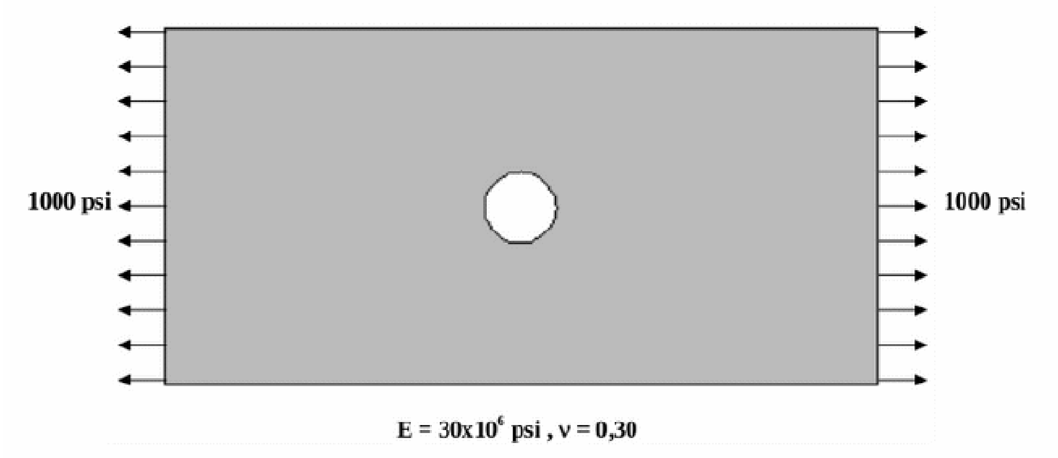
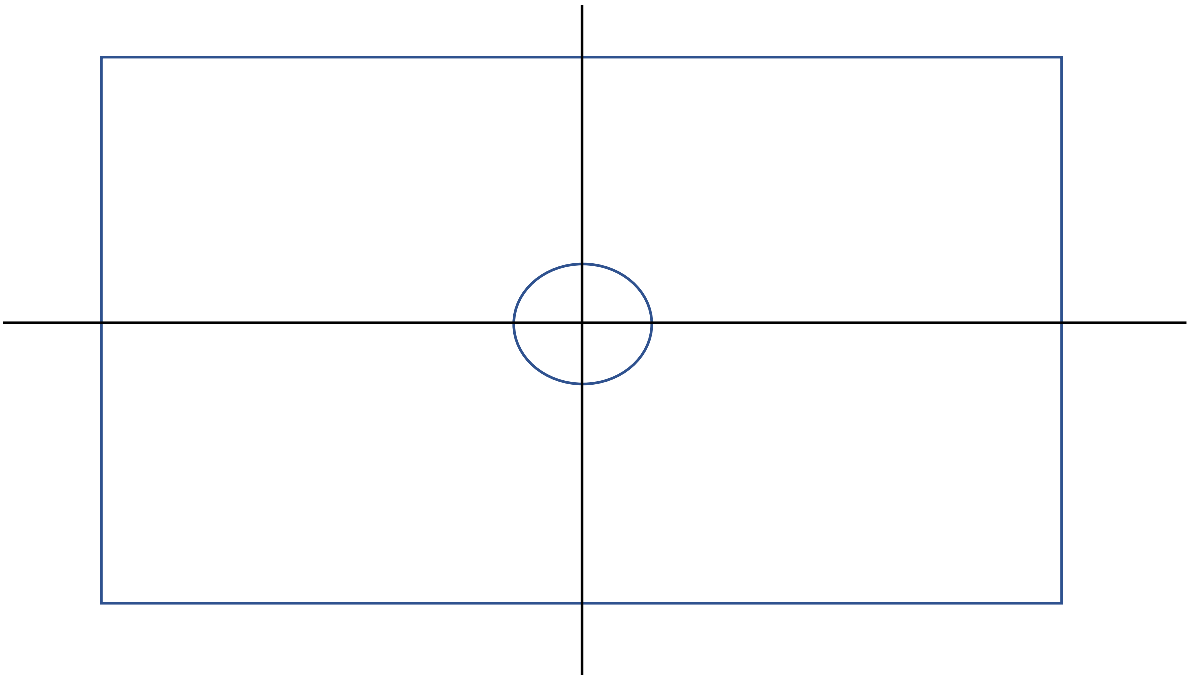
Guia 3 Ejercicio 2

El problema presentado acá es el siguiente:



Para la resolución del problema se implementa el método de elementos finitos, diviendo el volumen del solido en pequeños volúmenes llamados elementos. Antes de entrar en detalle con la resolución primero veamos si el problema puede simplificarse.

