

IBM2101 – Imágenes Biomédicas

2do semestre del 2022

Instituto de Ingeniería Biológica y Médica
Pontificia Universidad Católica de Chile

Tarea #3

Fecha de entrega: jueves 29 de septiembre a las 11:59pm

Instructor: Carlos A. Sing Long

Ayudante: Ignacio Contreras

Problema 1: Algunas transformadas de Radon

Determine en cada caso la transformada de Radon de la función $\mu : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Además indique en cada caso para qué valores de $p \in \mathbb{R}$ y $\theta \in [0, 2\pi)$ la transformada es diferenciable en la variable p . ¿Qué relación existe entre los valores donde $\mathcal{R}\mu$ es no-diferenciable y la función μ ?

(1.1) La función

$$\mu(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & |x_1| \leq 1/2 \text{ y } |x_2| \leq 1/2 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

(1.2) La función

$$\mu(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Problema 2: Resolución

En este problema consideramos un objeto con coeficiente de atenuación lineal μ igual a 1 compuesto por dos discos de radio r separados por una distancia $d > 2r$. Si el origen del centro de coordenadas coincide con el eje de rotación de un sistema CT entonces el centro de uno de los discos está en la posición $(-d/2, 0)$ mientras que el centro del otro está en la posición $(+d/2, 0)$.

- (2.1) Use su resultado en el Problema 1 para determinar fácilmente la transformada de Radon de μ como la suma de las transformadas de Radon asociadas a los dos discos.
- (2.2) ¿Para qué ángulo las transformadas de Radon de cada disco se superponen? ¿Para qué ángulo la separación entre ellas es máxima?
- (2.3) A partir de ello, determine el mínimo Δp con que se debe muestrear la transformada de Radon antes que para al menos un valor de θ no sea posible identificar los dos discos.
- (2.4) Determine la mínima tasa de muestreo antes que no sea posible distinguir los discos para ningún valor de θ .

- (2.5) A partir de este análisis, determine la resolución de un sistema de CT donde el sensor tiene pixeles de magnitud Δp .

Problema 3: Reconstrucción numérica

El archivo `ct_radon.npz` contiene un arreglo `RX` tipo `numpy.ndarray` de tamaño 800×180 representando los valores de una transformada de Radon, un arreglo `p` tipo `numpy.ndarray` de tamaño 1×800 con los valores de p y un arreglo `theta` tipo `numpy.ndarray` de tamaño 1×180 con los valores de θ . Las filas de `RX` representan la variable p mientras que las columnas representan la variable θ .

- (3.1) Proponga e implemente en Python la retroproyección filtrada usando técnicas **en el dominio de Fourier**. Debe explicar claramente su algoritmo, indicando los pasos a seguir y el propósito de cada uno de ellos. Invierta la transformada de Radon `RX` usando este método. ¿A qué corresponde la imagen? ¿Qué tipo de artefactos visuales observa en su reconstrucción?
- (3.2) Proponga e implemente en Python la retroproyección filtrada usando técnicas **en el dominio del espacio**, esto es, usando la transformada de Hilbert. Debe explicar claramente su algoritmo, indicando los pasos a seguir y el propósito de cada uno de ellos. Invierta la transformada de Radon `RX` usando este método. ¿A qué corresponde la imagen? ¿Qué tipo de artefactos visuales observa en su reconstrucción?
- (3.3) Compare los resultados obtenidos. Los artefactos visuales, ¿son los mismos? ¿Qué tipo de diferencias observa? ¿Cuál de los dos métodos que implementó le parece más apropiado?