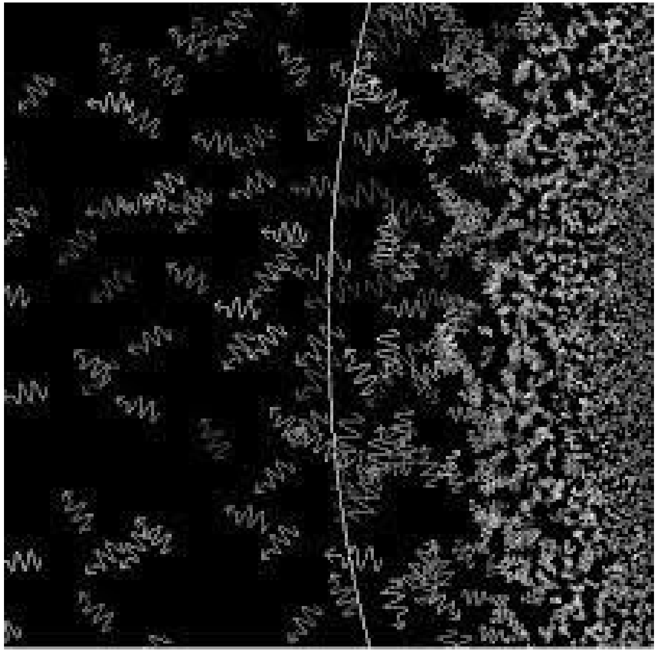
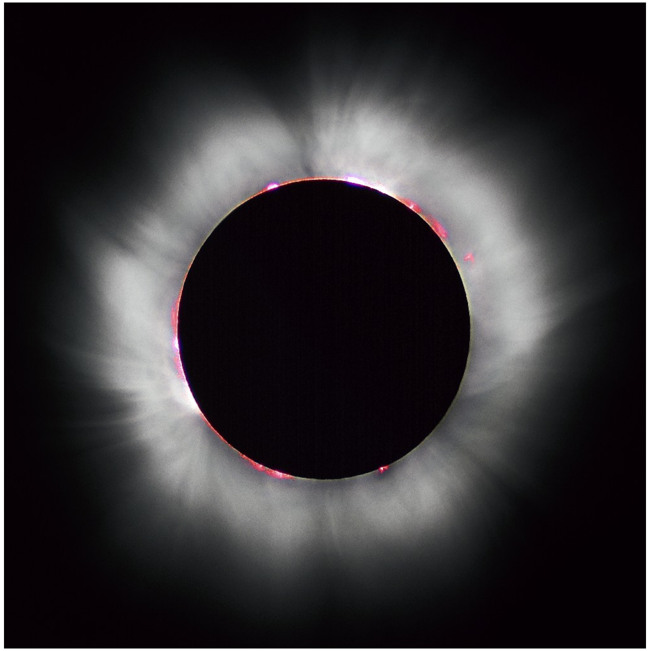


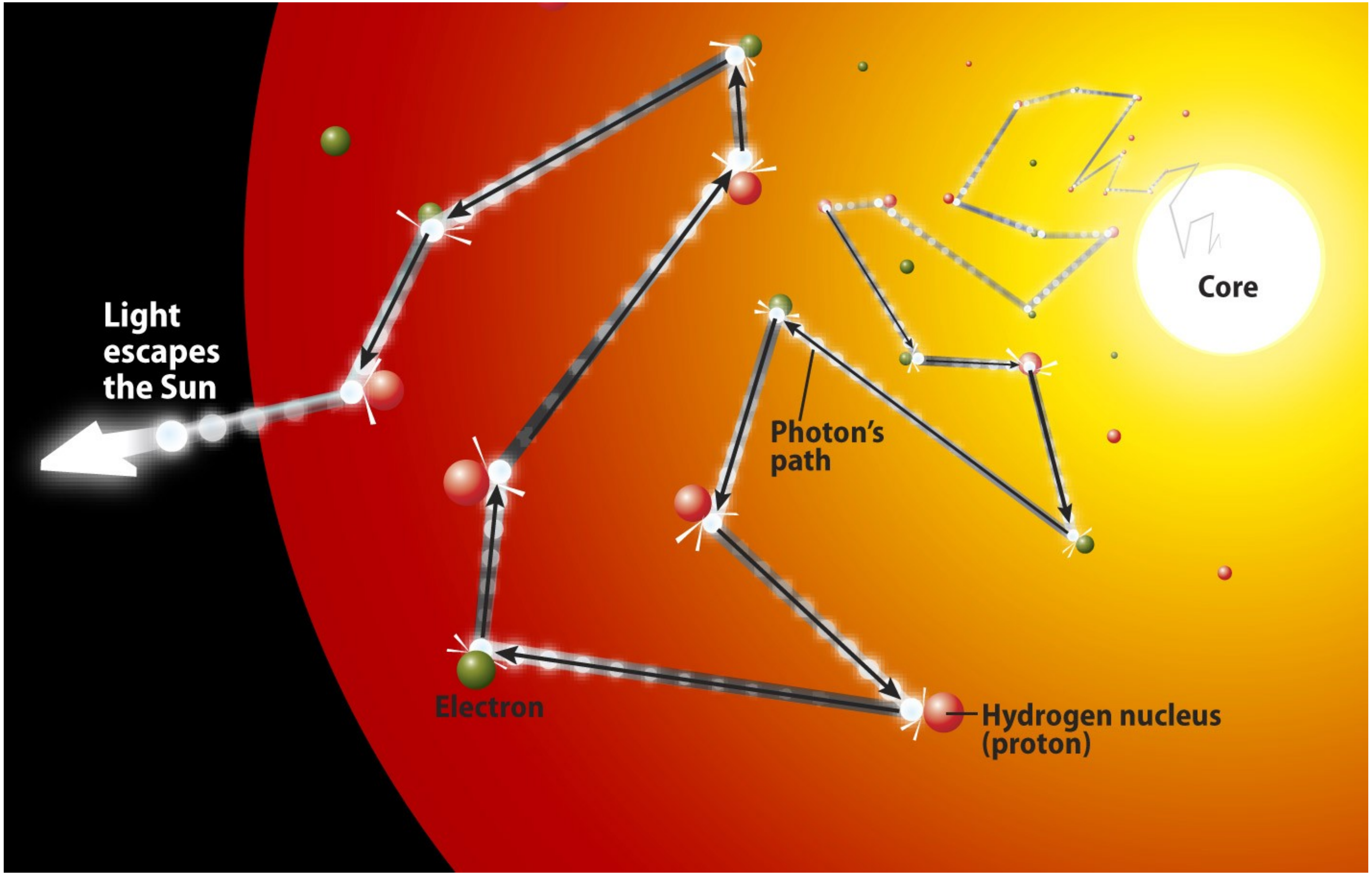


Teorija Zvezdanih Spektara
Lekcija 4: JPZ u modelima zvezdanih atmosfera

Ivan Milić (AOB / MATF)