Si analizamos con detalle veremos que el sólido es simétrico si colocamos una línea vertical en la mitad. De igual manera podemos ver que el problema tiene simetría si colocamos una línea de forma horizontal



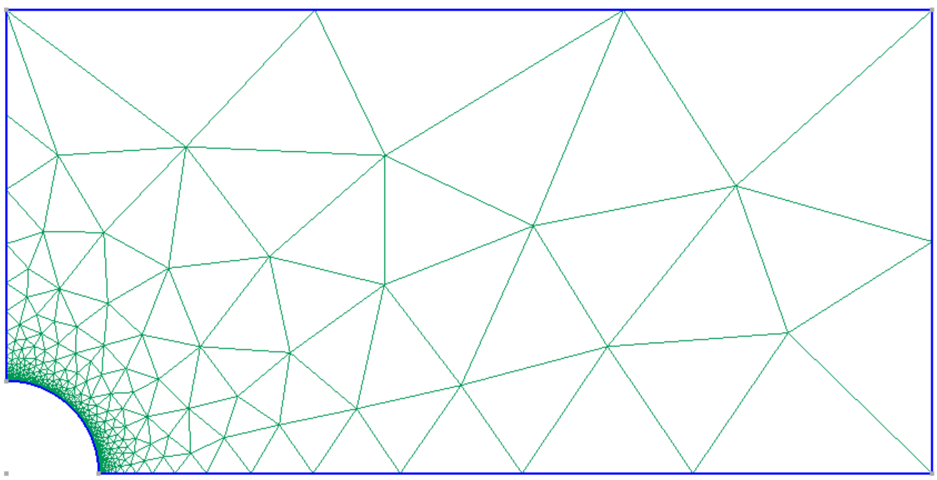
Cada uno de los cuadrados es idéntico a los otros por lo tanto podemos simplificar el problema al siguiente:

Sin embargo, el utilizar este modelo implica traer ciertas consideraciones (que se deducen a partir de conceptos físicos), la primera es que en la pared izquierda vertical no puede haber desplazamientos en el eje x ya que es en centro de la chapa traccionada de manera simétrica, siguiendo la misma lógica la línea horizontal inferior no puede tener desplazamientos en el eje y.

Ahora si ya se tiene el modelo y las condiciones de contorno necesarias para realizar el análisis de elementos finitos, la base teórica y las ecuaciones a resolver ya fueron planteadas en clase asi que me centrare en explicar algunos detalles adicionales.

1) Mallado:

   El mallado que utilice es un mallado mas fino cerca del cuarto de circulo y mas grueso en el resto de la pieza. Esto se debe a que la convergencia fuera del circulo es mucho más rápida por lo que usar el mismo mallado en toda la pieza no traería ningún beneficio (De igual manera esto quedara mas claro en la sección de resultados)

