esto proponemos la siguiente hoja de ruta:

¹véase Charles Sanders Peirce (2019); Charles Sanders Peirce (2021b); Charles Sanders Peirce (2021a).

- 1. Analizar el texto de Carus (1910b), concentrándonos en la idea de "lógicas no aristotélicas".
- 2. Indagar las dos cartas de Peirce, aquella realizada a Russell y la repuesta pedida por Carus.
- 3. Buscaremos entre los lógicos de la época de Peirce si no había alguna parecida, la cual algunos autores sostienen que si dada por el lógico Hugh MacColl, el cual tuvo contacto epistolar con Peirce.
- 4. Con todo esto veremos de indagar si estas ideas de Peirce pudieron influir en algún lógico, que si hay un caso, un lógico ruso llamado: Vasiliev.
- 5. Por último, daremos una breve conclusión.

Las lógicas no aristotélicas

Hay que llevar a cabo una aclaración antes de comenzar: la idea de lógicas no aristotélicas no fue presentada por Peirce. Es una noción presentada por Paul Carus, quien editor de la revista *The Monist* a fines del siglo XIX y comienzo del XX. Carus (1910b, 33–34) hace notar que, aunque en las matemáticas hubo en su momento una revolución con las geometrías no euclidianas, hasta ese momento en la lógica no había pasado nada que contradiga a la tradición que venía desde la lógica aristotélica. El texto de Carus (1910b) trata acerca de la naturaleza de las matemáticas y de la propia definición de Carus acerca de lo que es la matemáticas en contraposición del estándar matemático de ese momento. Discute con Bertrand Russell acerca de ciertas consideraciones sobre Euclides y su geometría a la vez que realiza comentarios acerca de un teorema de Francis Russell para terminar con consideraciones acerca de la naturaleza del espacio matemático y de los objetos matemáticos.

Es decir que la noción de lógicas no aristotélicas solo está puesta allí para discutir acerca de la naturaleza de las matemáticas. No es un trabajo acerca de lógica, sino que usa la noción de lógicas no aristotélicas para poder sumar argumentos para una definición de matemáticas y, mejor dicho geometría que no tenga que recaer en axiomas. Su propuesta será que el fundamento de la geometría se encuentra en la función de movimiento puro que se deriva de la experiencia por medio de abstracción (Carus 1910b, 75).

Aunque las lógicas no aristotélicas no sea el tema principal de su trabajo, Carus se tomo la molestia de pedir permiso para poder reproducir la carta entre Francis C. Russell y Peirce a la vez que le pedía a este último que se expida aun más sobre lo dicho en la carta, lo cual hizo que Peirce le mandara otra carta donde amplia lo expuesto en la primera y que fue publicada en el mismo volumen (Carus 1910a).

Las cartas de Peirce

Las carta que origina la noción de lógica no aristotélica fue realizada alrededor de 1895, cuando Peirce y Francis C. Russell se encontraban discutiendo y analizando la obra de Schöeder *Logik der Relative* de 1895. En una serie de cartas datadas a fines de 1895 se encuentra este extracto de carta, la cual se encuentra perdida pero que fue recuperada por una copia que poseía la esposa de Russell y fue enviada a Miss Cook el 10 de Noviembre de 1909 (Robinson 2022, 453).

"Antes de llevar a cabo el estudio general de los relativos, hice alguna investigación acerca de las consecuencias de suponer que las leyes de la lógica sean diferentes de lo que son. Fue una clase de lógica no aristotélica, en el sentido del que se habla de geometría no euclidiana. Algunos de sus desarrollos son algo interesantes, pero no fueron lo suficiente para que me indujeran a publicarlos. La idea general fue, por supuesto, obvia para cualquier que tenga suficiencia de análisis lógico para ver que la lógica descansa sobre ciertos hechos positivos, y no es un mero formalismo. Otro escritor luego sugirió que esto era una lógica falsa, como si fuese la locura más salvaje, en vez de realizar una natural y simple hipótesis que valga la pena investigar [no obstante su falsedad]." [Robinson (2022), 453;590]

Aquí se puede observar la idea también de Carus acerca de considerar a la lógica no aristotélica de manera análoga a la geometría no euclidiana. Peirce considera que lo desarrollado por él en este análsis no valía la pena publicarlo, por lo que no se cuentan con esos textos para analizarlos. Algo interesante a destacar de este extracto es que la Peirce no considera que sea un mero formalismo la lógica, sino que se basa en ciertos hechos positivos, alineado con su postura realista y también con la idea de que la lógica es una ciencia normativa. Sin embargo, acto seguido Peirce considera que esta hipótesis es completamente válida para trabajar e indagar. Fue otro escritor (no se sabe quien) el que sostuvo que la lógica que estaba analizando Peirce era falsa. Como luego se verá en la carta aclaratoria a este fragmento, Peirce niega que le haya parecido una locura estudiar este tipo de lógicas. Simplemente él no publicó sus avances porque consideró que no eran lo suficiente para que los demás lo vean. Esto tiene que ver con dos consideraciones filosóficas que siempre sostuvo Peirce: su falibilismo y la consideración que ninguna investigación tiene que ser bloqueada. La primera es la consideración de que ninguno de nuestro conocimiento es completamente certero, la segunda es una cuestión metodológica para el acercamiento a la verdad. Si bien es cierto que no siempre se tiene que analizar toda posible hipótesis, esto tiene que ver con una cuestión de la economía de la investigación, tema trabajado por Peirce en su denominada metodéutica.

A pedido de Carus, Peirce envía otra carta aclaratoria de la primera y Carus le realiza algunos comentarios que van de la mano con su propuesta acerca de la naturaleza de las matemáticas:

"'A mi no me pareció un estudio loco. Al contrario, quizás si hubiese continuado, habría llamado la atención sobre ciertas características de la lógica que han sido pasadas por alto. Sin embargo, llegué a la conclusión que no vale la pena indagar esta línea de pensamiento. Para mostrar que clase de hipótesis falsas había analizado sus consecuencias, voy a mencionar aquella en que en vez de la forma necesaria de inferencia sea, como es, que de una forma A en cierta relación con B, y B en cierta relación con C, es necesario que se siga que A está en la misma relación que C, supongo, en un caso, que la naturaleza de la Razón sea tal que la forma fundamental de inferencia fuese, que A está en cierta relación con B y B está en cierta relación con C, por lo cual necesariamente se sigue que C se encuentra en la misma relación con A; y seguí otras modificaciones similares de la lógica.'

Nosotros negamos 'que A está en cierta relación con B y B está en cierta relación con C, por lo cual necesariamente se sigue que A se encuentra en la misma relación con C.' Este enunciado no es una inferencia necesaria de acuerdo a lo establecido por las reglas de la lógica, ni puede ser considerada Aristotélica. Si A establece una relación de primos con B, y B establece la misma relación con C, no es necesario que se siga que A es primo de C. O por tomar otro ejemplo. Si A tiene una relación con B tal que está 5 pies abajo de B, y B tiene la misma relación con C, no se sigue que A esté 5 pies abajo de C.

No nos aventuramos a discutir el substituto no aristotélico, porque no estamos seguros de haber comprendido el significado que el señor Peirce intenta comunicar.

Añadimos que nunca usamos la palabra 'lunático' en conexión con la lógica no aristotélica, ni diríamos que no 'valdría la pena indagar' la teoría de la lógica no aristotélica 'no obstante su falsedad'." (Carus 1910a, 158–59)

Aquí de manera explícita se puede ver que Peirce no considera como una locura que se investiguen lógicas que vayan en contra de los principios aristotélicos. De alguna manera considera que incluso hubiese sido provechoso para la investigación lógica. Como ejemplo pone que consideró que la noción de transitividad no sea cómo la considera la lógica no clásica. Carus acota que esto de por sí no es una ley necesaria de la lógica aristotélica y la cuestiona colocando ejemplos que, dado como se encuentra ejemplificada la transitividad, no son transitivos. Además Carus no discute la noción de no aristotélico de Peirce porque no termine de comprender a lo que el pragmatista hace referencia con ello. Lo que si diferencia a Carus de Peirce es que él no considera que la las lógicas aristotélicas lleven a falsedades. Los ejemplos de Carus son relaciones no simétricas, van a cuento de lo trabajado en ese momento entre Russell y Peirce sobre Schöeder. La relación de 'ser primo de' depende del entorno familiar y de cómo sea el orden de los sujetos. El único caso en que sea transitivo es que A y B tengan otra relación entre sí: la de hermanos. Esto implica agregar una relación más entre A y B. La relación de 'estar debajo de x pies' acumula cada vez más pies si los objetos están uno debajo del otro.

