

# 雷达方程

## 1. 简介

雷达 (Radar) 是无线电探测和测距 (radio detection and ranging) 的缩写。在大多数情况下，雷达系统使用调制波形和定向天线向特定空间发射电磁能，以搜索目标。搜索范围内的目标会向雷达方向反射部分入射能量 (雷达回波)。雷达接收器对这些回波进行处理，以提取目标信息，如距离、速度、角位置和其他目标识别特征。

## 2. 波段

无线电频谱是电磁频谱中频率从 3 赫兹到 3,000 千兆赫的部分。这一频率范围内的电磁波被称为无线电波，广泛应用于现代科技。为了防止不同用户之间的干扰，无线电波的产生和传输受到各国法律的严格管制，并由一个国际机构 – 国际电信联盟 (ITU) 进行协调。

历史上，雷达最初是作为军事工具开发的。正因为如此，最常见的雷达系统分类是二战期间和二战后军方最初使用的字母或波段名称，这种字母或波段名称也被 IEEE (电气与电子工程师协会) 标准采用。近年来，北大西洋公约组织 (NATO) 采用了一种新的波段名称，其字母更简洁。

### 2.1. 波段划分

频率	波长	IEEE	NATO	频率	波长	IEEE	NATO
3Hz	$3 \times 10^5$ km	HF	A	8GHz	37.5 mm	X	I
3MHz	100 m			10GHz	30 mm		J
30MHz	10 m	VHF		12GHz	25 mm		
250MHz	1.2 m		B	18GHz	16.7 mm	K <sub>u</sub>	
300MHz	1 m	UHF		20GHz	15 mm	K	
500MHz	0.6 m		C	27GHz	11.1 mm		K
1GHz	0.3 m	L	D	30GHz	10 mm	K <sub>a</sub>	
2GHz	0.15 m	S	E	40GHz	7.5 mm		
3GHz	0.1 m		F	60GHz	5 mm	V	L
4GHz	75 mm	C	G	75GHz	4 mm		M
6GHz	50 mm		H	100GHz	3 mm	W	

表 1 频率与波段

2.2. 波段应用

雷达可分为陆基、机载、空载或舰载雷达系统。根据雷达的具体特性，如频段、天线类型和使用的波形，雷达还可分为许多类别。使用调制或其他连续波形的雷达系统被归类为连续波（Continuous Wave，CW）雷达，而使用有时间限制的脉冲波形的雷达系统被归类为脉冲雷达（Pulsed Radars）。根据不同波段电磁波的特性，雷达被用于不同的场景。

波段	频率（GHz）	波长	释义	应用
HF	0.003~0.03	100~10 m	High Frequency	超视距雷达
VHF	0.03~0.3	10~1 m	Very High Frequency	超视距雷达
UHF	0.3~1	1~0.3 m	Ultra-High Frequency	预警雷达
P	0.23~1	1.3~0.3 m	Previous	预警雷达
L	1~2	0.3~0.15 m	Long Wave	空中航路监视雷达
S	2~4	0.15~0.075 m	Short Wave	机场监视雷达
C	4~8	75~37.5 mm	Compromise	气象雷达、火控雷达
X	8~12	37.5~25 mm	Crosshair	合成孔径雷达
K <sub>u</sub>	12~18	25~16.7 mm	Kurz-under	弹载雷达
K	18~27	16.7~11.1 mm	Kurz (German: short)	场面监视雷达
K <sub>a</sub>	27~40	11.1~7.5 mm	Kurz-above	机场地面探测设备
V	40~75	7.5~4 mm		泊车雷达
W	75~110	4~2.7 mm		泊车雷达
G	110~300	2.7~1 mm		泊车雷达

表 2 不同波段的应用

3. 雷达方程

3.1. 基本式

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma F}{(4\pi)^3 R^4 L}$$
$$= \underbrace{\frac{P_t G_t}{4\pi R^2}}_{\text{发射能量密度}} \cdot \underbrace{\frac{\sigma}{L}}_{\text{有效反射面积}} \cdot \underbrace{\frac{F}{4\pi R^2}}_{\text{距离衰减}} \cdot \underbrace{\frac{G_r \lambda^2}{4\pi}}_{\text{有效接收面积}}$$

(3.1)

其中， $P_t$ 和 $P_r$ 分别为（雷达）峰值发射功率和峰值接收功率， $G_t$ 和 $G_r$ 分别为（天线）发射增益和接收增益， $R$ 为（目标）探测距离， $\sigma$ 为雷达反射截面积（radar cross section，RCS）， $L$ 为（系统）能量损失， $F$ 为传播因子， $\lambda$ 为信号波长。其中

$$G_r = \frac{\text{定向功率密度}}{\text{同向功率密度}} = \frac{A_{\text{sphere}}}{A_{\text{ant}}} = \frac{4\pi R^2}{A_{\text{ant}}} \approx \frac{4\pi R^2}{\theta_{\text{azi}} \theta_{\text{ele}}} = \frac{4\pi R^2}{\frac{R\lambda}{b} \frac{R\lambda}{h}} = \frac{4\pi A}{\lambda^2}$$

