



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
Instituto de Ingeniería Biológica y Médica  
Escuela de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica  
**IBM2020 Introducción a la Biomecánica**  
Primer Semestre 2023

#### Tarea 4

Fecha de entrega: 26 de mayo, 2023, 23:59.

---

Todos los desarrollos teóricos y códigos computacionales deben ser elaborados en forma individual. Cualquier uso de fuentes o herramientas externas al curso deben ser citadas correctamente. El desarrollo final **debe** ser escrito por usted. Los conceptos generales de los problemas pueden ser discutidos, pero las soluciones no deben ser comparadas. El informe debe contener todos los desarrollos teóricos, resultados numéricos, figuras y explicaciones pedidas para la tarea. Se considerará como parte de la evaluación de la tarea la correcta diagramación, redacción y presentación del informe, pudiendo descontarse hasta 2 puntos por este concepto. Esta tarea se rige bajo la política de atrasos del curso explicada en Canvas.

Todos los códigos deben ser desarrollados en Python y documentados en un Jupyter Notebook. Si necesita, puede también generar librerías auxiliares en formato `.py`. La entrega del informe es de forma electrónica mediante la plataforma Canvas. Se pedirá el informe en formato PDF con el título `tarea_01_apellido_nombre.pdf`. Además, se deberá subir cualquier archivo de código a la misma plataforma. **Incluya en su informe el número de horas dedicadas a esta tarea.**

**Bonus:** Si la nota final de su tarea es  $> 5,5$  y usted entrega su tarea escrita en  $\text{\LaTeX}$  usando el template del curso, y además entrega el archivo `.tex` y las figuras utilizadas, se abonarán 0,5 puntos a la nota final de la tarea. Para esta tarea, el bonus de  $\text{\LaTeX}$  se podrá abonar incluso si su nota es menor o igual a 5,5 si su Jupyter Notebook está correctamente diagramado y explica correctamente todos los procedimientos realizados de principio a fin. El Notebook debiese ser una guía autoexplicativa tanto del procedimiento como del análisis de los datos.

---

En esta tarea trataremos los datos obtenidos de la actividad de laboratorio del viernes pasado, de principio a fin. En Canvas encontrará una carpeta llamada **data** que contiene archivos con los datos. Normalmente, los datos obtenidos tendrían mucho ruido (son una señal biológica finalmente) y habría que filtrarlos. El sistema que tenemos en el laboratorio 2 del IIBM incluye un filtro, así que ese paso no es necesario. Si desea, sin embargo, puede filtrarlos nuevamente. Si lo realiza, especifique cómo.

**Problema 1:** Antes de utilizar cualquier tipo de datos, hay que familiarizarse con ellos. En el archivo `quasistatic.csv` se tienen los datos obtenidos del ensayo cuasiestático y en el archivo `harmonic.csv` se tienen los datos obtenidos del ensayo de deformación armónica.

- i) Abra los archivos `quasistatic.csv` y `harmonic.csv` para familiarizarse con la estructura de los datos. Note que estos son archivos en formato “Comma-Separated Values” (CSV). Esto es un archivo de texto común, con caracteres y filas, donde dentro de cada fila se separan los valores por un *caracter delimitador* que en este caso es una coma. Así, puede armarse un modelo en la cabeza de que cada fila es una observación, y cada “columna” (definida entre comas) es un dato de esa observación. Un archivo CSV se puede abrir con cualquier editor de texto o de planillas.
- ii) Al abrir los archivos verá que las primeras cinco filas no contienen datos. Este es el archivo que se genera directamente desde el laboratorio sin ningún procesamiento. Para facilitar el manejo

computacional de estos datos, escriba en su informe qué dicen estas cinco filas y elimínelas del archivo.

- iii) Para el archivo `quasistatic.csv`, entregue un gráfico tensión contra deformación considerando todos los datos, y luego considerando solo los datos relevantes. Argumente por qué estos son los datos relevantes. Recuerde rotular sus gráficos y considerar las unidades físicas.
- iv) Para el archivo `harmonic.csv`, entregue un gráfico tensión contra deformación considerando todos los datos, y luego considerando solo los datos relevantes. Argumente por qué estos son los datos relevantes. Recuerde rotular sus gráficos y considerar las unidades físicas.

**Problema 2:** Ahora vamos a estudiar los datos cuasiestáticos desde el punto de vista de modelamiento matemático. De aquí en adelante **solo use los datos relevantes**.

- i) Considere un trozo de tejido en un ensayo uniaxial. Con un procedimiento similar al realizado en la tarea anterior, encuentre la función  $\sigma^{\text{nh}}(\lambda)$  que modela la tensión en la dirección del ensayo como función del estiramiento en esa dirección para un material neohookeano incompresible. Utilice las condiciones de superficie libre en las direcciones ortogonales al ensayo para despejar la presión de la expresión.
- ii) En el ensayo uniaxial, se prescribe la deformación. En clases vimos modelos viscoelásticos que relacionan tensión con deformación, y vimos que al prescribir la deformación podemos resolver para la tensión en una ecuación diferencial. Entregue las funciones  $\sigma^{\text{sls}}(\lambda)$  y  $\sigma^{\text{v}}(\lambda)$  que relacionan la tensión con el estiramiento en los modelos de sólido lineal estándar y sólido Voight, respectivamente. Note por favor que el estiramiento  $\lambda$  es distinto a la deformación  $\varepsilon$ . Dada la naturaleza de los datos, puede asumir que el desplazamiento  $u$  es una función lineal del tiempo. Recuerde que el desplazamiento  $u$  es distinto a la deformación y al estiramiento.
- iii) Ajuste los tres modelos usando mínimos cuadrados a los datos obtenidos en `quasistatic.csv` y entregue tres gráficos de los datos comparados con los modelos ajustados. En estos gráficos, los modelos deben ser una línea continua y los datos deben ser puntos (manipule los puntos para que el gráfico sea legible, ya sea modificando el tamaño de los puntos o mostrando solo un subconjunto de los datos). Entregue también una tabla que especifique los parámetros ajustados.
- iv) Comente sobre el ajuste de los modelos a la realidad. Si encuentra grandes diferencias, de algunas razones de por qué podría ser así. Comente sobre los supuestos del modelo (en particular, los supuestos de que el tejido es unidimensional) y la realidad que observó.

**Problema 3:**

- i) Calcule la expresión analítica para el módulo de pérdida  $E''$  para los modelos de sólido lineal estándar y sólido de Voight.
- ii) Para un ciclo de la excitación armónica en los datos, calcule la energía disipada usando  $W = \oint \sigma \, d\varepsilon$ . Necesitará aproximar numéricamente la integral. NumPy y SciPy tienen herramientas integradas para realizar esto fácilmente.
- iii) El módulo de pérdida y la frecuencia de oscilación entregan una expresión analítica de la energía disipada desde el modelo. Usando los parámetros del problema anterior, calcule la predicción del modelo en cuanto a la energía disipada y compárelos con la energía disipada observada. ¿Qué modelo ajusta mejor? Liste algunas razones que pueden explicar la calidad del ajuste.
- iv) (BONUS) Ajuste los datos armónicos al modelo y obtenga nuevos parámetros. Luego repita el último ejercicio. ¿Qué cambia?