Lo que más nos llama la atención de las cartas es que Peirce aduce que fue otro escritor quien le dijo que iba a llegar a conclusiones falsas y que era una locura realizar una investigación basándose en que puede haber alguna lógica no aristotélica. Peirce nunca aclara quien puede ser ese escritor. Russell no parece ser porque en las cartas siguientes a las que retoma Carus no hay ningún registro que se vuelva a hablar de lógicas no aristotélicas. Russell y Peirce siguen la discusión acerca de los textos de Schöeder y luego hablan acerca de una reseña de una obra de Shoëder y luego acerca de problemas monetarios de Peirce y de una apendicitis que tuvo la esposa de Peirce y del pedido de ayuda monetaria por parte de Russell y Carus.²

En la búsqueda de ese escritor desconocido nos adentramos en la relación entre Peirce y Hugh MacColl, matemático y lógico de origen británico y residencia francesa. Le prestamos atención debido a que algunos intepretes contemporáneos de su obra han considerado que MacColl fue el primero en proponer el pluralismo lógico.

 $^{^{2}}$ Véase Robinson (2022), 453-454

Hugh MacColl y Peirce

Hugh MacColl nace en Escocia en 1837, fue el menor de sus 5 hermanos. Desde 1858 ejercició la docencia en escuelas de varias maneras hasta que en 1865 se muda a Boulogne sur Mer en Francia. Los interpretes consideran que los motivos de la mudanza fueron económicos. Posiblemente la elección del lugar se haya debido al buen momento que estaba pasando. A pesar de las dificultades económicas, pudo titularse con un BA en Matemáticas de la Univerdad de Londres en 1876. Tuvo en su vida dos esposas, de la cual la primera muere después de una larga enfermedad en 1884 y esto es comentado por MacColl en 1883 en la carta que le dirige a Peirce donde le cuenta las dificultades que está teniendo para sostener a su esposa y su familia.

Contribuyo con artículos y libros acerca de la lógica desde 1865 y llegó a ser un gran interlocutor para Bertrand Russell con quien discutió acerca de la noción de implicación, existencia y proposición en lógica. Christine Ladd-Franklin le tuvo mucha estima profesional reconociendo su trabajo cuando la mayoría de los lógicos contemporáneos de su época no le tenían la misma estima.

Scholars de la historia de la lógica han discutido el rol de MacColl como lógico en general y como propulsor del estudio de sistemas lógicos que van más allá de la lógica clásica, o mejor dicho que no se fundamentan en ella. Particularmente en si puede considerarse el propulsor del pluralismo lógico. El pluralismo lógico es la postura dentro de la filosfía de la lógica que considera que no existe un único sistema de lógica correcto, más bien hay multiplicidad de sistemas lógicos los cuales pueden convivir entre sí sin que esto genere algún tipo de conflicto lógico o de otra índole (J. Beall and Restall 2000, 2005; J. C. Beall and Restall 2001; Restall 2014).

La formulación contemporánea del pluralismo lógico no toma en cuenta los trabajos de MacColl. Es a la luz de la propuesta de los pluralistas lógicos que interpretes de MacColl e historiadores de la lógica realizaron la propuesta.

Claro está que no es el objetivo de este trabajo el poder determinar si efectivamente MacColl fue o no un pluralista, sino el poder ver si, considerando la propuesta de MacColl, el lógico británico pudo ser quien desestimó la investigación de Peirce.

MacColl puede ser considerado pluralista por varios cuestionamientos a algunas nociones fundamentales de la lógica clásica: la noción de implicación, la noción de existencia, la defensa de las modalidades de necesidad y posibilidad, su noción de proposición, solo por nombrar aquellas que discutió con Bertrand Russell (Grattan-Guinness 2011).