(3.2)

目标	目标类别	RCS (m <sup>2</sup> )	速度 (m/s)
大型民航	飞机		200~310
中型民航	飞机		
小型民航	飞机		
战斗机	飞机	3~12	
隐形战斗机	飞机	0.3~0.4	
战术轰炸机	飞机	7~10	
重型轰炸机	飞机	13~20	
战略轰炸机 (B-52)	飞机	100	
运输机	飞机	40~70	
水下航行的潜舰	舰艇	0	
独木舟	舰艇	50	
导弹快艇	舰艇	500	
驱逐舰	舰艇	10,000	
航空母舰	舰艇	50,000	
汽车	地面目标	3~10	
主战坦克 (T-90)	地面目标	29	

表 3 目标特性

### 3.2. 噪声

由接收噪声功率 (received noise power, RNP)

$$N = k_B T_s B_N \quad (3.1)$$

其中,  $k_B$  为 Boltzmann 常数,  $T_s$  为系统噪声温度,  $B_N$  为信号的噪声带宽。可得信噪比为

$$\text{SNR} = \frac{\text{Signal Power}}{\text{Noise Power}} = \frac{P_t G \lambda^2 \sigma F}{(4\pi)^3 R^4 L k_B T_s B_N} \quad (3.2)$$

不难看出, 与探测距离

- 成反比的有: 信噪比、噪声带宽、噪声温度、系统能量损失
- 成正比的有: 峰值发射功率、增益、信号波长

### 3.3. 脉冲

$$\text{range} = \frac{c \Delta t}{2} \quad (3.1)$$

$$\text{radial velocity} = \frac{\Delta x}{\tau}$$

其中,  $c$  为光速,  $\tau$  脉冲间隔。

### 3.4. 频率

#### 3.4.1. Doppler 效应

$$\begin{aligned} \text{mix} &= \sin(at) \cdot \sin(bt) \\ \text{mix} &= \frac{1}{2} [\cos(a-b)t - \cos(a+b)t] \end{aligned} \quad (3.1)$$

其中,  $b - a$  称为拍频 (beat frequency) 又称差频, 指两个频率相近但不同的声波的干涉, 所得到的干涉信号的频率是原先两个声波的频率之差的绝对值。雷达中, 拍频通常由 Doppler 效应产生, 是传输频率 (transmission frequency, TF) 和接收频率 (reception frequency, RF) 之间的差值。

### 3.4.2. 调频

设计雷达时，在探测距离达到要求的情况下，还应考虑距离分辨率。

对于静止的物体，差频为0，信号沿水平方向移动，会严重影响测量精度，这个时候需要对频率进行调频（modulation）。

### 3.4.3. 线性调频

线性调制是将传输频率增加到另一个值，创建锯齿状调制模式。当接收信号有延迟时，每时每刻会得到不同的频率。由产生的差频，可以计算出量测的位

法则 3.1 (Carson 法则) 几乎所有 ( $\approx 98\%$ ) 的调频信号的功率处于带宽。

## 3.5. 矩形脉冲

## 4. 辅助知识

### 4.1. 物理

定义 4.1 Boltzmann 常数是一个比例因子，它将气体中粒子的平均相对热能与气体的热力学温度联系起来。其在数值上等于气体常数  $R$  和 Avogadro 常数  $N_A$  之比

$$k_B = \frac{R}{N_A} \quad (4.1)$$

新的 Boltzmann 常数已被 ISO 设定为

$$k_B = 1.380649 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (4.2)$$

# 波束形成

## 1. 相控阵

在天线理论中，相控阵（phased array）通常是指电子扫描阵列，一种由计算机控制的天线阵列。它可以产生一束无线电波，通过调整独立单元的相位，在不移动天线的情况下使发射信号指向不同的方向。

相控阵天线是同向性（isotropic）天线，向各个方向均匀辐射。影响阵列波束干涉的因素有

- 单元个数
- 单元位置
- 单元指向

### 1.1. 组成

相控阵由以下部件组成：

- |        |      |        |
|--------|------|--------|
| • 发射   | • 模型 | • 接收   |
| ▸ 波形生成 | ▸ 环境 | ▸ 接收阵列 |
| ▸ 发射机  | ▸ 目标 | ▸ 接收机  |
| ▸ 发射阵列 | ▸ 干扰 | ▸ 信号处理 |