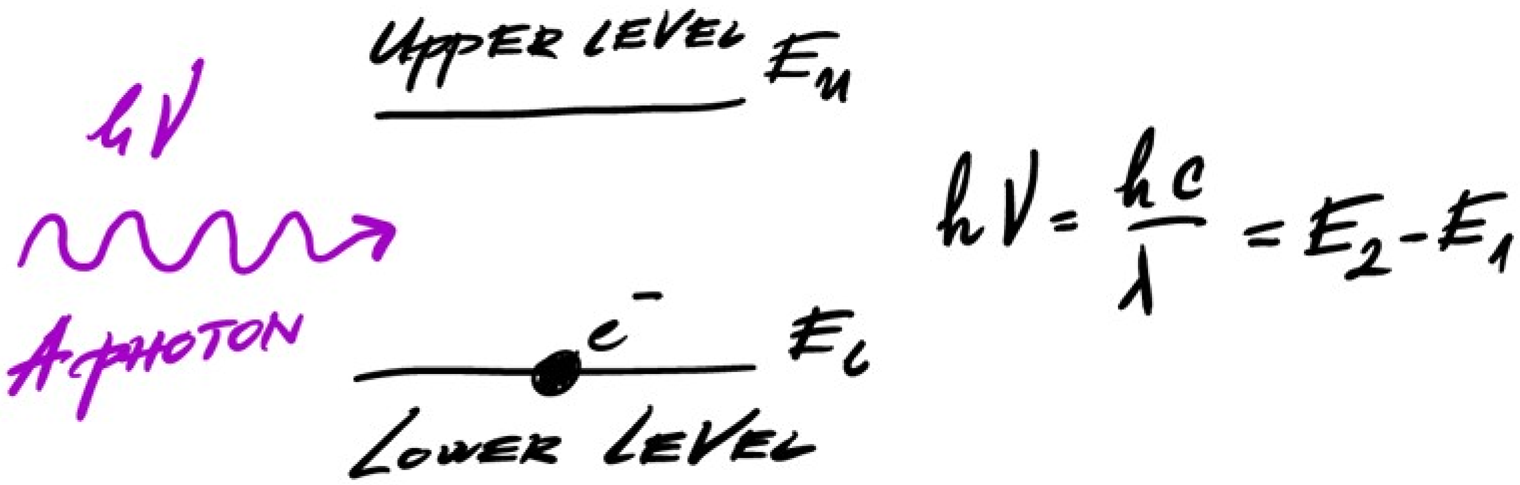
25/10/2022

“Fotonu treba xyz godina da pobegne iz centra Sunca, i zašto ja ne volim tu priču”



Još par pitanja

- U procesu apsorpcije u spektralnoj liniji, foton treba da ima odredjenu energiju da bi ekscitovao atom.
- Kako se “potrefi” da foton ima baš tačno potrebnu energiju / frekvenciju?

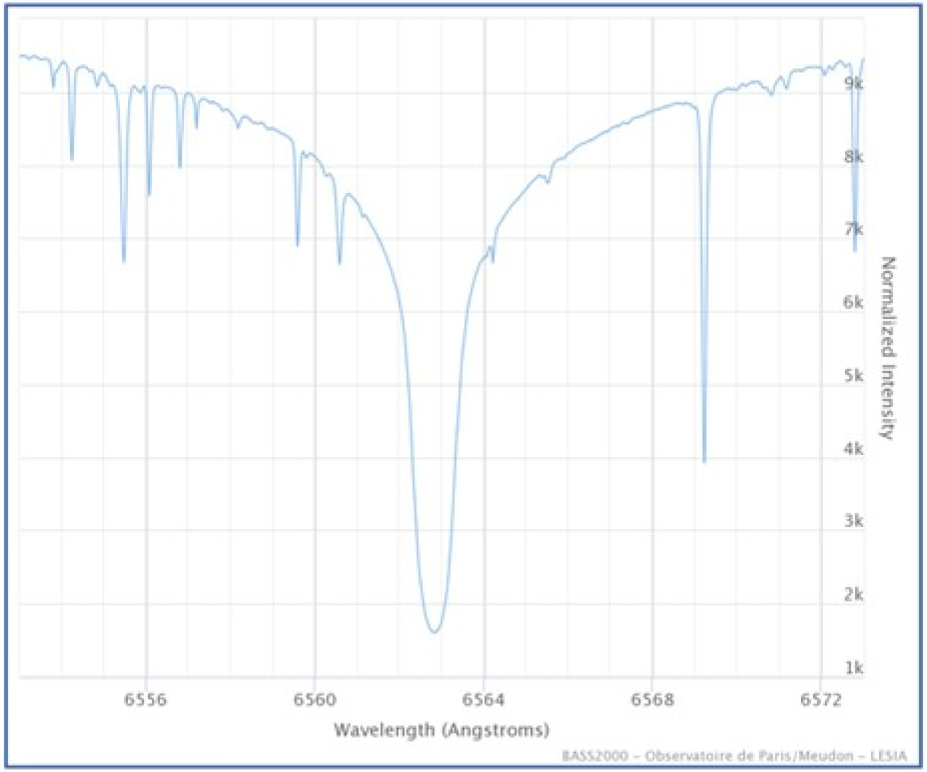


Odgovor

- U procesu apsorpcije u spektralnoj liniji, foton treba da ima odredjenu energiju da bi ekscitovao atom.
- Kako se “potrefi” da foton ima baš tačno potrebnu energiju / frekvenciju?
- Ne postoji pojam kao što je “tačno odredjena energija” (ili bilo koja talasna dužina)
- Usled Heisenberg-ovog principa, energije nivoa su “razmazane”.
- Povrh toga, imamo Doplerovsko širenje usled haotičnog kretanja čestica, i tzv. sudarno širenje koje dodatno “širi” nivoe, pa i liniju

Pitanje:

- Zašto i ovako jaka apsorpciona linija kao što je čuvena H-alfa, ne dostiže nulti intenzitet?