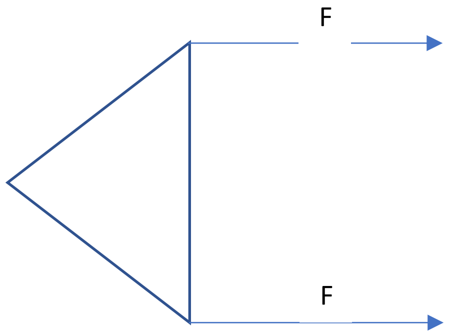


Representación de cómo será el mallado

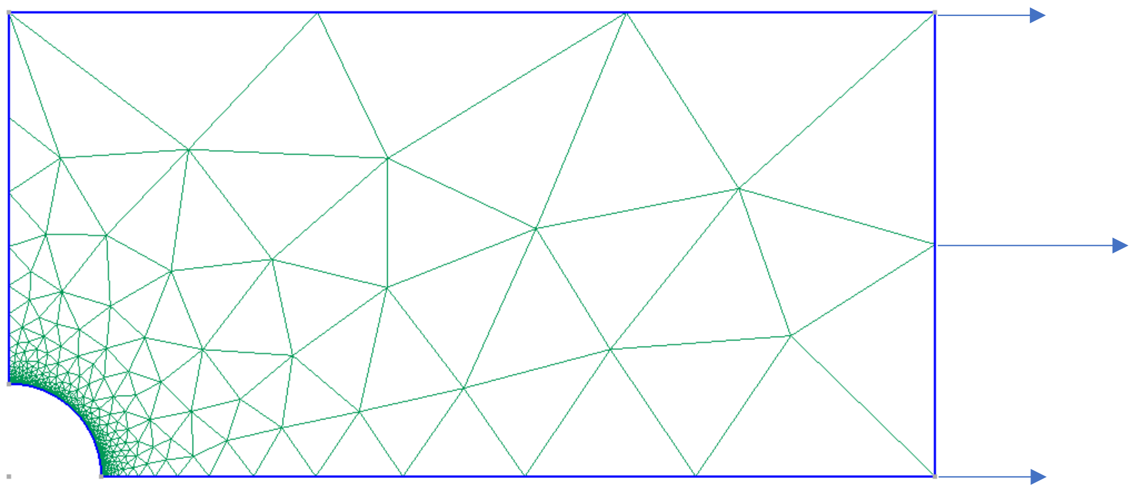
2) Condiciones de contorno:

Como ya he dicho más arriba, la línea vertical izquierda tiene desplazamiento en x nulo y la línea horizontal inferior tiene desplazamiento en y nulos. Pero en cuanto a las fuerzas hay que mencionar como es su distribución a lo largo de la línea vertical derecha:

Cada elemento sobre esa superficie tendrá 2 fuerzas aplicadas en sus nodos como se muestra a continuación:



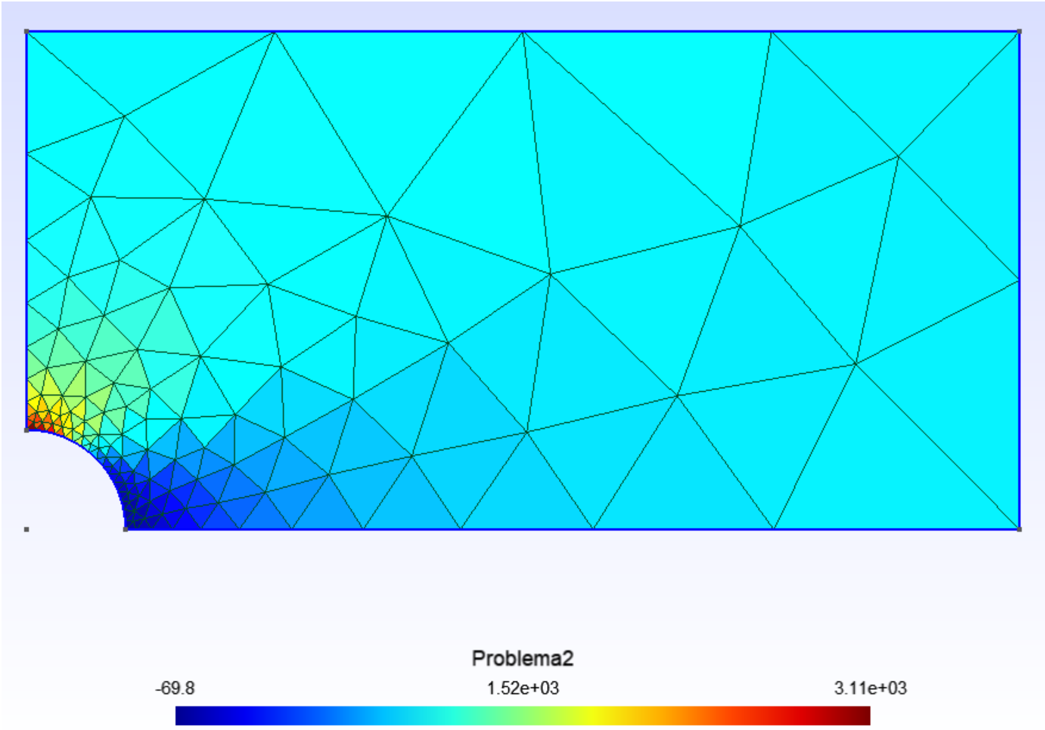
Ahora si tenemos varios elementos pegados, las fuerzas en los nodos en común se sumarán por lo tanto la distribución de fuerzas será algo asi (esquemáticamente):



