

## IBM2101 – Imágenes Biomédicas

2do semestre del 2022

Instituto de Ingeniería Biológica y Médica  
Pontificia Universidad Católica de Chile

### Tarea #6

**Fecha de entrega:** viernes 2 de diciembre a las 11:59pm

**Instructor:** Carlos A. Sing Long

**Ayudante:** Ignacio Contreras

---

#### Problema 1: Campo de visión y resolución

Considere el objeto que se muestra en la Fig. 1 dado por

$$u(x, y) = \text{rect}(x) \text{rect}(y) - \text{rect}(2x) \text{rect}(2y).$$

con

$$\text{rect}(s) = \begin{cases} 1 & |s| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

En este problema consideraremos un muestreo cartesiano en el espacio  $k$  con pasos  $\Delta k_x$  y  $\Delta k_y$  en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente.

- (1.1) Determine los valores de  $\Delta k_x$  y  $\Delta k_y$  para obtener valores de campos de visión (centrados en el origen)

$$(\text{FOV}_x, \text{FOV}_y) \in \{(2, 2), (1, 2), (1/2, 2), (1/2, 1)\}.$$

- (1.2) Para los cuatro pares de valores  $(\Delta k_x, \Delta k_y)$  determine el número de muestras necesarias en la dirección  $x$  e  $y$  para obtener las resoluciones

$$(\Delta x, \Delta y) \in \{(0,25, 0,25), (0,05, 0,05), (0,01, 0,01)\}.$$

Determine además los valores  $k_x^{\text{máx}}$  y  $k_y^{\text{mín}}$ .

- (1.3) Utilizando la forma cerrada de la transformada de Fourier de  $u$ , determine los valores que habría muestreado para todas las combinaciones de campos de visión y de resolución en (1.1) y (1.2). Son 12 en total. Utilice la transformada de Fourier discreta para reconstruir la imagen a partir de los datos muestreados. Interprete sus resultados. Ponga especial atención en los casos para los que

$$(1.3.1) \quad (\text{FOV}_x, \text{FOV}_y) = (1/2, 1)$$

$$(1.3.2) \quad \Delta x = \Delta y = 0,25.$$

#### Problema 2: Trayectorias

Considere el mismo objeto del Problema 1. En esta oportunidad consideramos adquisiciones radiales, donde

$$\vec{k}_\theta(t) = t \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

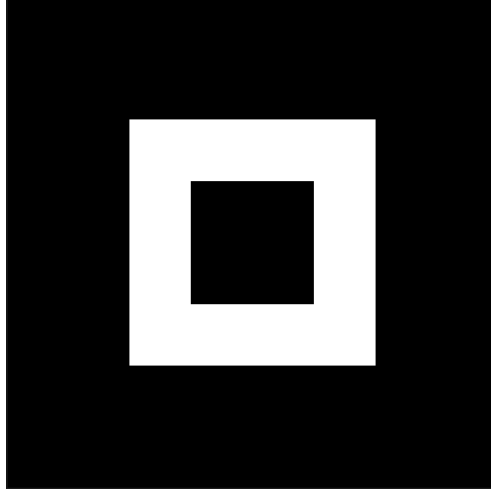


FIGURA 1. Función a utilizar para los Problemas 1 y 2.

Consideramos que para cada una de estas trayectorias, esto es, para cada  $\theta$ , se adquiere la señal durante un intervalo de tiempo  $T$ .

- (2.1) Suponga que adquiere  $N_r$  muestras radiales para cada uno de  $N_\theta$  ángulos en una malla equiespaciada en  $[0, 2\pi)$ . Proponga un método para reconstruir la imagen a partir de estas muestras utilizando la transformada de Fourier discreta. *Sugerencia:* Busque información acerca de algoritmos de *gridding*.
- (2.2) Utilizando los resultados para un muestreo cartesiano, proponga un método para elegir  $T$ ,  $N_r$  y  $N_\theta$  para obtener una reconstrucción con  $\text{FOV}_x = \text{FOV}_y = 0,75$  y  $\Delta x = \Delta y = 0,05$ . *Sugerencia:* Recuerde que  $\Delta r = T/N_r$  y  $\Delta\theta = 2\pi/N_\theta$  y que la muestra más lejana al origen está a una distancia  $r_{\text{máx}} = T(N_r - 1)/N_r$  del origen.
- (2.3) Utilizando la expresión cerrada para la transformada de Fourier de  $u$  utilice el método de reconstrucción propuesto en (2.1) con los parámetros que propuso en (2.2) para reconstruir la imagen utilizando la transformada de Fourier discreta. Recuerde que en este caso las muestras son adquiridas en los puntos

$$\vec{k}_{n_r, n_\theta} = n_r \frac{T}{N_r} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{N_\theta} n_\theta\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi}{N_\theta} n_\theta\right) \end{bmatrix} \quad \text{para } n_r \in \{0, \dots, N_r - 1\}, \quad n_\theta \in \{0, \dots, N_\theta - 1\}.$$