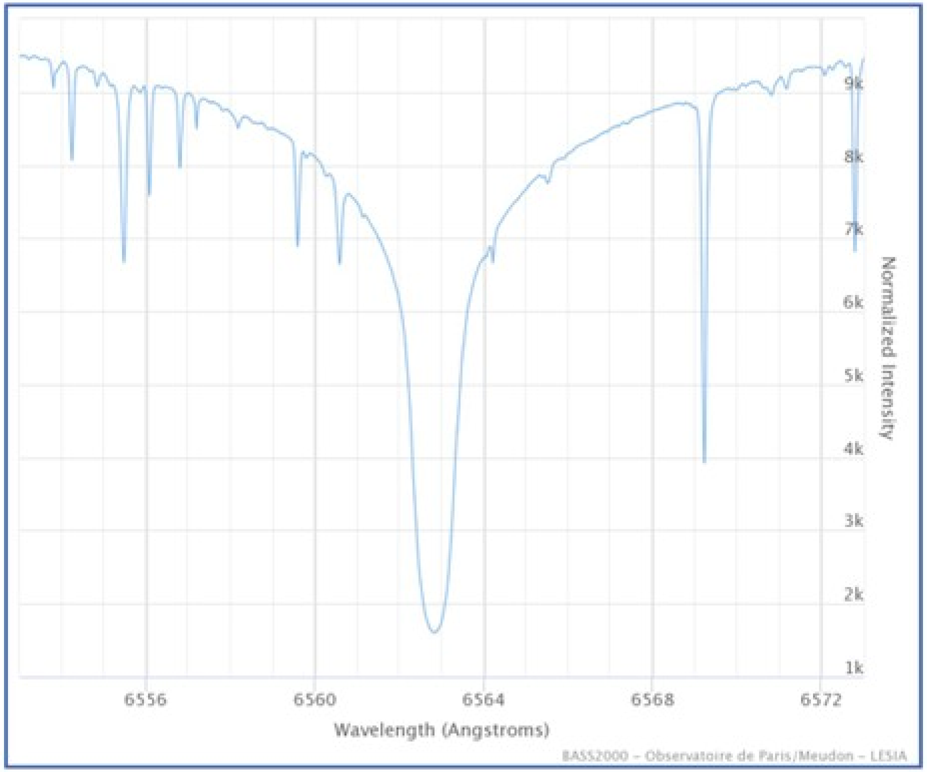


Pitanje:

- Verovali ili ne, ne postoje “apsorpcioni” ili “emisioni” spektri

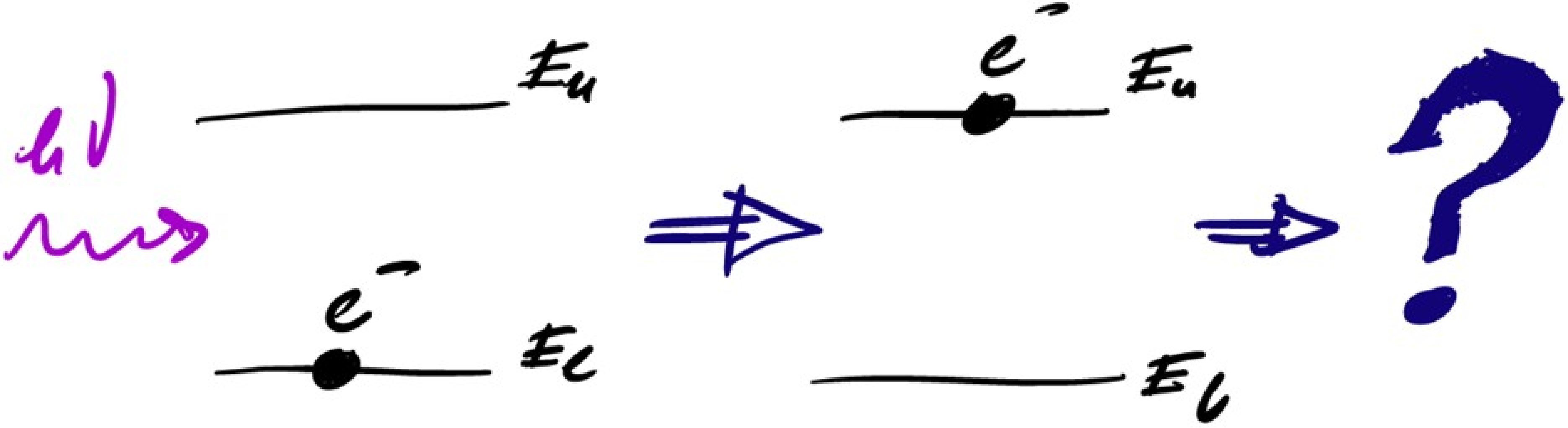
- Spektar je rezultat procesa apsorpcije i emisije od njihovog odnosa zavisi da li će linija biti “apsorpciona” ili “emisiona”

- Npr. ako bi nekim čudom zvezda bila u termalnoj ravnoteži, prelazi u linijama bi na kraju ipak dali spektar apsolutno crnog tela!



Pitanje:

- Šta se dešava sa atomom nakon što ga foton ekscituje?



Odgovor

- Svi želimo da kažemo da atom biva de-eskcitovan i da emituje foton
- Čak iako nema drugih relevantnih nivoa za “kaskadne” prelaze, atom može da se de-ekscituje **sudarno,** i u stvari se većina atoma tako i de-ekscituje u fotosferama zvezda
- Ovo znači da je foton zaista **nestao; energija mu je pretvorena u termalnu energiju gasa**
- Ovaj proces će biti jako važan da shvatimo šta je **lokalna** termodinamička ravnoteža (LTR)

Podsetnik

- Naš zadatak je da razumemo i opišemo kako interaguju atmosfera i zračenje u njoj. To nam omogućava i da koristimo spektre za dijagnostiku.
- Atmosfera zvezda je nehomogena, zavisi od (x, y, z, t).
- Polje zračenja je opisano specifičnim monohromatskim intenzitetom. Intenzitet zavisi još i od pravca i talasne dužine (frekvencije)
- Naš cilj će biti da izračunamo izlazni intenzitet na željenim talasnim dužinama, u željenim pravcima.
- Ovo će opisivati jedna diferencijalna jednačina koja se zove jednačina prenosa zračenja.
- Pre toga par pitanja!