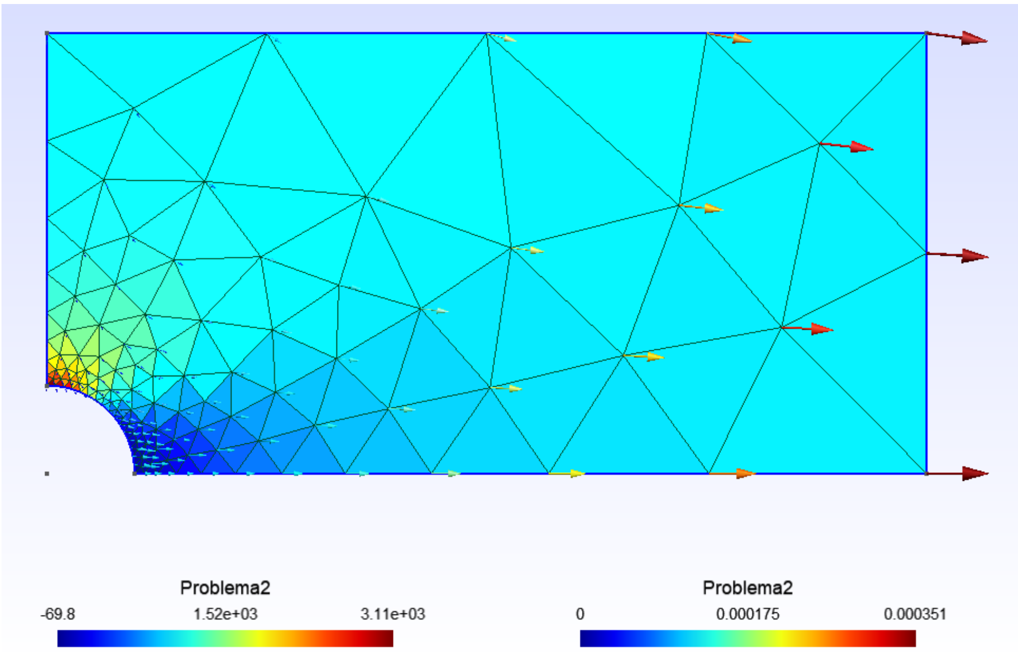
Esto que acabo de explicar será muy importante a la hora de plantear el código y definir los vectores con las condiciones de contorno.

<u>Resultados</u>

Para el mallado propuesto:

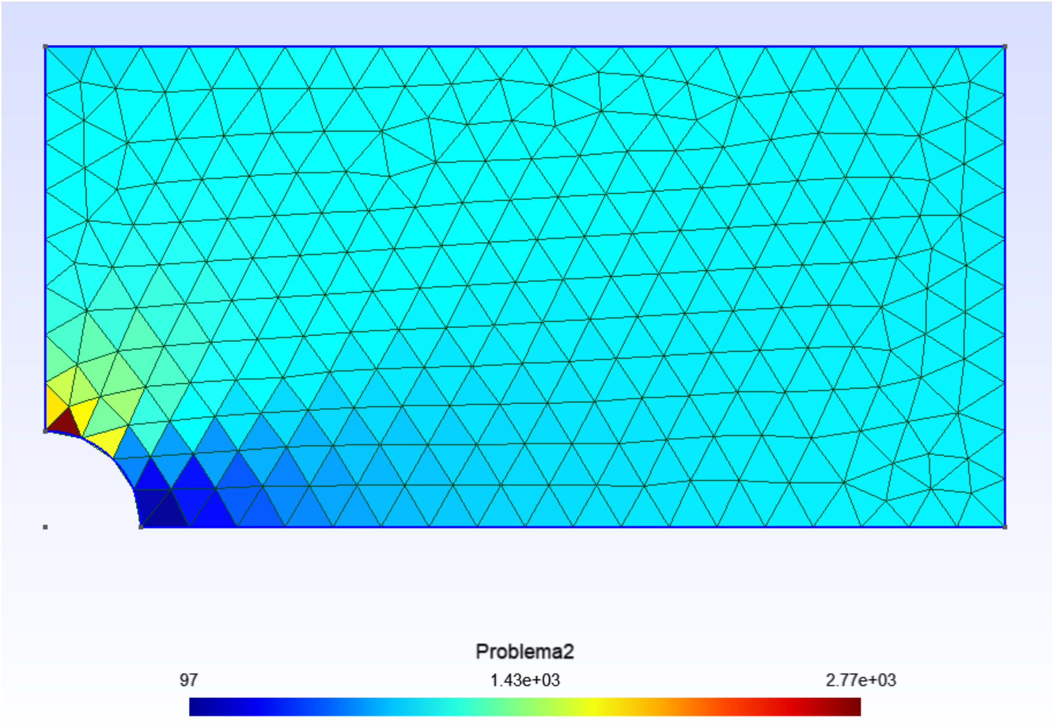


Distribución de las tensiones normales

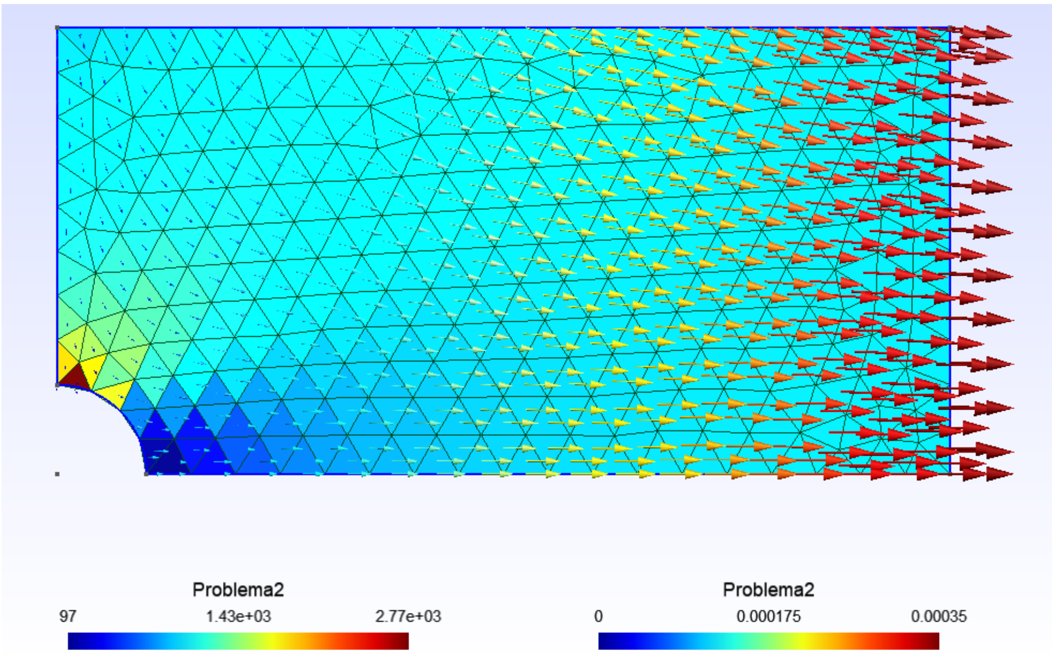


Distribución de las tensiones normales y los desplazamientos de cada nodo

Para un mallado fino e igual en todos los nodos:

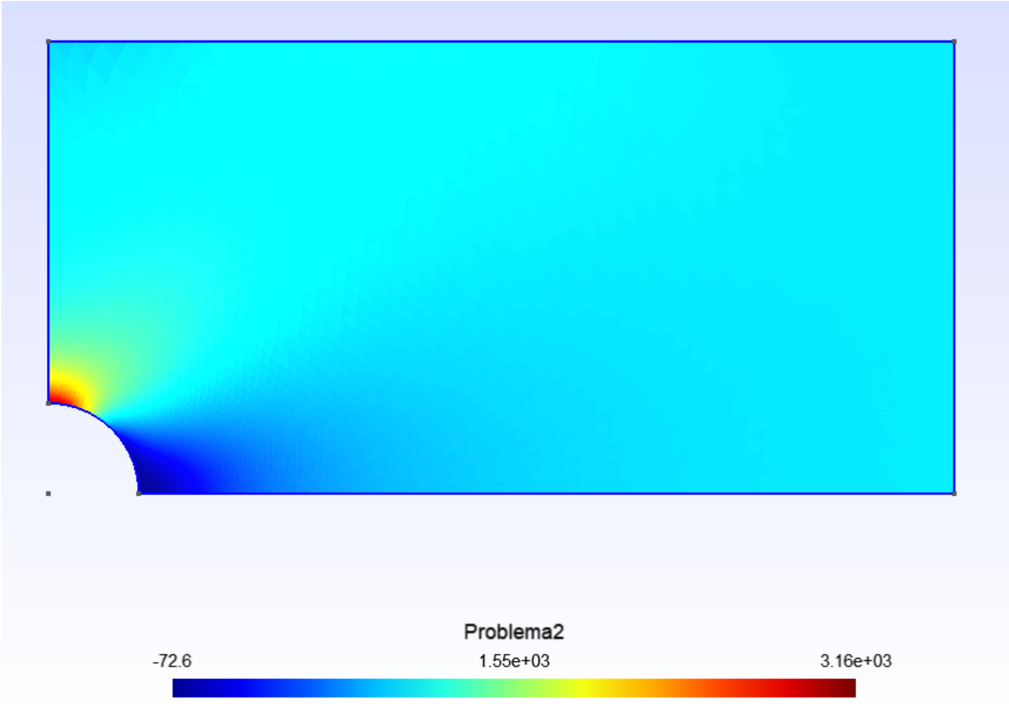


Distribución de las tensiones normales



Distribución de las tensiones normales y los desplazamientos de cada nodo

Por último, para el mallado más fino (no homogéneo) que corre el programa:



Distribución de las tensiones normales

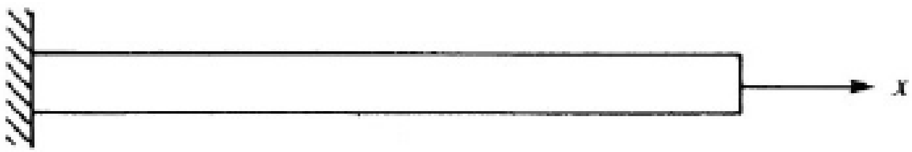
Conclusiones

Como se ve en los resultados alejándose del cuarto de circulo los valores son los mismos, pero usando un mallado homogéneo tardo más tiempo en resolver el sistema por lo que conviene usar un mallado que se afine cerca del agujero.

Los resultados además se condicen con lo esperado teóricamente, es decir que el agujero actúe como concentrador de tensiones.

<u>Guía 4 Ejercicio 1</u>

En este problema se buscó encontrar los modos normales de vibración transversales del siguiente sistema:



Con los siguientes datos:

- E = 210GPa
- Largo = 1m
- Area = 10 cm2
- Densidad = 7850 Kg/m3
- Momento de inercia = 10 cm4

Para la resolución del mismo se plantearon elementos unidimensionales seccionando la barra, es decir para 3 elementos se divide la barra en 3 (Dando 4 nodos). Los modos normales se encuentran a través de la siguiente ecuación:

$$\left([K]-\omega^2[M]\right)\{u\}=0$$

Para que los modos normales sean los que corresponden a los modos transversales se debe escribir la matriz de rigidez K como si fuera la matriz de una viga:

$$\begin{Bmatrix} f_1\\ m_1\\ f_2\\ m_2\end{Bmatrix} = \boxed{\boldsymbol{K}\quad \left(\frac{EI}{L^3}\right)\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L\\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2\\ -12 & -6L & 12 & -6L\\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2\end{bmatrix}}\begin{Bmatrix} d_1\\ \phi_1\\ d_2\\ \phi_2\end{Bmatrix}$$

En cuanto a la matriz de masas se plantean 2 modelos:

Matriz de masa consistente:

$$[m]=\frac{\rho AL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es la que nos dará la convergencia más rápida (Esto se verá nuevamente en los resultados) pero puede no ser muy cómoda de trabajar ya que no es una matriz diagonal.