Otros como Rahman and Redmond (2008) consideran que incluso propuso varios sistemas de lógicas como ser temporales, conexivos, relevantes, lógica probabilisticas. Considerado como uno de los primeros convencionalistas e intrumentalistas en lógica (Rahman and Redmond 2008, 534).

En el sentido del convencionalismo y de intrumentalismo, Rahman (2008, 540) consideran que el lenguaje formal de MacColl depende del contexto, por lo que las notaciones formales dependen de aquello que se quiera formalizar. ^[Esto puede verse en la siguiente cita:

Hay dos principios rectores que separan mi sistema simbólico de los otros. El primero es el principio de que no hay nada sagrado o eterno acerca de los símbolos;

que todas las convenciones simbólicas pueden ser alteradas cuando la conveniencia lo requiera, para poder adaptarse a las nuevas condiciones o a una nueva clase de problemas [...]. El segundo principio que separa mi sistema lógico de los otros es el principio de que un enunciado o proposición completa es la real unidad de todo razonamiento. (MacColl 1906, 1–2)]

Aunque algunos podrían considerar que puede haber algún puente con Peirce, ya que se parece un poco a tratar de encontrar la mejor notación para cada caso, y con ello, ver si lo mejor una lógica simbólica o una lógica diagramática, MacColl no consideró el carácter icónico dentro de su noción de lógica.

Se puede decir que su aporte más discutido fue el de considerar que las proposiciones tengan los valores de certeza, imposibilidad, contingente, verdadero, falso (MacColl 1906). Esto fue ampliamente discutido por lógicos y matemáticos contemporáneos de su época como Russell, Jourdain y Couturat (Grattan-Guinness 1998, 2011).

Grattan-Guinness (2011) es el principal opositor a la idea de que MacColl sea un pluralista lógico. En todo caso es un monista lógico que desea expandir lo denominado como lógica. Es decir, no habla de diferentes sistemas lógicos ni de un meta-sistema como la metalógica para poder hablar acerca de multiplicidad de sistemas lógicos.

La propuesta de MacColl no era la postura de una diversidad de sistemas lógicos, más bien discutía las nociones como la de proposición o la de implicación que sus colegas poseían en ese momento. En este sentido es que, no es estrictamente un pluralista sino más bien un monista con definiciones particulares de nociones lógicas.

La correspondencia que se posee entre MacColl y Peirce no se abundante pero de ella podemos extraer varias cuestiones acerca de su relación, de su consideración como lógicos y de la influencia entre ellos. Su primera correspondencia data de 1883. La útlima es una invitación a la segunda boda de MacColl a Peirce, años después del fallecimiento de su primera esposa. No hay evidencia certera acerca de si Peirce envió a MacColl sus investigaciones en lógica no aristotélica.

Las referencia que realiza Peirce acerca de los trabajo de MacColl son anteriores a todos los trabajos que sus *scholars* toman para hablar de él como un pluralista lógica (W 4, 173, 182; 1880; W 4, 406-407, 1883; W 6, 5, 1886), en ese momento solo había publicado *El cálculo de enunciados equivalentes* de 1878.

La supuesta influencia acerca de las lógicas no aristotélicas que pudo tener MacColl en Peirce no parece tal. Como bien destaca Peirce, el lógico británico ve de una manera diferente a la lógica:

[...] mis estudios en lógica simbólica se han diferenciados de los tuyos en que mi objetivo no ha sido aplicar el sistema para solucionar problemas, como lo ha sido el tuyo, sino en el estudio de la lógica en sí misma. (L 261, 1906).

Según Peirce, MacColl considera a la lógica como una herramienta para la solución de problemas, mientras que él la considera como una herramienta para el análisis. Esto puede verse muy claramente en su propuesta de los gráficos existenciales en los años donde ya se encontraba en comunicación con MacColl.

Una de las intenciones de los gráficos existenciales por parte de Peirce fue la de realizar un sistema lógico lo más icónico posible. Esto fue para poder realizar lo que Stjernfelt (2006) denominó icnocidad operacional. Peirce consideraba que cuanto más icónica sea la lógica, mejor resultado en el análisis habrá. Lo importante para Peirce no era que el sistema pueda responder a problemas de la manera más simple posible, del modo más elegente, sino que el sistema sea lo más icónico para poder destacar su poder de análisis. Un ejemplo de esto puede ser la línea de identidad que en sí es un ícono, un índice y un símbolo a la vez, destacando su iconidad. [TODO: colocar cita donde habla acerca de la línea de identidad como icono, indice y símbolo.]

MacColl no tenía todas estas consideraciones de orden semiótico y de orden analítico. En sus trabajos promovia modos de resolver los problemas lógicos de la mejor manera posible, en el mismo sentido que un matemático. En poder tratar de encontrar la solución más elegente al problema. Al enfocarse en la solución de problemas tiene sentido que proponga sistemas alternativos a la lógica clásica de ese momento. De hecho, poseía una noción de lógica completamente lingüística (Chevalier 2011, 139), inclusive considera que es ventajoso su cálculo de límites respecto de los diagramas (MacColl 1906, 140). ³

En conclusión, no hay registro certero que haya sido MacColl quien niegue a Peirce ni tampoco que haya contribuido a Peirce en generar las hipótesis de lógica no aristotélica. Esto no quita que ambos se llevaron una amistad fructífera, un respeto mutuo que iba más allá de la cordialidad entre colegas.

Vasiliev y Peirce

Dados a conocer los artículos de Carus conjuntamente con las cartas de Peirce, un logico ruso Nicolai Vasiliev (1880-1940) fue influenciado por estos y pudo lograr estipular una lógica no aristotélica. En sus trabajos se encuentra la presentación no formal de dicha lógica, denominada "lógica imaginaria". Esta lógica abandona el principio de no contradicción y el principio del tercer excluido.

Uno de los puntapie más importantes como influencia de lo que quiso hacer con su lógica imaginaria fue el haberse encontrado a los 17 años con el artículo de Peirce sobre lógica de relativo Charles S. Peirce (1897). (Bazhanov 1992, 46) Bazhanov (1992) considera que Vasiliev se encontró con los textos de Peirce gracias a su padre, Aleksandr V. Vasiliev matemático quien escribió un libro sobre Lobachevky y que luego fue traducido en 1894 por G. B. Halsted y reseñado por el propio Peirce en 1895. Vasiliev padre supo de dicha reseña.

Cabe aclarar que Vasiliev y Peirce bregaban por distintas perspectivas acerca de la lógica. El primero tenía una visión más psicologista de la misma, mientras que Peirce discute bastante con el psicologismo. ⁴

En su trabajo "Lógica y metalógica" de 1912-13 considera que sus ideas van en contra de lo que la tradición afirma, teniendo en consideración lo que dijo Peirce. Sin embargo, también

³Esto no quita que MacColl haya influenciado a lo largo de toda su carrera a Peirce, sobre todo en el período algebraico previo a la carta que le escribe Peirce a Francis Russell. Si se desea profundizar en esto véase Anellis (2011).

⁴Véase Tiercelin (2017).

Vasiliev es conciente de que si no fuese por las cartas que retoma Carus (1910a) no podría haber pensado acerca de encontrar una lógica no aristotélica.

Indirectamente Peirce en sus cartas propulsó las consideraciones de Vasiliev, haciendo que cada vez la puerta para el estudio de lógicas no clásicas pueda darse de mejor manera y llegue a ser toda un área de desarrollo como lo es hoy en día.

Conclusion

Hemos partido de los textos de Paul Carus acerca de la naturaleza de las matemáticas para encontrarnos con la idea de que, al igual que las geometrías no euclideanas, la tradición de la lógica aristotélica no tenía nada de sagrado y se tenía que abrir camino a otras lógicas. Estas lógicas no aristotélicas no van en contra de la estrucutra analítica de la lógica aristotélico como si lo hizo la matematización de la lógica, sino que fue más alla: pretende disputar los principío lógicos establecidos por Aristóteles. Carus toma esta idea de las lógicas no aristotélicas basandose en una carta enviada por Peirce a Francis Russell de 1895.