Podsetnik

- Na prošlom času smo pričali o jednačini prenosa zračenja

- Intenzitet generalno **sedmodimenziona veličina** → ako se fokusiramo na jedan zrak (pravac), i ne razmatramo vremensku zavisnost, postaje **dvodimenziona veličina (udaljenost duž pravca i talasna dužina).**

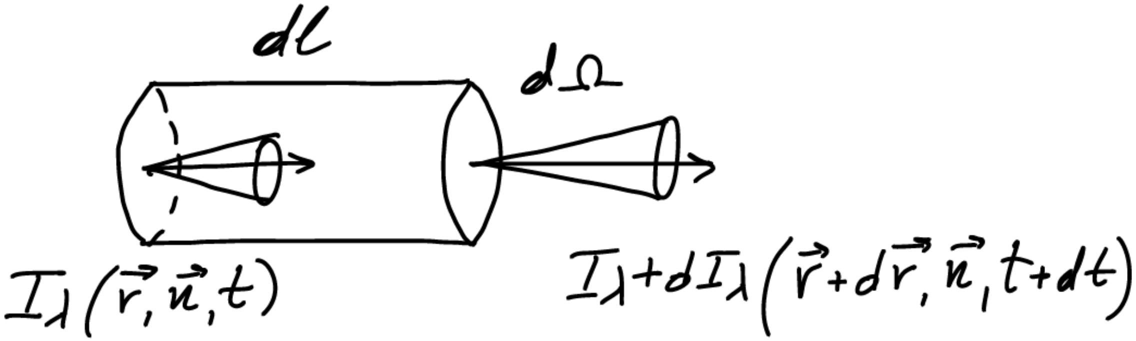
- Formalno rešenje duž pravca:

$$I_\lambda^+ = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda} + \int_0^{\tau_\lambda} S(t) e^{-t} dt$$

- Danas ćemo analizirati malo generalniji slučaj – **zvezdanu atmosferu.**

- Rešenje JPZ za atmosferu + apsorpcija i emisija u zvezdanoj atmosferi.

Jednačina prenosa zračenja



Jednostavan oblik, duž zraka

$$\frac{dI_\lambda}{dl} = -\chi_\lambda I_\lambda + j_\lambda$$

Generalnije gledano, transport energije kroz ovaj cilindar je opisan promenom intenziteta, kao i izvorima i ponorima zračenja.

U 3D, vremenski zavisnom obliku, izgleda ovako (vektor *n* označava pravac)

$$\frac{1}{c}\frac{dI_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)}{dt}+\vec{n}\cdot\nabla I_\lambda(\vec{r},\vec{n},t) = -\chi_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)I_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)+j_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)$$

Jednačina prenosa zračenja u 1D atmosferama

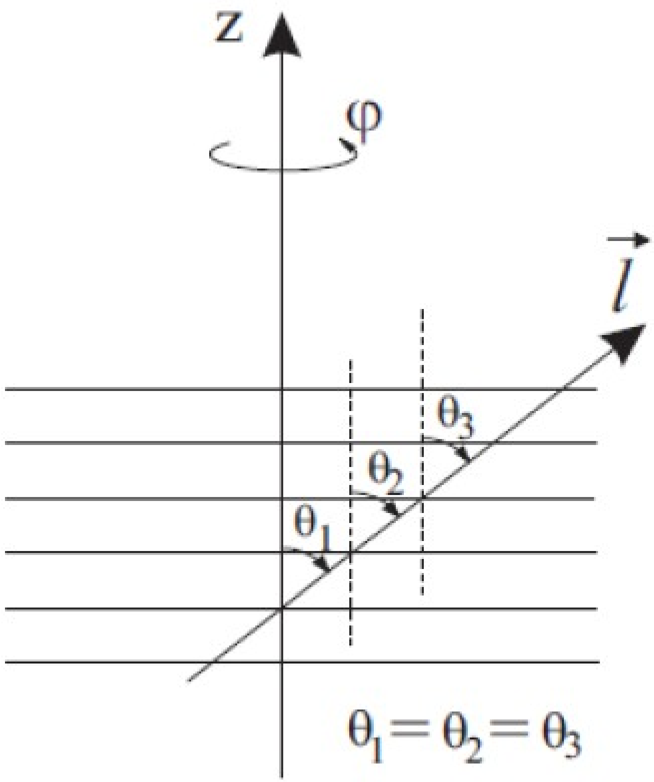
$$\frac{1}{c}\frac{dI_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)}{dt}+\vec{n}\cdot\nabla I_\lambda(\vec{r},\vec{n},t) = -\chi_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)I_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)+j_\lambda(\vec{r},\vec{n},t)$$

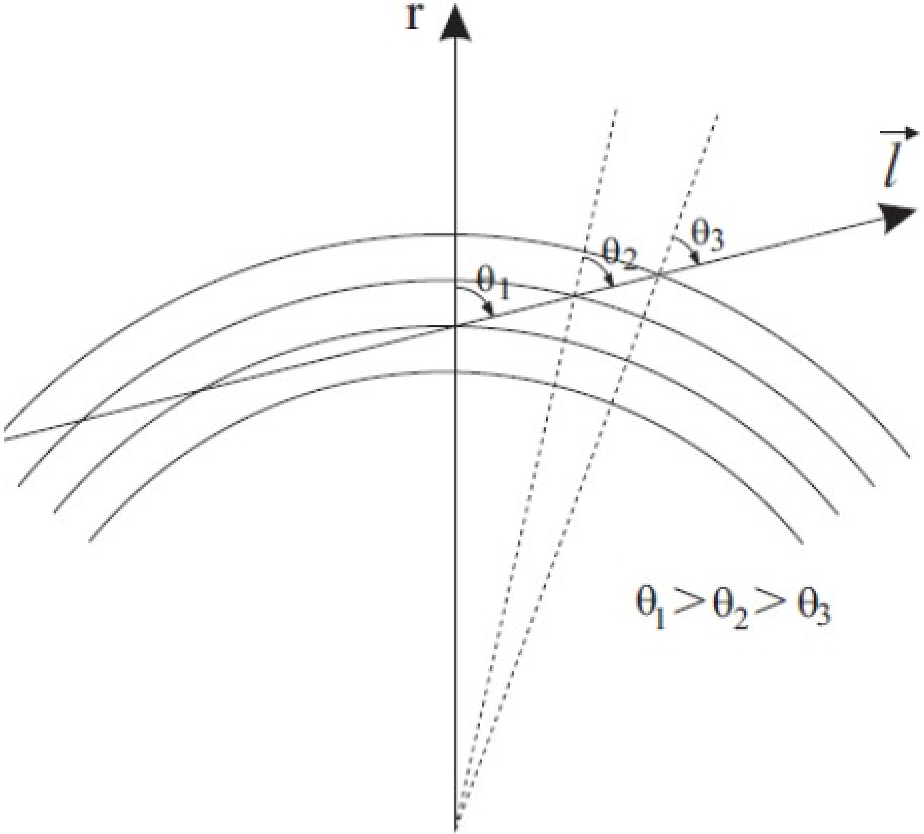
Iako postoje situacije u kojima rešavamo ovu jednačinu (numerički), u ovom kursu ćemo koristiti dosta pojednostavljenja:

- Stacionarnost: svetlost prelazi put kroz atmosferu mnogo brže nego što atmosfera stigne da se promeni (diskusija 2-3 minuta).
- 1D aproksimacija – Pretpostavlja da fizički parametri ne zavise od *x* i *y.*
- Sada na tablu da vidimo šta ovo implicira!

Jednačina prenosa u 1D atmosferi

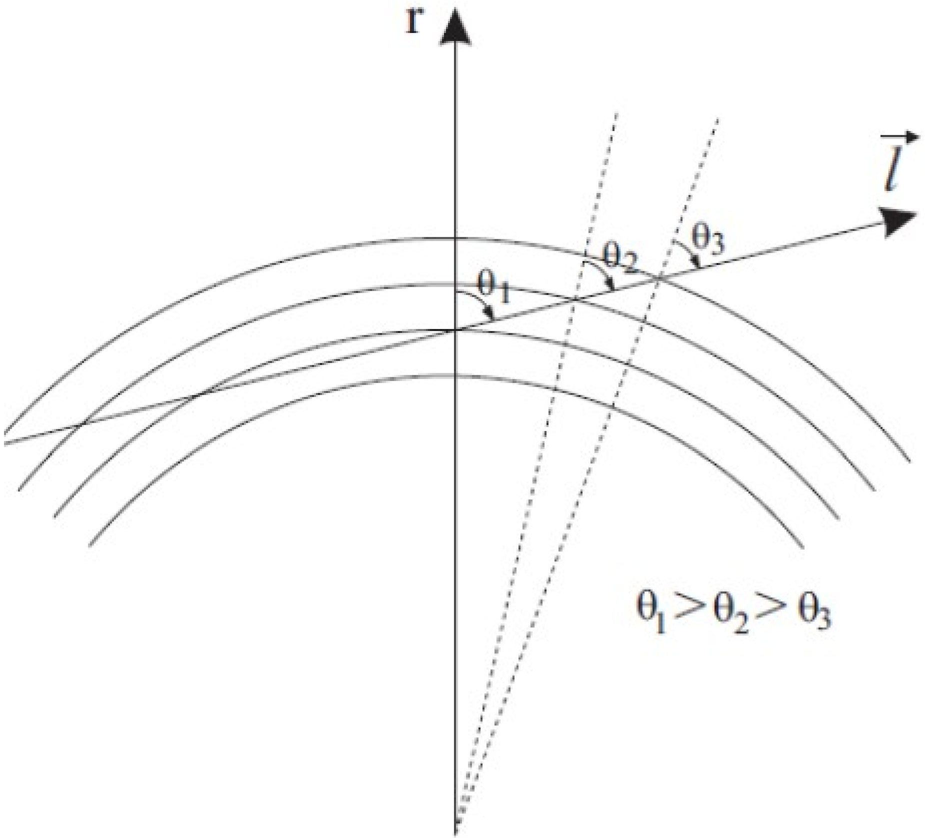
- 1D plan-paralena vs 1D sferna geometrija





Pitanje

- Za koje vrednosti polarnog ugla sferičnost Sunčeve atmosfere postaje bitna?

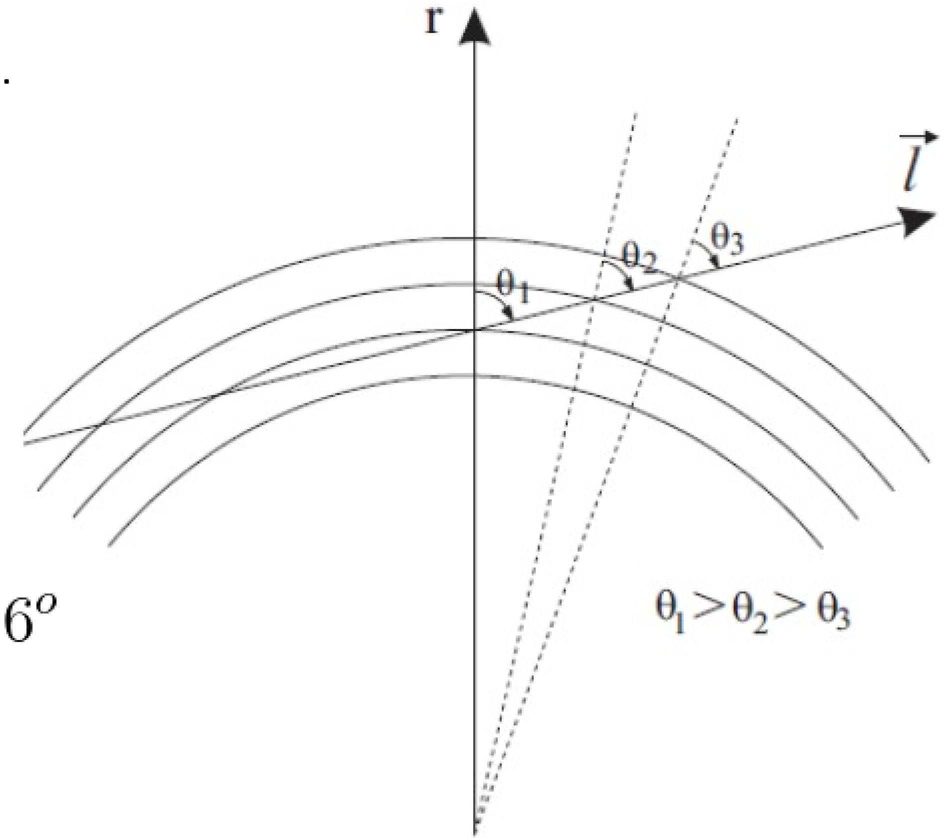


Pitanje

- Za koje vrednosti polarnog ugla sferičnost Sunčeve atmosfere postaje bitna?