## 2. 数字波束形成

对于无方向性的单个天线单元而言，其方向图是全向的。但，我们可以利用数字信号处理的方式，对每一个天线阵元通道做相位补偿（此处补偿的相位差是由天线阵元空间位置的差异导致每个阵元接收信号的波程差引起的），使得天线阵元对期望方向的信号做同相叠加，最大化该方向的接受增益，实现该方向的是波束形成。而相位补偿最常用的方式就是加权。

### 2.1. 和差波束

相控阵雷达可以对每个发射或接收通道进行相位补偿以此获得目标点最大同相信号叠加，因此在相控阵雷达中都会存在移相器（也可称为加权，给每个输出信号引入相位加权）。将接收支路进行加权后相加则就形成了和波束通道。

波束和差原理简单来说就是对波束形成方向形成主瓣（目标方向需要在主瓣内），即和波束；同时在波束形成方向形成零陷，即差波束。通过和差波束比值得到某一确定的值，从而知道目标方向偏离波束中心的方向大小，最后确定目标位置。

差波束有两种形成方式。第一种方法，假设和波束指向 $\theta$ ，则在 $\theta + \Delta\theta$ ， $\theta - \Delta\theta$ 两个方向分别形成波束，并相减，即可得到差波束。第二种方法，需要 Bayliss 窗函数（window function）。Bayliss 分布是一种典型的差分布，可以使得阵列左右单元的相位互相反相。

# 信号处理

## 1. 加窗

现代雷达对接收信号都进行了一些形式的采样, 而对信号序列 $x(n)$ 的截短不可避免, 通常使用乘积来实现。为了减少频谱能量泄漏, 可采用不同的截取函数 $w(n)$ 对信号截断, 即加窗序列, 简称为窗。

- 时域相乘

$$x_w(n) = x(n)w(n) \quad (1.1)$$

- 频域卷积:

$$X_N(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) W(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta \quad (1.2)$$

### 1.1. 窗函数

不同的窗函数产生泄漏的大小不一样, 频率分辨能力也不一样。为了不影响截短序列的相位响应, 通常需要窗函数保持线性相位。

- 矩形窗
  - 优点: 主瓣比较集中
  - 缺点: 副瓣较高, 并有负副瓣, 导致加窗过程中带进了高频干扰和频谱泄漏
- 汉宁窗 (Hanning) 又称升余弦窗
  - 使主瓣加宽并降低, 副瓣则显著减小, 最大副瓣值衰减-31dB, 但是主瓣宽度比矩形窗函数的增加了 1 倍;
  - 优点: 副瓣小, 泄漏小于矩形窗
  - 缺点: 分析带宽加宽, 频率分辨力下降
- 汉明窗 (Hamming) 又称改进的升余弦窗
  - 第一副瓣衰减为-42dB, 但其副瓣衰减速度比汉宁窗衰减速度慢

### 1.2. 加窗凝聚

对一维信号, 加窗函数会在一个数轴上 (Doppler 维或距离维) 以预设长度扫描读取信号的幅度 (amplitude) 数据, 并按一定策略取值 (最大值或均值)。

对二维信号, 加窗函数会在两个维度上进行二维遍历, 扫描读取信号的幅度 (amplitude) 数据, 并取值。

## 2. 测角

- 和差波束比幅测角
- 鉴角曲线

### 提示

正常情况下, 和值一定大于差值。

# 空间配准

## 1. 全球坐标系

### 1.1. 大地坐标系 (Geodetic)

大地坐标系 (geodetic coordinates), 又称世界大地量测系统 (world geodetic system, WGS) 是一种用于地图学、大地量测学和导航 (包括 GPS) 的大地量测系统标准。其包含一套地球的标准经纬坐标系、一个用于计算原始海拔数据的参考椭球体, 和一套用以定义海平面高度的引力等势面数据。

WGS 的最新版本为 WGS84, 1984 年定义, 最后修订于 2004 年。

- Latitude: 目标点的椭球面法线与过椭球中心的赤道平面构成的夹角;
  - 沿赤道, 北正南负;
- Longitude: 过椭球中心的经线平面与过椭球中心的本初子午线平面之间的夹角;
  - 沿本初子午线, 东正西负;
- Altitude: 沿椭球面的法线, 上正下负;

### 1.2. 地心坐标系 (ECEF)

地心坐标系 (geocentric coordinates), 又称地心地固坐标系 (Earth Centered Earth Fixed, ECEF), 属于动系。

- 原点: 地球质心;
- Z 轴: 沿着地球自转轴, 指向协议地极 (北极);
- X 轴: 赤道平面内, 指向赤道与本初子午线的交点;
- Y 轴: 与前两者构成 Descartian 右手坐标系。

