

# Prvi Domaći zadatak

TZS

December 7, 2025

U izradi domaćeg zadatka se možete konsultovati međusobno i sa mnom. Svaki domaći koji predajete, međjutim, mora biti samostalno napisan.

**Rok za predaju ovog domaćeg zadatka je ponedjeljak 22.12.2025. Prvi zadatak nosi 8 poena a ostala tri po 4 poena.**

## Zadatak 1

Razmatrajmo polubeskonačnu, plan-paralelnu atmosferu u kojoj funkcija izvora na nekoj, referentnoj talasnoj dužini zavisi od optičke dubine kao:

$$S = a + b\tau \quad (1)$$

Ovo je poznato kao Milne-Eddingtonova (ili Milne-Barbier-Unsold aproksimacija) i na osnovu nje mozemo da dodjemo do raznih korisnih relacija koje nam omogućavaju da bolje razumemo zvezdane atmosfere. Medjutim, u zvezdanim atmosferama bi imalo više smisla koristiti  $\ln \tau$  kao skalu dubine. Pretpostavimo, dakle, da naša funkcija izvora zavisi od referentne optičke dubine kao:

$$S = a + b \ln \tau \quad (2)$$

- Rešiti jednavcinu prenosa zračenja na referentnoj talasnoj dužini, tj. izraziti izlazni intenzitet preko konstanti  $a, b$ . Ovaj intenzitet ćemo zvati  $I^+$ . Napomena: Integral koji se dobija nije moguće rešiti analitički, tako da morate iskoristiti npr. Mathematicu, Wolfram Alpha ili slično.
- Ova pretpostavka ima jedan konceptualan problem a to je da na malim optičkim dubinama,  $\ln \tau$  ide u  $-\infty$  pa, bez obzira koliko je koeficijent

$b$  mali, funkcija izvora bi postala negativna. To možemo da popravimo tako što ćemo pretpostaviti da je funkcija izvora parabolična funkcija od  $\ln \tau$ :

$$S = a + b \ln \tau + c \ln^2 \tau \quad (3)$$

Rešiti jednačinu prenosa za ovakav oblik funkcije izvora.

- Pretpostavimo (važi za relativno velike talasne dužine) da je funkcija izvora proporcionalna Temperaturi. Jednostavnosti radi uzmimo da je konstanta proporcionalnosti jednaka jedan. Naći  $a, b, c$  tako da je  $T(\ln \tau = 0) = 6000$  (fotosfera),  $T(\ln \tau = -7) = 4500$  (tzv. temperaturski minimum),  $T(\ln \tau = -14) = 8000$  (hromosfera). Izračunaj numeričku vrednost  $I^+$ . Da li važi da je izlazni intenzitet približno jednak funkciji izvora na  $\tau = 1$  (tj.  $\log \tau = 0$ )?
- Kakav bi bio izlazni intenzitet na talasnoj dužini na kojoj je koeficijent neprozračnosti  $r_\lambda$  puta veći od referentnog? Skicirajte / isplotujte zavisnost  $I_\lambda^+$  od  $r_\lambda$  ( $r_\lambda > 1$ ).

## Zadatak 2

Pokazati da u izotermalnoj atmosferi, gde vlada sila gravitacije upravljena na dole, pritisak gasa zavisi od visine kao:

$$p(h) = p_0 e^{-h/H} \quad (4)$$

gde je  $p_0$  pritisak na površini. Pokazati da  $H$  zavisi od temperature i srednje molekulske mase gasa. Izračunati  $H$  za Zemlju i za Sunčevu atmosferu (pretpostaviti da je temperature Sunčeve atmosfere jednaka efektivnoj temperaturi Sunca, 5800 K).

## Zadatak 3

Pretpostavimo da teleskopom prečnika 1 metar, posmatramo Sunce. Naš instrument je takav jedan piksel na slici formiranoj u teleskopu odgovara kvadratu na Sunčevoj površini ivice 50 km. Takođe, posmatramo na talasnoj dužini 393 nm, u intervalu spektralne širine 0.01 nm. Koliko fotona primi jedan piksel našeg detektora u sekundi pri ovakvom posmatranju?

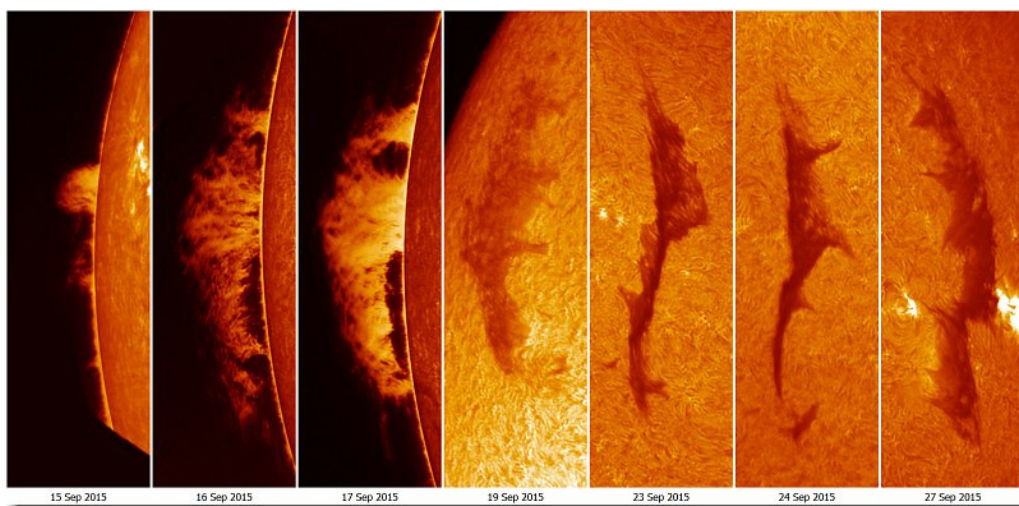


Figure 1: Levo: primer protuberance. Desno: ista ta protuberanca, koja se vidi kao filament.

## Zadatak 4

Protuberance (eng: *prominences*) i filamenti su po našem trenutnom shvatanju jedni te isti objekti (videti sliku): relativno hladne koncentracije gasa koje pod uticajem magnetnog polja “vise” u Sunčevoj koroni. Filamente vidimo na disku: nevidljivi su u kontinuumu, ali se vide kao tamne “trake” na talasnim dužinama u centru jakih spektralnih linija (npr.  $H\alpha$ ). Protuberance, sa druge strane, se vide iznad Sunčevog ruba kao svetle formacije u centru jakih spektralnih linija. Ukoliko su posmatrački uslovi izuzetni, mogu se videti i u kontinuumu. Koristeći formalizam prenosa zračenja, objasniti razliku izmedju protuberanci i filamenata. Pomoć: Obratite pažnju na interakciju izmedju ulaznog intenziteta, optičke dubine (debljine) objekta i funkcije izvora u objektu.