  Debljina atmosfere Sunca je oko ~ 5000 km.

  Poluprečnik Sunca je 700 000 km.



$$\theta_{crit} = \cos^{-1}(5000/700000) = 89.6^o$$

Jednačina prenosa zračenja u 1D atmosferama

- Nakon ove diskusije dobijamo:

$$\cos\theta \frac{dI_\lambda(z,\theta)}{dz} = -\chi_\lambda(z) I_\lambda(z,\theta) + j_\lambda(z)$$

- Odnosno, uvodeći optičku dubinu i funkciju izvora i čuveno “mi”:

$$\mu \frac{dI_\lambda(\tau_\lambda,\theta)}{d\tau_\lambda} = I_\lambda(\tau_\lambda,\theta) - S_\lambda(\tau_\lambda)$$

- U ovoj formulaciji talasne dužine su dekuplovane, možemo da rešimo jednačinu prenosa odvojeno za svaku talasnu dužinu koja nas zanima.

- Npr. aproksimacija sive atmosfere razmatra samo jednu talasnu dužinu, tj. neki srednji koeficijent apsorpcije za sve talasne dužine.

Računanje izlaznog spektra

- Data nam je raspodela T, p, hemijski sastav sa visinom.
- Biramo talasnu dužinu
- U svakoj tački atmosfere računamo koeficijente apsorpcije i emisije
- Računamo skalu optičke dubine i funkciju izvora
- Integralimo:

$$I_\lambda^+ = \int_0^\infty S_\lambda(\tau_\lambda) e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda$$

- Ponavljamo za ostale talasne dužine → To je naš spektar!

Pitanje #1

Šta ako nam treba intenzitet u nekoj drugoj tački, a ne na površini atmosfere?

I ovo ćemo rešiti **na tabli.**

Formalno rešenje jednačine prenosa:

Za ulazno i izlazno zračenje formalno rešenje ima sledeći oblik:

$$I_\lambda^+(\tau_\lambda) = \int_{\tau_\lambda}^{\infty} S_\lambda(t) e^{-(t-\tau_\lambda)} dt$$

$$I_\lambda^-(\tau_\lambda) = \int_{0}^{\tau_\lambda} S_\lambda(t) e^{-(\tau_\lambda-t)} dt$$

U principu, atmosfera ne mora da bude polubeskonačna. Šta onda?

Ulazno zračenje ne mora da bude nula. Šta onda?

Formalno rešenje jednačine prenosa:

Za ulazno i izlazno zračenje formalno rešenje ima sledeći oblik:

$$I_\lambda^+(\tau_\lambda) = \int_{\tau_\lambda}^{\infty} S_\lambda(t) e^{-(t-\tau_\lambda)} dt$$

$$I_\lambda^-(\tau_\lambda) = \int_{0}^{\tau_\lambda} S_\lambda(t) e^{-(\tau_\lambda - t)} dt$$

Ovo je nekad poznato i kao integralni oblik jednačine prenosa. U praksi, kada JPZ rešavamo numerički, za neke zadate (tabelarne) vrednosti funkcije izvora, naši numerički metodi se zasnivaju na ovome.

Još malo o optičkoj dubini:

- Optička dubine neke tačke (na nekoj talasnoj dužini) izražava verovatnoću (direktnog!) bekstva fotona te talasne dužine iz te tačke:

$$I_\lambda = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda}$$

- Ako zamislimo homogenu sredinu, i setimo se definicije srednjeg slobodnog puta:

$$< l > = \frac{1}{\chi_\lambda}$$

$$\tau_\lambda = l\,\chi_\lambda = \frac{l}{< l >}$$

- Broj srednjih slobodnih puteva na datoj talasnoj dužini!

Pitanje:

- Koliki je očekivani optički put koju će preći jedan foton kroz optički gustu sredinu?

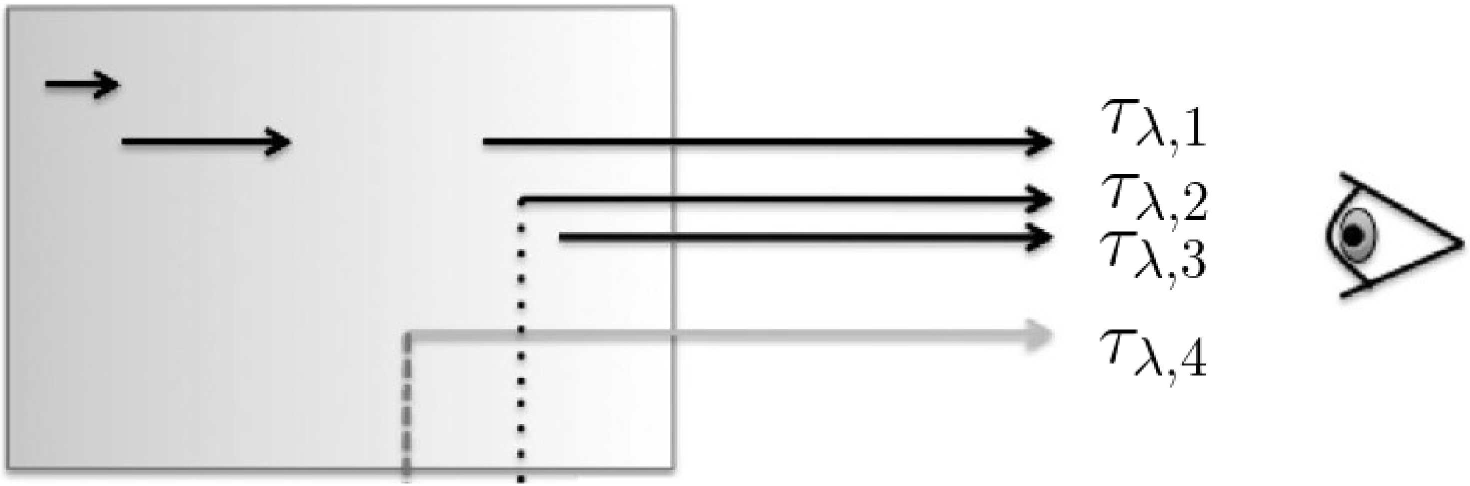
Pitanje:

- Koliki je očekivani optički put koju će preći jedan foton kroz optički gustu sredinu?

$$\overline{\tau_\lambda} = \frac{\int_0^\infty e^{-\tau_\lambda} \tau_\lambda \, d\tau_\lambda}{\int_0^\infty e^{-\tau_\lambda} \, d\tau_\lambda} = 1$$

- Famozna “optička dubina jednako jedan”.
- Nekad poznata kao i **“Eddingtonova aproksimacija”.** (Uradite zadatak 2 sa Vežbi #2, ako već niste!)
- Ne zaboravite: **optička dubina na različitim talasnim dužinama odgovara različitim geometrijskim putevima!**

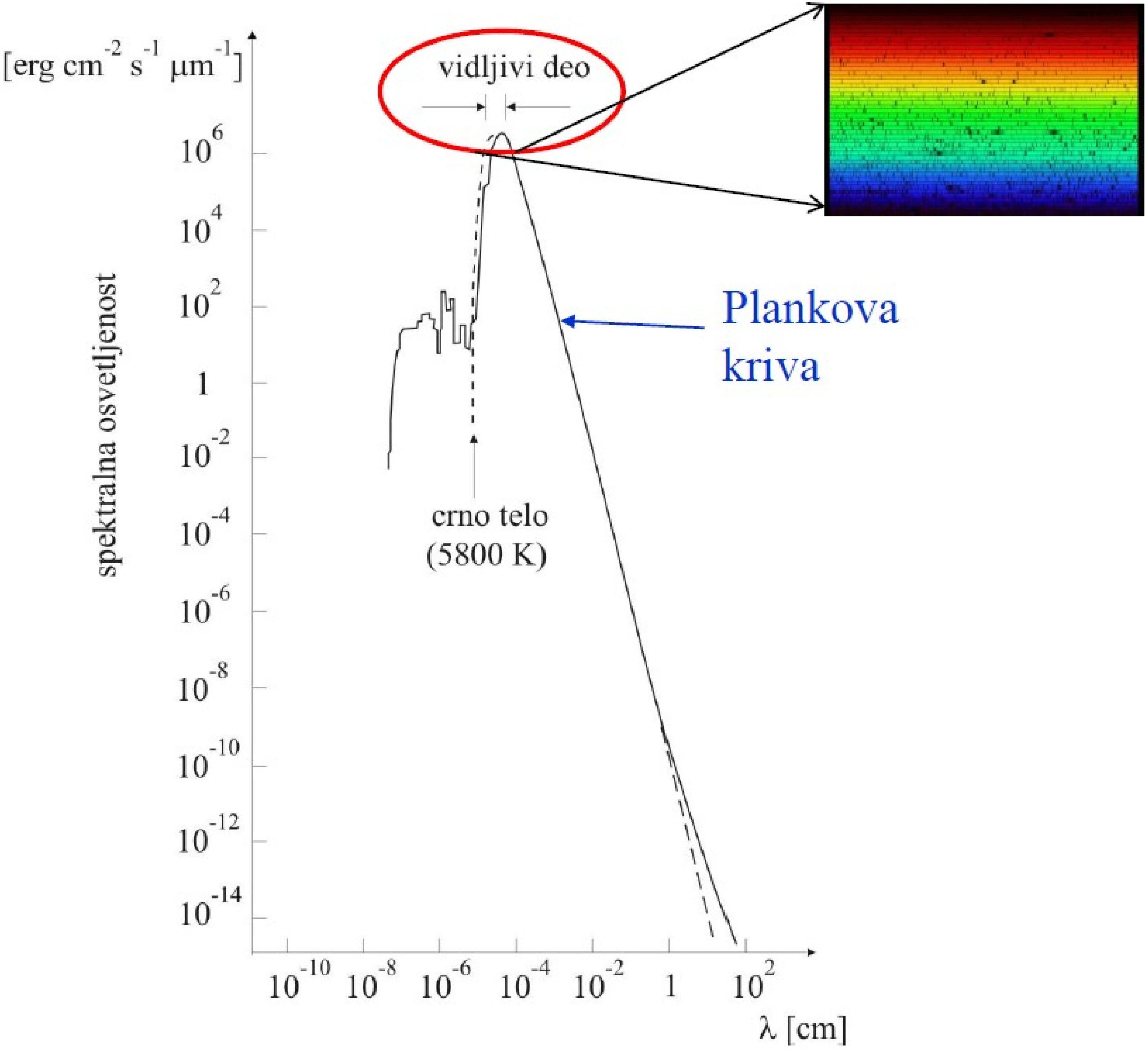
"Dubina formiranja"



- Fotoni različitih talasnih dužina dolaze iz različitih dubina atmosfere.
- Na različitim dubinama atmosfere vladaju različiti uslovi → Različite funkcije izvora.
- Tako na različitim talasnim dužinama vidimo različite intenzitete (različita apsolutno crna tela!).

Setimo se

- Neprozračnost je različita na različitim talasnim dužinama
- “Vidimo” različite temperatur
- Dobijamo spektar koji je sačinjen (u prvoj aproksimac od spekatara crnih tela razli temperatura na različitim talasnim dužinama.