#### 定理 1.1 (地球相关常数)

- 长半径:  $a = 6,378,137 \pm 2m$
- 短半径:  $b = 6,356,752 \pm 2m$
- 极扁率:  $f = (a - b)/a = 1/298.257223563$

### 1.3. 地心惯性坐标系 (ECI)

在空间保持静止或匀速直线运动的坐标系称为惯性坐标系, 属于静系。近地目标通常采用地心惯性坐标系 (Earth Centered Inertial Frame, ECI)。

- 原点: 地球质心;
- Z 轴: 沿着地球自转轴, 指向协议地极 (北极);
- X 轴: 位于赤道平面内, 指向春分点;
- Y 轴: 与前两者构成 Descartian 右手坐标系。

由于地球运动的复杂性, 黄道和天赤道在宇宙中的位置是动态的, 因此作为两者交点的春分点是不断变化的。国际上以 UTC 时间 2000 年 1 月 1 日 11 时的春分点作为 ECI 的基准, 记其版本为 J2000。

#### 提示

坐标系的两大要素: 原点、(正) 轴指向。

## 2. 局部坐标系

### 2.1. 右手坐标系 (ENU)

局部切平面坐标系 (local tangent plane coordinates, LTP) 或局部大地坐标系 (local geodetic coordinates) 使用直角坐标系表示目标点距离参考点的相对位置。参考点使用大地坐标系描述。

- xEast: 沿含参考点的纬度平行线, 指向东方
- yNorth: 沿含参考点的经线, 指向北方
- zUp: 沿椭球面法线, 指向上方

### 2.2. 左手坐标系 (NED)

右手坐标系的变体。通常用于指定相对于移动飞机的位置。在此应用中, 左手系统的原点和坐标轴会不断变化。

- xNorth: 沿含参考点的经线, 指向北方
- yEast: 沿含参考点的纬度平行线, 指向东方
- zDown: 沿椭球面法线, 指向下方

### 2.3. 球坐标系 (AER)

拓补坐标系 (topocentric coordinates) 用球坐标系表示目标点距离参考点的相对位置。参考点使用大地坐标系描述。三个坐标依赖于局部直角坐标系。

- Azimuth: 方位, 在 xEast-yNorth 平面上从正 yNorth 轴到目标点在该平面上的投影的顺时针角度
- Elevation: 仰角, 从 xEast-yNorth 平面到目标点的角度
- Range: 距离, 目标点与参考点之间的 Euclidean 距离

## 3. 坐标转换

### 3.1. Euler 角

## 4. 弹道学坐标系

### 4.1. 发射坐标系

- 原点: 发射点;
- Y 轴: 沿发射点铅垂线, 指向天;
- X 轴: 垂直于 Y 轴, 指向发射点;
- Z 轴: 与前两者构成 Descartian 右手坐标系。

### 4.2. 发射惯性坐标系

发射惯性坐标系有 2 个特点

- 在发射瞬时, 与发射坐标系重合;
- 在发射后, 在惯性空间保持不动。

### 4.3. 弹体坐标系

- 原点: 弹体质心;
- X 轴: 沿弹体铅纵向对称轴, 指向弹体头部;
- Y 轴: 弹体纵向对称面内, 垂直于 X 轴, 指向上方;
- Z 轴: 与前两者构成 Descartian 右手坐标系。



#### 4.4. 速度坐标系

- 

### 5. 雷达坐标系

#### 5.1. 阵面坐标系

阵面坐标系用的也是 AER，但基准不同。

#### 5.2. 天线坐标系

#### 5.3. 平台坐标系

# 时间配准

## 1. 时间配准

时间配准 (time registration), 又称时间同步, 是将多个量测单元经时间对准后, 剩余的时间偏差控制在容许的范围内的处理过程。包括绝对配准和相对配准, 分别对应与天文时间和高精度主时钟的同步。

数据融合过程中, 由于不同设备的数据链不同, 所以融合前必须进行时间配准。

## 2. 常用时间

定义 2.1 儒略日 (Julia Day, JD) 是指从公元前 4713 年 1 月 1 日 12 时开始连续计算得出的天数 (不满一日的部分用小数表示)。儒略日中的天数被称为儒略日数 (JDN)。

### 注意

儒略日  $\neq$  儒略历。

前者是法国学者 Joseph Justus Scaliger (1540 ~ 1609) 设计的一种历法, 后者是由罗马共和国独裁官 Gaius Iulius Caesar 在公元前 45 年 1 月 1 日颁布的历法。

定义 2.2 协调世界时 (UTC), 其以原子时的秒长为基础, 把时间分为天、小时、分钟和秒。通常, 天是使用 Gregorian 历 (公历) 定义的, 但也能使用儒略日。