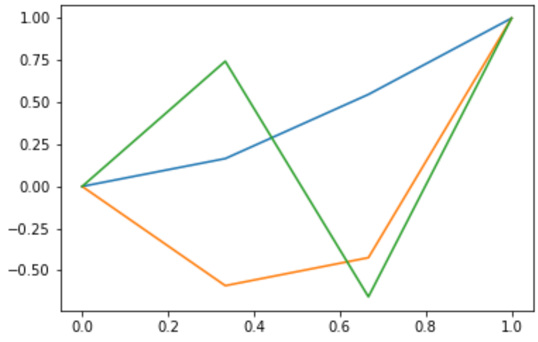
Matriz de masa concentrada:

$$[m]=\frac{\rho AL}{24}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L^2 \end{bmatrix}$$

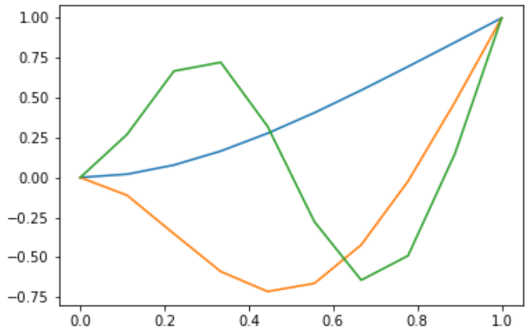
Esta matriz es diagonal por lo tanto es mas cómoda de trabajar, pero la convergencia es mucho más lenta.

Resultados

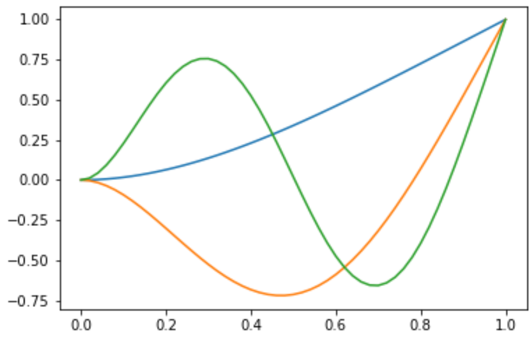
Se grafican los tres primeros modos normalizados usando las matrices de masa consistente:



Para 4 nodos

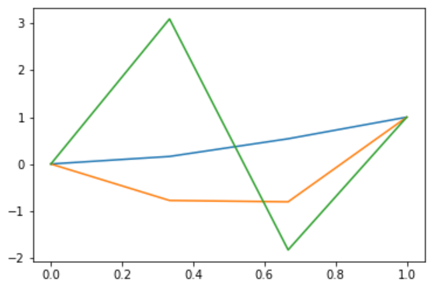


Para 10 nodos

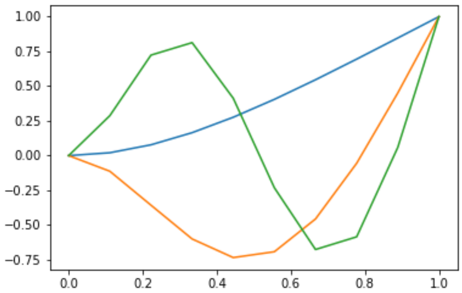


Para 51 nodos

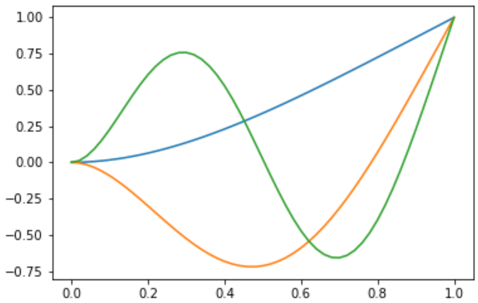
Se grafican los tres primeros modos normalizados usando las matrices de masa concentrada:



Para 4 nodos

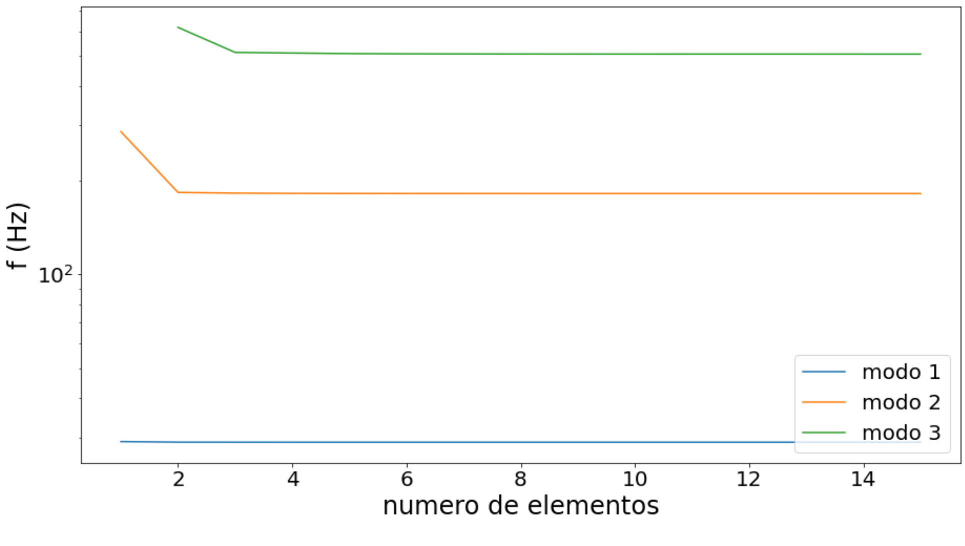


Para 10 nodos

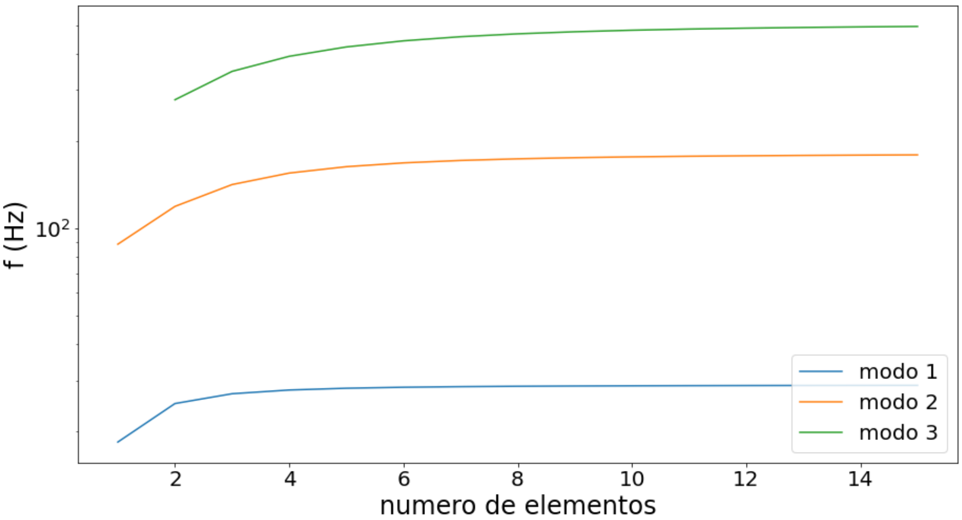


Para 51 nodos

Luego se grafica la convergencia de ambas matrices en función del número de elementos:



Convergencia con masa consistente



Convergencia con masa concentrada

Conclusiones

Se puede apreciar que si bien para 9 y 25 nodos los resultados son similares en ambos casos (matriz de masa concentrada o consistente) con el uso de la matriz de masa consistente el sistema converge mucho más rápido y eso se puede apreciar viendo los gráficos para 3 nodos y viendo las curvas de convergencia de la frecuencia contra el número de elementos.

Además, vale aclarar que yo solo grafique los primero 3 modos, pero con cada nuevo nodo que agrego mas frecuencias y modos naturales.