Setimo se

- Na vežbama smo ove skokove razumeli preko:

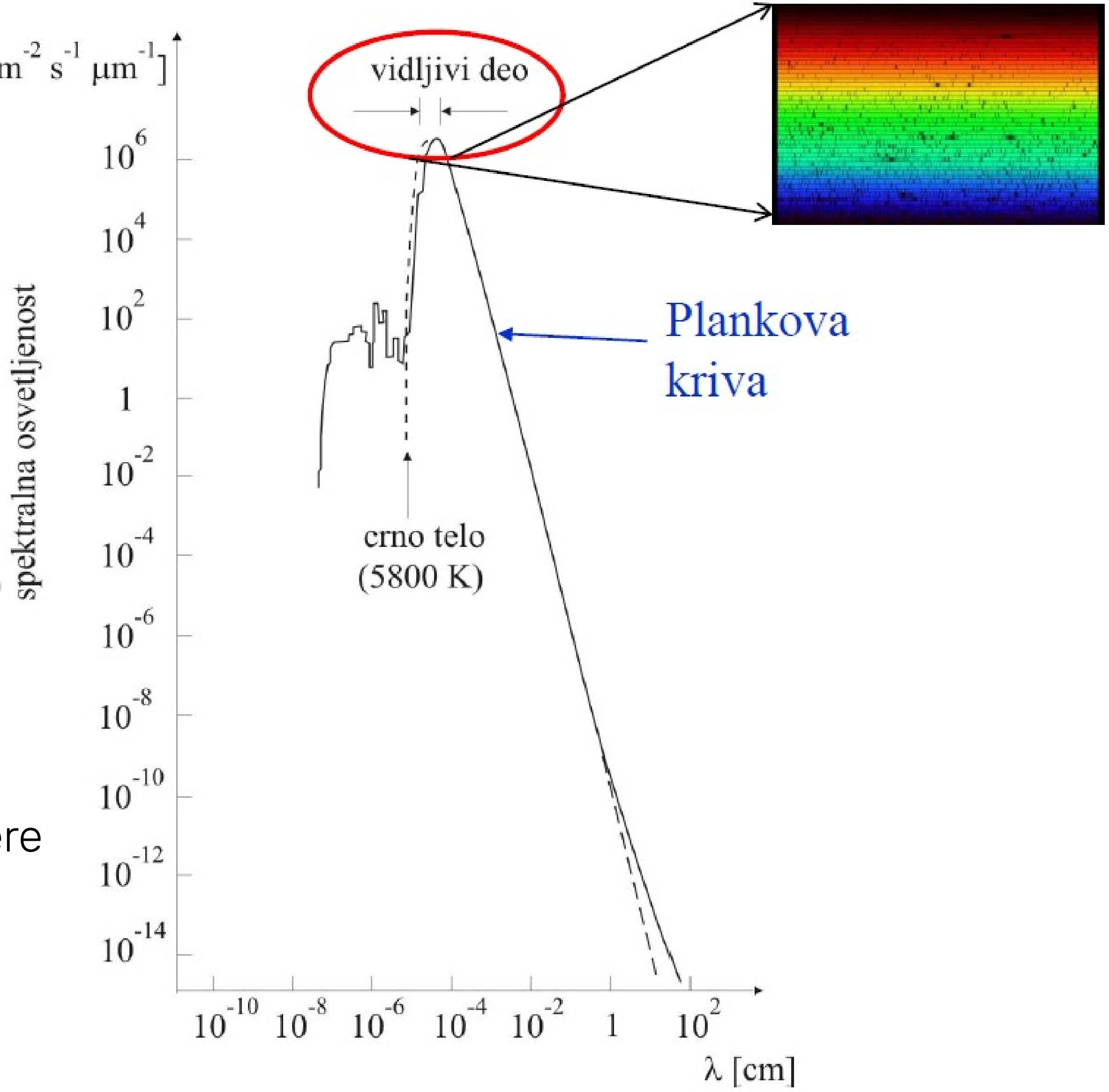
Izlazni intenzitet (spektar)

Funkcija izvora u atmosferi

$$I_\lambda = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda} + S(1 - e^{-\tau_\lambda})$$

Intenzitet na donjoj granici

Ukupna optička debljina atmosfere



"Intuitivno" formalno rešenje

Funkcija izvora u atmosferi

Izlazni intenzitet (spektar) $$I_\lambda = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda} + S(1 - e^{-\tau_\lambda})$$ Ukupna optička debljina atmosfere

Intenzitet na donjoj granici

- Ukoliko je "temperatura" ulaznog zračenja veća od temperature atmosfere, izlazni intenzitet je manji, i obrnuto.
- Ovo je ekstremno jednostavan model, ali nam pomaže da razumemo šta se dešava!
- Kako da povežemo temperaturu sa ovom pričom?

Za funciju izvora – setimo se Kirchhoff-a

$$\frac{dI_\lambda}{dl} = -\chi_\lambda I_\lambda + j_\lambda = 0$$

$$\frac{j_\lambda}{\chi_\lambda} = S_\lambda = I_\lambda = B_\lambda$$

- Ovo bi bila (globalna) termodinamička ravnoteža (termalna ravnoteža). Nulta aproksimacija za izlazni spektar.

- Medjutim, možemo da pretpostavimo da se koeficijenti apsorpcije i emisije lokalno ponašaju kao da su u ravnoteži (jer su čestice u ravnoteži), pa važi tzv. Lokalna termodinamička ravnoteža! Intenzitet je ipak rezultat jednačine prenosa.

$$\frac{j_\lambda}{\chi_\lambda} = S_\lambda = B_\lambda \neq I_\lambda$$

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = I_\lambda - S_\lambda$$

Lokalna termodinamička ravnoteža - čestice

- Maxwell – ova raspodela po brzinama

$$f(v)dv = (\frac{m}{2\pi kT})^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv$$

- Boltzmann jednačina (stanja ekscitacije)

$$\frac{n_j}{n_k} = \frac{g_j}{g_k} e^{-(E_j - E_k)/kT}$$

- Saha jednačina (stanja jonizacije)

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{1}{n_e}\Phi(T) = \frac{1}{n_e}(\frac{2\pi mkT}{h^2})^{3/2} \frac{2U_{i+1}}{U_i} e^{-\chi_i/kT}$$

Ravnotežne raspodele čestica na lokalnoj temperaturi

Ali, fotoni nemaju ravnotežnu raspodelu !

$$I_\nu(\vec{r}) \neq B_\nu(T(\vec{r})) \quad !$$

I za kraj

- Ako imamo vremena, rešimo do kraja drugi zadatak sa prethodnih vežbi i povežimo to sa temperaturom:

- *Milne-Eddingtonova aproksimacija pretpostavlja da funkcija izvora u polubeskonačnoj atmosferi raste sa optičkom dubinom. Nadjite izlazni intenzitet za takvu atmosferu. Prodiskutujte rešenje.*