Los textos de Peirce pueden considerarse como bastantes clásicos teniendo en cuenta que desde su juventud realizó avances en la lógica de Boole teniendo consideraciones acerca de la silogistica aristotélica. Es decir, nunca descuido ni obvió a la silosgista. Todo lo contrario, siempre la tuvo muy presente. Podemos decir que recién en su madurez hay un intento de investigar más a fondo los principios de no contradicción y de tercer excluido. Esto puede observarse en sus borradores acerca de la lógica trivaluada y en algunos textos sobre modalidades donde analiza dichos principios. ⁵ Es por lo menos llamativo que en 1895 haya Peirce mismo haya planteado la posibildad de la investigación de lógicas no aristotélicas (y que efectivamente haya puesto manos en la obra, aunque hasta el momoento no se haya encontrado dichos borradores) siendo que años después se tomará enserio pero de un modo fructífero, al menos para sus estándares de publicación. siendo que años después se tomará enserio pero de un modo fructífero, al menos para sus estándares de publicación.

Es interesante poder que dentro de la historia de la lógica y de varios de sus contribuyentes activos ideas que son parte de la investigación actual y novedosa dentro de la disciplina ya se encontraban esbozadas por varios lógicos de hace un siglo. Esto hace pensar que, de haberse escuchado o publicado de mejor manera estas ideas, no solo la de Peirce sino también las de MacColl (más allá de la consideración de si fue o no el primer pluralista) los desarrollos no clásicos se hubiesen dado con más fuerzas desde antes, o al menos a la par de la conformación de la lógica como se dicta en cualquier curso de lógica universitario. Esto puede observarse en las ideas desplegadas por Vasiliev en Rusia, donde tuvo una fuerte impronta de la lógica de relaciones de Peirce y de las cartas de Peirce publicadas por Carus. Aunque Vasiliev solo planteó conceptualmente su lógica sin principio de no contradicción, puesto que no tenía intención de realizar su formalización, su ímpetu tuvo que ver con lo expuesto por Carus acerca de la lógicas no aristotélicas y con la apertura de la investigación expuesta por Peirce en las cartas y en su filosofía pragmatista.

⁵Véase Lane (1999a), Lane (2007), Lane (1999b), Odland (2020-06-22), Odland (2021), Turquette (1967), Turquette (1988-02-01), Fisch and Turquette (1966).

Poder entender el desenvolvimiento del desarrollo de la lógica permite una mayor comprensión de la situación actual de la disciplina. Algo no menor si pretendemos realizar aportes relevantes y novedosos al campo.

Referencias

- Anellis, Irving H. 2011. "MacColl's Influences on Peirce and Schroder." *Philosophia Scientiae* 151 (1): 97–128. https://www.cairn.info/revue-philosophia-scientiae-2011-1-page-97.htmPeirce.
- Bazhanov, Valentine A. 1992. "C. S. Peirce's influence on the logical work of N. A. Vasiliev." *Modern Logic* 3 (1): 45–51.
- Beall, J. C., and Greg Restall. 2001. "Defending Logical Pluralism." In *Logical Consequence:* Rival Approaches, 1–22. Stanmore: Hermes.
- Beall, Jc, and Greg Restall. 2000. "Logical Pluralism." Australasian Journal of Philosophy 78 (4): 475–93. https://doi.org/10.1080/00048400012349751.
- ——. 2005. Logical Pluralism. Oxford University Press.
- Carus, Paul. 1910a. "Non-Aristotelian Logic." The Monist 20 (1): 158-59. https://doi.org/10.5840/monist19102012.
- ——. 1910b. "The Nature of Logical and Mathematical Thought." *The Monist* 20 (1): 33–75. https://www.jstor.org/stable/27900233.
- Chevalier, J.-M. C. 2011. "Some Arguments for Propositional Logic: MacColl as a Philosopher." *Philosophia Scientiæ*. Travaux d'histoire Et de Philosophie Des Sciences, no. 15-1, 15-1: 129-47. https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.368.
- Fisch, Max, and Atwell Turquette. 1966. "Peirce's Triadic Logic." Transactions of the Charles S. Peirce Society 2 (2): 71–85. https://www.jstor.org/stable/40319524.
- Grattan-Guinness, Ivor. 1998. "Are Other Logics Possible? MacColl's Logic and Some English Reactions, 1905–1912."
- ———. 2011. "Was Hugh MacColl a Logical Pluralist of a Logical Monist? A Case Study in the Slow Emergence of Metatheorising." *Philosophia Scientiae* 151 (1): 189–203. https://www.cairn.info/revue-philosophia-scientiae-2011-1-page-189.htm.
- Lane, Robert. 1999a. "Peirce's Triadic Logic Revisited." Transactions of the Charles S. Peirce Society 35 (2): 284–311. https://www.jstor.org/stable/40320762.
- ——. 1999b. "Peirce's Triadic Logic Revisited." Transactions of the Charles S. Peirce Society 35 (2): 284–311. https://www.jstor.org/stable/40320762.
- ——. 2007. "Peirce's Modal Shift: From Set Theory to Pragmaticism." *Journal of the History of Philosophy* 45 (4): 551–76. https://doi.org/10.1353/hph.2007.0087.
- MacColl, Hugh. 1906. Symbolic Logic and Its Applications. Bombay,: Longmans, Green,; co. Odland, Brent C. 2020-06-22. "Peirce's Triadic Logic: Continuity, Modality, and L," 2020-06-22. https://doi.org/10.11575/PRISM/37964.
- ———. 2021. "Peirce's Triadic Logic: Modality and Continuity." *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 57 (2): 149–71. https://doi.org/10.2979/trancharpeirsoc.57.2.01.
- Peirce, C. S. 1880. "On the Algebra of Logic." American Journal of Mathematics 3 (1): 15–57.

