



Tarea 1

Profesor: Carlos A. Sing Long
Ayudante: Iván Vergara Lam

Problema 1

Se define la función auxiliar unidimensional

$$w(x) = e^{\frac{-(x+a)^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

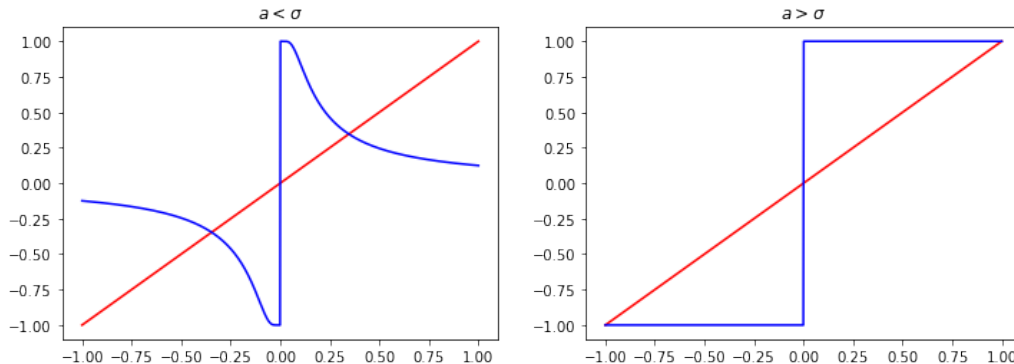
Para hallar un punto crítico de la función se utiliza la condición de primer orden $w'(x) = 0$.

$$\begin{aligned} w'(x) &= \frac{-(x+a)}{\sigma^2} \cdot e^{\frac{-(x+a)^2}{2\sigma^2}} + \frac{-(x-a)}{\sigma^2} \cdot e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} \\ &= \frac{-x}{\sigma^2} \cdot [e^{\frac{-(x+a)^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}] + \frac{a}{\sigma^2} \cdot [e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} - e^{\frac{-(x+a)^2}{2\sigma^2}}] = 0 \end{aligned}$$

Igualando a cero y despejando, se obtiene:

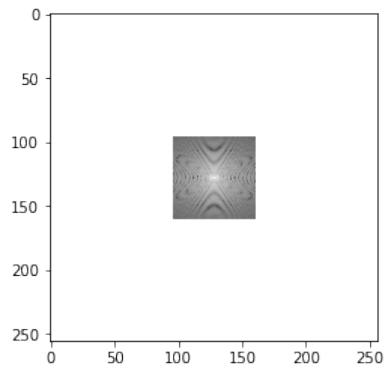
$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= \frac{e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} - e^{\frac{-(x+a)^2}{2\sigma^2}}}{e^{\frac{-(x+a)^2}{2\sigma^2}} + e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}} \\ &= \frac{e^{\frac{a^2}{\sigma^2} \frac{x}{a}} - e^{-\frac{a^2}{\sigma^2} \frac{x}{a}}}{e^{\frac{a^2}{\sigma^2} \frac{x}{a}} + e^{-\frac{a^2}{\sigma^2} \frac{x}{a}}} = \tanh\left(\frac{a^2}{\sigma^2} \frac{x}{a}\right) \end{aligned}$$

A partir de lo obtenido, se grafica la tangente hiperbólica para el caso en que $a < \sigma$ y para el caso en que $a > \sigma$. A partir de los gráficos, se puede apreciar que en el primer caso la función cuenta con dos máximos, mientras que en el segundo caso solo existe uno.

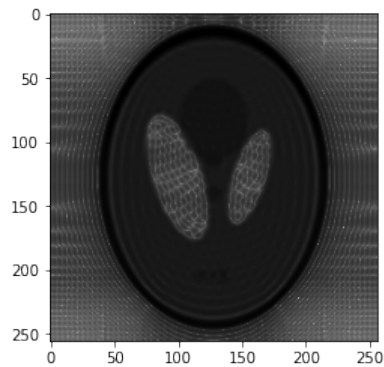


Problema 2

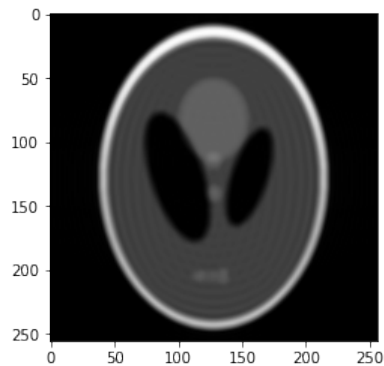
Se obtiene la transformada de Fourier y se elimina lo que se encuentra fuera del centro de 64 x 64 pixeles, de lo que se obtiene la siguiente figura:



Continuando, al calcular la transformada de Fourier inversa:



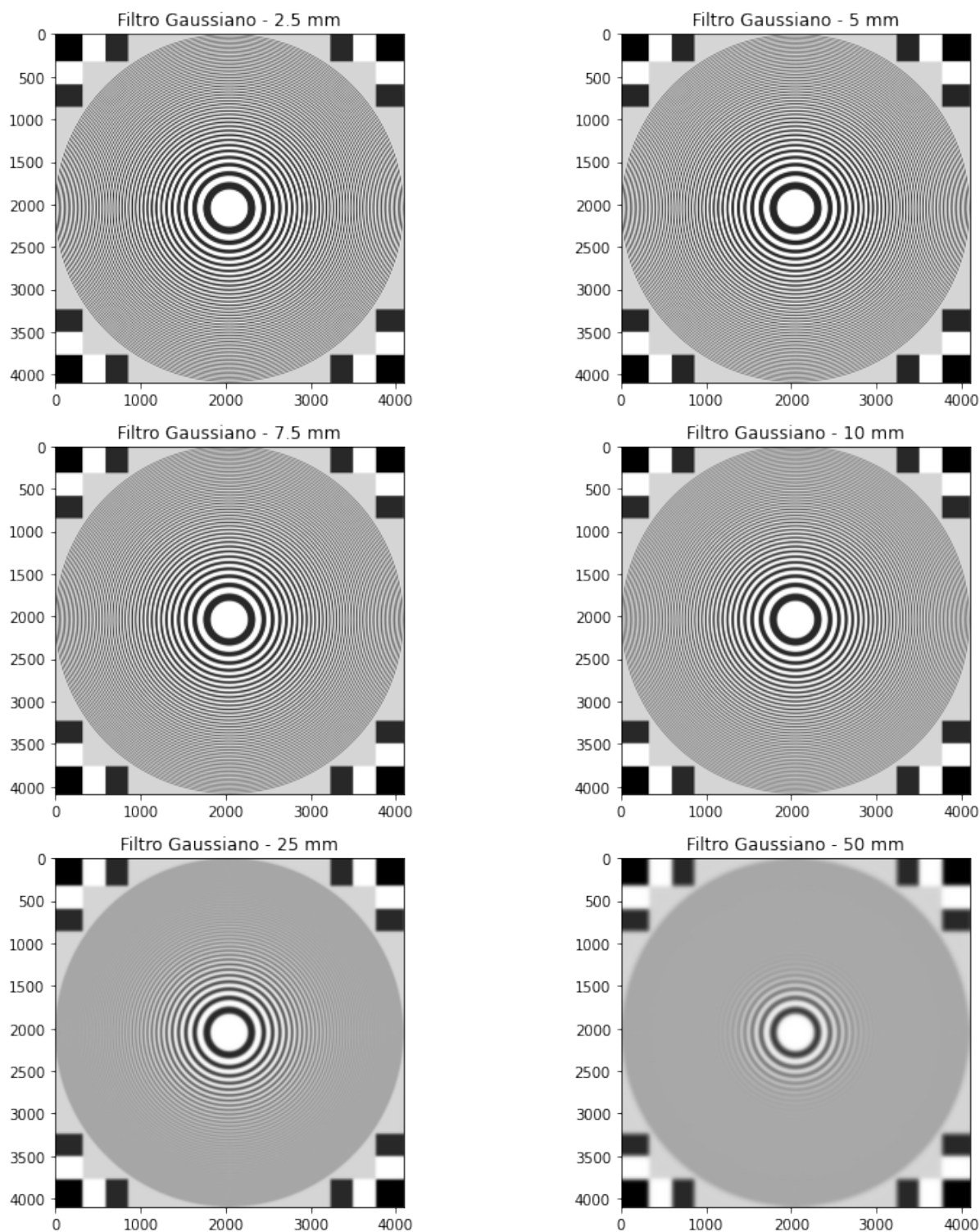
Se observa como se recupera parcialmente la imagen, pero se pierden detalles. Al aplicar una ventana Hamming, se obtiene:



Es fácil notar que la imagen es mucho más clara en cuanto a los detalles.

Problema 3

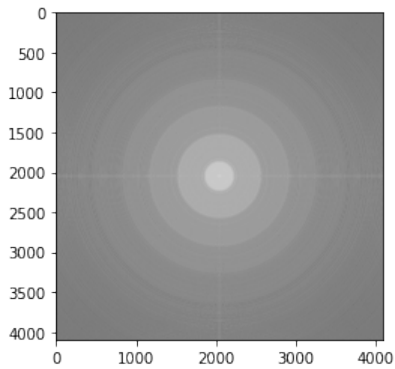
Se le aplicó el filtro con seis valores de R distintos a la imagen de prueba, de lo que se obtuvo lo siguiente:



Se puede apreciar como la imagen se vuelve cada vez más borrosa, a medida que el valor de R aumenta, se pierden los detalles y se dificulta distinguir en la zona exterior de la figura, donde las líneas son más delgadas.

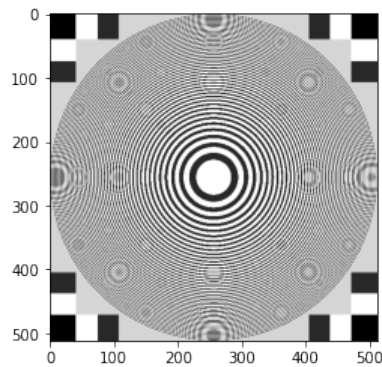
Problema 4

Se calcula la DFT de la figura:

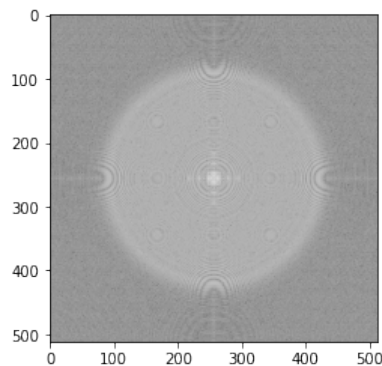


Se aprecia como no decae rápidamente, sino que corresponde a un decaimiento gradual.

Al muestrear cada 8 píxeles, se aprecia como aparecen pequeños círculos dentro de la figura:



En cuanto a su DFT, esta exhibe un decaimiento más lento, pero abrupto:



Al aplicar un filtro Gaussiano, desaparecen algunos de los pequeños círculos que aparecieron al muestrear la figura:

