

## IBM2101 – Imágenes Biomédicas

2do semestre del 2022

Instituto de Ingeniería Biológica y Médica  
Pontificia Universidad Católica de Chile

### Tarea #2

**Fecha de entrega:** martes 13 de septiembre a las 11:59pm

**Instructor:** Carlos A. Sing Long

**Ayudante:** Ignacio Contreras

---

#### Problema 1: Efectos geométricos en radiografías

**Nota:** En este problema la configuración es en dos dimensiones, por lo que las imágenes son en una dimensión.

Considere una fuente puntual a una distancia  $d$  del detector y denote por  $I_0$  la magnitud de la intensidad observada en el punto focal en el detector. Suponga que sitúan entre la fuente y el detector dos cubos de lado  $\ell < d$  cada uno con uno de sus lados paralelos al detector. El centro de cada cubo está a una distancia  $a$  del detector ( $\ell/2 \leq a \leq d - \ell/2$ ). Los cubos están separados entre ellos una distancia  $\delta > 0$ . Cada cubo está hecho de un material homogéneo con coeficiente de atenuación  $\mu$ . En la Fig. 1 puede ver un diagrama del montaje experimental.

- (1.1) Implemente un simulador numérico que, usando la ley de Beer-Lambert, le permita determinar la imagen que se adquiere a partir del montaje experimental en Fig. 1. Muestre los resultados de su simulación para los valores  $I_0 = 1$ ,  $d = 1$ ,  $a = 0,5$ ,  $\ell = 0,25$  y  $\delta \in \{0,05, 0,15, 0,25, 0,5, 0,75\}$ . Describa en sus propias palabras qué observa en cada una de estas imágenes.
- (1.2) Experimentando para distintos valores de  $\delta$  determine la separación a partir de la cuál es posible identificar los dos cubos por una franja negra, y la separación a partir de la cuál se dificulta distinguir dos objetos. Justifique sus resultados con argumentos geométricos.
- (1.3) En términos generales, la *resolución* de un sistema de formación de imágenes está dada por la distancia mínima a la que dos objetos deben estar para que sea posible identificarlos unívocamente en la imagen obtenida. Explique en sus propias palabras y a partir de sus resultados qué parámetros del montaje experimental afectan la resolución. ¿Qué ocurre cuando la fuente está en infinito?

#### Problema 2: Endurecimiento de los rayos X

Un rayo *policromático* se propaga la dirección  $\hat{x}$ . Dado que los fotones que conforman el rayo tienen energías distintas, caracterizamos la intensidad del rayo compuesto por fotones con una misma energía a través de una función  $I_{\text{rayo}} = I_{\text{rayo}}(E)$ . En otras palabras, el rayo compuesto por los fotones de energía  $E$  tiene intensidad  $I_{\text{rayo}}(E)$ .

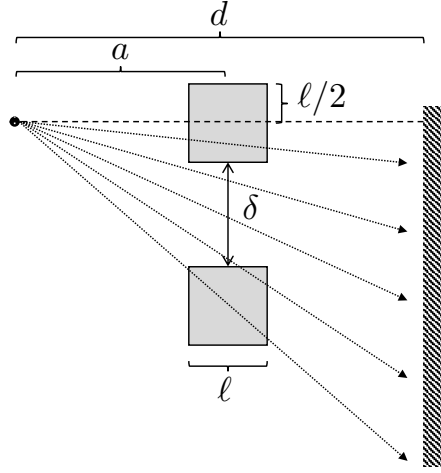


FIGURA 1. Montaje experimental para el Problema 1

Al propagarse, los fotones encuentran un objeto de longitud  $L$  constituido por un material con un coeficiente de atenuación lineal que depende de la energía del fotón incidente de acuerdo a la función

$$\mu(x, E) = \begin{cases} \mu_0 e^{-\frac{E}{E_0}} & \text{si } x \in [0, L], \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

donde  $\mu_0$  y  $E_0$  son parámetros conocidos.

- (2.1) Explique en sus propias palabras por qué es razonable que el coeficiente de atenuación lineal disminuya cuando la energía aumenta.
- (2.2) Utilizando la ley de Beer-Lambert, determine la variación en la intensidad que experimenta el rayo de fotones de energía  $E$  una vez que atraviesa el material.
- (2.3) Suponga que la energía que los fotones tienen se encuentra en un rango predefinido, y que la intensidad de los rayos compuesto por fotones de la misma energía es constante, esto es,

$$I_{\text{rayo}}(E) = \begin{cases} I_0 & E \in [E_{\text{mín}}, E_{\text{máx}}] \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Determine la distribución de la intensidad en función de la energía una vez que los rayos atraviesan el material ¿Cómo se diferencia la distribución de la intensidad respecto a la energía en  $x = 0$  comparado con  $x = L$ ? Este fenómeno se conoce como *endurecimiento de los rayos X*.

- (2.4) Explique el efecto que el endurecimiento de los rayos puede tener al formar una imagen.

**Pista:** ¿Dónde deben estar los objetos para generar un mayor contraste?

### Problema 3: Materiales para el ánodo

La energía de los rayos X depende de la emisión característica del material que constituye el ánodo. Dos materiales que se usan comúnmente son el Tungsteno (Tu) y el Molibdeno (Mo). Investigue y explique cuáles

son las diferencias entre los rayos emitidos por estos materiales, y las aplicaciones en que se prefiere utilizar un material por sobre el otro. Indique además la emisión característica de cada material.