- https://doi.org/10.2307/2369442.
- ——. 1885. "On the Algebra of Logic: A Contribution to the Philosophy of Notation [Continued in Vol. 7, No. 3]." American Journal of Mathematics 7 (2): 180–96. https://doi.org/10.2307/2369451.
- Peirce, Charles S. 1897. "THE LOGIC OF RELATIVES." The Monist 7 (2): 161–217. https://www.jstor.org/stable/27897407.
- ——. 1989. Writings of Charles s. Peirce: A Chronological Edition, Volume 4: 1879–1884. Indiana University Press.
- ———. 2000. Writings of Charles s. Peirce: A Chronological Edition, Volume 6: 1886-1890. Indiana University Press.
- Peirce, Charles Sanders. 2019. *History and Applications*. Edited by Ahti-Veikko Pietarinen. De Gruyter. https://doi.org/doi:10.1515/9783110651409.
- ——. 2021a. The 1903 Lowell Lectures. Edited by Ahti-Veikko Pietarinen. De Gruyter. https://doi.org/doi.10.1515/9783110740462.
- ——. 2021b. *The Logical Tracts*. Edited by Ahti-Veikko Pietarinen. De Gruyter. https://doi.org/doi:10.1515/9783110651423.
- Rahman, Shahid, and Juan Redmond. 2008. "Hugh Maccoll and the Birth of Logical Pluralism." In *Handbook of the History of Logic*, 4:533–604. Elsevier. https://doi.org/10.1016/S1874-5857(08)80016-7.
- Restall, Greg. 2014. "Pluralism and Proofs." Erkenntnis. An International Journal of Analytic Philosophy 79 (S2): 279–91. https://doi.org/10.1007/s10670-013-9477-9.
- Robin, Richard S. 1971. "The Peirce Papers: A Supplementary Catalogue." *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 7 (1): 37–57.
- Robinson, Stetson J., ed. 2022. The Correspondence of Charles s. Peirce and the Open Court Publishing Company, 1890-1914. De Gruyter.
- Stjernfelt, Frederik. 2006. "Two Iconicity Notions in Peirce's Diagrammatology." In *Conceptual Structures: Inspiration and Application*, edited by Henrik Schärfe, Pascal Hitzler, and Peter Øhrstrøm, 70–86. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Tiercelin, Claudine. 2017. "Was Peirce a Genuine Anti-Psychologist in Logic?" European Journal of Pragmatism and American Philosophy 9 (1). https://doi.org/10.4000/ejpap.10 03.
- Turquette, Atwell R. 1988-02-01. "Defining Peirce's Verum." Philosophie Et Culture: Actes Du XVIIe Congrès Mondial de Philosophie 2 (1988-02-01): 842-45. https://doi.org/10.5840/wcp1719882694.
- ——. 1967. "Peirce's Phi and Psi Operators for Triadic Logic." *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 3 (2): 66–73. https://www.jstor.org/stable/40319532.