Индивидуальное домашнее задание 1

Группа БПМИ221. Вариант 9

Студент: Захаров Иван

1. Даны две матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & -7 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Найдите решение системы $ABx = 0$.

2. Найдите минимальный многочлен матрицы для каждого значения параметра $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{bmatrix} -4 & 0 & 3\,t \\ -2 & -4 & 6 - 5\,t \\ 0 & 0 & -4 + t \end{bmatrix}$$

3. Объясните существует ли матрица A размера 2 на 3 такая, что системе $Ax = 0$ удовлетворяют векторы:

$$[\begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}]$$

   и при этом система $Ax = b$ имеет решение для вектора b ниже:

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -9 \end{bmatrix}$$

4. Найдите все матрицы 3 на 3, коммутирующие с данной:

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -6 \\ 2 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

5. Для матрицы A найдите какое-нибудь разложение следующего вида

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 6 & 5 & -2 \\ -3 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_1 \\ 4 & a_2 \\ -3 & a_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

   Пользуясь этим великим знанием, найдите $\mathrm{tr}(A^{2020})$.